Historia Mathematica Vol. 11, No. 2, 1998, 1-7

體類에 대한 考察

수원대학교 수학과 **호문룡**

Abstract

Lee, Sang-Hyuk(1810-?) said that Cha-Geun-Bang means algebra come from the West. In the chapter 'Che-Lyu' of the second volume of his book *Cha-Geun-Bang-Mong-Gu*, he gave the list of questions which could be expressed by the equation of one variable and explained the solution for them. All questions were formulated by equations of degree 2, 3, 4 which have terms on both sides of equal sign and they mostly have natural number solutions. The explanation of each question describes the procedure to make the equation in detail, but only presents the solution with few step to solve.

0. 序論

李尙爀(字 志叟, 1810-?)은 중인 출신의 算學者로 算科의 考試에 급제한 다음 曆算을 다루는 天文관리직에 있었고 數學 상의 공동연구자인 南秉吉보다는 10세 年上이었다는 정도의 인적 사항밖에는 그에 관해서 알려진 것이 없다[2].

李尙爀의 저서 가운데 현재까지 알려진 것으로는 天文學書에 **揆日考**(철종원년, 1850), 수학서에 **翼算**, **借根方蒙求**(철종5년, 1854), **算術管見**(철종6년) 등이 있다[2].

借根方蒙求는 乾, 坤 두 권으로 되어 있으며 乾卷은 李尙爀이 쓴 序文과 算, 線 2部로 되어 있으며 坤卷은 面, 體 2部로 되어 있다. 算部는 借根方比例, 加法, 減法, 乘法, 除法의 5條로, 線類는 78개의 문제와 해로, 面類는 35개의 문제와 해로, 體類는 17개의 문제와 해로 되어있다[1].

借根方蒙求는 유럽계의 대수방정식에 관한 해설서이다. 李尙爀은 중인 출신답게 아무런 저항을 보이지 않고 서양 수학의 방법을 받아들이고 있다. 이 점에서는 사대부로서 지배 계층의 이데올로기에 세뇌된 南秉吉의 태도와는 크게 다른 반응을 보이고 있다[2]. 이 책은 현재까지 알려진 바로는 전통적인 산학자의 손으로 된 서양 수학에 관한 유일한 연구서였다

[3]는 점에서 그 내용을 알아보는 것이 의미가 있다고 생각된다. 본고에서는 李尙爀이 스스로 쓴 서문을 소개하고 坤卷의 體類의 내용에 대하여 고찰하고자 한다.

1. 志叟自序

李尙爀이 乾卷 書頭에 쓴 序文을 풀어쓰면 다음과 같다.

"借根方은 서양의 산술로서 本名 阿爾熱八達(algebra)을 번역한 말이다. 東來法則은 중국이 만든 天元一法뿐이니 天元一은 중국의 법이다. 唐荊川, 顧箬溪 같은 큰 선비도 아직 이 법(借根方)은 알지 못했다. 借根方法을 얻어 알고서 圓을 算測하고 옛날 배운 것을 더하니 曆艸 등의 책이 해석되어 서로 잘 맞지 않음이 없으니 이 어찌 집안에서 잃은 것을 밖에서 얻었다고 할 수 있지 않겠는가? 우리 東國은 書綴之學이 甚히 엉성해서 이와 같은 법을 아는 자는 오직 律曆淵源 한 책뿐이다. 이에 우리들이 한두 개를 얻어 唐, 顧가 알지 못한 것을 알았으니 어찌 다행스런 일이 아니겠는가? 이 術이 오랫동안 전해 내려가고 필요한 곳에 널리 퍼지고 이 책을 배우는 자가 실습할 때 응용하게 하고자 하여 原編을 모두 실었다. 各部의 卷帙이 甚히 커서 집집마다 서가에 갈무리하기 어렵고 또 原書를 너무 깊이 읽는 자는 도리어 支離한 생각이 들어서 지금 본법을 算, 線, 面, 體의 여러 部로 나누고 각 部는 몇 개의 條로 쪼개서 한 부를 이루었으며 또 句讀를 간략히 달았으니 처음 배우는 이가 보고 익히기 쉽게 하려고 동호인 여러분께 알릴 뿐이다. 때는 신록이 우거지는 사월을 맞이하여 志叟가 스스로 序를 쓰노라."

2. 體類의 問과 答

體類에는 17개의 問題와 그 解가 써 있다. 問題의 내용과 答은 풀어쓰면 다음과 같다[1]. 原本에는 문제에 번호가 없으나 편의상 번호를 붙이고 풀이는 생략한다.

문1) 方池(정사각형의 못)가 있는데 그 深(깊이)은 方(정사각형의 한 변)과 같다. 容水 4096尺이면 深은 얼마인가?

답. 池深 16尺

문2) 立方積(직육면체의 부피)이 19008寸, 그 高(높이)와 闊(가로)은 서로 같다. 長(세로)은 高闊보다 120寸 길다면 高闊長은 각각 얼마인가?

답. 高와 闊 12寸, 長 132寸

문3) 立方積 11丈 509尺 268寸, 長闊이 같고 高보다 2尺 1寸 길다면 長闊高는 각각 얼마

인가?

답. *高 2丈 1尺 2寸, 長과 闊 2丈 3尺 3寸*

문4) 立方積 3024尺, 闊은 高보다 2尺 길고 長은 闊보다 4尺 길다면 高闊長은 각각 얼마인가?

답. *高 12尺, 闊 14尺, 長 18尺*

문5) 立方積 6912尺, 長과 闊은 서로 같고 高와 闊의 합이 36尺이면 高闊長은 각각 얼마인가?

답. *闊과 長 24尺, 高 12尺*

문6) 立方積 8064尺, 高와 闊의 합은 36尺이고 高와 長의 합이 40尺이면 高闊長은 각각 얼마인가?

답. *高 12尺, 闊 24尺, 長 28尺*

문7) 大小 두 正方體(정육면체)가 있는데 大正方體는 小正方體보다 每辺 4寸 길고 積(부피)은 2368寸이 크다면 대소 두 正方辺은 각각 얼마인가?

답. *小正方辺 12寸, 大正方辺 16寸*

문8) 大小正方體 共辺(변의 합) 24尺, 共積(부피의 합) 4608尺이면 兩體의 每辺과 體積은 각각 얼마인가?

답. *小正方體辺 8尺, 小正方體積 512尺, 大正方體辺 16尺, 大正方體積 4096尺*

문9) 한 正方面(정사각형)과 한 正方體가 있는데 正方面 每辺은 正方體 每辺의 8배이고 正方面積(정사각형의 넓이)과 正方體積은 서로 같다고 한다. 辺線積數 각각 얼마쯤인가?

답. *正方體 每辺 64尺, 正方面 每辺 512尺, 正方面積과 立方體積은 262144尺*

문10) 馬, 牛, 羊이 있는데 각각의 수는 모른다. 다만 牛數는 馬數보다 4 많고, 羊數는 馬牛의 數를 서로 곱한 數이고, 馬 每匹의 값과 牛數는 같고, 牛 每頭의 값과 馬數는 같고, 羊 每隻의 값은 馬 每匹의 값보다 10兩 작고, 羊 전체의 값은 192兩임을 안다. 馬, 牛, 羊 및 價銀은 각각 얼마쯤인가?

답. *馬數 8, 牛數 12, 羊數 96, 馬每匹價 12兩, 牛每頭價 8兩, 羊每隻價 2兩*

문11) 空心(속이 빈) 正方體積 1216寸, 厚(두께) 2寸이면 內外方辺은 각각 얼마인가?

답. *內方辺 8寸, 外方辺 1尺 2寸*

문12) 方底尖體(정사각뿔)의 底方每辺 5尺이고 꼭지점부터 四角까지의 斜線은 모두 6尺이면 自尖至底中立垂線(꼭지점에서 밑면에 내린 수선)의 高는 얼마인가?

답. 中立垂線의 高 4尺8寸四分有餘

문13) 勾股積(직각삼각형의 넓이) 6尺, 勾(밑변)는 弦(빗변)보다 2尺이 적다면 勾, 股(높이), 弦은 각각 얼마인가?

답. 勾 3尺, 弦 5尺, 股 4尺

문14) 勾股積 6尺, 勾와 弦의 합이 8尺이면 勾股弦은 각각 얼마인가?

답. 勾 3尺, 弦 5尺, 股 4尺

문15) 勾股積 6尺, 股와 弦의 합이 9尺이면 勾股弦은 각각 얼마인가?

답. 股 4尺, 勾 3尺

문16) 大小 두 正方面이 있는데 큰 것의 每辺은 작은 것의 每辺의 2배이고 두 面積을 곱하면 58564尺을 얻을 때 二方辺面積은 각각 얼마인가?

답. 小方每辺 11尺, 大方每辺 22尺, 小方面積 121尺, 大方面積 484尺

문17) 半徑 1000萬, 正矢($r(1-\cos\theta)$) 13704小餘65(13704.65)일 때 弧線(부채꼴의 호의 길이) 및 弧度(부채꼴의 중심각)는 각각 얼마인가?

답. 弧線 523598小餘77, 弧度 3度

3. 內容分類

문제의 내용을 분류하면 다음과 같다.

(1) 직육면체(또는 정육면체)의 부피와 가로, 세로, 높이에 관한 몇 가지 조건을 주고 가로, 세로, 높이를 구하는 것

(2) 두 정육면체에서 부피, 가로, 세로, 높이에 관한 몇 가지 조건을 주고 부피 또는 가로, 세로, 높이를 구하는 것

(3) 정사각형과 정육면체에서 넓이와 부피의 관계, 변 사이의 몇 가지 관계를 주고 넓이와 부피를 구하는 것

(4) 말, 소, 양의 수와 값과의 관계를 주고 말, 소, 양의 수와 값을 구하는 것

(5) 정사각뿔의 옆면의 각 변의 길이를 알 때 꼭지점에서 밑면까지의 거리를 구하는 것

(6) 직각삼각형의 넓이와 밑변, 높이, 빗변에 관한 몇 가지 조건을 주고 밑변, 높이, 빗변의 길이를 구하는 것

(7) 두 정사각형에서 넓이의 곱과 변에 관한 조건을 주고 각각의 넓이를 구하는 것
(8) 부채꼴에서 반지름과 正矢($r(1-\cos\theta)$)를 주고 중심각의 크기와 호의 길이를 구하는 것

- 문1)~문6)은 (1)에 속하며 가로, 세로, 높이 중 어느 하나를 x라 두면 x의 삼차방정식이 된다.
- 문7), 문8), 문11)은 (2)에 속하며 가로, 세로, 높이 중 어느 하나를 x라 두면 x의 이차방정식이 된다.
- 문9)는 (3)에 속하며 정육면체의 한 변의 길이를 x라 하면 x의 삼차방정식이 되나 $x^3 = ax^2$ 꼴이다.
- 문10)은 (4)에 속하며 말의 수를 x라 하면 x의 삼차방정식이 된다.
- 문12)는 (5)에 속하며 꼭지점에서 밑면까지의 거리를 x라 두면 x의 이차방정식이 된다.
- 문13)~문15)는 (6)에 속하며 밑변 또는 높이를 x라 두면 x의 삼차방정식이 된다.
- 문16)은 (7)에 속하며 한 변을 x라 두면 x의 사차방정식이 되나 $x^4 = a$의 꼴이다.
- 문17)은 (8)에 속하며 제1수를 x라 두면 x의 사차방정식이 된다.

대수방정식으로 보아 동일한 계통을 묶으면 (1)(3)(4)(6), (2)(5), (7)(8)로 나눌 수 있다.

4. 名數

- 길이를 측정하는 기본단위로 尺을 사용했다.

  10分=1寸, 10寸=1尺, 10尺=1丈

  이며, 길이 48.56尺은 4丈8尺5寸6分이다.
- 넓이를 측정하는 기본 단위로 尺(平方尺이 아님)을 사용했다.

  100分=1寸, 100寸=1尺, 100尺=1丈

  이며, 넓이 625寸은 6尺25寸이다.
- 부피를 측정하는 기본단위로 尺(立方尺이 아님)을 사용했다.

  1000分=1寸, 1000寸=1尺, 1000尺=1丈

  이며, 부피 11509268寸은 11丈509尺268寸이다.
- 말의 수는 匹, 양의 수는 隻, 소의 수는 頭를 사용했다.
- 돈의 단위는 兩,
- 數의 단위는 다음과 같다.

  一千百十一千百十一千百十一千百十一千百十一千百十一

  穰秭秭秭秭垓垓垓垓京京京京兆兆兆兆億億億億萬萬萬萬千百十壹

5. 결론

借根方은 서양의 산술로서 본명 Algebra를 번역한 말이다. 李相爀 述 **借根方蒙求**는 사차 이하의 방정식으로 표시되는 응용문제의 해설서이다. 序文에서 그 취지를 밝히고 算, 線, 面, 體의 4부로 나누어 썼다.

坤卷의 體類에서는 도형문제 16개와 비도형문제 1개를 다루었다. 도형문제는

정육면체에 관한 1문제
직육면체에 관한 5문제
서로 다른 두 직육면체에 관한 3문제
정육면체와 정사각형에 관한 1문제
정사각뿔에 관한 1문제
직각삼각형에 관한 3문제
서로 다른 두 정삼각형에 관한 1문제
부채꼴에 관한 1문제

로 되어 있으며 직각삼각형에 관한 문제는 모두 세 변의 길이가 3, 4, 5인 것이다.

문제를 풀기 위하여 미지수 x를 정하고 x에 관한 방정식을 세울 때 모두 등호의 양변에 항이 있다. 문2)에서 높이를 x라 하면 부피는

$x^3+120x^2=19008$

'一立方多一百二十平方與一萬九千零八寸相等'

x에 관한 방정식을 정리했을 때 이차방정식이 되는 것이 4문제, 삼차방정식이 되는 것이 11문제, 사차방정식이 되는 것이 2문제이다.

방정식을 풀면 대부분 자연수 범위에서 해가 존재하나 해의 근사값을 구해야 하는 것이 2문제 있으며 근사값의 처리는 다음과 같이 하였다. 문12)에서 구하는 수선의 높이를 x라 할 때 이차방정식

$x^2=$23尺 50寸(=2350寸)

을 풀면

$x=48.4767985741\cdots$寸

이다. 이를

'四尺八寸四分有餘'

로 표시하여 分 미만을 잘라 버렸다. 문17)에서 사차방정식

2秭 5200垓 x + 2億 8000萬 x^3 − 4京 2000兆 x^2 − x^4 = 3穰 4535秭 7180垓

을 풀어 x는 근사값

'一萬三千七百零七小餘七八'

을 택하여 弧線은

$x\cdot 2\cdot$ 1000萬 = 2741億 5560萬

의 제곱근

$$\sqrt{274155600000} \fallingdotseq 523598.701297$$

이다. 이를

'五十二萬三千五百九十八小餘七七'

로 표시하였다.

각 문제의 풀이에서 방정식을 세우는 과정은 상세하게 설명하였으나 방정식을 푸는 방법은 거의 설명하지 않았으며 방정식이 서로 다른 해를 가질 때는 문제 뜻에 맞는 것만 설명 없이 구했다. 문5)에서 가로를 x라 할 때 삼차방정식

$$36x^2 - x^3 = 6912$$

를 풀면

$$x = -12,\ 24,\ 24$$

이나, 이를

'以縱和立方開之得二十四尺卽闊又爲長'

으로 표시하여 삼차방정식을 풀면 가로와 세로의 길이는 24尺이라 하였다.

전반적으로 量을 표시할 때

'容水四千零九十六尺',

'正方面積與正方體積相等',

'馬每匹之價與牛數等'

과 같이 물의 양을 尺으로, 넓이와 부피를 서로 같다고, 말 한 필의 값과 소의 수를 같다고 한 것으로 보아 量을 나타내는 수만 생각하고 측정단위를 생각하지 않았다. 그러나 길이, 넓이, 부피를 모두 丈, 尺, 寸, 分으로 측정했지만 丈, 尺, 寸, 分 사이의 환산은 앞에서 보인 바와 같이 길이, 넓이, 부피에 따라 다르다.

借根方蒙求의 算, 線, 面보다 **體類**에 대하여 먼저 고찰하게 된 것은 당시의 삼차방정식의 해법에 관심이 있어서이다. 그러나 풀이 내용은 주로 주어진 문제에서 미지수를 정하면 미지수에 관한 이차, 삼차 또는 사차방정식을 만드는 과정에 대한 상세한 설명이다. 따라서 다른 각도에서 고찰하게 되었으며 앞으로 算, 線, 面에 대한 고찰도 필요하다고 본다. 문17)에서 방정식을 세우는 과정은 해독하지 못하였으나 답은 근사값임을 검산하였음을 밝혀둔다.

참고 문헌

1. 이상혁, **借根方蒙求**(全史字本 二卷二冊, 국립중앙도서관), 1854.
2. 김용운·김용국, **韓國數學史**, 悅話堂, 1982.
3. 김용운 解題, **韓國科學技術史資料大系**, 數學篇 四卷, 驪江出版社, 1985.