

최대 엔트로피 방법을 이용한 비선형 불규칙 파고의 확률분포함수 Probability Distribution of Nonlinear Random Wave Heights Using Maximum Entropy Method

안 경 모*
Kyungmo Ahn*

요 旨 : 최대 엔트로피 방법을 이용하여 강한 비정규분포과정의 특성을 갖는 비선형 불규칙 파고의 확률밀도 함수를 유도하였다. 파랑의 파고가 쇄파고(또는 수심)에 의해 제한되고 파고의 1, 2차 모멘트만 주어졌을 경우, 유도된 확률밀도함수는 H_b (쇄파고), H_m (평균파고), H_{rms} (파고의 제곱평균평방근)의 매개변수로 폐함형(closed form)으로 표시된다. 파고의 3차 이상의 모멘트가 주어졌을 경우에는 최대 엔트로피를 갖는 확률밀도함수의 매개변수를 구하기 위해서 비선형 적분 방정식 계를 Newton-Raphson 방법을 이용하여 수치적으로 구하였다. 최대 엔트로피 방법을 이용하여 유도된 파고의 확률밀도함수를 비정규분포의 특성이 강한 실측자료와 비교하였다. 실측자료는 폭풍시 중간수심과 천해에서 측정된 쇄파고에 가까운 자료로서 강한 비선형 불규칙 파랑의 특성을 지니며, 이 경우에도 유도된 확률밀도함수가 측정된 파고의 막대그래프와 잘 일치하였다. 강한 비선형 불규칙파의 특성을 갖는 파랑의 파고일 경우에도 파고의 1, 2차 모멘트만으로도 파고의 분포를 잘 나타낼 수 있었다. 최대 엔트로피 방법을 이용하여 구해진 파고의 확률분포함수는 해안구조물의 설계파를 결정하는 극치파고분포와 파고의 통계적인 특성을 추정하는데 매우 유용하게 이용될 수 있다.

핵심용어 : 파고, 확률분포함수, 비선형 불규칙파, 비정규분포과정, 최대엔트로피, 유한수심

Abstract □ This paper presents the development of the probability density function applicable for wave heights (peak-to-trough excursions) in finite water depth including shallow water depth. The probability distribution applicable to wave heights of a non-Gaussian random process is derived based on the concept of the maximum entropy method. When wave heights are limited by breaking wave heights (or water depth) and only first and second moments of wave heights are given, the probability density function developed is closed form and expressed in terms of wave parameters such as H_m (mean wave height), H_{rms} (root-mean-square wave height), H_b (breaking wave height). When higher than third moment of wave heights are given, it is necessary to solve the system of nonlinear integral equations numerically using Newton-Raphson method to obtain the parameters of probability density function which is maximizing the entropy function. The probability density function thusly derived agrees very well with the histogram of wave heights in finite water depth obtained during storm. The probability density function of wave heights developed using maximum entropy method appears to be useful in estimating extreme values and statistical properties of wave heights for the design of coastal structures.

Keywords : wave height, probability density function, nonlinear random waves, non-Gaussian random process, maximum entropy, finite water depth

* 한동대학교 건설도시환경공학부 (School of Construction & Urban Environmental Engineering, Handong University, Pohang 791-940, Korea)

1. 緒 論

경제적이고 안전한 해안구조물의 설계시 고려해야 할 설계파에 대한 정보중 파고의 확률분포는 가장 중요하다. 그 이유는 최악의 설계조건을 제공하는 극치파고 분포(extreme wave height distribution)를 예측하기 위해서는 파고의 확률분포함수를 알아야 하기 때문이다.

파랑상태가 정규분포과정(Gaussian random processes)을 심하게 벗어나지 않으면 심해에서의 파고분포는 Rayleigh 분포를 따른다(Longuet-Higgins, 1980). 정규분포과정의 경우 파랑 스펙트럼이 협역대(narrow-band)이고 각각의 파고가 통계적으로 독립이면 파고의 확률분포함수가 Rayleigh분포를 따름을 이론적으로 유도할 수 있다. 그러나 파랑이 심해에서 천해로 전파되면서 파랑의 비선형성이 증가하게 되면 더 이상 정규분포과정이 아니며 수심의 감소에 따라 波面의 비정규분포의 특성이 강해진다. 따라서 유한수심에서의 파랑은 비정규분포과정(non-Gaussian random process)이며 특히 천해에서는 비정규분포과정이 심화된(Ochi and Wang, 1984; Ochi and Ahn, 1994). 파랑조건이 비정규분포과정인 유한수심에서의 파고의 확률분포는 더 이상 Rayleigh 분포를 따르지 않는다. 비정규분포과정에서의 파고의 확률분포함수의 해석적인 유도는 아직 미해결의 문제이며 신호해석, 비선형 시스템 분석 등의 다양한 분야에서 그 이론적인 돌파구를 찾기 위해 많은 연구가 이루어지고 있는 분야이다. 해안공학에서는 유한수심에서의 불규칙파의 파고의 확률분포함수를 이론적으로 유도하고자 하는 문제가 이에 해당되며, 현재까지 극히 제한된 연구(Tayfun, 1984; Ochi and Wang, 1984; Hughes and Borgman, 1987)가 이루어져 왔다.

최대 엔트로피 방법은 주어진 확률변수의 모멘트 제약조건에 따라 확률분포함수의 엔트로피를 최대화함으로써 불편의된(unbiased estimate) 확률밀도함수를 추정하는 것이다. Dowson and Wragg(1973)는 표본공간의 확률변수가 $[0, \infty)$ 를 취하며, 확률밀도함수의 1, 2차 모멘트, m_1, m_2 가 주어지면 엔트로피를 최대화하는 확률밀도함수가 존재하며, 추가로 $m_1^2 < m_2 < 2m_1^2$ 를 만족하면 확률밀도함수가 유일하다는 것을 증명하였으며, 또한 확률변수의 범위가 $[0, 1]$ 로 유한하면 엔트로피 함수를 최대화 하는 유일한 확률밀도함수가 존재함을 증명하였다. Sobczyk and Trebicki(1990)는 최대 엔트로피 방법을 사용하여 추계학적인 동역학 계(system)

의 응답함수의 확률밀도함수를 유도하였다. 한편 안·오찌(1994)는 파고의 범위가 $[0, \infty)$ 인 경우의 확률밀도함수를 비정규분포 특성이 강한 천해에서의 실측자료에 적용하였으며 실측자료의 파고의 분포가 유도된 확률밀도함수와 잘 일치하는 것을 확인하였다.

본 연구에서는 최대 엔트로피 방법을 이용하여 비정규분포과정인 유한수심에서 파고가 수심에 의해 제한될 때 적용할 수 있는 확률분포함수를 유도하였다. 파고의 1, 2차 모멘트, m_1, m_2 가 주어진 경우, 본 논문에서 해석적으로 유도된 확률밀도함수는 평균파고, H_m , 파고의 제곱평균평방근, H_{ms} , 쇄파고, H_b 와 같은 매개변수로 표시되며, 파고의 3차 모멘트 이상의 정보가 주어진 경우에는 비선형 적분방정식 계를 Newton-Raphson방법을 이용하여 수치적으로 풀어서 매개변수를 구했다. 본 논문에서는 최대 엔트로피 방법으로 유도된 파고의 확률밀도함수를 폭풍시에 유한수심에서 측정된 실측자료와 비교하였다.

2. 최대 엔트로피 방법을 이용한 확률밀도함수

계에 대한 부분적인 정보로부터 불편의된 분포함수를 선택하기 위한 최대 엔트로피 법이 Jaynes(1957)에 의해 처음 소개되었다. 그는 통신기술자였던 Shannon (1948)에 의해 제안된 불확실성의 척도로서 사용된 엔트로피를 최대화함으로써 불편의된 확률분포함수를 얻을 수 있는 방법을 제안했다. 그 후 Jaynes(1968)은 엔트로피를 최대화하는 확률분포가 무한번의 모의에 의해 결정되는 빈도분포와 같음을 보였다. 정보이론에서의 엔트로피라는 용어는 Von Neumann에 의해 명명되었으며, 이는 Shannon의 불확실성의 척도(uncertainty measure)가 열역학에서의 엔트로피와 같은 형태의 식임을 착안해 엔트로피라는 용어로 사용되게 되었다(Kapur and Kesavan, 1992).

연속확률분포함수 $f(x)$ 의 엔트로피 S 는 다음과 같이 정의된다.

$$S = -\int f(x) \ln f(x) dx \tag{1}$$

여기서 적분구간은 확률변수의 표본공간에 걸쳐 수행된다. 확률변수의 모멘트 제약조건은 확률밀도함수 $f(x)$ 의 k 차 모멘트와 표본공간상의 자료의 k 차 확률모멘트 m_k 가 같다는 것을 의미하며, 다음과 같이 표시된다.

$$\int x^k f(x) dx = m_k \text{ for } k=0, 1, 2, \dots, N \quad (2)$$

모멘트 제약조건 하에서 구하고자 하는 확률밀도함수는 Lagrange 乘數 방법(Lagrange multipliers method)을 적용해서 유도할 수 있다. 즉 Lagrange 함수 L은 다음과 같이 표시되며,

$$L = -\int f(x) \{ \ln f(x) + \sum_{k=0}^N \lambda_k x^k \} dx + \sum_{k=0}^N \lambda_k m_k \quad (3)$$

$\partial L / \partial f = 0$ 을 취함으로써 $f(x)$ 에 대하여 L을 최대화하는 다음과 같은 확률밀도함수를 구할 수 있다.

$$f(x) = \exp\{-1 - \sum_{k=0}^N \lambda_k x^k\} \quad (4)$$

여기서 λ_k 는 $\partial L / \partial f = 0$ 을 만족시키는 모멘트 제약조건

$$\int x^j \exp\{-1 - \sum_{k=0}^N \lambda_k x^k\} dx = m_j, \quad j=0, 1, 2, \dots, N \quad (5)$$

로부터 구할 수 있다. 여기서 $m_0=1$ 이며 $m_j(j \neq 0)$ 는 자료로부터 구한 표본공간의 모멘트이다.

2.1 수심에 의한 제약과 파고의 1, 2차 모멘트만 주어 진 경우

천해 또는 유한수심에서 파고가 수심 또는 쇄파고에 의해 제한되는 경우 표본공간의 확률밀도함수의 범위가 $[0, H_b]$ 이며, 자료로부터 1, 2차 모멘트 m_1, m_2 가 주어졌을 경우 엔트로피 함수를 최대화하는 확률밀도함수가 존재하며 이는 유일(unique)하다. 이 경우 확률밀도함수는 다음과 같이 표현된다.

$$f(H) = \exp\{-(1 + \lambda_0 + \lambda_1 H + \lambda_2 H^2)\} \quad (6)$$

여기서 매개변수 λ_0, λ_1 과 λ_2 는 다음의 식으로부터 구할 수 있다.

$$\int_0^{H_b} \exp\{-(1 + \lambda_0 + \lambda_1 H + \lambda_2 H^2)\} dH = 1 \quad (7a)$$

$$\int_0^{H_b} H \exp\{-(1 + \lambda_0 + \lambda_1 H + \lambda_2 H^2)\} dH = H_m \quad (7b)$$

$$\int_0^{H_b} H^2 \exp\{-(1 + \lambda_0 + \lambda_1 H + \lambda_2 H^2)\} dH = H_{ms}^2 \quad (7c)$$

먼저 식 (7a)에 λ_1 을 곱한 후 식 (7b)에 $2\lambda_2$ 를 곱해서 더한 식으로부터 λ_0 를 다음과 같이 구한다.

$$\lambda_0 = \ln[1 - \exp\{-(\lambda_1 H_b + \lambda_2 H_b^2)\}] - \ln(\lambda_1 + 2\lambda_2 H_m) - 1 \quad (8)$$

식 (7b)를 H 에 대해 미분하고 식 (7c)와 함께 λ_1 을 다음과 같이 구하고,

$$\lambda_1 = \frac{1 - 2\lambda_2 H_{ms}^2}{H_m} \quad (9)$$

마지막으로 식 (7a)로부터 아래의 식을 유도한 후, 이로부터 λ_2 를 구한다.

$$B \left(\frac{1 - 2\lambda_2 H_{ms}^2}{H_m \sqrt{2\lambda_2}} \right) = \frac{2\lambda_2 (H_m^2 - H_{ms}^2) + 1}{H_m \sqrt{2\lambda_2}} \quad (10)$$

$$\frac{1}{1 - \exp\{(1 - 2\lambda_2 H_{ms}^2)H_b / H_m - \lambda_2 H_b^2\}}$$

여기서 $B(z) = \phi(z) / [\Phi(z + H_n \sqrt{2\lambda_2}) - \Phi(z)]$ 이며, $\phi(z), \Phi(z)$ 는 각각 표준 정규확률분포함수와 누가확률분포함수이다.

2.2 수심에 의한 제약과 파고의 N차 모멘트($N > 2$)까지가 주어진 경우

파고의 3차 확률 모멘트 이상의 조건이 주어질 경우는 해석해가 존재하지 않으며, 따라서 수치적으로 해를 구해야 한다. 식 (4)에 의해 파고의 확률밀도함수는 다음과 같이 표현된다.

$$f(H) = e^{-1-\lambda_0} \exp\left(-\sum_{k=1}^N \lambda_k H^k\right) = e^{-1-\lambda_0} f_1(H) \quad (11)$$

식 (1)로 표시되는 엔트로피가 유한한 값을 갖기 위해서는 식 (11)의 λ_w 이 양수이어야 한다.

식 (5)로부터 미지의 Lagrange乘數 λ_k 를 다음과 같이 결정할 수 있다.

$$I_0 = e^{1+\lambda_0} \quad (12a)$$

$$I_n = m_n I_0 \text{ for } k=1, 2, \dots, N \quad (12b)$$

여기서

$$I_n = \int_0^{H_b} H^n \exp\left(-\sum_{k=1}^N \lambda_k H^k\right) dH, \text{ for } n = 1, 2, \dots, N \quad (13)$$

이다. 식 (12b)는 N 개의 미지수 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_w$ 를 구하기 위한 N 개의 비선형 적분 방정식이며, $N > 2$ 인 경우에

는 Newton-Raphson 방법에 의해 수치적으로 구할 수 있다.

식 (13)로부터 다음과 같은 식을 구할 수 있으며

$$\frac{dI_0}{dH} = \int_0^{H_c} \frac{d}{dH} \left\{ \exp \left(- \sum_{k=1}^N \lambda_k H^k \right) \right\} dH = 0 \quad (14a)$$

$$\frac{dI_1}{dH} = \int_0^{H_c} \frac{d}{dH} \left\{ H \exp \left(- \sum_{k=1}^N \lambda_k H^k \right) \right\} dH = 0 \quad (14b)$$

이로부터 다음과 같은 관계식을 유도할 수 있다.

$$\sum_{k=1}^N k \lambda_k I_{k-1} = 0 \quad (15a)$$

$$I_0 - \sum_{k=1}^N k \lambda_k I_k = 0 \quad (15b)$$

식 (15)로부터 λ_{N+1} 과 λ_{N+2} 을 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{N-2}$ 으로 표시할 수 있으므로, 이를 미지수 λ 를 수치적으로 구할 때 초기치의 조건으로 부과하면 계산을 효율적으로 할 수 있다.

식 (15)로부터 미지수인 Lagrange 乘數 들은 Newton-Raphson 방법에 의해 다음과 같이 구할 수 있다. 비선형 적분방정식 계인 식 (12)는 다음과 같은 벡터식으로 표시될 수 있다.

$$F(\lambda) = 0, \lambda \in R \quad (16)$$

그리고 위의 식은 다음과 같은 순차식으로 표시된다.

$$F'(\lambda^{(k)})(\lambda^{(k+1)} - \lambda^{(k)}) = -F(\lambda^{(k)}) \quad (17)$$

여기서 $F'(\lambda)$ 는 $N \times N$ Jacobian 행렬을 나타내며 다음과 같은 요소를 갖고있다.

$$F'_{ij}(\lambda) = \frac{\partial F_i(\lambda)}{\partial \lambda_j}, 1 \leq i, j \leq N \quad (18)$$

연립방정식계인 식 (17)은 $\lambda^{(k+1)}$ 에 대해 선형이므로, 만약 행렬 $F'(\lambda^{(k)})$ 가 正則(non-singular)이면 수치적으로 해를 구할 수 있다.

본 논문에서는 $N=4$ 인 경우의 수치해를 구했으며, $N > 4$ 인 경우에도 해를 구하는 연산방식(algorithm)은 동일하다. 다만 수치해를 구할 때 Newton-Raphson 방법을 사용할 경우 초기치의 선정에 주의를 요한다. $N=4$ 일 경우의 확률밀도함수는 다음과 같다.

$$f(H) = \exp\{-(1 + \lambda_0 + \lambda_1 H + \lambda_2 H^2 + \lambda_3 H^3 + \lambda_4 H^4)\} \quad (19)$$

Lagrange 乘數는 다음과 같이 표현된다.

$$\lambda = [\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4]^T \quad (20)$$

식 (16)은 다음과 같이 표시된다.

$$F(\lambda) = [I_1 - m_1 I_0, I_2 - m_2 I_0, I_3 - m_3 I_0, I_4 - m_4 I_0]^T = 0 \quad (21)$$

이 식에 대한 해를 구하기 위한 Newton-Raphson 방법을 적용하면

$$F'(\lambda^{(k)})(\lambda^{(k+1)} - \lambda^{(k)}) = -F(\lambda^{(k)}) \quad (22)$$

여기서 Jacobian 행렬 $F'(\lambda)$ 는 다음과 같다.

$$F' = \begin{pmatrix} -I_2 + m_1 I_1 & -I_3 + m_1 I_2 & -I_4 + m_1 I_3 & -I_5 + m_1 I_4 \\ -I_3 + m_2 I_1 & -I_4 + m_2 I_2 & -I_5 + m_2 I_3 & -I_6 + m_2 I_4 \\ -I_4 + m_3 I_1 & -I_5 + m_3 I_2 & -I_6 + m_3 I_3 & -I_7 + m_3 I_4 \\ -I_5 + m_4 I_1 & -I_6 + m_4 I_2 & -I_7 + m_4 I_3 & -I_8 + m_4 I_4 \end{pmatrix} \quad (23)$$

Newton-Raphson 방법을 이용해서 해를 구할 때 초기치의 선택이 매우 중요하다. 초기치를 선택할 때 식 (9)과 (10)으로부터 구한 λ_1 및 λ_2 와 이를 식 (15a)와 (15b)에 대입한 후 구한 λ_3 와 λ_4 값을 초기치로 사용하면 대부분의 경우 수렴하는 해를 구할 수 있다.

3. 실측자료에의 적용

앞에서 유도된 식을 강한 비정규분포의 특성을 갖고 있는 실측자료와 비교하였다. Fig. 1은 미국 North Carolina주에 있는 미육군 공병단의 현장연구시설에서의 ARSLOE(Atlantic Ocean Remote Sensing Land-Ocean Experiment) project중에 행해진 광범위한 파랑 관측 시계열 자료 중의 일부이다. 폭풍이 관측지점을 통과할 때, 유한수심에서 관측된 자료로서 상단의 시계열 자료 D615는 천해파이고 하단의 D625는 중간수심파이다. 시계열에서 볼 수 있는 바와 같이 비선형 불규칙파의 특성인 파봉이 뾰족하고 파곡이 편편하여 파와 파의 간섭에 의한 비선형파의 영향이 크고 따라서 비정규분포과정의 특성이 매우 강한 자료인 것을 알 수 있다. D615 파랑자료는 해안선으로부터 60 m 떨어진 지점의 수심 약 3.1 m에서 측정된 천해파이며, D625는 해안선으로부터 456 m 떨어진 지점의 수심 11

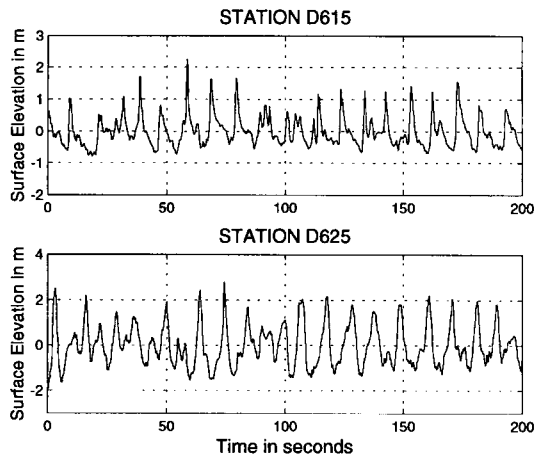


Fig. 1. Portion of wave records measured during the ARSLOE project at stations D615 and D625 where water depths are 3.1 m and 11 m, respectively.

m 에서 측정된 중간수심파이다.

Table 1의 파랑의 통계자료에서 볼 수 있는 바와 같이 파의 변위의 왜도(skewness)가 각각 1.0327과 0.7293이고 첨도(kurtosis)가 각각 4.1713과 3.2968이다. 정규분포인 경우 왜도가 0, 첨도가 3이며, 왜도는 클수록 그리고 첨도는 3과 차이가 클수록 비정규분포의 특성이 강하다. 따라서 Fig. 1의 파랑자료는 비정규분포의 특성이 상당히 강한 자료임을 알 수 있다. 파고의 분포가 쇄파고 또는 수심에 의해 제한되는 경우 Lagrange 乘

Table 1. Summary of statistics computed from the time histories of wave data at stations D615 and D625.

Station	D615	D625
Distance from the shoreline (m)	60	456
Water depth (m)	3.1	11.0
Moments of surface elevation		
m_2	0.2167	0.8073
m_3	0.1042	0.5290
m_4	0.1958	2.1485
Surface elevation		
Variance	0.2167	0.8073
Skewness	1.0327	0.7293
Kurtosis	4.1713	3.2968
Max. surface elevation in meters	2.25	4.16
Min. surface elevation in meters	-1.02	-1.96
Moments of wave heights		
m_1	1.47	2.62
m_2	2.41	7.89
m_3	4.23	26.23
m_4	7.85	94.35

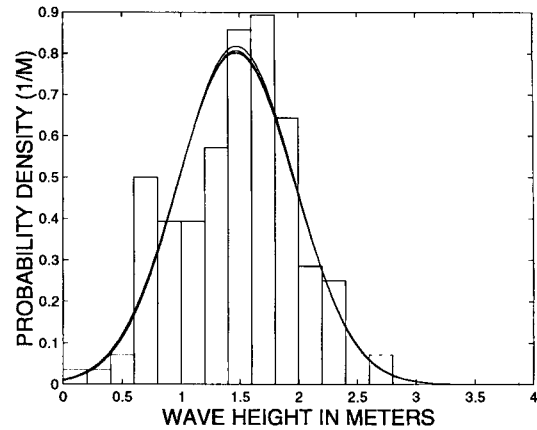


Fig. 2. Comparison of the probability density functions represented in Eq. (6) where parameters are computed by varying breaking wave heights from 2.8 m to 5.0 m with the increment of 0.2 m and the histogram of wave data at station D615.

數를 구하기 위해서는 적분방정식의 적분상한치인 쇄파고가 주어져야 한다. 쇄파고의 상한값은 수심이하한치는 최대파고이므로, 적분상한선에 대한 매개변수의 민감도를 알아보기 위해 최대파고치부터 수심까지 적분상한치를 변화시키면서 확률분포함수를 구했으며, 그 결과는 Fig. 2에 나타나 있다. Fig. 2에서 볼 수 있는 바와 같이 적분상한치에 확률분포함수의 값이 민감하지 않음을 알 수 있다. 따라서 적분상한치는 파랑자료의 최대파고치 또는 관측지점의 수심을 사용해도 무관하다고 판단된다.

Fig. 3은 확률밀도함수 식 (6)과 식 (19)를 Fig. 1의 관측점 D615의 파고의 막대 그래프와 비교한 것이다. 여기서 실선으로 표시된 것은 식 (6), 점선은 식 (19)이며 Rayleigh 확률밀도함수도 함께 비교하였다. 그림에서 볼 수 있는 바와 같이 Rayleigh 확률밀도함수는 막대 그래프로부터 현저하게 벗어남을 알 수 있으며, 만약 파고의 분포가 Rayleigh 분포라고 가정하고 유의파고를 구하면 실제 유의파고보다 상당히 과소평가하게 됨을 알 수 있다. 반면 최대 엔트로피 방법으로부터 유도된 확률밀도함수는 파고의 막대 그래프와 매우 잘 일치함을 알 수 있다. 파고의 4차 모멘트까지의 정보가 주어졌을 경우의 수치적으로 구해진 확률분포함수의 매개변수 값은 $\lambda_0=2.84343$, $\lambda_1=-4.68228$, $\lambda_2=2.14647$, $\lambda_3=-0.76474$, $\lambda_4=0.231261$ 이며 2차 모멘트까지 주어졌을 경우의 매개변수 값은 $\lambda_0=3.69299$, $\lambda_1=-6.1059$, $\lambda_2=2.07682$ 이다. 파고의 고차 모멘트에 대한 정보가 주어

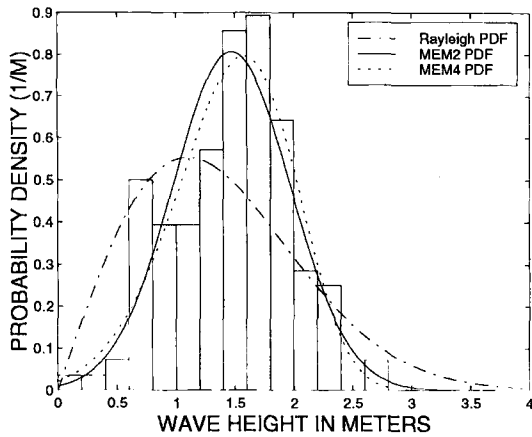


Fig. 3. Comparison between the probability density function derived by applying the maximum entropy method and the histogram of wave heights obtained at station D615.

졌을 때 파고의 막대 그래프에 더욱 수렴하는 것을 알 수 있다. Fig. 4는 Fig. 1의 하단부에서 볼 수 있는 관측점 D625에서의 파고의 막대 그래프와 비교한 것이다. 이 경우 파고의 4차 모멘트까지의 정보가 주어졌을 경우의 수치적으로 구해진 확률분포함수의 매개변수 값은 $\lambda_0=4.17146$, $\lambda_1=-4.3785$, $\lambda_2=1.5772$, $\lambda_3=-0.24631$, $\lambda_4=0.018493$ 이며 2차 모멘트까지 주어졌을 경우의 매개변수 값은 $\lambda_0=3.16612$, $\lambda_1=-2.47582$, $\lambda_2=0.474884$ 이다. 이 경우 역시 최대 엔트로피 방법으로 구한 확률밀도함수가 실측자료의 막대 그래프에 매우 잘 일치하는 것을 볼 수 있다. 따라서 최대 엔트로피 방법으로부터 구한 파고의 확률밀도함수가 극치파고분포를 포함한

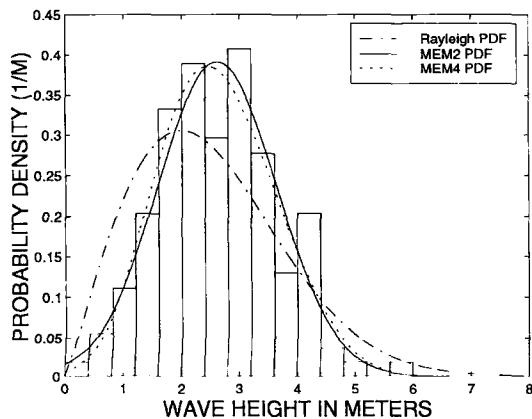


Fig. 4. Comparison between the probability density function derived by applying the maximum entropy method and the histogram of wave heights obtained at station D625.

파고의 통계적인 특성을 추정하는 데 매우 유용함을 알 수 있다.

4. 結 論

비정규분포의 특성이 강한 비선형 불규칙파의 파고가 쇄파고 또는 수심에 의해 제한될 경우, 최대 엔트로피 방법을 이용하여 파고의 확률밀도함수를 구하였다. 파고의 모멘트가 2차까지 주어진 경우에는 확률밀도함수가 해석적으로 유도되며, 유도된 확률밀도함수는 H_b , H_m , H_{ms} 의 매개변수로 폐합형으로 표시된다. 파고의 모멘트가 3차 이상인 경우에는 비선형 적분 방정식의 계를 Newton-Raphson 방법을 사용하여 수치적으로 매개변수를 구할 수 있으며, 본 논문에서는 4차 모멘트까지 주어진 경우의 확률밀도함수의 매개변수를 수치적으로 구하였다. 4차 이상의 모멘트 조건인 경우에도 동일한 연산방식으로 매개변수를 구할 수 있으나, Newton-Raphson 방법의 초기치를 선정하는 데 주의가 필요하다. 유도된 확률밀도함수를 비정규분포의 특성이 강한 천해와 중간수심에서 실측한 불규칙파의 파고의 막대 그래프와 비교한 결과 매우 잘 일치하였다. 새로이 유도된 파고의 확률밀도함수는 해안구조물의 설계 파를 산정하는 데 유용하게 사용되리라 기대한다.

참고문헌

안경모, 마이클 오지, 1994. 유한수심에서의 불규칙파의 파고 분포, 韓國海岸·海洋工學會誌, 6(1): 88-93.

Dowson, D.C. and Wrang, A., 1973. Maximum entropy distribution having prescribed first and second moments, *IEEE Trans. Information Theory*, Vol. IT-19, pp. 689-693.

Hughes, S.A. and Borgman, L.E., 1987. Beta-Rayleigh distribution for shallow water wave heights, *Proc. ASCE Specialty Conf. on Coastal Hydrodynamics*, ASCE, pp. 1211-1231.

Jaynes, E.T., 1957. Information theory and statistical mechanics, *Phys. Rev.*, 106(4), pp. 620-630.

Jaynes, E.T., 1968. Prior probabilities, *IEEE Trans. Systems Sci. Cybern.*, SEC-4, pp. 227-241.

Kapur, J.N. and Kesavan, H.K., 1992. *Entropy optimization principles with applications*, Academic Press, p. 8.

Longuet-Higgins, M.S., 1980. On the distribution of the

- heights of sea waves: Some effects of nonlinearity and finite band width, *J. Geophys. Res.*, **85(C3)**, pp. 1519-1523.
- Ochi, M.K., 1986. Non-Gaussian random processes in ocean engineering, *J. Probabilistic Eng. Mech.*, **1(1)**, pp. 28-39.
- Ochi, M.K. and Ahn, K., 1994. Probability distribution applicable to non-Gaussian random processes, *J. Probabilistic Eng. Mech.*, **9(4)**, pp. 255-264.
- Ochi, M.K. and Wang, W.C. 1984. Non-Gaussian characteristics of coastal waves, *Proc. 19th Coastal Eng. Conf.*, ASCE, Vol. 1, pp. 516-531.
- Shannon, C.E., 1948. A mathematical theory of communication, *Bell System Tech. J.*, **27**.
- Sobczyk, K. and trebicki J., 1990. Maximum entropy principle in stochastic dynamics, *J. Probabilistic Eng. Mech.*, **5(3)**, pp. 102-110.
- Tayfun, M.A. 1984. Nonlinear effects of the distribution of amplitudes of sea waves, *Ocean Engrg.*, **11(3)**, pp. 245-264.