

특이점 근방에서 역 기구학 해를 구하기 위한 자동 감쇄 분배 방법

A Damping Distribution Method for Inverse Kinematics Problem Near Singular Configurations

성 영 휘
(Young Whee Sung)

Abstract : In this paper, it is shown that the conventional methods for dealing with the singularity problem of a manipulator can be generalized as a local minimization problem with differently weighted objective functions. A new damping method proposed in this article automatically determines the damping amounts for singular values, which are inversely proportional to the magnitude of the singular values. Furthermore, this can be done without explicitly computing the singular values. The proposed method can be applied to all the manipulators with revolute joints.

Keywords : manipulator inverse kinematics, singularity problem, damped least-squares method, local minimization, singular value decomposition

I. 서론

회전 관절을 갖는 머니플레이터에는 특이점(singular points)이 존재하는데, 이 특이점에서 또는 특이점 근방에서는 머니플레이터의 손끝(end-effector)을 특정한 방향으로 이동시키고자 할 때 매우 큰 관절 속도를 필요로 하게 된다. 하지만 실제 머니플레이터의 구동기는 물리적인 한계가 있으므로 이러한 영역에서는 필요로 하는 관절 속도를 제공할 수 없게 되고 따라서 주어진 명령을 수행할 수 없게 된다. 우선 회전 관절을 갖는 머니플레이터의 특이점에 대해서 알아보기 위하여 (1)과 같이 머니플레이터의 손끝의 속도 $\dot{x} \in R^m$ 와 관절 속도 $\dot{z} \in R^n$ 사이의 기구학적 관계를 생각해 보자[1].

$$\dot{x} = J(\theta)\dot{\theta} \quad (1)$$

여기에서 $J \in R^{m \times n}$ 는 자코비안(Jacobian) 행렬이고 $m \leq n$ 이다. 작업 공간에서의 작업이 \dot{x} 으로 주어졌을 때, $m = n$ 이고 $\det(J) \neq 0$ 라면 J 의 역행렬을 구함으로써 $\dot{\theta}$ 을 구할 수 있다.

$$\dot{\theta} = J^{-1}\dot{x} \quad (2)$$

하지만 특이점에서는 J 의 역행렬이 정의되지 않으므로 해를 구할 수 없게 된다. 또한 특이점 근방에서는 ill-conditioned이고 손끝의 작은 이동 속도를 달성하기 위해서 관절 속도가 과다하게 요구된다.

이와 같은 특이점 근방에서의 역기구학 문제를 해결하기 위하여 damped least-squares 방법이 Wampler II[3]와 Nakamura등[4]에 의해 비슷한 시기에 각각 제안되었다. 이 방법은 특이점 근방에서 주어진 손끝의 궤적을 정확히 추종하는 것을 포기하여 어느 정도의 오차를

감수하는 대신 관절 속도를 적절한 한도 내로 제한함으로써 현실적으로 가능한 해를 구하자는 방법이다. 이 방법은 계산량이 많이 증가하지 않으면서도 해를 구할 수 있는 장점이 있으나 모든 특이값들(singular values)을 동일한 감쇄 계수(damping coefficient)로 감쇄(damping)하기 때문에 불필요하게 큰 궤적 오차를 발생시키게 되는 단점이 있다. 실제로 특이점에서일지라도 머니플레이터가 자유롭게 이동할 수 있는 방향은 존재하게 되며 이러한 방향에 대해서는 감쇄를 할 필요가 없다. 관절 속도가 과다하게 필요하게 되는 가장 큰 요인은 이동해야 할 방향과 최소 특이값에 따른 특이 벡터(singular vector)가 나타내는 방향이 같은 경우이다. 따라서 불필요한 궤적 오차를 줄이기 위해서는 모든 특이값을 동일한 양으로 감쇄하는 대신 특이값의 크기에 따라 감쇄하는 양을 달리해 주어야 한다. 이와 같은 방법이 가능하기 위해서는 특이값에 대한 정보를 얻는 것이 필수적인데 특이값들을 구하는 데 사용하는 알고리즘인 singular value decomposition은 매우 계산량이 많아 실시간으로는 사용할 수 없는 것으로 알려져 있다[5]. 이와 같은 계산량을 줄이기 위하여 Maciejewski등은 특이값 들을 수치적으로 추정(estimation)하여 구하는 방법을 제안하기도 하였다[5][6]. 몇 가지 간단한 형태의 머니플레이터에 한하여 symbolic 형태로 특이값 들을 구하는 symbolic singular value decomposition방법이 Kircanski등에 의해 제안되었는데[7][8] 이 방법에서는 미리 symbolic의 형태로 구해 놓은 최소 특이값을 사용하므로 계산량이 매우 줄었으며 불필요한 궤적 오차 없이 적절한 관절 속도를 얻을 수 있었다. 그러나 특이값 들을 symbolic 형태로 표시할 수 있는 머니플레이터가 매우 제한적이라는 단점이 있다.

이 논문의 구성은 다음과 같다. II장에서는 기존의 방법들을 국소 최소화(local minimization)의 관점에서 다

접수일자 : 1998. 4. 14., 수정완료 : 1998. 8. 7.

성영휘 : 금오공과대학교 전자공학부

※ 이 연구는 1998년도 금오공과대학교 학술 연구비에 의하여 연구된 것입니다.

시 살펴본 후 특이값 근방에서도 역기구학 해를 구할 수 있는 새로운 방법을 제안한다. 제안하는 방법은 특이값들을 직접 구하지 않고도 이 특이값들의 크기에 따라 감쇄의 양을 자동으로 적절히 분배하는 자동 감쇄를 할 수 있다. III장에서는 시뮬레이션을 통하여 제안한 방법을 검증하고 IV장에서 결론을 맺는다.

II. 자동 감쇄 분배 방법

1. 국소 최소화의 관점에서 본 기존의 방법들

이 절에서는 기존의 방법들을 국소 최소화의 관점에서 살펴본다. 기존의 여러 가지 방법들이 국소 최소화의 문제로 표시될 수 있으며 이 방법들의 차이를 결정짓는 것은 최소화 하고자 하는 목적 함수 중 관절 속도 놈(norm)을 어떻게 가중치를 주는 가 하는 것에 달려 있다는 것을 보인다. 머니플레이터의 특이점 문제를 풀기 위하여 가장 먼저 시도되었던 의사 역행렬(the pseudoinverse)을 사용한 방법은 다음과 같은 국소 최소화 문제를 푸는 것이었다[1].

$$\begin{aligned} \min \quad & \frac{1}{2} \dot{\theta}^T \dot{\theta} \\ \text{s.t.} \quad & \dot{x} = J \dot{\theta} \end{aligned} \quad (3)$$

이 방법은 선형의 등식 제한 조건으로 주어진 머니플레이터의 궤적을 추종하면서 관절 속도 놈을 최소화하는 것으로 다음과 같은 해를 준다.

$$\dot{\theta} = J^T(JJ^T)^{-1} \dot{x} \equiv J^+ \dot{x} \quad (4)$$

여기에서 J^+ 는 J 의 의사 역행렬이다[2]. 이 해는 다음과 같은 최소화 문제의 해와 동일함을 쉽게 보일 수 있다.

$$\min \frac{1}{2} (J\dot{\theta} - \dot{x})^T (J\dot{\theta} - \dot{x}) \quad (5)$$

한편 임의의 실수 행렬(real matrix) $J \in R^{m \times n}$ 에 대해 두개의 orthogonal 행렬인 $U \in R^{m \times m}$ 와 $V \in R^{n \times n}$ 가 존재하며 다음과 같은 관계가 성립함이 알려져 있다[9].

$$\begin{aligned} J &= U \Sigma V^T \\ \Sigma &= [\text{diag}(\sigma_1 \cdots \sigma_m) 0] \equiv [\Sigma_I \ 0] \in R^{m \times n} \\ U &= [u_1 \cdots u_m], \quad V = [v_1 \cdots v_n] \end{aligned} \quad (6)$$

여기에서 $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \cdots \geq \sigma_m \geq 0$ 을 J 의 특이값이라 하고 u_i 와 v_i 는 각각 J 의 i 번째 left singular vector와 i 번째 right singular vector이고 $UU^T = I_m$, $VV^T = I_n$ 이다. 이와 같은 singular value decomposition을 사용하여 (4)를 다시 표시하면 다음과 같다.

$$\dot{\theta} = J^+ \dot{x} = V \Sigma^{-1} U^T \dot{x} \quad (7)$$

$$\Sigma^{-1} = \begin{bmatrix} \text{diag}(\sigma_1^{-1}, \dots, \sigma_m^{-1}) \\ 0 \end{bmatrix} \text{이다.}$$

Damped least-squares 방법은 머니플레이터 손끝의 궤적 오차를 정확히 추종하는 것을 포기하고 어느 정도의 오차를 감수하는 대신 관절 속도를 줄이려는 방법으로 다음과 같은 최소화 문제로 표시된다.

$$\min \frac{\alpha}{2} \dot{\theta}^T \dot{\theta} + \frac{1}{2} (J\dot{\theta} - \dot{x})^T (J\dot{\theta} - \dot{x}) \quad (8)$$

(8)에서 α 는 양수로서 궤적 오차의 크기와 관절 속도의

크기와의 상대적인 중요도를 결정하는 가중치(weighting factor)이다. 이 때의 해는 다음과 같다.

$$\dot{\theta} = J^T(JJ^T + \alpha I)^{-1} \dot{x} = V \Sigma^+ U^T \dot{x} \quad (9)$$

이 때 $\Sigma^+ = \begin{bmatrix} \text{diag}(\sigma_1/(\sigma_1^2 + \alpha), \dots, \sigma_m/(\sigma_m^2 + \alpha)) \\ 0 \end{bmatrix}$ 이다. (7)에서는 최소 특이값(minimum singular value) σ_m 이 0에 가까워지면 대각 행렬의 m 번째 성분이 무한히 커지게 되고 따라서 이 항에 의한 관절 속도도 무한히 커지는 반면 (9)에서는 대각 행렬의 m 번째 성분이 0으로 접근하면 이 항으로 인한 관절 속도도 0으로 접근하게 됨을 알 수 있다.

Symbolic singular value decomposition 방법에서는 특이값들을 symbolic 식으로 표현한 후 최소 특이값만을 감쇄하는 방법으로 이 방법은 근본적으로 다음과 같은 최소화 문제의 해와 같음을 쉽게 보일 수 있다.

$$\min \frac{\alpha}{2} \dot{\theta}^T v_m v_m^T \dot{\theta} + \frac{1}{2} (J\dot{\theta} - \dot{x})^T (J\dot{\theta} - \dot{x}) \quad (10)$$

여기에서 v_m 은 J 의 m 번째 right singular vector 이고, 이 때의 해는 (11)과 같다.

$$\dot{\theta} = (J^T J + \alpha v_m v_m^T)^{-1} J^T \dot{x} = V \Sigma^* U^T \dot{x} \quad (11)$$

$$\text{단 } \Sigma^* = \begin{bmatrix} \text{diag}(\sigma_1^{-1}, \dots, \sigma_{m-1}^{-1}, \sigma_m, \dots, \sigma_m/(\sigma_m^2 + \alpha)) \\ 0 \end{bmatrix} \text{이다.}$$

지금까지 특이점 근방에서의 역기구학 해를 구하기 위한 몇 가지 방법들에 대하여 살펴보았다. 이제 이와 같은 관찰을 근거로 위의 방법들을 (12)와 같은 최소화 문제로 일반화하여 보자.

$$\min \frac{\alpha}{2} \dot{\theta}^T V B V^T \dot{\theta} + \frac{1}{2} (J\dot{\theta} - \dot{x})^T (J\dot{\theta} - \dot{x}) \quad (12)$$

여기에서 $B \in R^{n \times n}$ 는 가중치 행렬로 대각 행렬이라 하자. 위에서의 여러 가지 방법들은 이 가중치 행렬을 어떻게 정하는가에 따라 결정된다. 즉 어떤 관절 속도 성분을 목적 함수에 추가하여 최소화 할 것인가에 따라 달라지게 된다. (12)에서 $B=0$ 인 경우는(5)와 같은 식이 되며 의사 역행렬을 사용하는 경우와 같다. 또한 $B=I$ 인 경우에는 $V B V^T = I$ 이므로 (8)이 되고 damped least-squares 방법과 같아지게 된다. 전술한 바와 같이 이 방법은 모든 관절 속도 성분을 목적 함수에 포함시키며 따라서 모든 성분을 같은 양으로 감쇄하게 됨을 알 수 있다. Symbolic singular value decomposition 방법은 특이값 중에서 가장 크기가 작은 최소 특이값과 관련된 관절 속도 성분만을 목적 함수에 포함시키므로 이 최소 특이값만을 감쇄하게 되고 이 경우는 B 의 m 번째 성분만이 1이고 나머지는 모두 0인 경우로 이 때 $V B V^T = v_m v_m^T$ 이다. 이제 (12)의 해를 구하면 (13)과 같다.

$$\dot{\theta} = (J^T J + \alpha V B V^T)^{-1} J^T \dot{x} \quad (13)$$

여기에서 $B = \begin{bmatrix} B_1 & 0 \\ 0 & B_2 \end{bmatrix}$ 이고 $B_1 \in R^{m \times m}$, $B_2 \in R^{(m-n) \times (m-n)}$ 는 모두 대각 행렬이라 하자. $J^T J \in R^{n \times n}$ 이고 $J J^T \in R^{m \times m}$ 이므로 계산량을 줄이기 위하여 (13)에 (6)을 대입하여 정리하면 (14)와 같이 됨을 보일 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{\theta} &= (J^T J + \alpha V B V^T)^{-1} J^T \dot{x} \\ &= J^T (J J^T + \alpha U B_1 U^T)^{-1} \dot{x} = V \Sigma^\# U^T \dot{x} \end{aligned} \quad (14)$$

여기에서 $\Sigma^\# = \begin{bmatrix} \text{diag}(\sigma_1/(\sigma_1^2 + b_1\alpha), \dots, \sigma_m/(\sigma_m^2 + b_m\alpha)) \\ 0 \end{bmatrix}$ 이고, b_i 는 B_1 의 i 번째 성분이다.

2. 자동 감쇄 분배 방법

전 절에서는 머니플레이터의 특이점 근방에서 역기구학 문제를 풀기 위하여 특이값을 감쇄하는 방법들의 일반적인 형태는 (12)와 같은 국소 최소화 문제로 일반화시킬 수 있으며 이 해들의 일반적 형태는 (14)로 주어짐을 보였다. 특이값의 감쇄와 관절 속도의 크기와 관계를 좀 더 명확하게 보이기 위하여 새로운 변수 $\dot{\theta}^* \equiv V^T \dot{\theta}$ 과 $\dot{x}^* \equiv U^T \dot{x}$ 으로 (14)를 표시해 보자. 이때 $\dot{\theta}^*$ 와 \dot{x}^* 는 각각 머니플레이터의 관절 속도 $\dot{\theta}$ 과 손끝의 속도 \dot{x} 을 회전 이동한 것으로 새로운 좌표축에서의 속도를 나타내는 벡터들이다. 이 변수들을 사용하여 (14)를 표시하면 (15)와 같다.

$$\dot{\theta}^* = \Sigma^\# \dot{x}^* \quad (15)$$

\dot{x}_i^* 와 $\dot{\theta}_i^*$ 를 각각 \dot{x}^* 와 $\dot{\theta}^*$ 의 i 번째 성분이라 하면 (15)는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_i^* &= \frac{\sigma_i}{\sigma_i^2 + b_i\alpha} \dot{x}_i^*, \quad \text{for } i=0, \dots, m \\ \dot{\theta}_i^* &= 0, \quad \text{for } i > m \end{aligned} \quad (16)$$

(16)에서와 같이 속도를 새로운 변수로 표현함으로써 특이점 근방에서 특이값의 크기가 작아짐에 따라 관절 속도 놈의 크기가 커지는 것과 특이값을 감쇄함으로써 이러한 관절 속도 놈의 크기를 일정 한도 내로 제한하는 효과 등을 보다 쉽게 알 수 있다.

이와 같이 B_1 의 각 성분들인 b_i 의 크기에 따라 여러 가지 감쇄 방법들의 특성이 결정된다. 이제 특이점 근방에서의 역 기구학 문제를 풀기 위한 새로운 방법을 제안한다. 제안하는 방법에서는 특이값들을 계산하지 않고도 특이값의 크기에 반비례하도록 자동으로 감쇄의 양을 결정해 준다. 우선 $(J J^T)^{-1}$ 을 U, Σ, V 를 사용하여 표시하면 다음과 같다.

$$(J J^T)^{-1} = U \Sigma_1^{-2} U^T \quad (17)$$

여기에서 $\Sigma_1^{-2} = \text{diag}(1/\sigma_1^2, \dots, 1/\sigma_m^2)$ 이다. 따라서,

$$\text{trace}((J J^T)^{-1}) = \sum_{i=1}^m \frac{1}{\sigma_i^2} \quad (18)$$

(17)과 (18)로부터

$$\begin{aligned} &(J J^T)^{-1} / \text{trace}((J J^T)^{-1}) \\ &= U \Sigma_1^{-2} U^T / \sum_{i=1}^m \frac{1}{\sigma_i^2} \\ &= U \text{diag}\left(1 / \sum_{i=1}^m \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_i}\right)^2, \dots, 1 / \left(\frac{\sigma_m}{\sigma_i}\right)^2\right) U^T \\ &= U \Sigma^\circ U^T \equiv A \end{aligned} \quad (19)$$

전 절에서 유도하였던 일반식 (14)와 비교하여 보면

$B_1 = \Sigma^\circ$ 임을 알 수 있다. 한편

$$(J J^T)^{-1} / \text{trace}((J J^T)^{-1}) = \text{adjoint}(J J^T) / \text{trace}(\text{adjoint}(J J^T)) \quad (20)$$

이므로 실제 관절 속도는 (21)을 사용하여 구한다.

$$\dot{\theta} = J^T (J J^T + \alpha A)^{-1} \dot{x} = J^T \left(J J^T + \alpha \times \frac{\text{adjoint}(J J^T)}{\text{trace}(\text{adjoint}(J J^T))} \right)^{-1} \dot{x} \quad (21)$$

제안한 방법에서는 (21)을 사용하여 해를 구하는데 특이값을 직접적으로 계산하지 않는 대신 $\text{adjoint}(J J^T)$ 를 계산하는 것이 필요하게 된다. 하지만 $\text{adjoint}(J J^T)$ 가 대칭 행렬이라는 것과 계산량이 많지 않다고 알려진 damped least-squares 방법에서도 α 를 결정하기 위하여 $\det(J J^T)$ 를 계산해야 한다는 사실을 고려하면 제안한 방법에서의 부가적인 계산량은 그다지 많지 않다는 것을 알 수 있다. 값의 결정에 대해서는 III장에서 상세히 설명한다.

이제 제안한 방법이 어떻게 자동으로 감쇄를 분배하는가를 살펴보자. 제안한 방법에서는 가중치 행렬 B_1 의 각 성분이 (22)와 같다.

$$b_i = 1 / \sum_{j=1}^m \left(\frac{\sigma_j}{\sigma_i} \right)^2, \quad i=1, \dots, m \quad (22)$$

한편 (16)에서 알 수 있는 바와 같이 $b_i=0$ 이면 감쇄를 하지 않는 것이고 b_i 가 클수록 감쇄를 많이 하는 것이다. 전 절에서 살펴보았듯이 의사 역행렬 방법에서는 $b_i=0$ (for all i)이고 damped least-squares 방법에서는 $b_i=0$ (for all i)이며 symbolic singular value decomposition 방법에서는 최소 특이값만을 감쇄하므로 $b_m=1, b_i=1 (i \neq m)$ 이다. 제안한 방법에서는 항상 $\sum_{i=1}^m b_i=1$ 과 $b_1 \leq b_2 \leq \dots \leq b_m$ 이 성립하므로 전체 감쇄하는 양의 합은 항상 1이며 특이값의 크기가 작을수록 감쇄의 양을 많이 분배하는 바람직한 특성이 있음을 알 수 있다. 예를 들어 머니플레이터가 특이점 근방으로 다가 가면 최소 특이값 σ_m 이 0으로 접근하게 되고 이에 따라 $b_m \rightarrow 1, b_i \rightarrow 0 (i \neq m)$ 이 된다. 즉 특이점에서는 symbolic singular value decomposition 방법에서와 같이 최소 특이값만을 감쇄하게 된다.

다음은 기존의 방법과 제안한 방법에서의 경로 오차에 대하여 살펴본다. 머니플레이터가 추종해야 할 관절 속도 공간에서의 경로는 (1)과 같이 주어지며 이것을 앞에서 정의한 새로운 변수를 사용하여 표시하면 $\dot{x}^* = \Sigma \dot{\theta}^*$ 가 된다. 따라서 관절 속도 공간에서의 경로 오차는 Π 의 1에서 구한 관절 속도를 사용하여 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\dot{e} = \dot{x}^* - \Sigma \dot{\theta}^* = \dot{x}^* - \Sigma \Sigma^\# \dot{x}^* = (I - \Sigma \Sigma^\#) \dot{x}^* \quad (23)$$

따라서 경로 오차의 놈은 (24)와 같이 주어진다.

$$\|\dot{e}\|^2 = \sum_{i=1}^m (x_i^*)^2 \left(\frac{b_i \alpha}{\sigma_i^2 + b_i \alpha} \right)^2 \quad (24)$$

(24)와 각각의 방법에서의 b_i 의 값으로부터 경로 오차의 크기는 damped least-squares 방법, 본 논문에서 제안한 방법, 그리고 symbolic singular value decompo-

sition 방법의 순으로 크을 알 수 있다.

III. 시뮬레이션 결과

이 장에서는 전 장에서 제안한 자동 감쇄 분배 방법을 간단한 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 검증한다. 시뮬레이션에서 사용할 머니플레이터는 그림 1에 나타난 PUMA 머니플레이터의 처음 세 개의 회전 관절로만 이루어진 lower arm 부분이고, 계산을 간단히 하기 위하여 Denavit-Hatemberg's parameters[10]가 $d_2 = a_3 = 0$, $a_2 = 0.4318m$, $d_4 = 0.43307m$ 로 한다.

첫 번째 시뮬레이션에서는 머니플레이터의 초기 위치 (0.0, 0.4794, 0.6841)에서 최종 위치 (0.0, -0.4794, 0.6841)로 1초 동안 이동하는 작업으로 $t=0.5$ 초에서 특이점을 지나도록 명령이 주어진 경우이다. 머니플레이터에게 주어지는 실제 속도 명령 \dot{x}_c 는 (25)와 같이 원래의 속도 명령과 위치 오차에 의한 보정 항이 추가된 것으로 주어진다[5].

$$\dot{x}_c = \dot{x}_d + k_p(x_d - x_a) \tag{25}$$

여기에서 k_p 는 위치 오차 제환 이득(position error feedback gain)이고 x_d 는 목표 위치, x_a 는 실제 위치를 나타낸다. 또한 정규화된 궤적 추종 오차(normalized end-effector tracking error)는 (26)와 같이 정의한다[5].

$$\dot{x}_{err} = \frac{\|\dot{x}_c - J\dot{\theta}\|}{\|\dot{x}_c\|} \tag{26}$$

한편 damped least-squares(DLS)방법에서 궤적 오차를 줄이기 위하여 감쇄의 양을 결정하는 값 자체를 특이점에서 멀리 떨어져 있을 경우에는 작게 하고 특이점에 가까이 접근함에 따라 크게 한다. 또한 특이점에 어느 정도 가까이 갔을 때부터 감쇄를 시작할 것 인가도 결정하여야 한다. 이와 같은 이유에서 α 를 조작 성능 지수(manipulability measure) [11] $w = \sqrt{\det(JJ^T)}$ 의 함수로 표시한다.

$$\alpha = \begin{cases} \alpha_0(1 - w/w_0)^2 & \text{for } w < w_0 \\ 0 & \text{for } w > w_0 \end{cases} \tag{27}$$

여기에서 α_0 는 특이점에서의 감쇄 계수(damping coefficient)이고 w_0 는 특이점 근방인지를 판별하기 위한 임계치(threshold value)이다[4]. 시뮬레이션에서는 이 두 값을 모두 0.01로 하였다. 제안한 방법과 damped least-squares(DLS) 방법에 따라 구한 결과를 그림 2에 나타내었다. 그림 2의 (a), (b), (c)에서 보듯이 제안한 방법이 DLS 방법에 비해 관절 속도 높이가 약간 크지만 궤적 추종 오차를 상당히 줄이고 있음을 알 수 있다. $t=0.36$ 초 정도에서 특이 영역으로 접근함에 따라 감쇄가 시작되고 $t=0.64$ 초 근방에서는 특이 영역을 벗어났기 때문에 감쇄를 하지 않음을 그림 2의 (d), (e)에서 알 수 있다. DLS 방법에서는 모든 특이값들을 (d)에 나타난 감쇄 계수로 동일하게 감쇄하는 반면 제안한 방법은 (e)에서와 같이 세 특이값의 크기에 따라 각각 다른 감쇄 계

수로 감쇄하고 있다. 그림 2의 (f)는 특이값 들의 변화를 보이고 있는데 $t=0.5$ 초 근방에서 특이점에 접근함에 따라 최소 특이값이 0에 가까워지면서 이에 해당하는 감쇄 계수가 커짐을 (e)에서 보이고 있다.

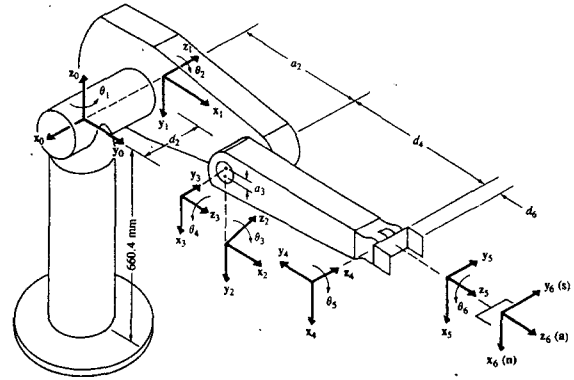


그림 1. PUMA 로봇과 D-H 파라미터. Fig. 1. PUMA robot and its D-H parameters.

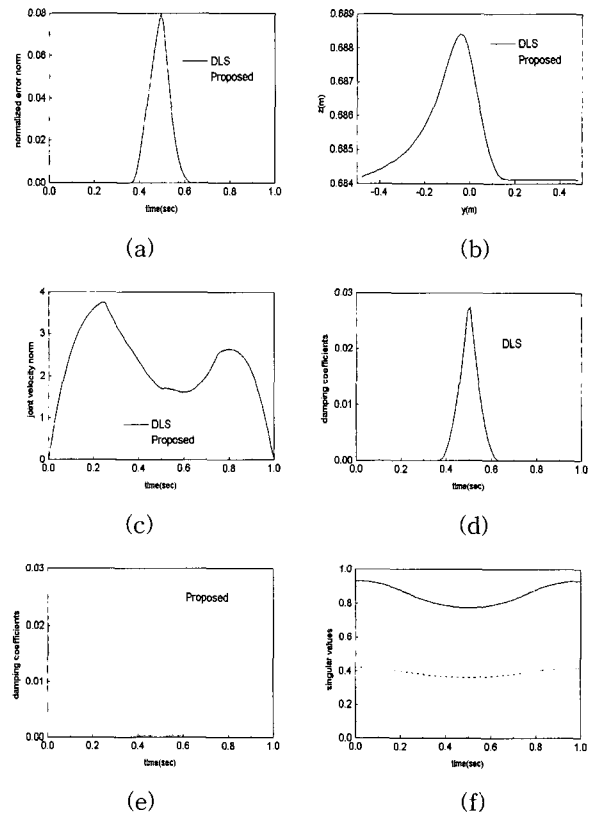


그림 2. 직선 운동에 대한 시뮬레이션 결과. (a) 손 끝의 궤적 (b) 정규화된 오차의 놈 (c) 관절 속도의 놈 (d) 감쇄 계수(DLS의 경우) (e) 감쇄 계수(제안된 방법의 경우) (f) 특이값

Fig. 2. Results of the one-dimensional simulation. (a) Trajectories of the end-effector (b) Norms of normalized errors (c) Norms of joint velocities (d) Damping coefficients (DLS) (e) Damping coefficients (proposed method) (f) Singular values

두 번째 시뮬레이션에서는 초기 위치가 (0.0, 0.063, 0.706)이고 y 방향으로 0.5m, z 방향으로 1.41m인 사각형 모양의 궤적을 시계 방향으로 4초 동안 이동하는 작업으로 $t=1.0$ 초와 $t=2.0$ 초에서 외부 특이점을 그리고 $t=3.5$ 초에서 내부 특이점 근방을 지나도록 작업 경로가 주어진 경우이다. 결과는 그림 3에 나타나 있는데 $t=1.0$ 초와 $t=2.0$ 초에서의 외부 특이점 근방에서는 두 방법이 감쇄 계수를 달리 했음에도 불구하고 관절 속도 놈과 궤적 추종 오차가 거의 비슷하였는데 이는 그림 3의 (f)의 특이값 들의 크기에서 알 수 있듯이 머니플레이터가 감쇄의 영향으로 이 외부 특이점들에서 비교적 떨어져서 이동하였기 때문이다. 한편 $t=3.5$ 초에서는 내부 특이점에 보다 근접하였고 이 때는 예상한 바와 같이 제안한 방법이 DLS와 비교하여 관절 속도 놈은 증가하고 궤적 추종 오차는 감소시키는 결과를 확인할 수 있다.

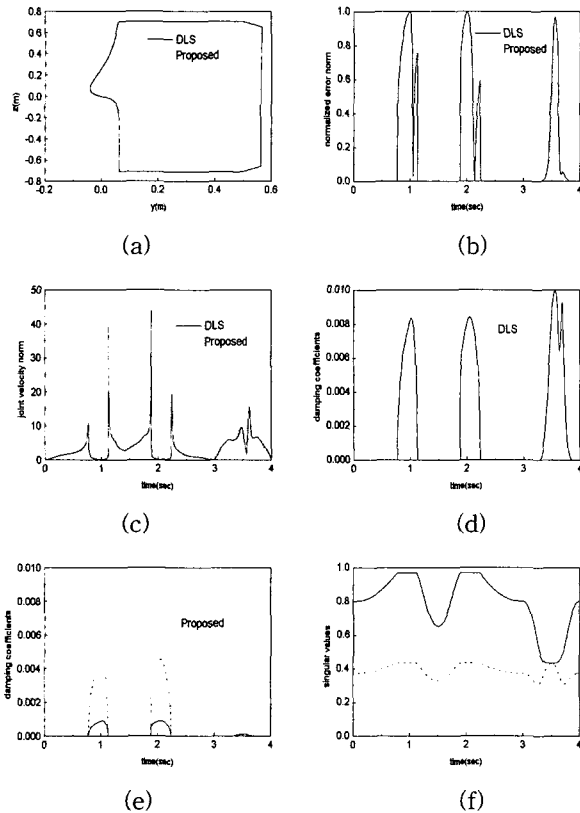


그림 3. 평면 운동에 대한 시뮬레이션 결과. (a) 손 끝의 궤적 (b) 정규화된 오차의 놈 (c) 관절 속도의 놈 (d) 감쇄 계수(DLS의 경우) (e) 감쇄 계수(제안된 방법의 경우) (f) 특이값

Fig. 3. Results of the two-dimensional simulation. (a) Trajectories of the end-effector (b) Norms of normalized errors (c) Norms of joint velocities (d) Damping coefficients (DLS) (e) Damping coefficients (proposed method) (f) Singular values

IV. 결론

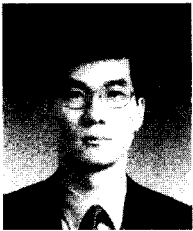
머니플레이터의 특이점 근방에서 역기구학 해를 구하기 위하여 제안된 몇 가지 방법들에 대하여 국소 최소화 의 관점에서 살펴보았는데 이들 방법들은 최소화해야 할 목적 함수 중 관절 속도 놈을 어떻게 가중치를 주는가 하는 차이만이 있음을 보였다. 또한 직접적으로 특이값 들을 계산하지 않고도 특이값들의 크기에 반비례하여 감쇄의 양을 자동으로 결정하여 주는 새로운 방법을 제안 하였다. 제안한 방법은 모든 특이값들을 동일한 양으로 감쇄하는 방법에 비하여 전체 감쇄의 양이 줄어들기 때문에 관절 속도 놈은 증가하는 반면 궤적 추종 오차는 감소시키는 성질이 있다. 제안한 방법은 여유 자유도 머니플레이터를 포함하여 모든 형태의 머니플레이터에 적용할 수 있다.

참고문헌

- [1] D. E. Whitney, "Resolved motion rate control of manipulators and human prostheses," *IEEE Trans. Man-Machine Systems*, MMS-10(2), pp. 47-53, 1969.
- [2] A. Ben-Israel and T. N. E. Greville, *Generalized Inverses : Theory and Applications*, Wiley, New York, 1974.
- [3] C. W. Wampler II, "Manipulator inverse kinematics solutions based on damped least-squares solutions," *IEEE Trans. Sys., Man, and Cybernetics*, vol. SMC-16, no. 1, pp. 93-101, 1986.
- [4] Y. Nakamura and H. Hanafusa, "Inverse kinematic solutions with singularity robustness for robot manipulator control," *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, vol. 108, pp. 163-171, 1986.
- [5] A. A. Maciejewski and C. A. Klein, "Numerical filtering for the operation of robotic manipulators through kinematically singular configurations," *Journal of Robotic Systems*, vol. 5, no. 6, pp. 527-552, 1988.
- [6] A. A. Maciejewski and C. A. Klein, "The singular value decomposition : computation and applications to robotics," *Int. Journal of Robotics Research*, vol. 8, no. 6, pp. 63-79, 1989.
- [7] M. V. Kircanski and M. Dj. Boric, "Symbolical singular value decomposition for a PUMA robot and its application to a robot control," *Proc. of Int. Symp. on Industrial Robots ISIR'92*, pp. 255-260, 1992.
- [8] M. V. Kircanski and M. Dj. Boric, "Symbolic singular value decomposition for a PUMA robot and its application to a robot operation near singularities," *Int. Journal of Robotics Research*, vol. 12, no. 5, pp. 460-472, 1993.

- [9] G. H. Golub, L. Van, and F. Ch, *Matrix Computations*. The John Hopkins, University Press, 1989.
- [10] K. S. Fu, et al, *Robotics : Control, Sensing, Vision, and Intelligence*, McGraw-Hill, 1987.

- [11] T. Yoshikawa, "Analysis and control of robot manipulators with redundancy," In *M. Brady and R. Paul(eds.):Robotics Research: The First International Symposium*. MIT Press, pp. 735-747, 1984.



성영휘

1962년 5월 20일생. 1988년 고려대학교 전자공학과(공학사). 1991년 한국과학기술원 전기 및 전자공학과(공학석사). 1996년 한국과학기술원 전기 및 전자공학과(공학박사). 1995년 9월 -1996년 8월 Oxford university, Dept. of Engineering Science 방문 연구원. 1996년 9월 -1998년 2월 LG산전, LG 종합기술원 선임연구원. 1998년 3월-현재 금오공과대학교 전자공학부 전임강사. 주관심 분야는 여유 자유도 머니플레이터, 로봇 경로 계획, 지능 제어, 공장 자동화.