

초음속 디퓨저에서 발생하는 수직충격파 진동의 이론해석

김희동

Analysis of Normal Shock-Wave Oscillation in a Supersonic Diffuser

H. D. Kim

ABSTRACT

Shock-wave in a supersonic diffuser flow cannot be stable even in the given pressure ratio which remains constant over time, and oscillates around a certain time-mean position. In the present study, oscillation of a normal shock-wave in a supersonic diffuser was analyzed by a small perturbation method. Upstream pressure perturbation was applied to a supersonic diffuser flow with a normal shock-wave. Stability of shock-wave was investigated by considering the diffuser pressure recovery and frequency of the pressure perturbation. The results obtained show that a stable oscillation of weak normal shock-wave is obtainable for the flow with the Mach number over 1.74. The ratio of sound pressures downstream to upstream of the shock wave increases with increase of the Mach number. The present results agree well with other analytical and experimental results.

초 록

초음속 유동에서 발생하는 충격파는 일반적으로 충격파 상류와 하류의 압력비에 의해 일반적으로 결정된다. 본 연구에서는 충격파의 진동현상을 규명하기 위한 연구의 일환으로, 미소교란법(small perturbation method)을 이용하여 이론해석을 수행하였으며, 충격파 하류의 유동장에 에너지 손실을 적용하여 충격파의 안정성을 이론적으로 해석하였다. 이론해석에서는 충격파 상류에 경계층 유동에서 발생하는 난류변동이나 주류에서의 압력변동이 충격파의 진동과 관련된다고 생각하여, 충격파 상류의 유동에 미소압력변동을 적용하여 충격파의 진동특성을 해석하였다. 본 연구의 결과들을 타 연구의 결과와 비교하였으며, 열선 풍속계(hot wire)를 이용한 실험적 연구결과와 비교하였다.

1. 서 론

초음속 유동에서 발생하는 충격파는 일반적으로 충격파 상류와 하류의 압력비에 의해 일반적으로 결정된다. 이때 이 충격파는 안정한 어떤 위치에서 압력 경계조건을 만족하게 되나, 실제 거의 대부분의 유동에서 발생하는 충격파는 벽면 경계층과 간섭하게 되며, 그 결과 충격파 상하류의 압력비를 일정하게 유지한 상태에도 불구하고 충격파가 흐름장 상류 및 하류 방향으로 매우 불규칙하게 격렬하게 진동한다는 것이 잘 알려져 있다⁽¹⁻³⁾. 이러한 충격파의 진동은 필연적으로 매우 격렬한 압력변동을 수반하여 유동장의 소음의 원인이 되며, 더 나아가 관로 및 유체기기 요소의 진동은 물론 피로파괴를 초래하기도 한다.

과거 충격파와 벽면경계층의 상호간섭에 대한 많은 연구⁽⁴⁻⁸⁾들은 시간 변동 데이터(time-dependent data 또는 fluctuating data)를 얻는 어려움 때문에, 주로 시간 평균 흐름(time-mean flow)에 대하여 수행되어 왔으며, 거의 대부분이 유동의 저항(drag) 혹은 기기요소의 성능문제와 관련하여 충격파에 의한 경계층의 박리(separatoin)현상에 주목하여 왔다. 이들 연구 결과에 의하면 충격파와 벽면경계층의 간섭현상은 충격파 직전의 기류마하수와 경계층의 속도분포(velocity profile)에 강하게 의존한다는 것을 밝혔다. 예를 들면, 난류경계층과 충격파가 상호 간섭하는 경우, 충격파에 의한 압력상승은 충류경계층과의 간섭의 경우 보다 급격히 되며, 충격파에 의한 경계층의 박리(shock-induced separation)의 발생⁽⁹⁻¹⁰⁾도 충류경계층에 비해 상당히 지연된다고 보고하였다. 이는 난류 경계층에서 발생하는 전단응력이 충류경계층 보다 상당히 크기 때문에 박리에 대한 저항력이 큰 것으로 생각할 수 있다. 이와 같이, 정상유동(steady flow)에서 발생하는 충격파와 경계층의 간섭에 관해서는 실험적으로 매우 많은 것들이 알려져 있고, 또한 이들 결과들은 비교적 최근에 수행되어진 수치계산의 결과⁽¹¹⁻¹³⁾와 비교해 만족할 만한 해를 제시하고 있다.

충격파와 벽면경계층의 간섭에 의한 충격파의 진동현상은 여러 유동장에서 관측될 수 있다. 예를 들면 천음속(transonic flow)의 범위에서 비행하는

비행체의 익면상에 나타나는 충격파는 어떤 정상위치에 존재하지 않고, 어떤 평균위치의 전후로 심하게 진동⁽¹⁴⁻¹⁷⁾하여 항공기의 성능이나 제어에 중대한 영향을 미친다. 이런 현상에 대해 Trillig⁽¹⁸⁾, Fiszdon⁽¹⁹⁾과 Fiszdon 등⁽²⁰⁾은 수직충격파(normal shock-wave)와 평판상의 충류 경계층과의 간섭에 의해 어떤 특정의 진동수를 가지는 자려진동(self-excited oscillation)이 발생한다는 것을 이론적으로 제시한 바 있으나, 확실한 실험적 검증은 지금까지 수행되지 않았다. 또한 축대칭 Blunt Body의 저항을 경감하기 위하여 물체의 선두에 부착시킨 스파이크(spike)를 지나는 초음속 유동에서 Blunt Body의 전면에 발생하는 이탈충격파(detached shock-wave)와 스파이크상의 경계층과의 간섭에 의해서도 흐름의 자려진동이 발생한다는 것이 보고⁽²¹⁻²²⁾되어 있다. 이들 뿐만 아니라 초음속 풍동(supersonic wind tunnel)의 디퓨저(diffuser)나 로켓 추진노즐(propulsion nozzle)⁽²³⁻²⁷⁾, 혹은 기타 여러 관로 내의 고압 가스 등의 압축성 유동흐름에서 발생하는 거의 모든 충격파는 관벽의 경계층과 매우 복잡한 간섭을 일으켜 진동한다고 알려져 있다.

Fig. 1에는 초음속 디퓨저에서 발생하는 충격파 진동의 일례⁽²⁸⁾를 나타내었다. 충격파 상류의 기류마하수는 1.38이며, 그림의 윗부분에는 충격파와 경계층의 간섭으로 인하여 발생하는 벽압력의 변동을 나타내었다. 그림으로부터 디퓨저 벽면의 경계층과 간섭하는 충격파 상류에서 벽압력의 변동은 크지 않으나, 충격파 하류에서 압력변동은 상당히 커진다는 것을 알 수 있다. 이와 같이 충격파의 진동을 수반하는 외부 및 내부유동의 공통점은 주류와 경계층흐름의 복잡한 간섭과 유동장의 강한 비정상성(unsteadiness)을 들 수 있지만, 현재까지 충격파의 진동의 원인이나 진동의 상세한 메카니즘은 알려져 있지 않은 실정이다.

문헌 (29)에서는 충격파의 진동원인을 충격파 하류의 유동장에서 발생하는 압력변동에 관련시켜 설명하고 있다. 이와 같은 충격파 진동현상을 수치적으로 모사하기 위하여, 문헌 (30-31)에서는 충격파 하류의 유동장에 임의의 압력변동을 부여하여 충격파의 응답특성을 조사하였다. 그러나 이들의 이론에서는 충격파의 진동이 하류의 유동장에서 발생하는

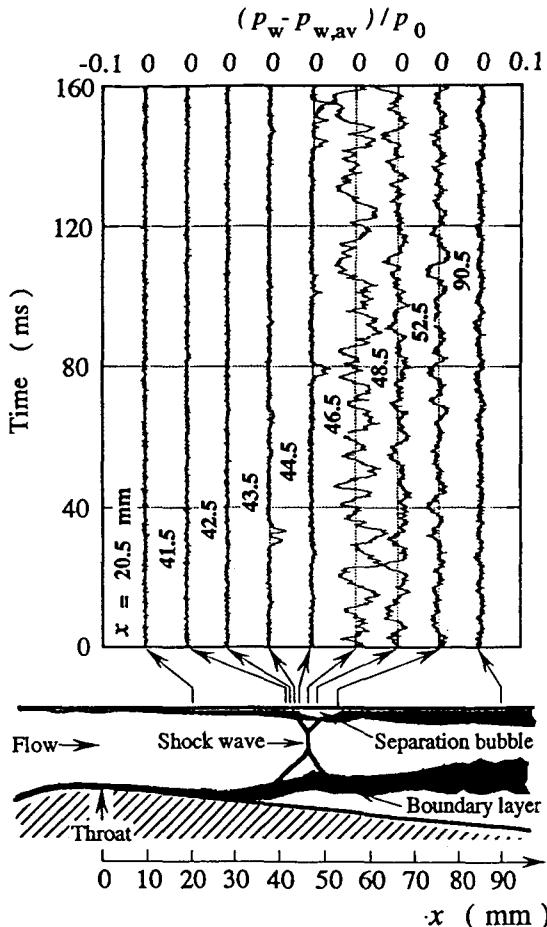


Fig. 1. Example of wall pressure fluctuations due to normal shock/turbulent boundary layer interaction in supersonic diffuser($M_1 = 1.38$)

일차원 평면음파의 전파에 의하여 결정된다고 가정하였으므로, 실제 유동장과의 큰 차이가 있었다. 또 문헌(32-33)의 실험에서는 충격파 하류의 관로길이를 변화시켜 실험을 수행하였으나, 충격파 진동의 주파수는 크게 변화하지 않았다. 따라서 충격파 진동현상이 하류에서 발생하는 압력변동에 기인한다는 주장은 보다 체계적인 연구를 통하여 규명될 필요가 있다. 한편 문헌(34-35)에서는 충격파의 진동현상은 충격파 상류에서 발생하는 압력변동이나 난류에 기인한다고 주장하였다. 그러나 지금까지 이에 대한 구체적인 검증 및 이론적 연구결과는 거의 없다. 또

문헌(36-37)에서는 충격파의 상류의 압력변동과 충격파 진동현상을 이론적으로 계산하였으나, 충격파 하류의 유동장을 등엔트로피 유동으로 가정하였으며, 충격파의 안정성을 대해서는 고찰하지 않았다.

본 연구에서는 충격파의 진동현상을 규명하기 위한 연구의 일환으로, 미소교란법(small perturbation method)을 이용하여 이론해석을 수행하였으며, 충격파 하류의 유동장에 에너지 손실을 적용하여 충격파의 안정성을 이론적으로 해석하였다. 이론해석에서는 충격파 상류에 경계층 유동에서 발생하는 난류 변동이나 주류에서의 압력변동이 충격파의 진동과 관련된다고 생각하여, 충격파 상류의 유동에 미소압력변동을 적용하여 충격파의 진동특성을 해석하였다. 본 연구의 결과들을 타 연구의 결과와 비교하였으며, 열선풍속계(hot wire)를 이용한 실험적 연구결과와 비교하였다.

2. 이론해석

2.1 지배방정식

Fig. 2에는 일반적인 2차원 초음속 디퓨저내의 유동을 개략적으로 나타내었다. 본 이론해석에서는 유동장을 준정상 일차원 유동이라고 가정하였다. 디퓨저 목으로부터 약간 하류의 어떤 위치 x_s 에 수직 충격파(normal shock wave)가 위치하며, 이 수직 충격파에 다음의 식(1)로 나타내는 바와 같이 각주파수 ω , 위상 ϕ 를 가지는 미소진폭의 압력교란이 상류로부터 충격파에 입사한다고 가정한다.

$$\delta p_1 = \epsilon p_1 \cos(\omega t - \phi) \quad (1)$$

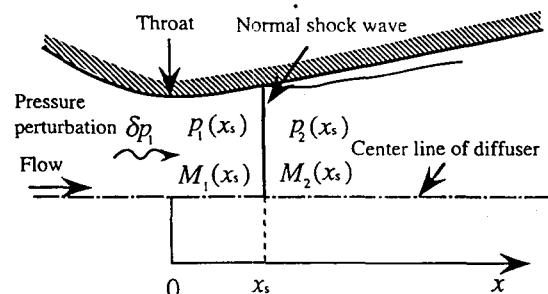


Fig. 2. Schematic sketch showing normal shock flow with upstream perturbation

위의 식에서 ϵ 은 미소 압력교란법에서 자주 이용되는 값으로, $0 < \epsilon << 1$ 의 범위에 있는 매우 작은 량, t 는 시간을 나타낸다. 한편 유속을 u , 밀도를 ρ , 온도를 T , 엔탈피를 h , 엔트로피를 s 등으로 표시하여, 수직충격파 전후의 상태량의 차를 []로 나타낸다. 위의 식(1)에 나타낸 상류의 압력교란이 충격파를 전동시키게 되며, 충격파가 $\delta u = d(\delta x_s)/dt$ 의 속도로 이동하는 경우에 대하여, 충격파의 파면에 고정한 좌표계로부터 질량, 운동량 및 에너지의 보존방정식들을 정리하면 다음과 같이 쓰여진다.⁽³⁸⁾

$$[v\delta\rho + \rho(\delta v - \delta u) + (\rho \frac{dv}{dx} + v \frac{d\rho}{dx})\delta x_s] = 0 \quad (2)$$

$$[\delta p + v^2\delta\rho + 2\rho v(\delta v - \delta u) + (2\rho v \frac{dv}{dx} + \frac{dp}{dx} + v^2 \frac{d\rho}{dx})\delta x_s] = 0 \quad (3)$$

$$[\delta h + v(\delta v - \delta u) + (v \frac{dv}{dx} + \frac{dh}{dx})\delta x_s] = 0 \quad (4)$$

위의 식에서 상태량의 미소한 변화분을 δ 로 불려 나타내었으며, 충격파 상류의 유동을 등엔트로피 유동이라고 가정하였다. 또 충격파 상류의 미소압력교란을 음파로 가정하여, 2차 이상의 미소량을 무시하였으며, γ 는 1.4로 가정하였다. 또 위의 식에서 $p_1(x_s)=p_1$ 으로, $\rho_1(x_s)=\rho_1$ 등으로 간략하게 나타내었다.

본 이론해석에서는 충격파 상류의 미소교란을 음파로 가정하기 때문에 기체의 음속을 a 로 하는 경우, 충격파 상류의 유동에 대하여 다음의 식이 성립한다.

$$\begin{aligned} \delta s_1 &= 0, \quad \delta v_1 = \delta p_1 / (a_1 \rho_1) = a_1 \delta \rho_1 / \rho_1, \\ \delta h_1 &= \delta p_1 / \rho_1 \end{aligned} \quad (5)$$

또 충격파의 진동으로 인하여 충격파의 하류에서 발생하는 압력교란을 음파(상첨자 ' ')와 엔트로피파(상첨자 '')로 가정한다면, 다음의 식들이 성립한다.

$$\begin{aligned} \delta s_2' &= 0, \quad \delta v_2' = \delta p_2' / (a_2 \rho_2) = a_2 \delta \rho_2' / \rho_2, \quad \delta h_2' = \delta p_2' / \rho_2 \\ \delta p_2'' &= 0, \quad \delta v_2'' = 0, \quad \delta h_2'' = T_2 \delta s_2'' = -a_2^2 \delta \rho_2'' / ((\gamma - 1) \rho_2) \end{aligned} \quad (6)$$

한편 기체를 완전기체인 공기($\gamma = 1.4$)로 가정하는 경우 상태방정식은 다음의 식으로 주어진다.

$$p = \rho R T \quad (7)$$

본 이론해석에서는 위의 식(2), (3), (4) 및 (7)에 식(1)을 적용하여, 상류의 미소압력 교란에 대한 충격파의 순간 변위응답, 안정성, 충격파 상하류의 압력변동 값들을 계산하였다.

2.2 충격파의 안정성

위의 식(5)과 (6)을 식(2), (3) 및 (4)에 대입한 후, 식(2)와 (3) 및 식(3)과 (4)로부터 $\delta \rho_2''$ 를 소거하면, 다음의 식이 주어진다.

$$\sigma_1 \frac{\delta p_1}{p_1} + \sigma_2 \frac{\delta p_2'}{p_2} + \sigma_3 \frac{1}{A} \frac{dA}{dx} \delta x_s = \frac{\sigma_4}{v_1} \delta u \quad (8)$$

$$\sigma_5 \frac{\delta p_1}{p_1} + \sigma_6 \frac{\delta p_2'}{p_2} + \sigma_7 \frac{1}{A} \frac{dA}{dx} \delta x_s = \frac{\sigma_8}{v_1} \delta u \quad (9)$$

여기에서 충격파 상류의 기류마하수 $M_1 = u/a_1$ 이며, A 는 충격파의 초기위치에서 디퓨저 단면적을 나타낸다. 또 위의 식(8)과 (9)에서 사용된 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \sigma_4, \sigma_5, \sigma_6, \sigma_7$ 그리고 σ_8 은 다음의 식들로 정의된다.

$$\sigma_1 = (M_1 + 1)(M_1 - (v_1/v_2)(M_1 + 1)) / (\gamma M_1^2) \quad (10)$$

$$\sigma_2 = (M_2 + 1) / (\gamma M_2^2) \quad (11)$$

$$\sigma_3 = \chi_1 - (v_1/v_2)\chi_2 \quad (12)$$

$$\sigma_4 = 1 - \rho_2/\rho_1 \quad (13)$$

$$\sigma_5 = \frac{(M_1 + 1)}{\gamma M_1^2} \left\{ 1 + \frac{p_2(M_1 + 1)}{p_1(\gamma - 1)M_1^2} \right\} \quad (14)$$

$$\sigma_6 = -\left(\frac{v_2}{v_1} \right)^2 \frac{(M_2 + 1)}{\gamma M_2^2} \left\{ 1 + \frac{M_2 + 1}{(\gamma - 1)M_2^2} \right\} \quad (15)$$

$$\sigma_7 = \frac{1}{(\gamma - 1)M_1^2} \frac{p_2}{p_1} \chi_2 \quad (16)$$

$$\sigma_8 = 1 - v_2/v_1 \quad (17)$$

또 위의 식(12)와 (16)에서 사용된 χ_1 와 χ_2 는 연속방정식과 운동량의 방정식을 이용하여 다음과 같이 정의된다.

$$\chi_1 = \frac{d(\ln v_1)}{d(\ln A)} + \frac{d(\ln \rho_1)}{d(\ln A)} - \frac{d(\ln v_2)}{d(\ln A)} - \frac{d(\ln \rho_2)}{d(\ln A)} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \chi_2 = & 2 \frac{d(\ln v_1)}{d(\ln A)} + \frac{p_1}{\rho_1 v_1^2} \frac{d(\ln p_1)}{d(\ln A)} + \frac{d(\ln \rho_1)}{d(\ln A)} - 2 \frac{\rho_2 v_2^2}{\rho_1 v_1^2} \\ & \cdot \frac{d(\ln v_2)}{d(\ln A)} - \frac{p_2}{\rho_1 v_1^2} \frac{d(\ln p_2)}{d(\ln A)} - \frac{\rho_2 v_2^2}{\rho_1 v_1^2} \frac{d(\ln \rho_2)}{d(\ln A)} \end{aligned} \quad (19)$$

위의 식에서 $\chi_1 = 0$ 인 유동은 디퓨저내에서 발생하는 수직충격파 이외에는 유동장 전체가 등엔트로피 유동인 경우이며, $\chi_2 = 0$ 인 유동은 충격파 하류의 유동장에서 압력손실을 무시한 경우에 상당한다. 위의 식(8)과 (9)에서 충격파 하류에서 발생하는 압력변동 $\delta p_2'$ 를 소거하여 정리하면 다음의 식(20)이 얻어진다.

$$\delta u + \zeta_1 v_1 \frac{1}{A} \frac{dA}{dx} \delta x_s = \zeta_2 v_1 \frac{\delta p_1}{p_1} \quad (20)$$

여기에서 ζ_1 과 ζ_2 는 위의 식(10)에서 (17)까지의 식들로 정의된 σ 의 함수이며, 다음의 식으로 정의된다.

$$\zeta_1 = \frac{\sigma_2 \sigma_7 - \sigma_3 \sigma_6}{\sigma_4 \sigma_6 - \sigma_2 \sigma_8} \quad (21)$$

$$\zeta_2 = \frac{\sigma_1 \sigma_6 - \sigma_2 \sigma_5}{\sigma_4 \sigma_6 - \sigma_2 \sigma_8} \quad (22)$$

위의 식(20)에 식(1)을 대입하여 $t=0$ 에서 $\delta x_s=0$ 으로 되는 경계조건을 적용하면 충격파의 순간변위 δx_s 는 다음과 같이 얻어진다.

$$\begin{aligned} \delta x_s = & \varepsilon \zeta_2 \zeta_3 \frac{(\zeta_1 \zeta_3 \cos(wt-\phi) + \Omega \sin(wt-\phi))}{\frac{1}{A} \frac{dA}{dx} ((\zeta_1 \zeta_3)^2 + \Omega^2)} \\ & - \varepsilon \zeta_2 \zeta_3 \frac{(\zeta_1 \zeta_3 \cos \phi - \Omega \sin \phi) \cdot \exp(-\zeta_1 v_1 \frac{1}{A} \frac{dA}{dx} t)}{\frac{1}{A} \frac{dA}{dx} ((\zeta_1 \zeta_3)^2 + \Omega^2)} \end{aligned} \quad (23)$$

위의 식에서 Ω 는 압력교란의 무차원 주파수를 나타내며, ζ_3 는 기류마하수의 함수로 각각 다음의

식(24)와 (25)로 주어진다.

$$\Omega = w / \{ a \cdot d(\ln A / dx) \} \quad (24)$$

$$\zeta_3 = M_1 / \{ 1 + (\gamma - 1) M_1^2 / 2 \}^{1/2} \quad (25)$$

식(24)에서 Ω 의 값이 무한대로 되는 경우는 충격파 상류의 압력교란의 주파수가 매우 크거나, 음속 a 는 유한 값을 가지므로 유동방향으로 유로단면적이 변화하지 않는 경우라고 생각할 수 있다. 그러나 실제의 경우 압력교란의 주파수를 무한대로 하는 것은 현실적으로 불가능하다. 따라서 본 이론해석에서 Ω 의 값이 매우 큰 경우에는 단면적이 일정한 직관의 유로에서 발생하는 충격파의 진동이라고 생각하였다. 또 위의 식(23)의 지수항으로부터 충격파가 디퓨저내에서 항상 안정한 진동을 하기 위한 조건은 $\zeta_1 > 0$ 이란 것을 알 수 있다.

2.3 충격파 상하류의 압력변동

위의 식(23)을 식(8)에 대입하여 충격파 하류에서 발생하는 압력변동 $\delta p_2'$ 를 구하면 다음의 식으로 쓰여진다.

$$\begin{aligned} \delta p_2' = & \frac{-\epsilon \delta p_1}{\sigma_2} \\ & \{ \zeta_5 \cos(wt-\phi) - \zeta_6 \sin(wt-\phi) + (\zeta_1 - \zeta_6 \sin \phi) \cdot \exp(-\zeta_1 v_1 \frac{1}{A} \frac{dA}{dx} t) \} \end{aligned} \quad (26)$$

위의 식에서 ζ_4 , ζ_5 , ζ_6 및 ζ_7 는 다음의 식들로 정의된다.

$$\zeta_4 = (\zeta_1 \zeta_3)^2 + \Omega^2 \quad (27)$$

$$\zeta_5 = \sigma_4 \zeta_2 - \sigma_1 - \zeta_1 \zeta_2 \zeta_3^3 (\sigma_3 + \sigma_4 \zeta_1) / \zeta_4 \quad (28)$$

$$\zeta_6 = \zeta_2 \zeta_3 (\sigma_3 + \sigma_4 \zeta_1) \Omega / \zeta_4 \quad (29)$$

$$\zeta_7 = \zeta_1 \zeta_2 \zeta_3^2 (\sigma_3 + \sigma_4 \zeta_1) / \zeta_4 \quad (30)$$

위의 식으로부터 충격파가 디퓨저 내에서 항상 안정한 진동을 하게 되는 경우 즉 $\zeta_1 > 0$ 의 경우에 식(23)의 지수항은 t 가 무한대로 접근하게 됨에 따라 0으로 되므로, 충격파 상하류에서 발생하는 근사적인 압력변동의 음압비의 절대값을 구할 수 있다. 이 음압비를 $\delta p_2' / \delta p_1$ 로 하는 경우에 위의 식(1)과 식(26)으로부터 다음과 같이 쓰여진다.

$$|\delta p_2'|/\delta p_1| = p_2/(p_1 \sigma_2) \sqrt{\zeta_5^2 + \zeta_6^2} \quad (31)$$

위의 식으로부터 충격파 상류에 미소 압력교란을 적용하는 경우, 이 압력교란을 충격파를 상하류 방향으로 진동시키게 되며, 그 결과 충격파 하류에서 발생하는 압력변동을 계산할 수 있다.

2.4 충격파 하류의 압력손실 유동

본 이론해석의 결과를 충격파 하류의 등엔트로피 유동이 아닌 경우에도 적용하기 위하여 문헌 (39)에 기술된 디퓨저의 압력회복계수(coefficient of pressure recovery) α 를 적용하였다. 따라서 식 (18)와 (19)에서 χ_1 과 χ_2 는 다음과으로 주어진다.

$$\chi_1 = \alpha - 1, \quad \chi_2 = \alpha v_2/v_1 - 1 \quad (32)$$

위의 식에서 $\alpha=1$ 의 경우에는 충격파 하류의 유동이 등엔트로피 유동으로 되며, $\alpha=0$ 의 경우에는 충격파 하류에서 압력, 밀도, 속도 등의 상태량이 유동방향에 대하여 일정한 유동을 의미한다.

2.5 열선풍속계의 실험결과와의 비교

본 이론해석의 결과와 열선풍속계(hot wire)로 약한 충격파 상하류에서 측정한 질량속도의 변동값⁽⁴⁰⁾을 비교하기 위하여, 충격파 상하류의 밀도변동의 비는 다음과 같이 쓰여진다.

$$\frac{\delta \rho_2'}{\delta \rho_1} = \left(\frac{a_1}{a_2} \right)^2 \frac{(M_1+1)}{(M_2+1)}$$

$$\frac{\frac{\rho_2}{\rho_1} + \frac{1}{\gamma-1} \left(\frac{a_1^2}{a_2^2} \right)^2 \left(\frac{\rho_2}{\rho_1} \right)^2 (M_1+1) + M_1 - \frac{\rho_2}{\rho_1} (M_1+1)}{1 + \frac{M_2^2}{\gamma-1} (M_2+1) + \frac{\rho_2}{\rho_1} M_2 - \frac{\rho_2}{\rho_1} (M_2+1)} \quad (33)$$

$$\frac{\delta \rho_2''}{\delta \rho_1} = \frac{1}{M} (M_1+1) \frac{\rho_2}{\rho_1} - (M_2+1) \frac{\delta \rho_2'}{\delta \rho_1} \quad (34)$$

위의 식(33)과 식(34)는 각각 충격파 상하류에서 발생하는 음파와 엔트로피파에 의한 밀도변동을 나타낸다. 여기에서 하첨자 1과 2는 각각 충격파 상류와 하류의 값을 나타내며, a_2/a_1 , ρ_2/ρ_1 및 M_2 는 수직충격파 상하류의 관계식을 적용하여 다음과 같이 구해진다.

$$\frac{a_2}{a_1} = \left[\frac{\{2\gamma M_1^2 - (\gamma-1)\}\{(\gamma-1)M_1^2 + 2\}}{(\gamma+1)^2 M_1^2} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (35)$$

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{(\gamma+1)M_1^2}{(\gamma-1)M_1^2 + 2} \quad (36)$$

$$M_2^2 = \frac{(\gamma-1)M_1^2 + 2}{2\gamma M_1^2 - (\gamma-1)} \quad (37)$$

한편 수직충격파 상하류의 질량속도의 변동성분 $\delta(\rho u)_1$ 과 $\delta(\rho u)_2$ 는 위의 식들을 이용하여 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\delta(\rho u)_1 = \rho_1 \delta u_1 + u_1 \delta \rho_1 = (a_1 + u_1) \delta \rho_1 \quad (38)$$

$$\delta(\rho u)_2 = \rho_2 \delta u_2 + u_2 \delta \rho_2 = (a_2 + u_2) \delta \rho_2' + u_2 \delta \rho_2'' \quad (39)$$

따라서 식(38)과 (39)로부터 충격파 상하류에서 발생하는 질량속도의 변동값은 root-mean square 값(하첨자 rs)의 비로 다음과 같이 구해진다.

$$\begin{aligned} & \frac{(\rho u)_{rs,2}}{(\rho u)_{rs,1}} \\ &= \frac{\delta(\rho u)_2}{\delta(\rho u)_1} = \frac{(a_2 + u_2) \delta \rho_2' + u_2 \delta \rho_2''}{(a_1 + u_1) \delta \rho_1} \\ &= \frac{M_1 \frac{u_2}{u_1} + \frac{a_2}{a_1}}{M_1 + 1} \left(\frac{\delta \rho_2'}{\delta \rho_1} \right) + \frac{M_1 \frac{u_2}{u_1}}{M_1 + 1} \left(\frac{\delta \rho_2''}{\delta \rho_1} \right) \end{aligned} \quad (40)$$

3. 결과 및 고찰

일반적으로 초음속 디퓨저에서 발생하는 수직충격파의 진동형태는 안정진동(stable oscillation)과 불안정진동(unstable oscillation)의 두 형태로 나타난다. 여기에서 안정진동은 충격파가 어느 시간 평균 위치를 전후로 진동하는 것을 의미하며, 불안정진동은 유동장에서 충격파가 진동하면서 상류 또는 하류로 전파해가는 형태이다. 예를 들면 불안정 진동의 경우, Fig.2에 나타낸 바와 같은 초음속 디퓨저에서 충격파가 진동하면서 디퓨저 목을 향해 상류로 전파하여 소멸해 버리게 되면, 디퓨저내에는 새로운 충

격파가 형성되어 같은 진동현상을 되풀이하게 된다. 따라서 디퓨저내에서는 충격파가 진동하면서 주기적으로 생성·소멸되는 과정을 반복한다. 본 연구의 목적은 디퓨저내에서 충격파가 안정진동을 하게 되는 유동조건을 발견하는 것이며, 충격파의 불안정진동에 대한 구체적인 해석은 수행하지 않았다.

본 이론해석에서 초음속 및 천음속 디퓨저에서 발생하는 충격파 진동의 안정성은 위의 식(23)으로부터 지수항에 포함되어 있는 ζ_1 항에 의하여 판별할 수 있다. Fig.3에는 파라미터로 디퓨저의 압력회복계수 α 를 사용하여, 충격파 직전의 유동의 마하수 M_1 에 대한 ζ_1 와 ζ_2 의 변화를 각각 실선과 파선으로 나타내었다. 위의 식(23)에서 알 수 있는 바와 같이, $\zeta_1 > 0$ 에 대하여 충격파는 안정한 진동을 하게 되며, 그림에는 그 범위를 각 α 에 대하여 해칭부분으로 나타내었다. 그림으로부터 $\alpha = 1$ 인 경우에는 충격파는 항상 안정한 진동을 하게 되며, 또 $\alpha < 1$ 에 대하여서는 충격파 직전의 기류마하수가 어느 정도 커지게 되면 충격파는 안정해진다는 것을 알 수 있다. 예를 들면 $\alpha = 0.6$ 인 경우 약 $M_1 > 1.21$ 이상에서는 충격파는 안정하다.

Fig. 3의 결과를 이용하여 충격파 진동이 안정하게 되는 M_1 과 α 의 범위를 Fig. 4에 나타내었다. 그림에는 비교를 위하여, 충격파 하류의 유동장에

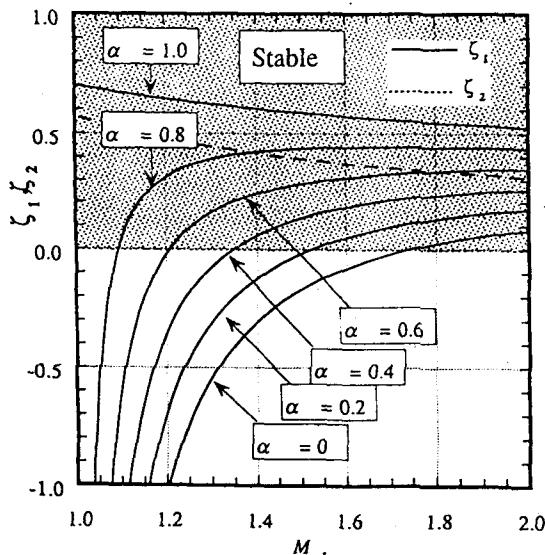


Fig. 3. Relationship between M_1 and ζ_1 , ζ_2

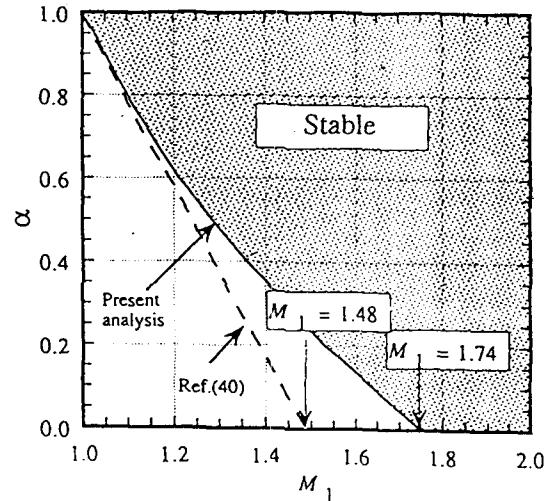


Fig. 4. Stability of normal shock wave

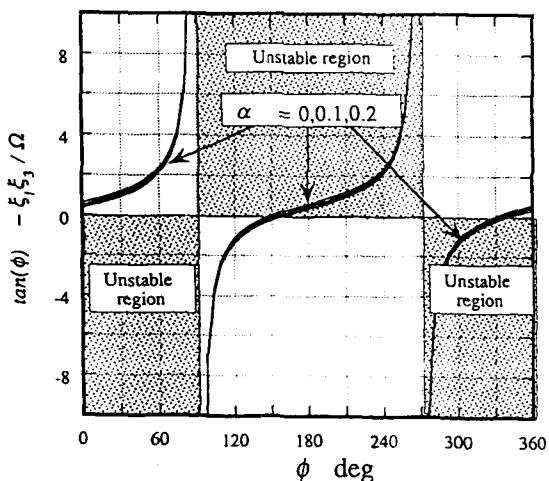


Fig. 5. Effect of pressure perturbation phase on shock oscillation($M_1=1.3$ and $\Omega=1.0$)

미소압력 교란을 적용한 문헌 (41)의 결과를 파선으로 나타내었다. 그림으로부터 본 이론해석결과와 문헌 (41)의 결과는 정성적으로는 일치하지만, 충격파는 상류의 압력교란에 대한 것 보다도 하류의 압력교란에 대하여 보다 안정해진다는 것을 알 수 있다. 구체적으로 문헌 (41)의 결과는 충격파 상류의 마하수가 $M_1 > 1.48$ 의 범위에 대하여 항상 안정하게 되지만, 본 해석결과는 충격파가 항상 안정하게 되는 것은 $M_1 > 1.74$ 로 나타났다. 따라서 본 이론해석의 결과는 충격파가 항상 안정하게 되는 기류마하수의

범위가 더욱 넓다는 것을 알 수 있다.

한편 $\zeta_1 < 0$ 의 경우에는 위의 식(23)의 해가 발산하게 된다. 이것은 식(23)로부터 알 수 있는 바와 같이 $\zeta_2 \zeta_3 (\zeta_1 \zeta_3 \cos \phi - \Omega \sin \phi) > 0$ 인 경우 즉 Fig. 3에서 $\zeta_2 > 0$ 의 경우 충격파는 유동방향 전후로 진동하면서 디퓨저 목을 향해 상류로 이동하여 결국에는 소멸하게 된다는 것을 의미한다. 이와 같은 진동형태는 종래부터 알려져 온 불안정 진동에 상당한다. 그러나 $\zeta_2 \zeta_3 (\zeta_1 \zeta_3 \cos \phi - \Omega \sin \phi) < 0$ 인 경우에는 충격파는 진동해가면서 디퓨저 출구를 향하여 이동하게 된다. 그러나 Fig. 3에서 나타난 바와 같이 충격파가 하류로 이동하게 되면, 안정 진동의 영역에 들어가기 때문에 충격파는 안정해진다. 본 이론해석에서는 미소압력교란을 가정하고 있으므로, 충격파의 불안정한 진동을 정량적으로 평가할 수는 없으나, 이상의 결과로부터 충격파가 안정한 진동을 하느냐 불안정한 진동을 하느냐는 디퓨저의 압력회복계수 뿐만 아니라 충격파에 입사하게 되는 압력교란의 위상과도 관련될 것으로 판단된다.

Fig. 5에서는 충격파가 진동형태에 미치는 압력교란의 위상의 영향을 조사하기 위하여, 마하수 $M_1 = 1.3$ 그리고 $\Omega = 1.0$ 으로 가정하였다. 또 α 의 값을 0, 0.1 및 0.2로 변화시켜, 압력교란의 위상 ϕ 에 대한 $(\tan \phi - \zeta_1 \zeta_3 / \Omega)$ 의 값을 그림의 종축에 나타내었다. 그림으로부터 해칭부분 즉 $0^\circ < \phi < 90^\circ$ 인 경우에 종축의 값 $(\tan \phi - \zeta_1 \zeta_3 / \Omega) < 0$ 의 영역과 $90^\circ < \phi < 270^\circ$ 인 경우에 $(\tan \phi - \zeta_1 \zeta_3 / \Omega) > 0$ 의 영역이 충격파의 불안정한 진동영역으로, 이들 영역은 α 의 값에 크게 영향을 받지 않는다는 것을 알 수 있다. 그러나 마하수가 변화하는 경우에는 충격파의 불안정한 진동영역은 변화하게 된다.

충격파가 디퓨저내에서 항상 안정 진동을 하고 있는 경우($\alpha=1$)에 대하여, 충격파 상류의 음압의 절대값 $|\delta p_1|$ 와 충격파를 통과한 후의 음압의 절대값 $|\delta p_2'|$ 비를 마하수 M_1 과 식(24)로 나타낸 무차원 주파수 Ω 의 함수로 Fig. 6에 나타내었다. 그림에서 실선은 본 이론해석의 결과를, 파선은 문헌(42)의 결과를 나타내며, ○점은 유로 단면적의 변화를 고려하지 않은 $\Omega \rightarrow \infty$ 의 결과⁽³⁸⁾를 나타낸다. 그림의 실선으로부터 충격파 상하류의 음압비는 무차원 주파수 Ω 가 같은 경우에 기류마하수가 클수록

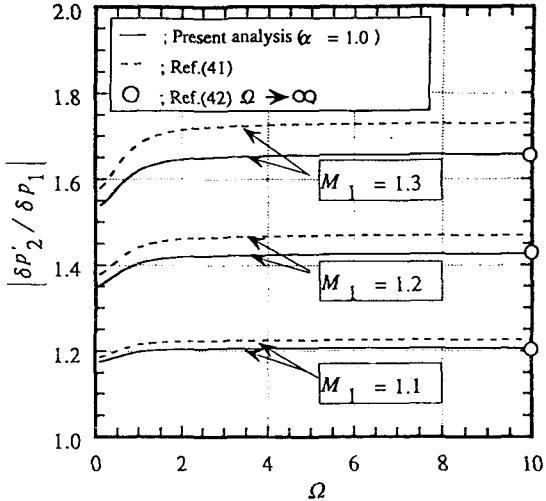


Fig. 6. Pressure fluctuations upstream and downstream of normal shock wave

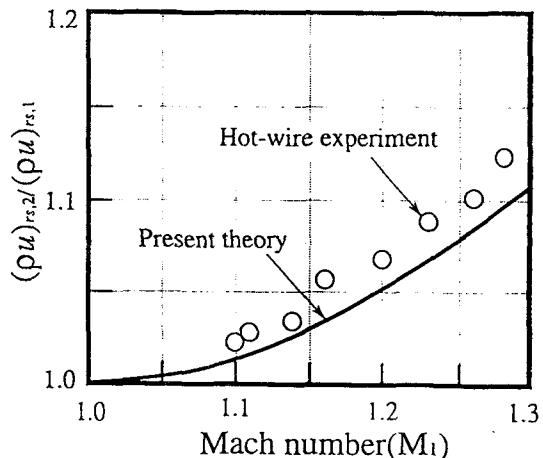


Fig. 7. Comparison of the present theory with hot-wire experiment

커지게 되지만, 기류마하수가 같은 경우에는 Ω 가 어느 정도 작은 값인 경우에는 Ω 의 증가에 따라 증가하게 된다. 그러나 Ω 가 큰 값인 경우에는 거의 일정값으로 된다. 구체적으로 본 이론해석의 결과는 $\Omega > 2.0$ 이상의 범위에서는 유로 단면적 변화를 고려하지 않은 ○의 점에 접근한다는 것을 알 수 있다. 그러나 그림의 파선으로 나타낸 문헌(42)의 결과는 본 이론해석값보다 크며, Ω 가 증가하여도 ○의 점에 접근하지 않는다. 따라서 본 해석결과가 문헌(42)의 결과보다 더 타당하다는 것을 알 수 있다.

Fig. 7에는 본 이론해석의 결과를 검증하기 위하여 열선풍속계를 이용한 실험결과⁽³⁹⁾와 비교하였다. 충격파 상하류에서 발생하는 압력변동의 음압비는 기류마하수 M_1 이 증가함에 따라 커지게 되며, 본 이론해석의 결과는 실험결과와 정성적으로 일치하고 있으나, 실험값은 본 이론해석의 결과보다 약간 큰 값을 나타낸다. 이것은 본 이론해석에서 적용된 미소압력교란법이 정지해 있는 충격파에 대하여 압력교란이 입사한다고 가정하였으며, 실제로는 충격파가 벽면경계층과 간섭하여 진동하고 있기 때문이다. 또 본 이론해석에서는 충격파 하류에서 충격파 진동으로 인하여 벽면 경계층의 두께가 변하여 유동장의 유효단면적이 변화하는데 기인한다고 볼 수 있다. 본 이론해석에서는 충격파 상류에 미소압력교란을 적용하여, 초음속 디퓨셔에서 발생하는 충격파 진동을 모사하였으며, 종래에 충격파 하류에 미소압력교란을 적용한 방법을 개선하여 타의 연구결과 및 열선풍속계를 이용한 결과와 비교적 잘 일치하는 결과를 얻었다. 따라서 본 이론해석법은 종래의 방법보다 타당한 것으로 판단된다.

4. 결 론

본 이론해석에서는 충격파 상류에 미소압력교란을 적용하여, 초음속 디퓨셔에서 발생하는 충격파 진동을 모사하였으며, 타의 연구결과 및 열선풍속계를 이용한 결과와 비교적 잘 일치하는 결과를 얻었다. 본 연구에서는 종래의 충격파 하류에 미소압력교란을 적용한 연구결과보다 더 타당한 결과를 제시하였다. 또 기류마하수가 1.74 이상인 경우에 초음속 디퓨셔에서 발생하는 충격파가 안정진동을 하게 되며, 충격파 상하류의 압력변동의 음압비는 기류마하수가 증가할수록 커진다는 것을 알았다.

후 기

본 연구는 1996년도 교육부 기계공학 학술연구 조성비의 지원(과제번호 ME96-B-06)에 의하여 수행된 연구의 일부분이며, 이에 관계자 제위께 감사

드린다.

참 고 문 헌

1. Kistler, A. L., 1964, "Fluctuating Wall Pressure Under a Separated Supersonic Flow," Journal Acoustical Soc.Amer., Vol.36, No.3, pp.543~550.
2. Lambourne,N.C., 1960, "Some Instabilities Arising from the Interaction Between Shock Waves and Boundary Layers," A.R.C. CP., No.473.
3. Lowson,M.V., 1967, "Pressure Fluctuations Resulting from Shock Interactions," Journal Sound and Vib., Vol.7, No.3, pp. 380~392.
4. Fage, A. and Sargent, R. F., 1947, "Shock-Wave and Boundary Layer Phenomena near Flat Surface," Proc.Royal Soc.London, Vol.190, Series A, No.1020, pp.1~20.
5. Weise, A., 1947, "The Separation of Flow due to Compressibility Shock," NACA TM, No.1152.
6. Barry, F. W., Shapiro, A. H. and Neumann, E. P., 1950, "Some Experiments on the Interaction of Shock Wave with Boundary Layer on a Flat Plate," Journal Applied Mech., Vol.17, No.2, pp.126~131.
7. Chapman, D.R., Kuehn, D.M. and Larson, H.K., 1957, "Investigations of Separated Flows in Supersonic and Subsonic Stream with Emphasis on the Effect of Transition," NACA TN.3809.
8. Nussdorfer,T.J., 1956, "Some Observations of Shock-Induced Turbulent Separation on Supersonic Diffusors," NACA RM.E51L26.
9. Kim, H. D., Matsuo, K. and Setoguchi, T., 1997, "Investigation on Onset of Shock-Induced Separation," International Jour. Shock Waves, Vol.6, pp.275~286.
10. Kim,H.D. and Matsuo,K., 1994, "Normal

- Shock Oscillations in Supersonic Diffusers" International Jour. Shock Waves, Vol.3, pp.25~33.
11. Shang, J.S., Hankey, W.L.Jr. and Law, C.H., 1976, "Numerical Simulation of Shock Wave/Turbulent Boundary-Layer Interaction," AIAA Journal, Vol.14, No.10, pp.1451~1457.
 12. Vigas, J.R. and Horstman, C.C., 1979, "Comparison of Multiequation on Turbulence Models for Several Shock Boundary layer Interaction Flows," AIAA Journal, Vol.17, No.8, pp.811~820.
 13. Le Balleur, J.C., Peyret, R. and Viviand, H., 1980, "Numerical Studies in High Reynolds Number Aerodynamics," Computers & Fluids, Vol.8, No.1.
 14. Levy, L. L. Jr., 1978, "Experimental and Computational Steady and Unsteady Transonic Flowfields about a Thick Airfoil," AIAA Journal, Vol.16, No.6, pp.564~572.
 15. Mabey, D.G., 1984, "A Review of Some Recent Research on Time-Dependent Aerodynamics," Aeronautical Journal, Vol. 2, pp.23~36.
 16. Roos, F.W., 1980, "Some Features of the Unsteady Pressure Field in Transonic Airfoil Buffeting," Journal Aircraft, Vol.17, No.11, pp.781~788.
 17. Lee, B.H.K., 1990, "Transonic Buffet on a Supercritical Aerofoil, Aeronautical Journal, Vol.27, No.5, pp.143~152.
 18. Trilling, L., 1958, "Oscillating Shock Boundary-Layer Interaction," Journal Aerospace Sci., Vol.25, pp.301~304.
 19. Fiszdon, W., 1962, "Some Experimental Results of Generating High Frequency Oscillating Shock Waves and Oscillating Shock-Wave Boundary Layer Interaction of Supersonic Speeds, Advances in Aeronautical Sci., Vol.3, Pergamon Press.
 20. Fiszdon, W. and Mollo-Christensen, E., 1960, "An Experiment on Oscillatory Shock-Wave Boundary-Layer Interaction," Journal Aerospace Sci., Vol.27, No.1, pp.71~89.
 21. Jungowski, W.M., 1978, "Some Self-Induced Supersonic Flow Oscillations," Prog. Aerospace Sci., Vol.18, pp.151~175, Pergamon Press.
 22. Witczak, K.J., 1977, "Self-Excited Oscillations of Gas Flow in a Duct," Nonlinear Vibration Problems 18, PWN, Warsaw.
 23. Dailey, C.C., 1955, "Supersonic Diffuser Instability," Journal Aerospace Sci., Vol.22, pp.732~749.
 24. Biedron, R.T. and Adamson, Jr. T.C., 1988, "Unsteady Flow in a Supercritical Supersonic Diffuser," AIAA Journal, Vol. 26, No.11, pp.1336~1345.
 25. Kim, H.D., Matsuo, K., Kawagoe, S. and Kinoshita, T., 1991, "Flow Unsteadiness by Normal Shock Wave/Turbulent Boundary Layer Interaction in Internal Flow," International Journal JSME, Vol.34, No.317, pp.457~465.
 26. Sajben, M. and Bogar, T.J., 1982, "Unsteady Transonic Flow in a Two-Dimensional Diffuser, Interpretations of Test Results," AFOSR-TR-1453.
 27. Kim, H.D., Matsuo, K. and Kawagoe, S., 1990, "The Driving Mechanism of Shock Wave Motion Interacting with Turbulent Boundary Layer in a Supersonic Diffuser," Symp.on Shock Waves, Japan'90.
 28. Kim, H.D., et al, 1995, "Weak Normal Shock Wave/Turbulent Boundary Layer Interaction in a Supersonic Nozzle(2nd Report, Fluctuating Flow Field)" Trans. JSME, Series B, Vol.61, No.586.
 28. Yamane, R., Kondo, E., Tomita, Y. and Sakae, N., 1982, Transactions of JSME,

- Series B, Vol.49, No.447.
29. Tamaki, S., Tomita, Y. and Yamane, R., 1970, Transactions of JSME, Series B, Vol.36, No.292.
30. Liou, M.S. and Sajben, M., 1980, "Analysis of Unsteady Viscous Channel Flows with a Shock Wave in a Two-Dimensional Channel," AIAA Paper, No.80-0195.
31. Culick,F.E.C., 1968, "Some Nonacoustic Instabilitiesin Rocket Chambers Are Acoustic, AIAA Jour., Vol.6, No.7.
32. Sugiyama, H., Takeda, H., Zhang, J., Sekiyama, M. and Yamagishi, H., 1988, "Locations and Oscillation phenomena of Pseudo-Shock Wave in a Straight Rectangular Duct(2'nd Report,Spectral Analysis of Wall Pressure Fluctuations in Pseudo-Shock Waves)," Transactions JSME, Series B, Vol.53, No.490, (In Japanese).
33. Sugiyama, H., Takeda, H., Zhang, J., Sekiyama, M. and Okuda, K., 1988, "Locations and Oscillation phenomena of Pseudo-Shock Wave in a Straight Rectangular Duct(1'st Report, High Speed Schlieren Observation)," Transactions JSME, Series B, Vol.53, No.490, (In Japanese).
34. Smits, A. J. and Muck, K. C., 1987, "Experimental Study of Three Shock Wave/Turbulent Boundary Layer Interaction," Journal Fluid Mech., Vol.182, pp. 291~314.
35. Ikui, T., Matsuo, K. and Nagai, M., 1973, "The Oscillating Phenomenon of Pseudo-Shock Waves, Transactions JSME, Series B,Vol.39, No.326, pp.1278~1285.
36. Richey, G. K. and Adamson, Jr. T. C., 1976, "Analysis of Unsteady Transonic Channel Flow with Shock Waves," AIAA Jour., Vol.14, No.8, pp.1590~1599.
37. Chan, J. S. K. and Adamson, Jr. T. C., 1978, "Unsteady Transonic Flows with Shock Waves in an asymmetric Channel," AIAA Jour., Vol.16, No.4, pp.377~384.
38. Landau, L. D. and Lifshitz, E. M., 1966, "Fluid Mechanics" Pergamon Press, pp.331 ~ 333.
39. Shapiro; A.H., 1953, "The Dynamics and Thermodynamics of Compressible Fluid Flow," The Renald Press Company, Vol.1.
40. Kim, H.D., et al, 1997, "Hot-Wire Measurement on Unsteadiness of Normal Shock Wave/Turbluent Boundary Layer Interaction in a Supersonic Diffuser," KSME International Journal(to be published).
41. Matsuo, K. and Yaga, M., 1987, "Stability of Normal Shock Waves in Diffusers," AIAA Jour. Vol.25, No.11., pp.1515~1517.
42. Yang, V. and Culick, F. E. C., 1985, "Analysis of Unsteady Inviscid Diffuser Flow with a Normal Shock Wave," Jour. Propulsion and Power, Vol.1, No.3, pp.222 228.