
CDMA 통신을 위한 Wavelet 기저 최적 비이원 확산부호계열 발생

이 정 재*

Generation of Wavelet-Based Optimal Non-Binary Spreading Code Sequences for CDMA Communication

Jeong-Jae Lee*

요 약

본 논문에서는 CDMA 통신을 위한 확산부호계열의 발생에 대한 새로운 기술을 소개하였다. Wavelet 패킷 부분공간을 이루는 기저의 직교성을 이용한 최적확산부호계열 발생의 효율적인 방법을 제시하고 3단계 QMF의 구조를 이용하여 최적부호계열을 발생하였다. 발생된 최적부호계열은 통상적인 PN 기저 Gold 부호계열과는 달리 비이원으로 불규칙적인 형태로 발생되므로 의도적인 방해자로부터 보안성을 유지할 수 있으며 또한 상관함수 특성이 우수함을 보였다.

Abstract

In this paper a new technique to generate spreading code sequences in the CDMA communication is introduced. It is an effective method to generate optimal code sequences using the orthogonality of wavelet packet basis set of subspaces. With a three-stage Quadrature Mirror Filter(QMF), generation of optimal code sequences has been demonstrated. Since these generated optimal code sequences are non-binary and have an arbitrary waveform which is different from that of the conventional PN-based Gold code sequences, a strong security against the intended interceptor is feasible. Encouraging good correlation properties are also achieved with this new method.

* 동의대학교 전자통신공학과 교수

접수일자 : 1998년 8월 27일

1. 서 론

대역확산(spread spectrum) 통신시스템에서 정보 데이터의 대역확산은 대역확산 부호계열로 정보신호를 곱해줌으로써 이루어 진다. 따라서 통신대역을 확산하기 위한 고유확산부호계열의 발생은 CDMA와 같은 대역확산 통신시스템의 설계에서 중요한 핵심과제로 되어 있으며 지금까지는 슈프트레지스터를 이용한 PN부호계열 즉 m-부호계열, Gold 그리고 Kasami 부호계열 등이 이용되었다. 그러나 직접 확산의 경우 이들 부호는 일반적으로 GF(2)의 유한장내에서 원소를 갖는 이원부호계열이 대부분으로 부호계열의 발생에 다변화를 기대하기 힘들었으며 또한 이들 부호는 쉽게 방해자에 의하여 도청될 수 있었다. 이러한 단점을 보완하기 위하여 Wavelet 형태의 랜덤성과 시간-주파수영역의 에너지 집중성, 무한한 wavelet 신호공간, 그리고 발생된 wavelet 신호공간 사이의 직교성등으로 최근까지 신호의 처리를 중심으로 이용되어 왔던 wavelet를 DS/SS 시스템에 적용할 수 있는 비이원 확산부호계열을 발생하기 위한 연구가 S.D.Sandburg^(1,2), Orr.R.S⁽³⁾, P.Das^(4,5) 그리고 A.N.Akansu⁽⁶⁾ 등에 의하여 진행되었다.

본 논문에서는 wavelet 기저보다 유연한 신호공간을 형성할 수 있는 wavelet 패킷을 기저로한 최적확산 부호계열을 발생시키기 위하여 2 절에서는 wavelet 패킷과 PR-QMF(Perfect Reconstruction Quadrature Mirror Filter)와의 관계를 설명하고 3 절에서는 PR-QMF로부터 발생하는 최적확산부호계열발생의 발생알고리즘에 대하여 고찰한다. 그리고 최적확산 부호계열을 발생시키고 발생된 부호계열의 성능을 검토하기 위하여 시간영역에서의 파형과 자기상관 함수 및 상호상관함수특성을 통상적인 PN 기저 Gold 부호계열과 비교 분석한다. 마지막으로 4절에서는 결론을 맺는다.

2. Wavelet 패킷과 PR-QMF

Wavelet 변환 즉, 신호를 부분공간으로 사상할 수 있는 기본개념인 MRA(Multiresolution Analysis)는 유한 에너지 신호공간 $L^2(\mathbb{R})$ 에서 부분공간을 다음과 같이 포함한다.

$$V_{-\infty} \cdots \subset V_{-2} \subset V_{-1} \subset V_0 \subset V_1 \subset \cdots \subset V_{\infty} = L^2(\mathbb{R}) \quad (1)$$

$$\bigcap_{j \in \mathbb{Z}} V_j = \{0\} \quad (2)$$

각 부분공간 V_j 는 식 (3)과 같이 정의되는 정규 직교기저 scaling 함수에 의하여 형성될 수 있다.

$$\{ \phi_{j,k}(x) = 2^{j/2} \phi(2^j x - k) : k \in \mathbb{Z} \} \quad (3)$$

한편 부분공간 V_j 와 함께 V_{j+1} 을 표현할 수 있는 다른 부분공간 W_j 를 다음 식 (4), (5)와 같이 정의할 수 있다.

$$V_{j+1} = V_j \oplus W_j \quad (4)$$

$$L^2(\mathbb{R}) = \bigoplus_{j \in \mathbb{Z}} W_j \quad (5)$$

각 부분공간 W_j 는 식 (6)과 같이 정의되는 정규 직교기저 wavelet 함수에 의하여 형성될 수 있다.

$$\{ \psi_{j,k}(x) = 2^{j/2} \psi(2^j x - k) : k \in \mathbb{Z} \} \quad (6)$$

한편 Scaling 함수 $\phi(x)$ 와 wavelet 함수 $\psi(x)$ 는 다음 식 (7)과 같은 '2-scale 방정식'을 만족한다.

$$\begin{aligned} \phi(x) &= \sqrt{2} \sum_{k=0}^{L-1} h(k) \phi(2x - k) \\ \psi(x) &= \sqrt{2} \sum_{k=0}^{L-1} g(k) \phi(2x - k) \end{aligned} \quad (7)$$

여기서 $h(k)$ 를 저역통과 필터 $g(k)$ 를 고역통과 필터라 하면 이들 관계를 만족하는 PR-QMF를 구성할 수 있으며 이는 wavelet 패킷 공간으로의 확장을 가능하게 한다. Wavelet 패킷을 기저로 하는 신호분석과 합성에 이용되는 가장 기본적인 PR-QMF 필터는 다음과 같은 특성과 그림 1과 같은 구조를 갖는다⁽⁷⁻⁹⁾.

$$\begin{aligned} \sum_n h(n-2k)h(n-2l) &= \delta_{k,l} \\ \sum_n h(n) &= \sqrt{2} \\ g(k) &= (-1)^k h(L-k-1) \\ k &= 0, 1, \dots, L-1. \end{aligned} \quad (8)$$

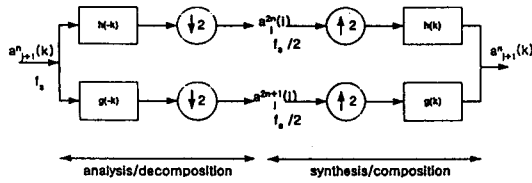


그림 1. 1 단계 PR-QMF 필터뱅크.
Fig. 1 First-stage PR-QMF filter bank.

식 (8)에서의 L은 필터계수의 수를 나타낸다. 한편 wavelet 패킷 $p_n(x)$ 들은 다음 식 (9)와 같이 계열 함수에 의하여 순환적으로 정의된다⁽¹⁰⁻¹²⁾.

$$p_{2n}(x) = \sqrt{2} \sum_{k \in \mathbb{Z}} h(k) p_n(2x - k)$$

$$p_{2n+1}(x) = \sqrt{2} \sum_{k \in \mathbb{Z}} g(k) p_n(2x - k) \quad \dots\dots\dots (9)$$

식 (9)에서 $n=0$ 일 때의 초기함수 $p_0(x)$ 는 MRA 정리로부터 정의되는 scaling 함수 $\phi(x)$ 이며 그리고 두 번째 식에서 $p_1(x)$ 는 wavelet 함수 $\psi(x)$ 가 된다. 이들 함수는 다음과 같은 중요한 특성을 갖는다.

$$\langle p_n(x-j), p_n(x-k) \rangle = \delta_{jk}, \quad j, k \in \mathbb{Z} \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$\langle p_{2n}(x-j), p_{2n+1}(x-k) \rangle = 0, \quad j, k \in \mathbb{Z}$$

식 (10)의 처음 식은 각각의 wavelet 패킷 $p_n(x)$ 는 모든 영(zero)이 아닌 변위에 대하여 자기 자신에 직교함을 보이며, 두 번째 식은 동일한 패킷 $p_n(x)$ 로부터 파생된 한 쌍의 패킷 $p_{2n}(x)$ 와 $p_{2n+1}(x)$ 는 모든 변위에 대하여 직교함을 보인다. 따라서 전자의 패킷 $p_n(x)$ 를 부모(parent), 후자 패킷 쌍 $p_{2n}(x)$ 와 $p_{2n+1}(x)$ 를 자식(children) 패킷이라고도 부른다. 이들의 관계는 wavelet에서 언급한 MRA와 유사한 내용으로 설명할 수 있는데 wavelet 패킷 함수도 다음 식 (11)과 같이 $L^2(\mathbb{R})$ 의 부분공간을 형성한다.

$$W_2^n = \text{clos}_{L^2(\mathbb{R})} \{ 2^{j/2} p_n(2^j x - k) : k \in \mathbb{Z} \} \quad \dots\dots\dots (11)$$

식 (4)를 일반화하여 두 부분공간 W_2^{2n} 과 W_2^{2n+1}

을 상위의 부분공간 W_2^{2n+1} 으로부터 식 (12)와 같이 분해시킬 수 있다.

$$W_2^{2n+1} = W_2^{2n} \oplus W_2^{2n+1} \quad \dots\dots\dots (12)$$

유한 에너지를 갖는 함수 $f(x) \in W_2^0$ 는 wavelet 패킷함수의 급수로 식 (13)과 같이 표현할 수 있다.

$$f(x) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \sum_{(l,n) \in C_x} a_i^n(i) \sqrt{2^l} p_n(2^l x - i) \quad \dots\dots\dots (13)$$

계수 $a_i^n(i)$ 는 함수 $f(x)$ 와 이를 표현하는 기저함수 wavelet 패킷을 곱해줌으로써 구해진다.

$$a_i^n(i) = \langle f(x), \sqrt{2^l} p_n(2^l x - i) \rangle \quad \dots\dots\dots (14)$$

식 (12), (14)로부터 다음 식 (15), (16)과 식 (17)을 얻을 수 있다.

$$[Ha_{i+1}^n](i) = a_i^{2n}(i)$$

$$= \sum_{k \in \mathbb{Z}} h(k-2i) a_{i+1}^n(k) \quad \dots\dots\dots (15)$$

$$[Ga_{i+1}^n](i) = a_i^{2n+1}(i)$$

$$= \sum_{k \in \mathbb{Z}} g(k-2i) a_{i+1}^n(k) \quad \dots\dots\dots (16)$$

$$a_{i+1}^n(i) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} h(i-2k) a_i^{2n}(k) + \sum_{k \in \mathbb{Z}} g(i-2k) a_i^{2n+1}(k)$$

$$= H^*[a_i^{2n}](i) + G^*[a_i^{2n+1}](i) \quad \dots\dots\dots (17)$$

식 (15), (16) 그리고 식 (17)은 MRA에서 언급한 식 (4)와 식 (5)의 개념을 보다 일반화한 것으로 생각할 수 있으며 이는 신호의 분해와 합성을 의미한다.

3. 최적 확산부호계열 발생 및 특성분석

그림 2는 wavelet 패킷변환을 위한 3단계 분해 나무구조를 나타낸다. 그림 2에서 8탭 FIR 필터를 예로 하고 저역필터 $H=[h(i)]$, $i=1,2, \dots,8$ 로 정의하면 이를 통과하는 데이터의 변환은 다음 식 (18)의 변

환행렬 Q_{p0} 에 의하여 이루어진다.

$$Q_{p0} = \begin{bmatrix} h(1) & h(2) & h(3) & h(4) & h(5) & h(6) & h(7) & h(8) \\ h(7) & h(8) & h(1) & h(2) & h(3) & h(4) & h(5) & h(6) \\ h(5) & h(6) & h(7) & h(8) & h(1) & h(2) & h(3) & h(4) \\ h(3) & h(4) & h(5) & h(6) & h(7) & h(8) & h(1) & h(2) \end{bmatrix} \quad (18)$$

한편 고역통과필터는 식 (10)에서와 같이 저역통과필터를 이용하여 구할 수 있으며 변환행렬은 다음 식 (19)와 같이 정의된다.

$$F_{p0} = \begin{bmatrix} -h(8) & h(7) & -h(6) & h(5) & -h(4) & h(3) & -h(2) & h(1) \\ -h(2) & h(1) & -h(8) & h(7) & -h(6) & h(5) & -h(4) & h(3) \\ -h(4) & h(3) & -h(2) & h(1) & -h(8) & h(7) & -h(6) & h(5) \\ -h(6) & h(5) & -h(4) & h(3) & -h(2) & h(1) & -h(8) & h(7) \end{bmatrix} \quad (19)$$

이들 변환행렬은 4 x 8 행렬로 확산부호계열을 발생하기 위해서는 이들의 전치행렬을 입력신호에 곱해주면 1단계의 변환이 되며 2단계와 3단계의 변환을 위해서는 각각 8 x 16 행렬과 16 x 32의 행렬을 통하여 이루어진다. 2단계와 3단계의 저역통과시 각각 Q_{p1}, Q_{p2} 와 고역통과시 각각 F_{p1}, F_{p2} 라 하면 3단계의 나무구조에서 다음과 같은 관계를 갖는 8개의 부호계열을 형성할 수 있다.

$$\begin{aligned} c_0 &= Q_{p2}^T Q_{p1}^T Q_{p0}^T X \\ c_1 &= Q_{p2}^T Q_{p1}^T F_{p0}^T X \\ c_2 &= Q_{p2}^T F_{p1}^T Q_{p0}^T X \\ c_3 &= Q_{p2}^T F_{p1}^T F_{p0}^T X \\ c_4 &= F_{p2}^T Q_{p1}^T Q_{p0}^T X \\ c_5 &= F_{p2}^T Q_{p1}^T F_{p0}^T X \\ c_6 &= F_{p2}^T F_{p1}^T Q_{p0}^T X \\ c_7 &= F_{p2}^T F_{p1}^T F_{p0}^T X \end{aligned} \quad (20)$$

여기서 X 는 입력신호로서 원소 하나만을 1로 하는 열(column) 벡터이며 T 는 전치(transpose)다.

한편 이 부호계열의 자기상관함수와 상호상관함수는 각각 다음 식 (21)과 (22)로 정의된다.

$$R_{i,i}(k) = \sum_n c_i(n) c_i(n+k) \quad i=0, 1, 2, \dots, M-1, (k>0, k \in Z) \quad (21)$$

그리고

$$R_{i,j}(k) = \sum_n c_i(n) c_j(n+k) \quad i, j=0, 1, 2, \dots, M-1, (\forall k, k \in Z) \quad (22)$$

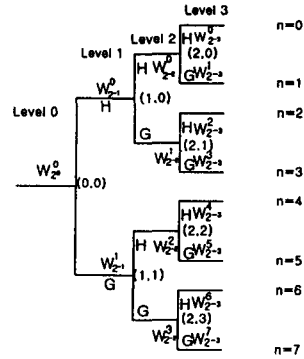


그림 2. 3 단계 분해 나무구조. Fig.2 Three-stage decomposition tree structure.

그러나 통상적으로 PR-QMF를 이용한 각각의 주파수대역은 FDMA의 특성을 갖기 때문에 이들 부호계열을 직접 확산부호계열로 사용하기는 적합하지 못하므로 시간과 주파수영역에 동시에 확산이 요구되는 확산부호계열을 설계하여야 한다. 따라서 통상적인 PR-QMF를 위한 필터의 설계조건으로는 만족되지 못하며 이에 더하여 시간-주파수영역의 확산조건을 고려한 최적화 방법을 통하여 필터계수가 결정되어야 한다. 이산 시간함수 $\{h(n)\}$ 은 시간영역에서 국부화의 척도로서 식 (23)과 같은 변수를 정의할 수 있다⁽⁶⁾.

$$\sigma_n^2 = 1/E \sum_n (n - \bar{n})^2 |h(n)|^2 \quad (23)$$

여기서 에너지 E 와 함수 $\{h(n)\}$ 의 시간평균 \bar{n} 은 다음 식 (24)로 정의된다.

$$E = \sum_n |h(n)|^2 \quad \bar{n} = 1/E \sum_n n |h(n)|^2 \quad (24)$$

한편 주파수 확산과 국부화의 척도로서 다음 식 (25)와 같은 변수를 정의할 수 있다.

$$\sigma_\omega^2 = \frac{1}{2\pi E} \int_{-\pi}^{\pi} (\omega - \bar{\omega})^2 |H(e^{j\omega})|^2 d\omega \quad (25)$$

여기서

$$H(e^{j\omega}) = \sum_n h(n)e^{-j\omega n}$$

$$\bar{\omega} = \frac{1}{2\pi E} \int_{-\pi}^{\pi} \omega |H(e^{j\omega})|^2 d\omega \quad \dots\dots\dots (26)$$

로 정의된다. 최적부호계열을 만족하는 필터계수를 구하기 위한 상관함수특성을 나타내는 식 (21)과 식 (22), 그리고 시간-주파수특성을 나타내는 식 (23)과 식 (25)를 고려한 목적함수와 식 (8)을 고려한 구속조건은 각각 다음 식 (27)과 식 (28)로 정의할 수 있다.

$$J_{\max} = -\alpha \sum_k |R_{ii}(k)| - \beta \sum_k |R_{ij}(k)| + \gamma \sigma_n^2 + \delta \sigma_{\omega}^2 \quad \dots\dots\dots (27)$$

$$\sum_n h(n)h(n+2k) = \delta(k) \quad \dots\dots\dots (28)$$

본 논문에서 최적화는 Math Work사의 MATLAB 을 사용하여 수행하였으며 3단계 PR-QMF로부터 부호계열길이 32, 발생군 8인 부호계열을 발생시키고 다음과 같은 분석결과를 얻었다. 그림 3은 발생된 최적부호계열 c_0, c_1, c_2, c_3 의 시간함수특성을 나타낸다. 통상적인 PN 기저 부호계열과 달리 각기 다른 불규칙한 형태를 갖고 비이원으로 발생된다. 따라서 보안성을 기대할 수 있음을 알 수 있다. 그림 4는 최적부호계열과 Gold 부호계열과의 자기상관함수 특성을 보여준다. 최적부호계열은 이상적인 자기상관함수 특성을 가짐을 알 수 있다. 그림 4에서 자기상관함수의 최대치가 Gold 부호계열은 시간 쉬프트 31에서 발생되고 최적부호계열은 32에서 발생된다. 이는 Gold 부호계열의 길이가 항상 홀수이며 비교를 위하여 길이 31인 부호를 택하였기 때문이다. 그림 5는 최적부호계열과 Gold 부호계열의 상호상관함수 특성을 나타낸 것이다. 그림 5에서 Gold 부호계열의 상호상관함수 크기의 변화는 최적부호계열에 비하여 최대변화폭이 크게 나타난다.

표 1은 이 분석결과를 종합하여 이해하기 쉽게 표현한 것이다. 발생된 최적부호계열은 비이원으로서 다른 모양으로 발생되기 때문에 의도적인 방해자로부터 보안성을 기대할 수 있으며 확산부호계열에서 가장 중요한 특성인 자기상관함수와 상호상관함수 특성이 우수함을 알 수 있다.

표 1. 최적부호계열과 Gold 부호계열 특성.

Table 1. The Characteristics of optimal and Gold code sequences.

Code sequence	Optimal	Gold
$ R_{ii}(\tau) _{\max, \tau \neq 0}$	0	0.29
$ R_{ij}(\tau) _{\max}$	0.25	0.29
Symbol	non-binary	binary
Waveform	arbitrary	regular

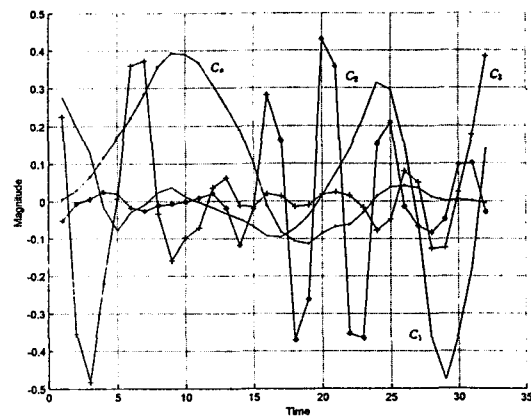


그림 3. 발생부호계열의 파형.

Fig. 3 The waveforms of generated code sequences.

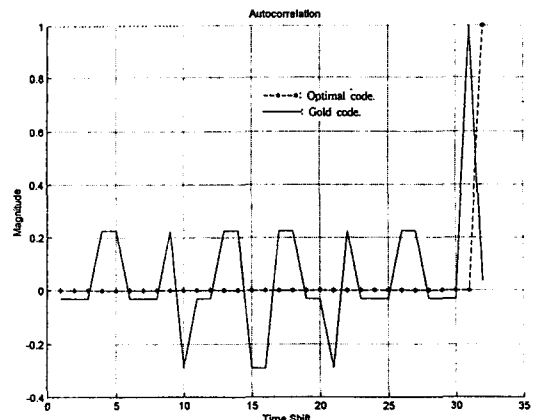


그림 4. 최적부호계열과 Gold 부호계열의 자기상관함수.

Fig. 4 The autocorrelation functions of optimal and Gold code sequences.

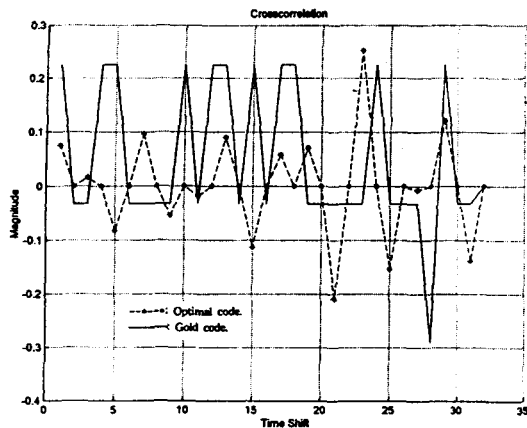


그림 5. 최적부호계열과 Gold 부호계열의 상호상관함수.
Fig. 5 The crosscorrelation functions of optimal and Gold code sequences.

4. 결 론

본 논문에서는 CDMA를 위하여 wavelet 패킷에 기저를 둔 확산부호계열의 발생에 대한 새로운 방법을 소개하였다. Wavelet 패킷 부분공간을 이루는 기저의 직교성을 기반으로 최적확산부호계열의 발생을 위한 최적화 방법을 제시하고 3단계 QMF의 구조를 이용하여 다중경로와 CDMA를 위한 부호계열을 발생하였다. 이로부터 발생된 최적부호계열의 부호의 길이, 부호 발생군, 상관함수특성을 검토하였다. 그리고 발생된 부호계열은 비이원 부호계열로서 GF(2)에서 생성되는 통상적인 부호에 비하여 부호계열발생의 유연성을 가지며 부호계열의 파형이 임의적으로 발생되기 때문에 보안성을 기대할 수 있음을 보였다. 최적화를 통한 PR-QMF를 사용함으로써 발생기 구성이 단순하며 또한 직접대역확산에 이용된 발생기의 기본원리는 주파수도약확산으로의 전환이 쉽게 이루어 질 수 있다. 또한 최적화의 조건에 따라 파형과 특성을 달리하는 부호계열을 발생할 수 있기 때문에 이 분야의 응용영역은 매우 넓을 것으로 생각된다.

참고문헌

[1] S.D.Sandberg, M.A.Tzannes, etc., "A family of

wavelet-related sequences as a bases for an LPI/D communication system prototype," Proc. IEEE MILCOM'93, pp537-542, October 1993.

[2] S.D.Sandberg, R. Orr, etc., "Covert communications employing wavelet technology," Proc. twenty-seventh Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers, pp532-527, Nov. 1993.

[3] Orr, R.S., C.Pike, etc., "Multiple access communications using wavelet technology," Proc. SPICE, Vol.2491, pp.283-294, April 1995.

[4] K.Hetling, M.Medley, G.Saulnier, and P.Das, "A PR-QMF based spread spectrum communication system, Proc. IEEE MILCOM, pp.760-764, 1994.

[5] K.Hetling, M.Medley, G.Saulnier, and P.Das, "Performance of filter bank-based spreading codes for multipath/multiuser interference," Proc. SPICE, Vol.2762, pp.501-512, 1996.

[6] A.N.Akansu, M.V.Tazebay, etc., " A new look at digital transmultiplexers for CDMA communications," IEEE Trans. Signal Processing. Vol.45, No.1, pp.263-267, January 1997.

[7] G.Strang and T.Nguyen, Wavelet and filter bank, Wellesley-Cambridge Press, 1996.

[8] B.W.Suter, Multirate and wavelet signal processing, Academic Press, 1998.

[9] N.J.Fliege, Multirate digital signal processing, Wiley,1994.

[10] M.Sablatash, T.Cooklev and J.Lodge,"Design and implementation of wavelet packet based filter bank trees for multiple access communications," Proceeding of ICASS'97, pp.176-181, August, 1997.

[11] M.Sablatash, T.Cooklev and J.Lodge,"Design and implementation of wavelet packet based filter bank trees for multiple access communications," Proceeding of ICASS'97, pp.176-181, August, 1997.

[12] K.M.Wong, J.Wu, etc., "Wavelet packet division multiplexing and wavelet packet design under timing error effects," IEEE Trans., Signal Processing, Vol.45, No12, Dec., 1997.



李正宰(Jeong-Jae Lee)

1973년 2월 : 서강대학교 전자
공학과 (공학사)

1984년 2월 : 한양대학교 전자
공학과 (공학석사)

1990년 8월 : 한양대학교 전자
통신공학과 (공학박사)

1997년 8월~1998년 8월 : 미국 Pennsylvania State
Univ. CICTR 교환교수

1987년 2월~현재 : 동의대학교 전자통신공학과 부교수

※ 관심분야 : Multi-Carrier 시스템, 대역확산 시스템,
확산부호계열 발생, Wavelets 응용 통신시스템