

회분식 공정-저장조 그물망 구조의 최적설계

Optimal Design of Batch-Storage Network

이 경 범, 이 의 수
(Gyeongbeom Yi and Euy-Soo Lee)

Abstract : The purpose of this study is to find the analytic solution of determining the optimal capacity of processes and storages to meet the product demand. Recent trend to reduce product delivery time and to provide high quality product to customer requires the increasing capacity of storage facilities. However, the cost of constructing and operating storage facilities is becoming substantial because of increasing land value, environmental and safety concern. Therefore, reasonable decision making about the capacity of processes and storages is important subject for industries. The industrial solution for this subject is to use the classical economic lot sizing method, EOQ(Economic Order Quantity) model, trimmed with practical experience but the unrealistic assumption of EOQ model is not suitable for the chemical plant design with highly interlinked processes and storages. This study, a first systematic attempt for this subject, clearly overcomes the limitation of classical lot sizing method. The superstructure of the plant consists of the network of serially and/or parallelly interlinked processes and storages. A novel production and inventory analysis method, PSW(Periodic Square Wave) model, is applied. The objective function of optimization is minimizing the total cost composed of setup and inventory holding cost. The advantage of PSW model comes from the fact that the model provide a set of simple analytic solution in spite of realistic description of material flow between process and storage. The resulting simple analytic solution can greatly enhance the proper and quick investment decision for the preliminary plant design confronting diverse economic situation.

Keywords : optimal, sizing, network, process, storage, periodic

I. 서론

화학공장에서 저장조는 최종제품의 수요를 원활하게 만족시키도록 원료 및 중간제품의 물질흐름상의 불균형을 완충시켜주는 필요 불가결한 장치이다. 최근 화공 산업의 수요급증에 따라 기존공장의 증설이 많이 실시되고 있는데 필연적으로 대개 공정건설비의 10%를 차지하는 저장시설의 증설도 검토되고 있다. 그런데 저장시설의 증설을 검토할 때에는 과거에는 고려하지 않았던 많은 어려움에 봉착하게 된다. 우선 부족한 부지, 높은 지가와 환경오염에 대한 주민들의 반발 등으로 공간을 확보하기가 쉽지 않고, 환경과 안전, 그리고 고객의 제품에 대한 높은 품질의식을 충족하고자 하다보니 필연적으로 저장시설의 고도화 및 자동화를 구축해야 한다. 따라서 저장조의 건설 및 운영비용은 공정건설에 비해 결코 무시할 수 없게 되었다. 한편으로는 이제 화학업계도 더이상 독과점체제가 아니고 고객의 수요에 즉각 대응하고자 하니 재고확보를 위한 저장시설의 확충을 요구하는 영업적 요구는 더욱 증가하고 있다.

생산시설용량과 저장조 용량과 시장수요사이의 상관관계를 최초로 밝힌 이론으로서 EOQ(Economic Order Quantity) 모형을 들 수 있다. 1915년 F. W. Harris에 의해 발견된 이래 비현실적인 가정에도 불구하고, 간단하면서도 입력비용자료의 조그만 변화에도 최적해 근처

에서의 총비용이 비교적 덜 민감함으로 인해 오늘날까지도 일선 산업체에서 널리 사용되고 있다. EOQ 모형은 그 기본가정의 일부를 완화하는 많은 변형을 개발함으로서 그 응용성이 확대되었다. 예를 들어, EPQ(Economic Production Quantity) 모형이라 불리는 저장조에 대한 입고유속이 일정한 경우(finite supply rate), 미납품주문(backlogging), 재고부족에 의한 판매기회유실(lost sales), 가격할인(quantity discount) 그리고 다단계(multistage)가 있는 경우 등이 있다[1].

그러나 EOQ 모형이나 지금까지 유도된 그 변형모형들이 생산공정과 저장조가 복잡하게 연결되어 있는 화공장치산업에 적용하는데는 많은 문제점이 있다. 우선 EOQ 모형과 그 아류들은 수송망을 통한 물질흐름의 시간차와 공정에서 물질의 변환과정을 명확히 표현하지 못하고 있다. 실제 산업체에서는 생산시설과 재고저장시설이 독립적으로 존재하기보다는 상호 연결되어 존재하는 경우가 많다. 대표적인 예로서 석유화학 콤비나트를 들 수 있다. 석유화학 콤비나트는 생산공정과 저장시설이 그물망처럼 얹혀 있다. 여러 개의 공정과 저장조가 직렬 또는 병렬로 연결된 공장에 대해서는 종래의 방법대로 EOQ 모형을 토대로 공정 및 저장조들의 용량을 결정할 경우 이론적으로도 최적 점에서 매우 동떨어진 결과를 산출한다[9]는 것이 본 연구의 수행동기가 된다.

본 연구에서는 각 공정과 저장조 사이의 물질흐름을 효과적으로 표현하기 위해서 사각파 모형이라 불리는 새로운 방법이 적용될 것이다. 사각파 모형은 저자들에 의

해 [8]에서 소개한 새로운 생산 및 재고체계를 해석하는 모형으로서 종래의 EOQ 나 그 아류모형에 비해 공정과 저장조가 복잡하게 연결된 공장을 해석하는데 매우 적합하다. 사각파 모형의 장점은 복잡한 공장을 정교하게 표현할 수 있는 유연성과 함께 대부분의 경우 간단한 해석적인 해를 제공한다는 것이다. 컴퓨터의 성능이 고도로 발달한 오늘날에도 기업이 이윤창출을 위해 고려해야 할 대상이 점차 확대되고 급변함에 따라 간단한 해석적인 해의 유용성은 점차 늘어나고 있다. 본 연구에 앞서 저자들은 공정-저장조의 직렬구조에 대한 연구를 발표하였고[9], 사각파 모형을 적용하였을 경우 EPQ 모형보다 설계비용이 약 6% 감소함을 입증하였다. 본 연구는 가장 일반화된 공정-저장조의 그물망 구조에 대해 사각파 모형을 적용하여 최적설계에 관한 해석적 해를 구하고자 한다.

II. 최적화 모형

화학공장은 여러 가지 원료를 도입하여 여러 단계의 복잡한 물리화학적 변화를 거쳐 다수의 최종 제품을 생산하여 소비자에게 공급하는 과정이라고 볼 때 그림 1에 나타난 것처럼 공정과 저장조가 그물망 구조로 연결된 일반적인 모형으로 나타낼 수 있다. 그림에서 저장조는 원으로 표시되어 있고 공정은 사각형으로 표시되었으며 화살표는 물질흐름을 표시한다. 각 저장조는 한가지 물질만 저장되는 전용 저장조이며, 한가지 물질을 여러 개의 저장조에 나누어 보관할 경우는 한 개의 저장조로 간주한다. 각 저장조의 일련번호는 열번호 j ($j = 1, 2, \dots, |j(n)|$)와 행번호 n ($n = 1, 2, \dots, N+1$)을 결합하여 상첨자 $j(n)$ 으로 나타낸다. 따라서 원부자재 저장조는 상첨자 $j(1)$ 이 되고 최종 제품 저장조는 $j(N+1)$ 이 된다.

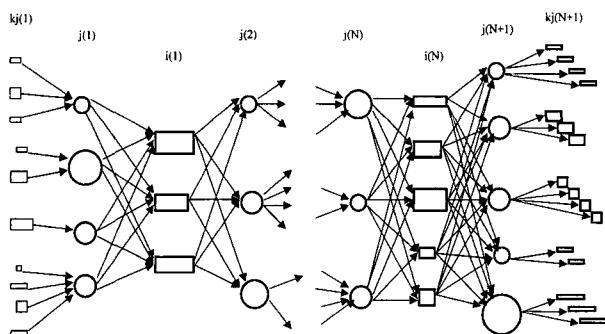


그림 1. 회분식 공정-저장조의 그물망 구조.

Fig. 1. Batch-Storage Network Structure.

예를 들어 저장조의 크기는 $V_s^{j(n)}$ 으로 표시한다. 마찬가지 방법으로 공정은 하첨자 $i(n)$ ($i = 1, 2, \dots, |i(n)|$)으로 표시한다. 예를 들어 공정의 1회 생산량 크기는 $B_{i(1)}$ 으로 표시한다. 단 하첨자 $i(n)$ 으로 표시하는 공정은 공장 내에 존재하는 공정으로 국한한다. 공장의 외부와 연관된 공정인 원부자재의 구매와 최종 제품의 판매 공정은 관련된 저장조에 따라 상첨자 $j(1)$ 또는 $j(N+1)$ 를 첨가하고 다시 거래처에 따라 하첨자 k 를 추가하는

방법으로 표시한다. 예를 들어 원부자재 $j(1)$ 에 대한 주문처 k 로부터의 1회 주문량은 $B_k^{(1)}$ 으로 표시하고, 최종 제품 $j(N+1)$ 에 대한 고객 k 로의 1회 판매량은 $B_k^{(N+1)}$ 로 표시한다. 행번호 n 상에 있는 공정의 갯수는 $|i(n)|$ 으로 표시하고, 저장조의 개수는 $|j(n)|$ 으로 표시한다. 원부자재 $j(1)$ 에 대한 구매처의 개수는 $|k(j(1))|$ 이고, 최종 제품 $j(N+1)$ 에 대한 고객의 수는 $|k(j(N+1))|$ 이다.

공정 $i(n)$ 의 원료가 되는 중간 제공품들은 $j(n)$ 이고 그 제조처방은 $f_{i(n)}^{(n)}$ 으로 표시되며, 공정 $i(n)$ 의 생성물들은 $j(n+1)$ 이고 그 수율은 $f_{i(n)}^{(n+1)}$ 으로 표시된다. 명백히 $f_{i(n)}^{(n)}$ 과 $f_{i(n)}^{(n+1)}$ 를 $j(n)$ 과 $j(n+1)$ 에 대해 합하면 1이 된다. 제조처방과 수율 행렬값은 이미 알려진 상수이다. 공정으로부터 저장조로 (또는 저장조로부터 공정으로의) 물질흐름은 그림 2에서 보인 것처럼 그 유속 $F(t)$ 가 주기적인 사각 파형으로 나타낸다.

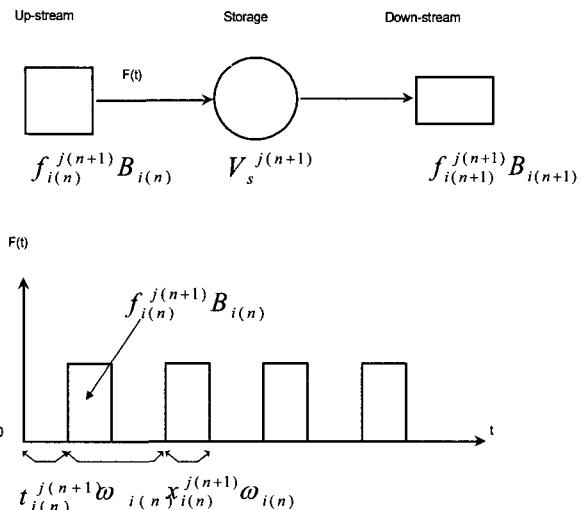


그림 2. 사각파 모형.

Fig. 2. Periodic Square Wave Model.

이 사각 파형을 결정하는 변수는 1회 생산량 크기 $B_{i(n)}$ 와 생산 주기 $w_{i(n)}$ 이송시간 분율 $x_{i(n)}^{j(n+1)}$ 과 초기 시간지연 $t_{i(n)}^{j(n+1)}$ 이다. 여기서 이송시간 분율은 한 주기내에서 입고 또는 출고에 걸리는 시간의 주기에 대한 분율 의미하며 이들은 알려진 값이고, 초기 시간지연은 공정과 저장조 또는 저장조와 공정 사이에서 물질흐름이 최초로 시작되는 시간이다. 원부자재 구매의 경우 주문 크기는 $B_k^{(1)}$, 주문주기는 $w_k^{(1)}$, 이송시간 분율은 $x_k^{(1)}$, 초기 시간지연은 $t_k^{(1)}$ 으로 나타내며, 마찬가지로 최종 제품 판매의 경우 각각 $B_k^{(N+1)}$, $w_k^{(N+1)}$, $x_k^{(N+1)}$, $t_k^{(N+1)}$ 으로 나타낸다. 최종 제품에 대한 임의의 수요예측 함수는 각각 다른 변수 값을 가진 사각 파형의 합으로 표현될 수 있으므로 $B_k^{(N+1)}$, $w_k^{(N+1)}$, $x_k^{(N+1)}$, $t_k^{(N+1)}$ 들은 이미 알려진 입력변수들이다[8].

공정에 원료를 주입하는 시간과 제품의 입고 즉 공정에서 제품이 나오는 시간은 독립적이지 않다. 회분식 공정에서 한 생산 주기는 원료의 주입, 처리와 제품 이송

시간으로 구성되어 있다. 실제로 원료 주입이나 제품 이송에는 순서가 있고, 펌프와 파이프망의 설계에 따라 이송 시간도 각기 다르다. 그러나 초기 설계단계에서는 이러한 정보를 얻을 수 없고 또 공장 설계에 큰 영향을 미치지 않는다. 따라서 우리는 무리 없이 원료 주입과 제품 이송은 동시에 일어나며, 그 이송시간 분율도 같다고 가정한다. 이러한 가정은 완화될 수 있지만 문제를 복잡하게 만들 뿐이다.

$$\begin{aligned} t_{i(n)}^{(n)} &= t_{i(n)}^{(n)}, \quad t_{i(n)}^{(n+1)} = t_{i(n)}^{(n+1)} \\ x_{i(n)}^{(n)} &= x_{i(n)}^{(n)}, \quad x_{i(n)}^{(n+1)} = x_{i(n)}^{(n+1)} \end{aligned} \quad (1)$$

따라서 (1)의 조건하에 한 생산 주기가 원료의 주입, 처리와 제품 이송시간으로 구성되어 있다는 사실은 다음식으로 표현된다.

$$t_{i(n)}^{(n+1)} = t_{i(n)}^{(n)} + \omega_{i(n)}(1 - x_{i(n)}^{(n+1)}) \quad (2)$$

$B_{i(n)}$ 를 $\omega_{i(n)}$ 로 나눈 값 즉 공정 $i(n)$ 의 평균 물질 흐름 속도를 $D_{i(n)}$ 로 나타낸다. 원부자재 저장조, 중간 제품 및 최종 제품 저장조에 대한 평균 물질흐름 속도를 각각 $D_k^{(1)}$, $D_k^{(n+1)}$, $D_k^{(N+1)}$ 으로 표시할 때 저장조에 대한 물질수지식으로부터 다음 관계식이 성립한다.

$$\begin{aligned} D^{(N+1)} &= \sum_{i=1}^{|i(N)|} f_{i(N)}^{(N+1)} D_{i(N)} \\ &= \sum_{j=1}^{|k(N+1)|} \frac{B_k^{(N+1)}}{\omega_k^{(N+1)}} \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} D^{(N+1)} &= \sum_{i=1}^{|i(n)|} f_{i(n)}^{(n+1)} D_{i(n)} \\ &= \sum_{i=1}^{|i(n+1)|} f_{i(n+1)}^{(n+1)} D_{i(n+1)} \quad (4) \\ &\quad (n=1, 2, \dots, N-1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D^{(1)} &= \sum_{k=1}^{|k(1)|} D_k^{(1)} \\ &= \sum_{i=1}^{|i(1)|} f_{i(1)}^{(1)} D_{i(1)} \quad (5) \end{aligned}$$

저장조 $j(n+1)$ 의 크기는 $V_s^{(n+1)}$, 초기 재고량은 $V^{(n+1)}(0)$, 현재 재고량은 $V^{(n+1)}(t)$ 라고 표시한다. 저장조의 현재 재고물량은 저장조의 상부 공정으로부터 유입된 물량과 하부 공정으로 유출된 물량의 차에 의해 계산되어진다. 각 저장조에 대해 물질 수지식을 세우고 적분하는 과정은 참고문헌 [8]에 잘 나타나 있다. 그 결과 얻어지는 원부자재와 중간 제품, 완제품에 대한 재고함수는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} V^{(1)}(t) &= V^{(1)}(0) \\ &+ \sum_{k=1}^{|k(1)|} B_k^{(1)} \left[\text{int} \left\langle \frac{t - t_k^{(1)}}{\omega_k^{(1)}} \right\rangle \right. \\ &\quad \left. + \min \left\{ 1, \frac{1}{x_k^{(1)}} \text{res} \left\langle \frac{t - t_k^{(1)}}{\omega_k^{(1)}} \right\rangle \right\} \right] \quad (6) \\ &- \sum_{i=1}^{|i(1)|} (f_{i(1)}^{(1)} - B_{i(1)}) \left[\text{int} \left\langle \frac{t - t_{i(1)}}{\omega_{i(1)}} \right\rangle \right. \\ &\quad \left. + \min \left\{ 1, \frac{1}{x_{i(1)}^{(1)}} \text{res} \left\langle \frac{t - t_{i(1)}}{\omega_{i(1)}} \right\rangle \right\} \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V^{(n+1)}(t) &= V^{(n+1)}(0) \\ &+ \sum_{i=1}^{|i(n)|} (f_{i(n)}^{(n+1)} B_{i(n)}) \left[\text{int} \left\langle \frac{t - t_{i(n)}^{(n+1)}}{\omega_{i(n)}} \right\rangle \right. \\ &\quad \left. + \min \left\{ 1, \frac{1}{x_{i(n)}^{(n+1)}} \text{res} \left\langle \frac{t - t_{i(n)}^{(n+1)}}{\omega_{i(n)}} \right\rangle \right\} \right] \quad (7) \\ &- \sum_{i=1}^{|i(n+1)|} (f_{i(n+1)}^{(n+1)} B_{i(n+1)}) \left[\text{int} \left\langle \frac{t - t_{i(n+1)}^{(n+1)}}{\omega_{i(n+1)}} \right\rangle \right. \\ &\quad \left. + \min \left\{ 1, \frac{1}{x_{i(n+1)}^{(n+1)}} \text{res} \left\langle \frac{t - t_{i(n+1)}^{(n+1)}}{\omega_{i(n+1)}} \right\rangle \right\} \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V^{(N+1)}(t) &= V^{(N+1)}(0) \\ &+ \sum_{i=1}^{|i(N)|} (f_{i(N)}^{(N+1)} B_{i(N)}) \left[\text{int} \left\langle \frac{t - t_{i(N)}^{(N+1)}}{\omega_{i(N)}} \right\rangle \right. \\ &\quad \left. + \min \left\{ 1, \frac{1}{x_{i(N)}^{(N+1)}} \text{res} \left\langle \frac{t - t_{i(N)}^{(N+1)}}{\omega_{i(N)}} \right\rangle \right\} \right] \quad (8) \\ &- \sum_{k=1}^{|k(N+1)|} B_k^{(N+1)} \left[\text{int} \left\langle \frac{t - t_k^{(N+1)}}{\omega_k^{(N+1)}} \right\rangle \right. \\ &\quad \left. + \min \left\{ 1, \frac{1}{x_k^{(N+1)}} \text{res} \left\langle \frac{t - t_k^{(N+1)}}{\omega_k^{(N+1)}} \right\rangle \right\} \right] \end{aligned}$$

(6)-(8)에 대하여 재고 상한선과 하한선 그리고 평균 재고량은 누적함수의 성질을 이용하여 다음과 같이 구할 수 있다[8].

$$\begin{aligned} V_{ub}^{(1)} &= V^{(1)}(0) \\ &+ \sum_{k=1}^{|k(1)|} (1 - x_k^{(1)}) D_k^{(1)} \omega_k^{(1)} \\ &- \sum_{k=1}^{|k(1)|} D_k^{(1)} t_k^{(1)} + \sum_{i=1}^{|i(1)|} f_{i(1)}^{(1)} D_{i(1)} t_{i(1)}^{(1)} \quad (9) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_{lb}^{(1)} &= V^{(1)}(0) - \sum_{k=1}^{|k(1)|} D_k^{(1)} t_k^{(1)} \\ &- \sum_{i=1}^{|i(1)|} (1 - x_{i(1)}^{(1)}) f_{i(1)}^{(1)} D_{i(1)} \omega_{i(1)} \\ &+ \sum_{i=1}^{|i(1)|} f_{i(1)}^{(1)} D_{i(1)} t_{i(1)}^{(1)} \quad (10) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \overline{V}^{(1)} &= V^{(1)}(0) \\ &+ \sum_{k=1}^{|k(1)|} \frac{(1 - x_k^{(1)})}{2} D_k^{(1)} \omega_k^{(1)} \\ &- \sum_{k=1}^{|k(1)|} D_k^{(1)} t_k^{(1)} \\ &- \sum_{i=1}^{|i(1)|} \frac{(1 - x_{i(1)}^{(1)})}{2} f_{i(1)}^{(1)} D_{i(1)} \omega_{i(1)} \\ &+ \sum_{i=1}^{|i(1)|} f_{i(1)}^{(1)} D_{i(1)} t_{i(1)}^{(1)} \quad (11) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_{ub}^{(n+1)} &= V^{(n+1)}(0) \\ &+ \sum_{i=1}^{|i(n)|} (1 - x_{i(n)}^{(n+1)}) f_{i(n)}^{(n+1)} D_{i(n)} \omega_{i(n)} \\ &- \sum_{i=1}^{|i(n)|} f_{i(n)}^{(n+1)} D_{i(n)} t_{i(n)}^{(n+1)} \\ &+ \sum_{i=1}^{|i(n+1)|} f_{i(n+1)}^{(n+1)} D_{i(n+1)} t_{i(n+1)}^{(n+1)} \quad (12) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_{lb}^{(n+1)} &= V^{(n+1)}(0) \\ &- \sum_{i=1}^{|i(n)|} f_{i(n)}^{(n+1)} D_{i(n)} t_{i(n)}^{(n+1)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & - \sum_{i=1}^{|i(n+1)|} (1 - x_{i(n+1)}^{(n+1)}) f_{i(n+1)}^{(n+1)} D_{i(n+1)} \omega_{i(n+1)} \\ & + \sum_{i=1}^{|i(n+1)|} f_{i(n+1)}^{(n+1)} D_{i(n+1)} t_{i(n+1)}^{(n+1)} \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} V^{(n+1)} &= V^{(n+1)}(0) \\ & + \sum_{i=1}^{|i(n)|} \frac{(1 - x_{i(n)}^{(n+1)})}{2} f_{i(n)}^{(n+1)} D_{i(n)} \omega_{i(n)} \\ & - \sum_{i=1}^{|i(n)|} f_{i(n)}^{(n+1)} D_{i(n)} t_{i(n)}^{(n+1)} \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} & - \sum_{i=1}^{|i(n+1)|} \frac{(1 - x_{i(n+1)}^{(n+1)}) f_{i(n+1)}^{(n+1)} D_{i(n+1)} \omega_{i(n+1)}}{2} \\ & - \sum_{i=1}^{|i(n+1)|} f_{i(n+1)}^{(n+1)} D_{i(n+1)} t_{i(n+1)}^{(n+1)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_{ub}^{(N+1)} &= V^{(N+1)}(0) \\ & + \sum_{i=1}^{|i(N)|} (1 - x_{i(N)}^{(N+1)}) f_{i(N)}^{(N+1)} D_{i(N)} \omega_{i(N)} \\ & - \sum_{i=1}^{|i(N)|} f_{i(N)}^{(N+1)} D_{i(N)} t_{i(N)}^{(N+1)} \\ & + \sum_{k=1}^{|k(N+1)|} D_k^{(N+1)} t_k^{(N+1)} \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} V_{lb}^{(N+1)} &= V^{(N+1)}(0) \\ & - \sum_{i=1}^{|i(N)|} f_{i(N)}^{(N+1)} D_{i(N)} t_{i(N)}^{(N+1)} \\ & - \sum_{k=1}^{|k(N+1)|} (1 - x_k^{(N+1)}) D_k^{(N+1)} \omega_k^{(N+1)} \\ & + \sum_{k=1}^{|k(N+1)|} D_k^{(N+1)} t_k^{(N+1)} \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} V^{(N+1)} &= V^{(N+1)}(0) \\ & + \sum_{i=1}^{|i(N)|} \frac{(1 - x_{i(N)}^{(N+1)})}{2} f_{i(N)}^{(N+1)} D_{i(N)} \omega_{i(N)} \\ & - \sum_{i=1}^{|i(N)|} f_{i(N)}^{(N+1)} D_{i(N)} t_{i(N)}^{(N+1)} \\ & - \sum_{k=1}^{|k(N+1)|} \frac{(1 - x_k^{(N+1)})}{2} D_k^{(N+1)} \omega_k^{(N+1)} \\ & + \sum_{k=1}^{|k(N+1)|} D_k^{(N+1)} t_k^{(N+1)} \end{aligned} \quad (17)$$

원부자재 $j(1)$ 를 구매하는 발주 비용을 $A_k^{(1)}$ \$/회라 하고 공정 $i(1)$ 의 준비비를 $A_{i(n)}$ \$/회라 둔다. 저장조 $j(n)$ 의 연간 재고유지비를 $H^{(n)}$ \$/년/liter라 한다. 이 경우 총비용은 준비비와 재고유지비의 합으로서 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} TC &= \sum_{j=1}^{|j(1)|} \sum_{k=1}^{|k(1)|} \left[\frac{A_k^{(1)}}{\omega_k^{(1)}} \right] \\ & + \sum_{n=1}^N \sum_{i=1}^{|i(n)|} \left[\frac{A_{i(n)}}{\omega_{i(n)}} \right] \\ & + \sum_{n=1}^{N+1} \sum_{j=1}^{|j(n)|} \left[H^{(n)} - \frac{V^{(n+1)}}{V^{(n)}} \right] \end{aligned} \quad (18)$$

저장조 크기는 재고 상한선과 일치한다고 보아도 무리가 없다. 따라서 (9), (12)과 (15)은 저장조 크기를 표현하는 수식들이다. 최적화 문제의 탐색변수들은 구매 및 생산주기 $\omega_k^{(1)}, \omega_{i(n)}$ 와 초기 시간지연 $t_k^{(1)}, t_{i(n)}^{(n)}$, 그리고 1회 발주 또는 생산량 대신 평균유속 $D_k^{(1)}, D_{i(n)}$

으로 압축된다. 초기 시간지연 $t_{i(n)}^{(n+1)}$ 은 (2)에 의해 $t_{i(n)}^{(n)}$ 로 변환된다. 총비용 (18)를 (2), (9), (11), (12), (14), (15), (17)을 이용하여 탐색변수에 대해 정리하면;

$$\begin{aligned} TC &= \sum_{j=1}^{|j(1)|} \sum_{k=1}^{|k(1)|} \frac{A_k^{(1)}}{\omega_k^{(1)}} + \sum_{n=1}^N \sum_{i=1}^{|i(n)|} \frac{A_{i(n)}}{\omega_{i(n)}} \\ & + \sum_{j=1}^{|j(1)|} \sum_{k=1}^{|k(1)|} \frac{(1 - x_k^{(1)}) H^{(1)} D_k^{(1)} \omega_k^{(1)}}{2} \\ & - \sum_{n=1}^N \sum_{i=1}^{|i(n)|} \left[(1 - x_{i(n)}^{(n)}) \sum_{j=1}^{|j(n)|} \frac{f_{i(n)}^{(n)} H^{(n)}}{2} \right. \\ & \left. + (1 - x_{i(n)}^{(n+1)}) \sum_{j=1}^{|j(n+1)|} \frac{f_{i(n)}^{(n+1)} H^{(n+1)}}{2} \right] D_{i(n)} \omega_{i(n)} \\ & + \sum_{n=1}^N \sum_{j=1}^{|j(n)|} \left[\sum_{j=1}^{|j(n)|} f_{i(n)}^{(n)} (H^{(n)}) \right. \\ & \left. - \sum_{j=1}^{|j(n+1)|} f_{i(n)}^{(n+1)} (H^{(n+1)}) \right] D_{i(n)} t_{i(n)}^{(n)} \\ & + \sum_{j=1}^{|j(1)|} \sum_{k=1}^{|k(1)|} \left(\frac{H^{(1)}}{2} \right) D_k^{(1)} t_k^{(1)} \\ & + \text{constants} \end{aligned} \quad (19)$$

여기서 constants는;

$$\begin{aligned} \text{constants} &= \sum_{n=1}^{N+1} \sum_{j=1}^{|j(n)|} (H^{(n)}) V^{(n)}(0) \\ & + \sum_{j=1}^{|j(N+1)|} \sum_{k=1}^{|k(N+1)|} (H^{(N+1)}) D_k^{(N+1)} t_k^{(N+1)} \\ & - \sum_{j=1}^{|j(N+1)|} \sum_{k=1}^{|k(N+1)|} \frac{H^{(N+1)} D_k^{(N+1)} \omega_k^{(N+1)}}{2} \\ & + \sum_{j=1}^{|j(N+1)|} \sum_{k=1}^{|k(N+1)|} \frac{H^{(N+1)} x_k^{(N+1)} D_k^{(N+1)} \omega_k^{(N+1)}}{2} \end{aligned} \quad (20)$$

재고함수 $V^{(n)}(t)$ 는 저장조의 용량에 의해 제약을 받는데 그 충분조건은 $0 \leq V_{lb}^{(n)} < V_{ub}^{(n)} \leq V_s^{(n)}$ 이다. 여기서 저장조 크기 $V_s^{(n)}$ 는 계산되어져야 하는 미지수이므로 $0 \leq V_{lb}^{(n)}$ 만 필요하다.

$$\begin{aligned} V^{(1)}(0) &- \sum_{k=1}^{|k(1)|} D_k^{(1)} t_k^{(1)} \\ &- \sum_{i=1}^{|i(1)|} (1 - x_{i(1)}^{(1)}) f_{i(1)}^{(1)} D_{i(1)} \omega_{i(1)} \\ &+ \sum_{i=1}^{|i(1)|} f_{i(1)}^{(1)} D_{i(1)} t_{i(1)}^{(1)} \geq 0 \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} V^{(n+1)}(0) &- \sum_{i=1}^{|i(n)|} f_{i(n)}^{(n+1)} D_{i(n)} t_{i(n)}^{(n)} \\ &- \sum_{i=1}^{|i(n)|} (1 - x_{i(n)}^{(n+1)}) f_{i(n)}^{(n+1)} D_{i(n)} \omega_{i(n)} \\ &- \sum_{i=1}^{|i(n+1)|} (1 - x_{i(n+1)}^{(n+1)}) f_{i(n+1)}^{(n+1)} D_{i(n+1)} \omega_{i(n+1)} \\ &+ \sum_{i=1}^{|i(n+1)|} f_{i(n+1)}^{(n+1)} D_{i(n+1)} t_{i(n+1)}^{(n+1)} \geq 0 \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} V^{(N+1)}(0) &- \sum_{i=1}^{|i(N)|} f_{i(N)}^{(N+1)} D_{i(N)} t_{i(N)}^{(N)} \\ &- \sum_{i=1}^{|i(N)|} (1 - x_{i(N)}^{(N+1)}) f_{i(N)}^{(N+1)} D_{i(N)} \omega_{i(N)} \\ &- \sum_{k=1}^{|k(N+1)|} (1 - x_k^{(N+1)}) D_k^{(N+1)} \omega_k^{(N+1)} \\ &+ \sum_{k=1}^{|k(N+1)|} D_k^{(N+1)} t_k^{(N+1)} \geq 0 \end{aligned} \quad (23)$$

이제 최적화 문제는 탐색 변수 $\omega_k^{(1)}, \omega_{i(n)}, t_k^{(1)}$,

$t_k^{(1)}, t_{i(n)}^{(n)}, D_k^{(1)}, D_{i(n)}$ 에 대하여 (3)–(5), (21)–(23)의 제약하에 총비용함수 (19)을 최소화하는 것으로 정리된다. 우리는 연구의 편의를 위해 수율행렬 $f_{i(n)}^{(N+1)}$ 가 정사각행렬이며 역행렬이 존재한다고 가정한다. 이는 각 생산단계에서 공정들의 갯수와 그 생산제품들의 갯수가 같으며, 각 제품들은 각기 다른 제조처방을 가지고 있음을 의미한다. 이러한 가정은 공장설계시 초기 개념설계 단계에서 흔히 발생한다. 이 경우에는 $D_{i(n)}$ 가 (3)–(5)에 의해 이미 결정되어 버리므로 탐색변수에서 배제된다. 위의 가정은 엄격한 수학적 논의를 통해 완화될 수 있으며 추후 발표될 예정이다.

$\lambda_D^{(1)}, \lambda_{lb}^{(1)}, \lambda_{lb}^{(n+1)}, \lambda_{lb}^{(N+1)}$ 를 제약식 (5), (21)–(23)에 대한 Lagrange 승수라 하자. 여기서 $\lambda_{lb}^{(1)}, \lambda_{lb}^{(n+1)}, \lambda_{lb}^{(N+1)}$ 는 양수이다. Lagrange 함수는;

$$\begin{aligned} L = & TC \\ & - \sum_{j=1}^{|i(1)|} \lambda_D^{(1)} \left[\sum_{k=1}^{|k(1)|} D_k^{(1)} - \sum_{i=1}^{|i(1)|} f_{i(1)}^{(1)} D_{i(1)} \right] \\ & - \sum_{j=1}^{|i(1)|} \lambda_{lb}^{(1)} \left[V^{(1)}(0) - \sum_{k=1}^{|k(1)|} D_k^{(1)} t_k^{(1)} \right. \\ & \quad \left. - \sum_{i=1}^{|i(1)|} (1 - x_{i(1)}^{(1)}) f_{i(1)}^{(1)} D_{i(1)} t_{i(1)}^{(1)} \right. \\ & \quad \left. + \sum_{i=1}^{|i(1)|} f_{i(1)}^{(1)} D_{i(1)} t_{i(1)}^{(1)} \right] \\ & - \sum_{n=1}^{N-1} \sum_{j=1}^{|i(n+1)|} \lambda_{lb}^{(n+1)} \left[V^{(n+1)}(0) - \right. \\ & \quad \left. - \sum_{i=1}^{|i(n)|} f_{i(n)}^{(n+1)} D_{i(n)} t_{i(n)}^{(n+1)} \right. \\ & \quad \left. + \sum_{i=1}^{|i(n+1)|} f_{i(n+1)}^{(n+1)} D_{i(n+1)} t_{i(n+1)}^{(n+1)} \right. \\ & \quad \left. - \sum_{i=1}^{|i(n)|} (1 - x_{i(n)}^{(n+1)}) f_{i(n)}^{(n+1)} D_{i(n)} \omega_{i(n)} \right. \\ & \quad \left. - \sum_{i=1}^{|i(n+1)|} (1 - x_{i(n+1)}^{(n+1)}) f_{i(n+1)}^{(n+1)} D_{i(n+1)} \omega_{i(n+1)} \right] \\ & - \sum_{j=1}^{|i(N+1)|} \lambda_{lb}^{(N+1)} \left[V^{(N+1)}(0) - \right. \\ & \quad \left. - \sum_{i=1}^{|i(N)|} f_{i(N)}^{(N+1)} D_{i(N)} t_{i(N)}^{(N+1)} \right. \\ & \quad \left. + \sum_{k=1}^{|k(N+1)|} D_k^{(N+1)} t_k^{(N+1)} \right. \\ & \quad \left. - \sum_{k=1}^{|k(N)|} (1 - x_k^{(N+1)}) f_{i(N)}^{(N+1)} D_{i(N)} \omega_{i(N)} \right. \\ & \quad \left. - \sum_{k=1}^{|k(N+1)|} (1 - x_k^{(N+1)}) D_k^{(N+1)} \omega_k^{(N+1)} \right] \end{aligned} \quad (24)$$

Kuhn-Tucker 조건은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial t_k^{(1)}} = & -(H^{(1)}) D_k^{(1)} \\ & + \lambda_{lb}^{(1)} D_k^{(1)} = 0 \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial \omega_k^{(1)}} = & -\frac{A_k^{(1)}}{(\omega_k^{(1)})^2} \\ & + \frac{H^{(1)}(1 - x_k^{(1)}) D_k^{(1)}}{2} = 0 \end{aligned} \quad (26)$$

$$\frac{\partial L}{\partial D_k^{(1)}} = \omega_k^{(1)} \left[\left(\frac{H^{(1)}}{2} \right) (1 - x_k^{(1)}) \right]$$

$$-\left(\frac{H^{(1)}}{2} \right) t_k^{(1)} + \lambda_{lb}^{(1)} t_k^{(1)} - \lambda_D^{(1)} = 0 \quad (27)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial t_{i(n)}^{(n)}} = & \sum_{j=1}^{|i(n)|} (H^{(n)}) f_{i(n)}^{(n)} D_{i(n)} \\ & - \sum_{j=1}^{|i(n+1)|} (H^{(n+1)}) f_{i(n)}^{(n+1)} D_{i(n)} \\ & - \sum_{j=1}^{|i(n)|} \lambda_{lb}^{(n)} f_{i(n)}^{(n)} D_{i(n)} \\ & + \sum_{j=1}^{|i(n+1)|} \lambda_{lb}^{(n+1)} f_{i(n)}^{(n+1)} D_{i(n)} = 0 \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial \omega_{i(n)}} = & -\frac{A_{i(n)}}{(\omega_{i(n)})^2} \\ & - D_{i(n)} (1 - x_{i(n)}^{(n)}) \sum_{j=1}^{|i(n)|} \frac{H^{(n)} f_{i(n)}^{(n)}}{2} \\ & - D_{i(n)} \sum_{j=1}^{|i(n+1)|} \frac{H^{(n+1)} f_{i(n)}^{(n+1)}}{2} \\ & + D_{i(n)} x_{i(n)}^{(n+1)} \sum_{j=1}^{|i(n+1)|} \frac{H^{(n+1)} f_{i(n)}^{(n+1)}}{2} \\ & + D_{i(n)} (1 - x_{i(n)}^{(n)}) \sum_{j=1}^{|i(n)|} \lambda_{lb}^{(n)} f_{i(n)}^{(n)} \\ & + D_{i(n)} \sum_{j=1}^{|i(n+1)|} \lambda_{lb}^{(n+1)} f_{i(n)}^{(n+1)} \\ & - D_{i(n)} x_{i(n)}^{(n+1)} \sum_{j=1}^{|i(n+1)|} \lambda_{lb}^{(n+1)} f_{i(n)}^{(n+1)} \\ & = 0 \end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} \lambda_{lb}^{(1)} \left[V^{(1)}(0) - \sum_{k=1}^{|k(1)|} D_k^{(1)} t_k^{(1)} \right. \\ \left. - \sum_{i=1}^{|i(1)|} (1 - x_{i(1)}^{(1)}) f_{i(1)}^{(1)} D_{i(1)} \omega_{i(1)} \right. \\ \left. + \sum_{i=1}^{|i(1)|} f_{i(1)}^{(1)} D_{i(1)} t_{i(1)}^{(1)} \right] = 0 \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} \lambda_{lb}^{(n+1)} \left[V^{(n+1)}(0) - \sum_{i=1}^{|i(n+1)|} f_{i(n+1)}^{(n+1)} D_{i(n+1)} t_{i(n+1)}^{(n+1)} \right. \\ \left. - \sum_{i=1}^{|i(n+1)|} (1 - x_{i(n+1)}^{(n+1)}) f_{i(n+1)}^{(n+1)} D_{i(n+1)} \omega_{i(n+1)} \right. \\ \left. + \sum_{i=1}^{|i(n+1)|} f_{i(n+1)}^{(n+1)} D_{i(n+1)} t_{i(n+1)}^{(n+1)} \right] = 0 \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} \lambda_{lb}^{(N+1)} \left[V^{(N+1)}(0) \right. \\ \left. - \sum_{i=1}^{|i(N+1)|} f_{i(N+1)}^{(N+1)} D_{i(N+1)} t_{i(N+1)}^{(N+1)} \right. \\ \left. - \sum_{k=1}^{|k(N+1)|} (1 - x_k^{(N+1)}) D_k^{(N+1)} \omega_k^{(N+1)} \right. \\ \left. + \sum_{k=1}^{|k(N+1)|} D_k^{(N+1)} t_k^{(N+1)} \right] = 0 \end{aligned} \quad (32)$$

(25)을 풀면;

$$\lambda_{lb}^{(1)} = H^{(1)} \quad (33)$$

(26)을 풀면;

$$\omega_k^{(1)} = \sqrt{\frac{A_k^{(1)}}{D_k^{(1)} \left[\left(\frac{H^{(1)}}{2} \right) (1 - x_k^{(1)}) \right]}} \quad (34)$$

(33)에 의해 (27)의 일부 항을 소거하고 (34)를 대입하여 $D_k^{(1)}$ 에 대해 풀면;

$$D_k^{(1)} = \frac{A_k^{(1)} \left[\left(\frac{H^{(1)}}{2} \right) (1 - x_k^{(1)}) \right]}{(\lambda_D^{(1)})^2} \quad (35)$$

(35)을 (5)에 대입하여 $\lambda_D^{(1)}$ 에 대해 풀면;

$$\lambda_D^{(1)} = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{|k(1)|} A_k^{(1)} H^{(1)} (1 - x_k^{(1)})}{2 D^{(1)}}} \quad (36)$$

(36)을 (35)에 대입하면;

$$*D_k^{(1)} = \frac{A_k^{(1)} H^{(1)} (1 - x_k^{(1)}) D^{(1)}}{\sum_{k=1}^{|k(1)|} A_k^{(1)} H^{(1)} (1 - x_k^{(1)})} \quad (37)$$

(37)를 (34)에 대입하면;

$$* \omega_k^{(1)} = \frac{\sqrt{\sum_{k=1}^{|k(1)|} A_k^{(1)} \left[\left(\frac{H^{(1)}}{2} \right) (1 - x_k^{(1)}) \right]}}{\left[\left(\frac{H^{(1)}}{2} \right) (1 - x_k^{(1)}) \right] \sqrt{D^{(1)}}} \quad (38)$$

따라서 최적 구매량은;

$$*B_k^{(1)} = \frac{A_k^{(1)} \sqrt{D^{(1)}}}{\sqrt{\sum_{k=1}^{|k(1)|} A_k^{(1)} H^{(1)} (1 - x_k^{(1)})}} \quad (39)$$

(28)를 풀면;

$$\lambda_{ib}^{(n)} = H^{(n)} \quad (40)$$

(40)를 (29)에 대입하여 일부 항을 정리한 뒤에 대해 풀면;

$$* \omega_{i(n)} = \sqrt{\frac{A_{i(n)}}{D_{i(n)} \Psi_{i(n)}}} \quad (41)$$

여기서

$$\begin{aligned} \Psi_{i(n)} &= (1 - x_{i(n)}^{(n)}) \sum_{j=1}^{|i(n)|} \left(\frac{H^{(n)}}{2} \right) f_{i(n)}^{(j)} \\ &\quad + (1 - x_{i(n)}^{(n+1)}) \sum_{j=1}^{|i(n+1)|} \left(\frac{H^{(n+1)}}{2} \right) f_{i(n)}^{(j+1)} \end{aligned} \quad (42)$$

마지막으로 (33)와 (40)로부터 Lagrange 승수들이 모두 양수이므로 (30)-(32)로부터 초기 시간지연들을 계산하는 식들을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{|i(N)|} f_{i(N)}^{(N+1)} D_{i(N)} t_{i(N)}^{(N)} &= V^{(N+1)}(0) \\ &\quad - \sum_{k=1}^{|k(N+1)|} (1 - x_k^{(N+1)}) D_k^{(N+1)} \omega_k^{(N+1)} \\ &\quad + \sum_{k=1}^{|k(N+1)|} D_k^{(N+1)} t_k^{(N+1)} \\ &\quad - \sum_{i=1}^{|i(N)|} f_{i(N)}^{(N+1)} (1 - x_{i(N)}^{(N+1)}) D_{i(N)} \omega_{i(N)} \end{aligned} \quad (43)$$

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{|i(n)|} f_{i(n)}^{(n+1)} D_{i(n)} t_{i(n)}^{(n)} &= V^{(n+1)}(0) \\ &\quad - \sum_{i=1}^{|i(n+1)|} (1 - x_{i(n+1)}^{(n+1)}) f_{i(n+1)}^{(n+1)} D_{i(n+1)} \omega_{i(n+1)} \\ &\quad + \sum_{i=1}^{|i(n+1)|} f_{i(n+1)}^{(n+1)} D_{i(n+1)} t_{i(n+1)}^{(n+1)} \\ &\quad - \sum_{i=1}^{|i(n)|} (1 - x_{i(n)}^{(n+1)}) f_{i(n)}^{(n+1)} D_{i(n)} \omega_{i(n)} \end{aligned} \quad (44)$$

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{|k(1)|} D_k^{(1)} t_k^{(1)} &= V^{(1)}(0) \\ &\quad - \sum_{i=1}^{|i(1)|} (1 - x_{i(1)}^{(1)}) f_{i(1)}^{(1)} D_{i(1)} \omega_{i(1)} \\ &\quad + \sum_{i=1}^{|i(1)|} f_{i(1)}^{(1)} D_{i(1)} t_{i(1)}^{(1)} \end{aligned} \quad (45)$$

(50)에서는 방정식은 $|i(1)|$ 개이나 미지수는 $|i(1)| \times |k(1)|$ 개이다. 이러한 추가적 자유도는 이차적인 최적화 문제의 탐색변수가 될 수 있다. 마지막으로 (9), (12), (15)에

(43), (44), (45)을 대입하여 정리하면 저장조의 최적 크기를 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} *V_s^{(1)} &= \sum_{k=1}^{|k(1)|} (1 - x_k^{(1)}) D_k^{(1)} \omega_k^{(1)} \\ &\quad + \sum_{i=1}^{|i(1)|} (1 - x_{i(1)}^{(1)}) f_{i(1)}^{(1)} D_{i(1)} \omega_{i(1)} \\ *V_s^{(n+1)} &= \end{aligned} \quad (46)$$

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{|i(n)|} (1 - x_{i(n)}^{(n+1)}) f_{i(n)}^{(n+1)} D_{i(n)} \omega_{i(n)} \\ + \sum_{i=1}^{|i(n+1)|} (1 - x_{i(n+1)}^{(n+1)}) f_{i(n+1)}^{(n+1)} D_{i(n+1)} \omega_{i(n+1)} \end{aligned} \quad (47)$$

$$\begin{aligned} *V_s^{(N+1)} &= \sum_{i=1}^{|i(N)|} (1 - x_{i(N)}^{(N+1)}) f_{i(N)}^{(N+1)} D_{i(N)} \omega_{i(N)} \\ + \sum_{k=1}^{|k(N+1)|} (1 - x_k^{(N+1)}) D_k^{(N+1)} \omega_k^{(N+1)} \end{aligned} \quad (48)$$

이상에서 구한 최적해들 (37), (38), (41), (43)-(45)을 목적함수 (19)에 대입하여 정리하면 최저비용은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} *TC &= \\ &\quad \sum_{j=1}^{|i(1)|} \sqrt{2 D^{(1)} \sum_{k=1}^{|k(1)|} A_k^{(1)} (1 - x_k^{(1)}) H^{(1)}} \\ &\quad + 2 \sum_{n=1}^N \sum_{i=1}^{|i(n)|} \sqrt{D_{i(n)} A_{i(n)} \Psi_{i(n)}} \\ &\quad + \sum_{j=1}^{|i(N+1)|} \frac{H^{(N+1)}}{2} \sum_{k=1}^{|k(N+1)|} D_k^{(N+1)} \omega_k^{(N+1)} \\ &\quad - \sum_{j=1}^{|i(N+1)|} \frac{H^{(N+1)}}{2} \sum_{k=1}^{|k(N+1)|} D_k^{(N+1)} \omega_k^{(N+1)} x_k^{(N+1)} \end{aligned} \quad (49)$$

III. 최적설계 절차

II장의 결과로부터 공정-저장조 최적설계 절차를 다음과 같이 요약할 수 있다.

1) 고려대상인 공장의 공정과 저장조들을 그림 1처럼 제조절차에 따라 종횡으로 배열한다. 필요한 경우 크기와 시간지연이 0이고 들어온 물질이 그대로 나가는 가상적인 저장조나 공정을 설정한다. 저장조 사이에 여러 개의 공정이 연결되어 있으면 하나의 공정으로 간주한다. 같은 물질에 대해 다수의 저장조가 필요한 경우에는 하나로 간주한다. 공정의 갯수가 제품의 갯수보다 작은 경우에는 제품의 갯수를 우선순위에 따라 줄인다. (3)-(5)와 같은 물질수지식을 사용하여 평균 물질흐름 속도를 결정한다. 물질수지식대신 선형계획법을 이용하여 평균물질흐름 속도를 결정할 수도 있다.

2) 그림 3에서 나타난 것처럼 어떤 공정 i 와 i' 를 연결하는 모든 원료 저장조와 제품저장조, 제조처방과 수율, 준비비 등의 자료가 파악되면 (41)에서 유도된 다음 식에 의해 최적 1회 생산량이 결정된다.

$$*B_i = \sqrt{\frac{A_i D_i}{\Psi_i}} \quad (50)$$

여기서

$$\Psi_i = (1 - x_i^{(1)}) \sum_{j=1}^{|i(1)|} \left(\frac{H^{(1)}}{2} \right) f_i^{(1)}$$

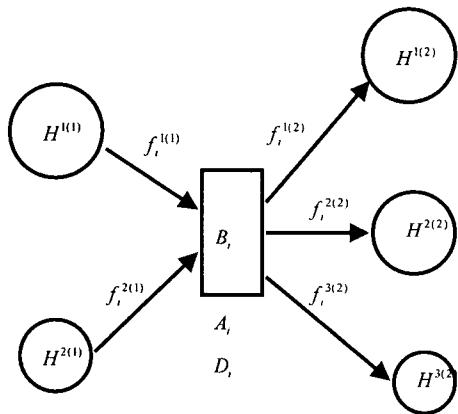


그림 3. 최적 공정크기.

Fig. 3. Optimal Batch Size.

$$+ (1 - x_i^{(2)}) \sum_{j=1}^{|I^{(2)}|} \left(\frac{H^{(2)}}{2} \right) f_i^{(2)}$$

구매에 대해서는 (37)와 (38)를 이용하여 계산한다.

2) 그림 4에서 나타난 것처럼 어떤 저장조 j 에 대한 시간지연은 (43)-(45)으로부터 유도된 다음식에 의해 계산된다.

$$\sum_{i=1}^{|I^{(1)}|} D_{i(1)}^j t_{i(1)}^j - \sum_{i=1}^{|I^{(2)}|} D_{i(2)}^j t_{i(2)}^j = V'(0) - \sum_{i=1}^{|I^{(2)}|} B_{i(2)}^j (1 - x_{i(2)}^j) \quad (51)$$

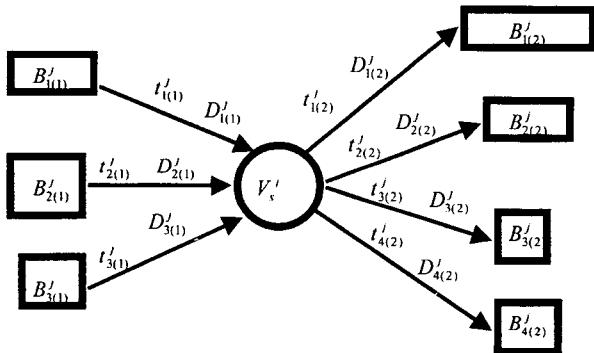


그림 4. 저장조의 최적크기

Fig. 4. Optimal Storage Size

여기서 $D_{i(1)}^j$, $D_{i(2)}^j$ 는 공정의 평균 물질흐름 속도에 제조처방이나 수율을 곱한 값으로서 특정한 공정 $i(1)$ 또는 $i(2)$ 와 저장조 j 사이의 평균 물질흐름 속도이다. 마찬가지로 $B_{i(2)}^j$ 는 공정 $i(2)$ 의 1회 생산량 중에서 특정 저장조 j 에서 이동한 물량을 의미한다. 저장조 j 의 최적 크기는 (46)-(48)에 의해 유도된 다음식에 의해 결정된다.

$$*V_s' = \sum_{i=1}^{|I^{(1)}|} (1 - x_{i(1)}^j) B_{i(1)}^j + \sum_{i=1}^{|I^{(2)}|} (1 - x_{i(2)}^j) B_{i(2)}^j \quad (52)$$

IV. 계산 예와 논의

그림 5와 같은 두가지 원료를 구입하여 3가지 제품을

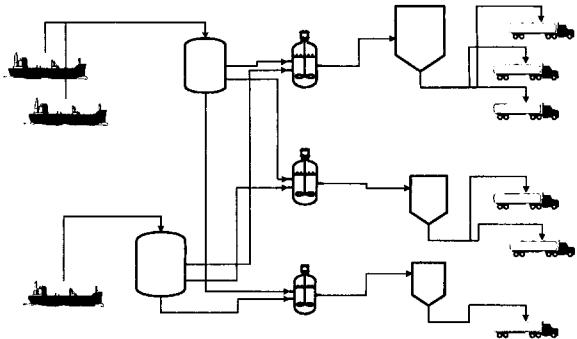


그림 5. 공장설계 예.

Fig. 5. Example Plant Design.

생산하는 공장 예를 고려하자.

이 공장은 두개의 원료 저장조와 3개의 공정, 그리고 3개의 전용 제품 저장조로 구성되어 있다. 모든 일련번호는 상단에서 하단 방향으로 부착되어 있다. 모든 장치 간의 이송시간 분율들은 0으로 둔다. 원부자재 1은 두개의 구매처를 가지고 있다. 원부자재 구매 주문 비용은 원부자재 1에 대해 각각 주문 당 20, 25\$이고, 원부자재 2에 대해 30\$이다. 원부자재의 재고유지비는 각각 0.5, 50\$/liter이다. 공정 1, 2, 3의 물리화학적 처리과정은 원료의 다른 조성에 대한 혼합이라고 가정한다. 공정 1은 85:15%의 원료 혼합을 요구하고, 공정 2은 80:20%, 공정 3은 75:25%이다. 공정의 준비비는 모두 75\$/Batch이다. 각 공정의 제품은 그 제품 저장조로만 이송된다. 제품 1, 2, 3의 재고유지비는 0.65, 0.7, 0.75\$/liter/year이다. 제품들의 연간 판매량은 384000, 168000, 2400 liter/year이다. 고객의 수요는 일정하다고 가정한다. 고객에 대한 최초 제품 출하는 1년 후로 예정되어 있다.

제 III 장의 절차에 따라 먼저 각 경로에 대한 평균 물질흐름 속도를 모두 구해야 한다. 원부자재 1의 평균 물질흐름 속도는 462600liter/year, 원부자재 2의 평균 물질흐름 속도는 91800liter/year 가 된다. (37)에 의해 원부자재 1의 두 구매처에 대한 평균 구매량을 계산하면 주문비용에 비례하게 배분되므로 각각 205600, 257000 liter/year이다. 공정 1의 평균 물질흐름 속도는 384000 liter/year가 된다. 최적 주문량을 계산하는 (39)은 이 경우 EOQ 식과 동일하다.

$$B_1^{1(1)} = \sqrt{\frac{2(20)(205600)}{0.5}} = 4056 \text{ liter/Batch}$$

$$B_2^{1(1)} = \sqrt{\frac{2(25)(257000)}{0.5}} = 5070 \text{ liter/Batch}$$

$$B_3^{2(1)} = \sqrt{\frac{2(30)(91800)}{50}} = 332 \text{ liter/Batch}$$

공정의 최적 생산량은 (50)로부터;

$$*B_1 = \sqrt{\frac{2(75)(384000)}{(0.85*0.5 + 0.15*50 + 0.65)}} = 2592 \text{ liter/Batch}$$

$$\begin{aligned} *B_2 &= \sqrt{\frac{2(75)(168000)}{(0.8*0.5 + 0.2*50 + 0.7)}} \\ &= 1507 \text{ liter/Batch} \\ *B_3 &= \sqrt{\frac{2(75)(2400)}{(0.75*0.5 + 0.25*50 + 0.75)}} \\ &= 163 \text{ liter/Batch} \end{aligned}$$

최적 저장조의 크기는 (52)에 의해 계산되며 원부자재의 경우;

$$\begin{aligned} V_s^{(1)} &= 4056 + 5070 + 1834*0.85 \\ &+ 1834*0.85 + 1507*0.8 + 163*0.75 \\ &= 13572 \text{ liter} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_s^{(2)} &= 332 + 1834*0.15 + 1834*0.15 \\ &+ 1507*0.2 + 163*0.25 \\ &= 1224 \text{ liter} \end{aligned}$$

가 되고, 제품 저장조의 경우 각각 3668, 1507, 163 liter 이다.

본 연구에서 유도된 해의 특징을 살펴보면, 첫째, (50)에서 나타난 것처럼 공정의 크기는 준비비와 재고유지비의 균형에 의해 결정되며, 자본비용들은 재고유지비와 유사하다. 둘째, 공정의 크기에 영향을 미치는 재고는 그 공정과 직접 연결되어 있고 영향력은 물질흐름의 평균속도에 비례하게 배분되어 있고 흐름의 방향에는 상관없다. 셋째, (52)에서 나타난 것처럼 저장조의 크기는 저장조에 연결된 공정의 주기적인 비연속 생산량을 합한 것과 같다. 넷째, 공장설계의 최적화는 최적의 시설크기를 결정하는 것만으로 성립되지 않고 (51)에서 나타난 것처럼 공장가동시 생산활동의 시점이 각 장치의 시간지연과 최종 제품의 수요에 맞추어 최적으로 결정될 때 성립한다.

V. 결론

본 논문에서는 다수의 비연속 공정과 다수의 원부자재, 중간 제공품 및 완제품 저장조들이 그물망 구조로 연결된 공장의 기초 개념설계 단계에 있어서 최적의 공정 및 저장조 크기를 결정하는 문제를 다루었다. 이러한 구조는 석유화학 콤비나트와 같은 다단계 다품종 생산 및 수송체계를 종합적으로 설계검토하는데 적합하다. 복잡하게 연결된 공정과 저장조간의 물질흐름을 효과적으로 표현하기 위하여 사각파 모형이 사용되었다. 공장설계의 최적화를 위한 목적함수로는 각 공정의 준비비와 각 저장조의 재고유지비, 원부자재 구매주문비의 합의 최소화로 선정되었다. 최적화 제약조건으로는 최종 제품의 수요를 충족시키며 원부자재나 중간 제공품들의 재고가 고갈되지 않도록 하는 것이 우선적으로 선정되었다. 사각파 모형을 이용하여 수학적으로 표현된 공장설계 최적화 문제는 Kuhn-Tucker 조건을 이용하여 해석적인 해를 구하였다. 이러한 간단한 해석적인 해는 공장의 초기 개념설계시에 발생하는 다양한 여건 변화에 효과적으로 대응하여 사용될 수 있다. 본 연구의 결과를 바탕으로 공정-저장조 그물망 구조의 설계지침이 마련되었으며, 예를 통해 그 사용방법을 보였다.

참고문헌

- [1] S. C., Graves, A. H. G. Rinnooy Kan and P. H. Zipkin(Eds), *Logistics of Production and Inventory*, Elsevier Science Publishers B. V., Amsterdam, 1993.
- [2] J. M., Kalis, *Determining Storage Vessel Cost*, AIChE Modular Instruction, Series G, vol. 2, pp. 41-48, 1986.
- [3] A. K. Modi and I. A. Karimi, "Design of multiproduct batch processes with finite intermediate storage," *Computers and Chemical Engineering*, vol. 13, no. 1/2, pp. 127-139, 1989.
- [4] M. S. Peters and K. D. Timmerhaus, *Plant Design and Economics for Chemical Engineers*, McGraw-Hill, 1980.
- [5] G. V., Reklaitis A. Ravindran & K. M. Ragsdale, *Engineering Optimization Method and Applications*, John Wiley & Sons, Inc., 1983.
- [6] Yi, G., *Modeling and Operation of Intermediate Storage in Noncontinuous Processes*, Ph. D. Dissertation, Purdue University, West Lafayette, IN, U. S. A., 1992.
- [7] Yi, G., & G. V. Reklaitis, "Model based feedback inventory controller for intermediate storage in batch processes," *J. Proc. Cont.*, vol. 4, no. 4, pp. 227-237, 1994.
- [8] Yi, G. "An extended EPQ model to relax the constant demand assumption into periodic demand," *International Journal of Management Science*, vol. 1, no. 1, pp. 39-66, 1995.
- [9] 이경범, "준비비와 재고비를 고려한 직렬 비연속 공정과 중간 저장조의 최적설계," *제어 자동화 시스템 공학회논문지*, 3권, 4호, pp. 398-405, 1997, 8.
- [10] 이경범, "원료 및 제품 저장조를 포함하는 병렬 비연속 공정의 최적설계," *제어 자동화 시스템 공학회 논문지*, 3권, 5호, pp. 532-541, 1997, 10.

사용기호

- $A_k^{(1)}$: ordering cost of feedstocks, dollar per order
 $A_{i(n)}$: ordering cost of noncontinuous units, dollar per order
 $B_k^{(1)}$: raw material order size, units per lot
 $B_{i(n)}$: noncontinuous unit size, units per lot
 $B_k^{(N+1)}$: final product delivery size, units per lot
 $D_k^{(1)}$: average material flow of feedstocks/products, units per year
 $D_{i(n)}$: average material flow through noncontinuous units, units per year
 $f_{i(n)}^{(n)}$: feedstock recipe of unit $i(n)$
 $f_{j(n)}^{(n+1)}$: product yield of unit $i(n)$

$F(t)$: material flow rate
 $H^{(n)}$: annual inventory holding costs, dollars per unit of item per year
 $|kj(1)|$: number of raw materials
 $|j(n)|$: number of intermediate products
 $|kj(N+1)|$: number of customers for product $j(N+1)$
 $V_{ub}^{(n)}$: upper bound of inventory hold-up, units of item
 $V_{lb}^{(n)}$: lower bound of inventory hold-up, units of item
 $V^{(n)}(t)$: inventory hold-up, units of item
 $V^{(n)}(0)$: initial inventory hold-up, units of item
 $V_s^{(n)}$: storage size, units of item
 $\bar{V}^{(n)}$: time averaged inventory hold-up, units of item
 $x_k^{(1)}$: transportation time fraction of purchasing raw materials
 $x_{i(n)}^{(n)}$: transportation time fraction of feeding to noncontinuous unit $i(n)$
 $x_{i(n)}^{(n+1)}$: transportation time fraction of discharging from noncontinuous unit $i(n)$
 $x_k^{(N+1)}$: transportation time fraction of customer demand
 $t_k^{(N+1)}$: initial delay time of customer demand
 $t_{i(n)}^{(n)}$: initial delay time of feedstock feeding to noncontinuous unit $i(n)$



이 경 범

1961년 1월 3일생, 1983년에 서울대학교에서 화학공학과 학사, 1985년에 KAIST에서 화학공학과 석사학위를 받았으며 1992년 Purdue 대학 화학공학과에서 박사학위를 하였다. 1985-1988년 쌍용정유에서 공정기사로, 1992-1996년 호남정유 기술연구소에서 연구원으로, 1996년부터 부경대학교 화학공학과 조교수로 있음. 주요 관심 분야는 화학공장 생산계획 및 물류 최적화, 재고관리, 공정제어 및 최적화 등.

$t_{i(n)}^{(n+1)}$: initial delay time of product discharging from noncontinuous unit $i(n)$
 $t_k^{(1)}$: initial delay time of raw material purchasing

그리스 문자

$\lambda_{lb}^{(n)}$: Lagrange multipliers
 $\lambda_D^{(n)}$: Lagrange multipliers
 $\omega_k^{(N+1)}$: cycle time of customer demand, year
 $\omega_k^{(1)}$: cycle time of raw material purchasing, year
 $\omega_{i(1)}$: cycle time of noncontinuous units, year
 $\Psi_{i(n)}$: defined by (44)

하첨자

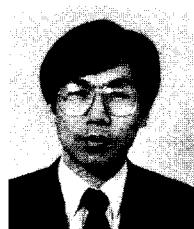
$i(n)$: noncontinuous unit index of n -th stage
 k : raw material vendors or final product customers

상첨자

$j(1)$: raw material index
 $j(n)$: intermediate product index of n -th stage
 $j(N+1)$: final product index
 n : stage index based on inventory point

특수함수

$\text{int}[.]$: truncation function to make integer
 $\text{res}[.]$: positive residual function to be truncated
 $u(.)$: unit step function



이 기 수

1955년 3월 30일생, 1978년에 서울대학교에서 화학공학과 학사, 1980년에 KAIST에서 화학공학과 석사학위를 받았으며 1988년 Purdue 대학 화학공학과에서 박사학위를 하였다. 1980-1994년 (주)포스코켐 중앙연구소에서 연구실장으로, 1994년부터 동국대학교 화학공학과 조교수로 있음. 주요 관심 분야는 회분식공정 설계 및 합성, 공정 스케줄링 및 최적화, 공정자동화 등.