

초등학교 학생들의 비례논리 전략의 발달에 대한 연구

정완호 · 권용주¹ · 김영신

한국교원대학교 · 경북대학교¹

A Study on the Development of Proportional Reasoning Strategies Applied in Elementary School Students.

Chung, Wan-Ho, Yong-Ju¹ Kwon and Young-Shin Kim

Korea National University of Education · Kyungpook National University¹

ABSTRACT

The purpose of the present study was to investigate the development of elementary school student's reasoning strategies used in proportional tasks. Three hundred and ninety elementary students were sampled to investigate their reasoning strategies used in Pouring Water Tasks. Results showed that 4 percentage of students used proportional reasoning strategy. By the way, about 80 % of students used qualitative guess or additive strategies to solve proportion tasks. Further, about fifth-grade or 11-year-old students began to use proportional reasoning strategy. Also, female and male students' development of reasoning strategies improved from 1st grade across 5th grade and from 6-year-old across 11-year-old. However, female did not show the improvement of strategy development after 5th-grade or 11-year-old. However, male students showed a continuous improvement after the grade or age. In addition, students showed developmental patterns of spurts and plateau, rather than a linear developmental pattern.

The present study also discussed educational implications of this findings in school curriculum.

1. 서론

대부분의 사람들은 비례의 수학적 정의를 인식하지 못하지만, 다양한 상황에서 비례 관계를 경험함으로써 상황들 사이의 유사점과 차이점을 비교·대조하고, 주위의 세계에 대한 질적 관계를 이해시켜 주는 비례 추론을 사용한다(NCTM, 1994). 또한, 비례 논리는 학생들에게 자신의 생각과 아이디어를 통합시켜서 체계적으로 조직할 기회를 주며, 사고를 확장시켜 주는 역할을 하기

도 한다(Garofalo & Mtewa, 1990). 이렇게 다양한 형태와 다양한 상황에서 유용하게 사용되어지기 때문에 비례논리는 일상생활에서 가장 널리 쓰이는 개념의 하나이며, 또한 과학 및 수학에서 가장 중요한 기초 개념이다.

그러나 비례 논리가 많은 분야에서 중요하게 활용되고 있음에도 불구하고, 많은 학생들이 비례 논리를 적용하거나 또는 비례 개념과 관련된 문제 해결을 어려워한다. 예를 들면, 형식적 조작기에 도달한 학생들뿐만 아니라 성인들도 비

례논리에 대해서 어려워하며(전우수, Lawson & 권용주, 1999; Capon & Kuhn, 1979; Karplus, Karplus & Wollman, 1974; Parllrand, 1979; Tourniaire & Pulos, 1985), 특히 중학교 학생들의 대부분이 비례논리를 적용하지 못하고 있다(이영숙, 1998; 정완호, 1998; 김미향, 1999; Kwon, 1997).

이상의 연구결과들처럼, 학생들이 비례논리에 대해 어려워하고 있기 때문에, 지난 25년간 많은 연구자들이 학생들의 비례 논리 능력과 일반적인 지구조의 변화, 비례 논리 사용 과정의 구체적인 차이 그리고 개인적 변인이 과제에 미치는 영향에 대해서 연구를 수행해 왔다(c.f., Tourniaire & Pulos, 1985). 예를 들면, 김진규와 임형(1995), Karplus et al.(1974), Kieren & Nelson(1978), Anderson(1979), Ncelting(1980), Lawson, Lawson, & Lawson(1984), 그리고 Farrell & Farmer(1985)는 비례 논리 과제에서 보여준 학생의 수행능력에 대해서 연구를 수행했으며, 정완호(1998) Gold(1978), Horowitz(1981), Pulos, Karplus & Stage(1981), Quintero & Schwartz(1982), Kwon(1997)은 비례 논리 수행능력과 관련된 변인에 대해서 연구를 수행했으며, 김미향(1999), Fischbein, Pampu & Minzat(1970), Lawson & Wollman(1975), Kwon(1997)은 비례 논리 프로그램의 효과를 분석한 연구를 수행했다.

비례 논리에 대해서 국내외의 많은 연구자들이 관심을 가지고 비례논리의 형성 정도, 비례 논리에 미치는 학습자 변인 등에 대해서 연구를 수행해 왔지만, 비례과제의 수행능력과 밀접한 관련을 가지는 비례 전략의 발달에 대한 연구는 미흡한 실정이다(Hart, 1988, Karplus et al., 1983, Laman, 1992, Lo & Watanabe, 1995). 실제로 Inhelder & Piaget(1958)에 따르면, 비례 논리의 발달은 비례문제 해결 전략의 발달에서 비롯된다고 해도 과언이 아니다.

Lawson(1986)에 따르면, 학생들은 크게 다음과 같은 4가지 비례전략을 보여준다고 하였다. 첫째, 정성적 추측전략에서는 학생들은 대략적

로 추정하여 값을 제시한다. 예를 들면, 물붓기 비례 과제에서 정성적 추측전략에 따르면 대략 10이라고 답한다. 둘째, 가산적 전략에서는 올라간 양만큼 비례를 고려하려 계산하기보다는 올라간 양만큼 그냥 더해주어 계산한다. 물붓기 과제에서 학생들은 $6 + 2 = 8$ 이라고 답한다. 셋째, 가산적 비례 전략에서는 가산적 전략에 비례 전략을 가미한 전략을 사용한다. 물붓기 과제에서 좁은 실린더에 $2 + 2 + 2 = 6$ 이 되므로, 넓은 실린더에는 $3 + 3 + 3 = 9$ 이 된다고 한다. 마지막으로 비례전략에서는 학생들이 비례논리를 사용한다. 물붓기과제에서는 $4/6 = 6/x$ 이므로, $x = 9$ 라는 논리를 사용한다.

비례 전략 단계는 비례 사이의 관계를 이해하게 해주며, 가역적 사고가 가능하게 된다. 그러나 Lawson은 학생들이 사용하는 비례전략에 대해서 이와 같이 조사해 놓았지만, 아직 학생들의 이러한 비례전략의 발달에 대해서는 체계적인 정보를 제공하고 있지 못하다. 특히, 비례전략이 발달 중에 있는 초등학교 학생들의 전략에 대한 체계적인 조사연구는 거의 찾아볼 수가 없는 실정이다.

따라서, 본 연구에서는 초등학교 학생을 대상으로 위에서 제시한 4가지 비례 전략이 어떻게 발달하는지를 살펴보고, 그 경향을 탐색하고자 하였다. 본 연구의 구체적인 연구 문제는 “학년과 연령에 따라 비례 전략은 어떻게 발전하는가?”와 “비례 논리의 형성 정도에 따라 비례 전략은 어떠한가?”이다.

II. 연구 방법

1. 피험자

초등학교 학생들의 비례 전략의 발달 정도를 살펴보기 위하여 초등학교 1학년에서 6학년까지의 학생 390명을 표집 하였다. 표집 대상은 읍·면 지역의 초등학교를 선정하였다. 구체적인 표집 구성은 <표 1>과 같다.

<표1> 피험자의 구성 단위 : 명

학년	1	2	3	4	5	6	전체
성 남학생	31	27	30	31	49	37	205
별 여학생	31	33	29	35	30	27	185
계	62	60	59	66	79	64	390

초등학교 학생들이 연령과 학년, 그리고 비례 논리의 형성 정도에 따라 비례 논리의 전략이 어떻게 발전되는 지를 살펴보기 위하여 초등학교 1학년에서 6학년까지의 남녀 학생 총390명을 표집하여 조사한 이들의 비례전략의 발달경향은 다음과 같이 나타났다.

2. 검사도구

초등학교 학생들의 비례 전략을 조사하기 위한 검사도구는 논리적 사고력 검사지(GALT)의 물붓기 과제(pouring water task)를 사용하였다. 물붓기 과제는 한 실린더에서 다른 실린더로 물을 옮겨 부으면 물이 얼마만큼 올라갈 것인지를 예측하는 문항이다. 물붓기 과제를 통하여 정성적 추측 전략(qualitative guess), 가산적 전략(additive strategy), 가산적 비례 전략(additive proportions strategy), 비례 전략(proportions strategy)의 4가지로 구분하였다. 정성적 추측 전략이 가장 초보적인 전략이며, 비례 전략이 가장 복잡한 전략이다(Lawson, 1994).

3. 분석 및 자료처리

물붓기 과제의 해결 과정의 분석을 통해서 4가지 해결 전략으로 분석하였다. 비례 전략 점수는 정성적 추측 전략을 1점, 가산적 전략을 2점, 가산적 비례 전략을 3점, 비례 전략을 4점으로 부과하여 처리하였다. 또한 논리적 사고 검사지의 비례 논리 문항을 사용하여 학생들의 비례 논리 형성 정도를 분석하였다. 이때 교차분할 방식을 사용하여 형성, 과도기, 미형성으로 분석하였다. 자료처리는 학년, 연령, 비례 논리 형성 정도를 독립변인으로 설정하고, 비례 전략 및 비례 전략 점수를 종속변인으로 설정하였다. 통계처리는 spss/pc⁺ 통계 프로그램을 이용하였다.

1. 학년별 분석

비례 논리의 전략이 학년에 따라 어떻게 변화되는 지를 살펴본 결과 <표 2>와 같이 나타났다. 저학년 학생 중 1학년과 2학년 학생들의 대부분은 정성적 추측 전략과 가산적 전략을 하는 것으로 나타났다. 다시 말하면, 학년과 2학년 학생들은 비례 논리가 포함된 문제를 해결하는데 적절한 논리전략을 거의 사용하지 못하는 것으로 나타났다. 3학년과 4학년 학생에서는 초보적인 과정을 통해서 비례 문제를 해결하고 있는 것으로 나타났다. 즉, 이들 중의 일부분이 가산적 비례 전략을 이용하여 문제를 해결하는 것으로 나타났다. 5학년과 6학년 학생에서는 비례 전략을 사용하는 학생이 일부분 나타났다.

더 나아가, 전체적으로 응답자의 약 7%만이 가산적 비례 전략 또는 비례 전략을 사용하는 것으로 나타났다. 또한 응답자의 약 43%가 정성적 추측을 통해서 비례 문제를 해결하는 것으로 나타났으며, 약 37%는 가산적 전략을 사용하는 것으로 나타났다. 즉, 대부분의 초등학교 학생들이 수학 과목이나 과학 과목 또는 일상 생활에서 가장 친숙한 논리인 비례 논리가 형성되지 못한 상태에 있다고 할 수 있다.

이상의 결과에서 볼 때, 5학년 학생부터 비례 전략을 사용할 수 있는 것으로 나타난 것은 5학년 교육과정에서 비, 비율에 관련된 학습내용이 제공되어 있어, 이러한 교수·학습 과정을 경험하기 때문으로 사료된다. 그러나 본 연구가 이미 학생들이 비례에 관련된 내용을 학습한 이후인 11월 이후에 조사를 실시하였지만, 5학년 전체

III. 연구 결과 및 논의

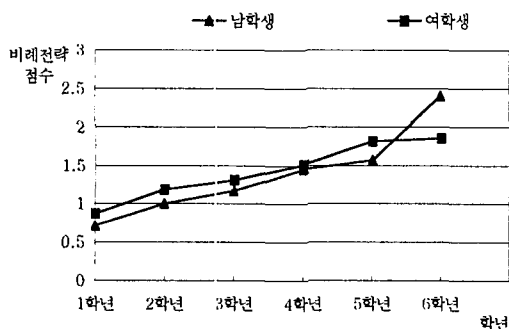
<표 2> 비례 전략에 따른 학년별 사례수

단위 : 명(%)

학년	1학년	2학년	3학년	4학년	5학년	6학년	계
전략 정성적 추측	25	32	37	35	31	8	168 (43.08)
가산적 전략	12	17	12	30	34	40	145 (37.18)
가산적 비례			4	1	4	1	10 (2.56)
비례 전략					5	12	17 (4.36)
무응답	25	11	6		5	3	50 (12.82)

조사 대상학생 79명중에 가산적 비례 전략이나 비례전략을 사용한 학생들이 전체의 약 11%(9/79명) 정도에 불과한 실정을 감안하면, 학교 교수·학습과정이 학생들의 비례논리발달에 효과적인 프로그램이라고 하기는 어렵다 하겠다.

성별에 따라 비례 전략 점수의 변화를 살펴본 결과, 대부분의 학년에서 여학생이 남학생보다 높은 점수를 얻은 것으로 나타났다. 남학생은 1학년에서 4학년까지 선형적으로 향상된 후, 5학년에서 약간 하락한 후 6학년에서 급상승하는 것으로 나타났다. 반면에 여학생의 경우는 1학년에서 5학년까지 대체로 선형적으로 증가한 후 6학년에서 급격히 하락하는 경향을 보여주고 있다.



<그림 1> 학년에 따른 비례 전략 점수의 변화

비, 비율에 관한 교수·학습 과정이 5학년에 제 공되어짐을 고려할 때 남학생들에게서 보여지는 급등 시기의 존재는 납득이 되지만, 여학생들에게서 나타나는 경향은 증가가 아닌 오히려 1학년에서 4학년까지의 증가경향을 이어가는 경향은 차지하고 심지어 정체를 보여주는 것은 흥미 있는 결과라 하겠다. 더 나아가, 이 시기에서 정체를 보이는 경향은 Epstein(1978)이 주장한 뇌의 성숙에서 보여지는 남녀간의 차이와 유사한 결과로서, 학생들의 인지적 기능의 발달이 선형적 증가경향이 아닌 비선형적 급등과 정체 시기를 거친다는 Kwon(1997, 1998)의 연구결과와 유사한 경향을 보여주는 결과이다.

학년에 따라 비례 전략 점수의 차이를 통계적으로 검증한 결과 <표 3>에서 보는 바와 같이 통계적으로 유의미한 차이가 있는 것으로 나타났다(F=23.2006, p<.001). 집단간의 통계적 차이는 1학년은 4~6학년에서 통계적으로 유의미하게 낮은 점수를 얻었다. 2학년은 5-6학년과 통계적으로 유의미한 점수를 얻은 것으로 나타났다. 또한, 6학년은 1-5학년과 통계적으로 유의미하게 높은 점수를 얻었다.

<표 3> 학년에 따른 변량분석 결과

변인	자유도	자승합	평균자승	F 값
집단간	5	21.56	4.31	23.20**
집단내	353	297.84	.78	
전체	358	319.41		

** p<.001

비례 전략 점수의 학년별 변화를 분석한 결과 6학년 학생 집단이 다른 학년에 비해 높게 나타난 것은 교육과정의 영향 때문으로 사료된다. 즉, 6학년 교육과정에서 비례와 반비례에 대한 학습이 추가적으로 이루어지기 때문이다.

2. 연령별 분석

연령에 따라 어떠한 비례 전략을 사용하는지

를 살펴본 결과, 대부분의 6세 아동은 정성적인 추측 전략을 사용해서 비례 문제를 해결하는 것으로 나타났으며, 7세부터는 일부분 가산적 전략을 사용하는 것을 볼 수 있다. 8세에서 10세 아동은 많은 부분 정성적 추측을 사용하고 또 가산적 전략의 사용이 많이 증가했음을 보여주고 있으나, 11세 이상의 아동부터는 가산적 전략의 사용이 가장 높은 비율을 차지하고 있고, 부분적으로 가산적 비례전략과 비례전략을 사용하는 것으로 나타났다. 한편, 전체적으로 살펴보면, 응답자의 약 43%가 비례 문제를 해결할 때, 정성적 추측을 통해서 문제를 해결하는 것으로 나타났으며, 약 37%는 가산적 전략을 사용하는 것으로 나타났다. 따라서 응답자의 약 92%의 학생이 잘못된 비례 전략을 사용하거나 비례 전략을 전혀 사용하지 못하는 것으로 나타났다.

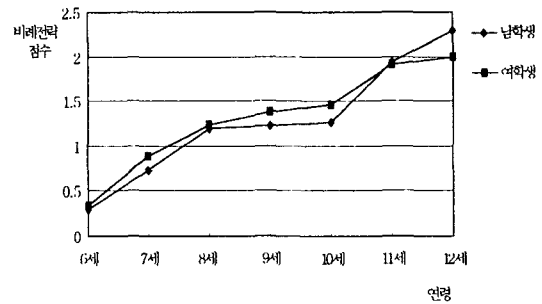
<표 5> 연령에 따른 비례 전략별 사례수

단위 : 명(%)

나이 전략	6세	7세	8세	9세	10세	11세	12세	계
정성적 추측	5	12	40	41	44	20	6	168 (43.08)
가산적 전략		9	20	21	28	43	24	145 (37.18)
가산적 비례			2	3	2	2	1	10 (2.56)
비례 전략						10	7	17 (4.36)
무응답	11	16	9	6	3	4	1	50 (12.82)

연령에 따라 사용하는 비례 전략의 차이가 통계적으로 유의미한 차이를 보였다($F=21.3741$, $p<.001$). 이러한 차이는 6세아동이 8세이상의 아동과 7세 아동은 10세 이상의 아동과 통계적으로 유의미한 차이가 있었다. 또한 11세이상의 아동과 10세이하의 아동사이에 통계적인 유의미한 차이가 있는 것으로 나타났다. 이는 두뇌의 발달에서 7세와 8세를 기준으로 하여 수 및 비례사

용에 대한 큰 변화가 있는 것으로 사료되며, 10세와 11세 사이에서도 논리의 사용에서 중요한 변화가 있는 시기인 것으로 사료된다.



<그림 2> 연령별 비례 전략 평균 점수의 변화

성별에 따라 비례 전략 점수의 변화를 살펴본 결과, 대체로 6세에서 11세까지는 유사한 발달 경향을 보여주고 있다. 즉, 6세에서 8세까지는 대체로 남녀 모두 증가하는 경향을 보여주고 있으며, 8세에서 10세까지는 대체로 정체시기를 보여주고 있다. 그리고 10세에서 11세까지는 남녀 모두 증가하는 경향을 보여주고 있기는 하지만, 여학생의 경우 그 증가세가 점차 둔화되고 있는 경향을 보였다. 그러나 이러한 경향은 12세가 되면서, 남학생의 경우는 가파른 증가경향을 계속 유지하고 있지만, 여학생의 경우는 남학생과 다른 정체경향을 보여주고 있다. 이는 대체로 학생들의 비례논리 전략의 발달이 11세까지는 거의 유사한 발달 경향을 나타내지만, 11세이후에는 차이나는 발달 경향을 보인다고 할 수 있겠다. 여학생이 11세이후의 시기에서 정체현상을 보여주는 것은 Epstein(1978)이 제시한 두뇌의 성숙경향과 유사한 경향일 뿐만 아니라 이 시기에 여학생들에게서 발달하는 사춘기와도 관련이 있으리라 본다. 물론, 보다 체계적인 연구가 수행되어야겠지만, 사춘기의 발달에 많은 에너지를 사용한 결과 인지기능의 발달에 상대적으로 다른 시기보다 적은 에너지가 활용되어 이러한 정체시기를 보여줄 수도 있다는 가설(Kwon, 1997)을 지지할 수 있는 자료이기도 하다. 더 나아가, 이

들 남녀학생들의 결과들에게서 공히 보여지는 연령대별 비선형적 급등과 정체현상은 Kwon & Lawson(1998)의 연구에서 제시된 결과와 일치하는 경향으로서, 앞으로의 교수·학습과정에 반드시 고려되어야 할 연구 결과라 할 수 있겠다.

연령에 따라 사용 비례 전략의 진행은 정성적 추측을 사용한 후에 가산적 전략을 사용하고, 그 후, 가산적 비례 전략을 거쳐 비례 전략으로 발전하는 것으로 사료된다. 여학생들이 연령에 따라 비례 전략 점수가 낮아지는 것이 수학 및 과학 성취도에 영향을 줄 것으로 사료된다. 이는 비례 논리가 수학 및 과학 과목의 기초적 내용이기 때문으로 판단되며, 이에 대한 구체적인 연구가 더 이루어져야 할 것이다.

3. 비례 논리 형성 수준

초등학교 1학년부터 6학년까지의 비례 논리 형성 정도를 분석한 결과, 1학년 학생은 비례 논리가 형성되지 않았으며, 2학년에서는 과도기 학생이 나타났다(표 6). 일부이기는 하지만 3학년 부터 비례 논리가 형성된 학생이 있었다. 학년이 올라갈수록 비례 논리가 형성된 학생이 증가하는 것으로 나타났다. 6학년에서 비례 논리가 형성된 학생은 응답자의 32.8%이며, 비례 논리가 형성되지 않은 학생은 응답자의 56.3%로 나타났다. 본 연구의 이러한 결과는 선행 연구와 비슷한 결과를 보이고 있다(김영희, 1988; 최재환, 이운환과 김애자, 1993)

비례 논리가 형성되지 않은 학생 중 80.9%의 학생이 가산적 전략이나 정성적 추측을 사용하였으며, 4.5%의 학생만이 가산적 비례 전략이나 비례 전략을 사용하고 있는 것으로 나타났다. 반면에 비례 논리가 형성된 학생의 72.2%가 가산적 전략이나 정성적 추측을 사용하였으며, 27.8%의 학생이 가산적 비례 전략이나 비례 전략을 사용하고 있는 것으로 나타났다.

한편, 비례 논리가 형성될수록 비례 전략 점수가 높은 것으로 나타났다. 비례 논리가 형성되지 않은 학생의 비례 전략 점수는 1.42점으로 가장

<표 6> 학년별 비례 논리 형성 정도

단위 : 명(%)

학년 논리	1학년	2학년	3학년	4학년	5학년	6학년
미형성	62 (100)	49 (81.7)	56 (94.9)	54 (81.8)	62 (78.5)	36 (56.3)
과도기	0 (0.0)	11 (18.3)	2 (3.4)	6 (9.1)	9 (11.4)	7 (10.9)
형성	0 (0.0)	0 (0.0)	1 (1.7)	6 (9.1)	8 (10.1)	21 (32.8)

낮았으나, 비례 논리가 형성된 집단은 1.92점으로 나타났다. 비례 전략 점수의 차이는 통계적으로 유의미한 차이를 보였으며($F=29.950, p<.001$), 비례 논리가 형성된 집단은 비례 논리가 형성되지 않은 집단, 과도기 학생 집단 보다 통계적으로 유의미한 점수를 얻은 것으로 나타났다.

<표 7> 비례 논리 형성 정도에 따른 비례 전략별 사례수 () : %

비례 전략	비례 논리 형성 정도		
	미형성	과도기	형성
가산적 전략	109 (34.2)	14 (40.0)	22 (61.1)
정성적 추측	149 (46.7)	15 (42.9)	4 (11.1)
가산적비례전략	7 (2.2)	2 (5.7)	1 (2.8)
비례전략	6 (1.9)	2 (5.7)	9 (25.0)
무응답	48 (15.0)	2 (5.7)	0 (0.0)
평균	1.42	1.66	1.92
표준편차	.84	.91	1.29

IV. 결 론

본 연구는 과학과 수학 과목에서 널리 사용되고 있는 비례 논리를 초등학교 학생들이 어떤

전략으로 사용하고 있는 지를 알아보았다. 본 연구의 결과 학년, 나이가 증가할수록 비례 전략을 사용하였으며, 비례 논리가 형성되었을 때 비례 전략을 사용하였으나, 비례 논리가 형성되지 않았어도 비례 전략을 사용하는 것으로 나타났다. 본 연구의 결과 다음과 같은 결론과 교육적 시사점을 얻을 수 있었다.

첫째, 학교 현장의 교육과정에서 다양한 비례 상황을 제시해야 한다는 것이다. 비례 논리가 형성된 학생 중에서 많은 학생들이 비례 전략을 올바르게 사용하지 못하고 있음을 알 수 있다. 이는 비례 논리가 형성되었다고 다른 상황이 제시되면, 비례 전략을 사용하지 못하는 것을 알 수 있다. 따라서 학생들에게 일상 생활의 문제 등을 포함하는 다양한 비례 상황을 제시해 줌으로써 비례 전략을 사용할 수 있는 기회를 충분히 제공해 주어야 할 것이다.

둘째, 비례 전략을 사용하기 위한 프로그램의 개발 및 적용이 요구된다. 5학년부터 비율과 비를 지도하고 6학년에서는 비례식과 정비례, 반비례가 지도된다. 이러한 지도에도 불구하고 많은 학생들이 비례 논리가 형성되지 못하고, 비례 전략을 사용하지 못하였다. 따라서 교과 내용 이외에 학생들과 친숙한 프로그램을 비례 논리가 형성되지 않는 학생들에게 제공해야 할 것이다. 최근의 연구에서 정완호(1998)와 Kwon(1997)에 의해 활용된 프로그램은 학생들의 비례논리 발달에 의미있는 효과를 보여주었다. 이들 프로그램들은 학생들이 직접적인 조작과 비례전략의 단계적인 구성을 통해서 학생들이 비례전략을 활용할 수 있는 능력을 배양하고자 하였다.

셋째, 본 연구에서 살펴본 초등학생들의 비례 전략의 발달 역시 비선형적인 급등과 정체기를 반복한다는 Kwon & Lawson(1998)의 연구결과와 일치하는 경향을 보여주었을 뿐만 아니라, 남녀별 발달에서도 부분적으로 상이한 경향을 보여주었다. 따라서 이러한 발달경향을 고려할 때, 학교 교육과정을 학년이 증가할수록 지적요구수준과 내용이 선형적으로 증가하는 과정보다는

이들의 인지적 발달 경향을 고려한 교육과정의 구성이 요구된다. 특히, 12세(또는 6학년) 여학생들의 경우, 남학생들과는 달리, 학교교육과정에 비례에 대한 교육과정이 5학년부터 제공되고 있음에도 불구하고 그 이후의 비례전략의 발달은 정체기를 보여준 결과는 이러한 인지적 발달경향을 고려한 교육과정의 구성제안을 지지하는 결과라 할 수 있겠다. 즉, 정체기에는 새로운 단계의 사고가 요구되는 교육과정의 제시를 지양하고, 이미 형성된 사고를 활용하는 교육과정으로 구성되어야 하는 것이 바람직할 수 있다. 그러나 급등기에는 새로운 단계의 사고나 요소를 교육과정을 제시하는 것이 효율적이라 하겠다.

참고 문헌

1. 김미향(1999). 비례 논리 향상 프로그램의 효과. 한국교원대학교 대학원 석사학위 논문. 미발행.
2. 김영희(1988). 국민학교 6학년 아동의 지적 발달 수준과 자연 교과 내용의 수준 비교 연구. 이화여자대학교 대학원 석사학위 논문.
3. 김진규, 임형(1995). 학력평가 국제비교 연구 (TIMSS 본검사 국내 연구 보고서). 국립교육평가원.
4. 이영숙(1998). 비례 문제 해결 전략과 오류에 대한 분석-초등학교 5, 6학년을 대상으로. 한국교원대학교 대학원 석사학위 논문.
5. 전우수, Lawson, A. E., 권용주(1999). 한국과 미국대학생들의 과학적 추론 능력에 대한 비교연구. 한국과학교육학회지, 19(1). 미발행
6. 정완호(1998). 비례 논리 형성에 미치는 학습자 요인 및 비례 논리 신장을 위한 프로그램 효과 분석. 한국과학교육학회지, 18(4), 503-516.
7. 최재환, 이운환, 김애자(1993). 국민학교 아동의 지적발달 수준과 자연 교과서 내용과의 비교연구. 한국초등과학교육학회지, 12(2), 127-144.
8. Anderson, L. H. (1979). *Development effects in learning hierarchy structure for problems*

- involving proportional reasoning*. Unpublished doctoral dissertation, University of California, Berkeley.
9. Capon, N., & Kuhn, K. (1979). Logical reasoning in the supermarket: Adult females' use of a proportional strategy in an everyday context. *Developmental Psychology*, 15(4), 544-573.
 10. Epstein, H. T. (1978). Growth spurts during brain development: Implications for educational policy and practice. In J. S. Chall & A. F. Mirsky (Eds.), *Education and The Brain: The Seventy-seventh Yearbook of the National Society for the Study of Education* (pp. 343-370). Chicago, IL: The University of Chicago Press.
 11. Farrell, M. A., & Farmer, W. A. (1985). Adolescents' performance on a sequence of proportional reasoning tasks. *Journal of Research in Science Teaching*, 22(6), 503-5118.
 12. Fischbein, E., Pampu, I., & Minzat, I. (1970). Comparison of ration and the chance concept in children. *Child Development*, 41, 377-389.
 13. Garofalo, J., & Mtewa, D. K. (1990). Mathematics and reasoning. In T. E. Rowan, & L. J. Morrow(Eds), *Implementing the K-8 Curriculum and evaluation standards*. Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics., Inc.
 14. Gold, A. P. (1978). *Cumulative learning versus cognitive development: A comparison of two different theoretical base for planning remedial instruction in arithmetic*. Unpublished doctoral dissertation, University of California, Berkeley.
 15. Hart, K. M. (1988). Ration and proportion. In J. Hiebert and M. Behr(eds.), *Number concepts and operations in the meddle grades*. Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics., Inc.
 16. Horowitz, L. (1981). *Visualization and Arithmetic problem solving*. paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association, Los Angeles.
 17. Inhelder, B., & Piaget, J. (1958). *The growth of logical thinking from childhood to adolescence*. Basic Book, New York.
 18. Karplus, E. F., Karplus, R., & Wollman, W. (1974). Intellectual development beyond elementary school IV: Ratio, the influence of cognitive style. *School Science and Mathematics*, 74(6), 476-482.
 19. Karplus, R., Pulos, S., & Stage, E. K. (1983). Proportional reasoning of early adolescents'. In R. Lesh and M. Landau(eds.). *Acquisition of mathematics education*, Minneapolis, Minnesota.
 20. Kieren, T. E., & Nelson, D. (1978). The operator construct of rational numbers in childhood and adolescence-an exploratory study. *The Alberta Journal of Educational Research*, 24(1), 22-30.
 21. Kwon, Y. J. (1997). *Linking Prefrontal Lobe Functions with Reasoning and Conceptual Change*. Unpublished doctoral dissertation. Tempe, AZ: Arizona State University.
 22. Kwon, Y. J., & Lawson, A. E. (1998). A plateau and spurt pattern of neurological maturation, scientific reasoning development, and conceptual change in secondary school students. *Journal of Korean Association for Research on Science Education*, 18(4), 589-600.
 23. Laman, S. J. (1993). Ration and proportion: Children's cognitive and metacognitive processes. In T. P. Carpenter, E. Fennema, & T. A. Romberg(eds.), *Rational numbers: An*

- integration of research.* Lawrence Erlbaum Associates.
24. Lawson, A. E. (1986). A neurological model of sensory-motor problem solving with possible implications for higher-order cognition and instruction. *Journal of Research in Science Teaching*, 23(6), 503-522.
25. Lawson, A. E. (1994). Research on the Acquisition of science knowledge: Epistemological foundations of cognition. In D. L. Gabel(Ed). *Handbook of research in science teaching and learning: A project of the National Science Teachers Association.* New York, Macmillan Publishing Company, Inc.
26. Lawson, A. E., & Wollman, W. T. (1975). *Teaching proportions and intellectual development: An experiment.* Advancing education through science-oriented programs, Report ID-30.
27. Lawson, A. E., Lawson, D. I, & Lawson, C. A. (1984). Proportional reasoning and the linguistic abilities required for hypothetico-deductive reasoning. *Journal of Research in Science Teaching*, 21(2), 119-131.
28. Lo, J., & Watanabe, T. (1995). A fifth grader's attempt to expand her ratio and proportion concepts. In D. T. Owens, M. K. Reed, & G. M. Millsaps(eds.), *Psychology of mathematics education.* Ohio:ERIC/CSMEE.
29. NCTM(1994). *Understanding rational numbers and proportions.* Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics, INC.
30. Noelting, F. (1980). The development of proportional reasoning and the ratio concept. Part I - Differentiation of stages. *Educational Studies in Mathematics*, 11, 217-253.
31. Parllrand, G. J. (1979). The transition to formal though. *Journal of Research in Science Teaching*, 16(5), 445-451.
32. Pulos, S. Karplus, R., & Stage, E. K. (1981). Generality of proportional reasoning in early adolescents: Content effects and individual differences. *Journal of Early Adolescence*, 1, 257-264.
33. Quintero, A. H., & Schwartz, J. L. (1982). *The development of the concept of ratio in children.* DBRE Working Paper Series(WP-15).
34. Tourniaire, F., & Pulos, S. (1985). Proportional reasoning: A review of the literature. *Educational Studies in Mathematics*, 16, 181-204.

(1998년 12월 15일 접수)