

프랙탈 및 JPEG 영상 압축 알고리즘 성능 평가

이 정 재*

Performance Evaluation of a Fractal and JPEG Image Compression Algorithm

Jung-Jae Lee*

요 약

본 논문에서는 영상을 효과적으로 부호화하고 높은 압축률에서도 원 영상을 잘 복원할수 있는 프랙탈 압축방법을 제안하였다. 주어진 SNR 허용오차에 대해 Fisher)방법과 본 논문에서 제안한 방법이 모든 문턱치에서 압축비가 기존의 방법보다 더 높음을 보여준다. 이는 지역적인 반복함수계가 PIFS 정보기억 용량을 레인지 블록당 48비트에서 40비트로 줄일수 있어 압축시간이 개선됨을 보인다.

Abstract

In this paper, I proposed methods of fractal image compression to get better original images in a high compression raitos with encoding image effectively. For given signal-to-noise raitos tolerances, show the proposed compression method are higher than Fisher's method for compression raitos at all thresholds. This is due to improve compression time in the local IFS structure that reduce PIFS information storage requirements from 48bits range blocks to the 40bits.

* 송원대학 무역사무자동화과 전임강사
논문접수: 98.11.9. 심사완료: 98.12.9.

1. 서론

영상압축이란 부호화를 이용해 양질의 영상을 유지하며 데이터들의 상관도를 줄여 불필요한 데이터의 중복성을 없애고 영상의 자기유사성에 기초를 두는 것으로 카오스이론을 기초로 하고 있다. Mandelbrot²⁾에 의해 소개된 프랙탈은 근래 멀티미디어 디지털 정보처리등 여러 분야에 사용되고 있으며 특히 고용량의 디지털 영상파일을 순간적으로 전달하기 위해서 거대한 데이터를 압축하여 전달해야 하는 디지털영상압축 응용에 많이 사용되고 있다. 디지털 영상을 압축하는 방법은 크게 두가지로 분류하는데 영상정보를 데이터 압축방법을 이용하여 손실없이 압축하는 방법과, 약간의 정보손실을 감수하여 수학적 변환을 통해 압축하는 방법이 있다. 데이터 압축법은 RLE(Run Length Encoding), LZW(Lempeiziv welch)를 이용하여 압축하는 경우 압축률이 50%내외가 돼 대용량의 경우 압축률이 낮다는 단점이 있다. 수학적 변환을 이용하는 방법은 이산 코사인 변환(DCT: Discrete Cosine Transform)을 이용하는 JPEG(Joint Photographic Expert Group)방식^{3,4)}과 2차원 의사사상으로 구성되는 반복함수계(IFS: Iterated Function System)를 이용하는 프랙탈 변환방식이 있다.

본 논문에서는 프랙탈 영상을 압축하는 새로운 방법을 제안하였으며, Fisher가 제안한 프랙탈 영상압축과 비교하여 압축률과 SNR비가 향상됨을 보인다. 논문의 구성은 제2장은 프랙탈 변환을 위한 이론적 배경, 3장은 제안된 알고리즘, 4장은 실험 및 고찰, 제5장은 결론으로 구성된다.

II. 프랙탈 변환을 위한 이론적 배경

2.1 Sierpinsky 삼각형⁵⁾

프랙탈 특성을 나타내는 널리 알려진 구조는 그림1과 같은 Sierpinsky 삼각형이다. 임의 영상을 취해서 발생하는 삼각형은 1/2로 스케일링되고, 그림1(b)와 같은 3개의 영역으로 변환된다.

만약 이 과정이 무한히 반복된다면 어떤 단계의 출력은 다음 단계의 출력으로 피드백되고 결과는 그림1(c)의 영상과 같다. 그림1(e)의 영상은 끌개(attractor)로 알려져 있다. 끌개는 의사사상과 같이 축소적이다. Sierpinsky 삼각형의 경우 임의의 물체에 여러번 축소 의사사상을 반복적으로 적용한다면 끌개로 된다. Sierpinsky 삼각형은 입력영상의 3번의 변환으로 나타내고 다음식(1)과 같다.

$$W_1 \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$W_2 \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 127 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$W_3 \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 127 \\ 127 \end{bmatrix} \dots\dots(1)$$

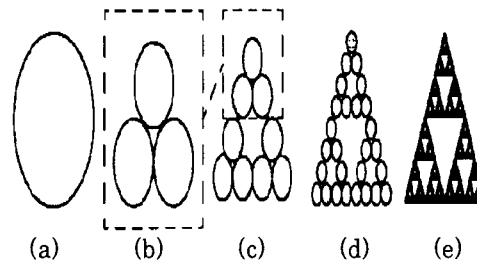


그림 1. Sierpinsky triangle

2.2 축소 매핑 정리(Contractive Mapping Principle)

기하학적 측면에서 정의되어질 수 있는 프랙탈 영상은 단순한 임의 형태의 축소, 확대, 기울임, 회전, 이동 등이 변화된 작업을 통하여 변형된 영상을 재배치하는 작업의 반복을 계속하면 어떤 복잡한 영상도 복원시킬 수 있다는 반복함수계(IFS:Iterate Function System) 이론

6)에 있다. ITT(Iterated Transformation Theory)에서의 변환들이 모여 형성되는 함수가 IFS이며, 반복 변환 이론은 축소 공간(Metric Space) 내에서 임의의 점이 수축하는 변환 시스템에 의하여 고정점(Attractor)이라는 하나의 유일한 점으로 수렴하는 것으로 프랙탈 영상 부호화의 이론적 배경이 된다.7)

반복 함수계는 완전 축소 공간(Complete Metric Space) (X, d) 와 축소 변환 $(W_n : X \rightarrow X)$ 들의 유한 집합과 축소 인자들인 $S_n(n=1, 2, 3, \dots, N)$ 으로 이루어지며 표기는 $\{X; w_n, n=1, 2, \dots, N\}$ 이고, 축소 인자는 S_n 중에서 최대값이다. 영상 내에서 각 부분들은 다른 부분들과 비슷한 모양으로 되어 있는 경우가 많다. 이 과정에서 초기 영상에 어떤 축소 매핑을 반복 적용하면 초기 영상에 상관 없이 그 축소 매핑의 고정점으로 수렴하는 영상을 얻게 된다. 이것이 IFS 이론의 수학적 근거인 축소 매핑 정리(Contraction Mapping Principle)이다. 영상의 모든 내용을 저장하는 대신 변형과 재배치 방법을 이용하여 저장함으로써 압축률을 향상시키는 것이 IFS를 이용한 프랙탈 영상 압축의 기본 원리이다.

완전 축소 공간(Complete Metric Space) (X, d) 에서 정의되는 변환은 $f : X \rightarrow X$ 가 모든 좌표 $x, y \in X$ 와 $0 \leq s < 1$ 에 대하여 다음과 같은 성질을 만족할 때 변환 X 는 축소 변환이라 한다.

$$d(f(x), f(y)) \leq s \cdot d(x, y)$$

위 식에서 d 는 두 집합사이의 거리를 나타내는 축소도(Metric)이며 s 는 변환 f 의 축소비를 의미한다. 변환할 때의 축소성에 나타나는 Point는 $x_1 = w(x_1), x_2 = w(x_2)$ 이며 변환된 점의 거리는 $d(w(x_1), w(x_2))$ 가 된다. 이때 w 를 변환된 축소 변환(Contractive Transformation)이라 한다.

2.3 고정점의 정리(Fixed Point Theorem)

축소성을 만족하는 N개의 변환을

$w_1, w_2, w_3, w_4, \dots, w_n,$ 이 라 면

$$W = \bigcup_{i=1}^n w_i$$

도 역시 축소 변환이 되며 완전 축소 공간 (X, d) 에서 변환 $f : X \rightarrow X$ 가 축소 변환이면 임의의 초기치 x 에 대하여 변환 W 를 반복하여 적용하였을 때 고정점(Fixed Point or Attractor)이라고 하는

$$|| = \lim_{n \rightarrow \infty} W^n(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} W(\cdot \cdot W(W(x)) \cdot \cdot)$$

에 수렴하는 성질을 갖는다.

w 는 연속적으로 수렴할 때 $x = \lim_{n \rightarrow \infty} W^n(x_0)$ 는 Fixed Point 혹은 w 을 고정점이라 한다.

$x = W(x)$ 여기서 x 는 축소 변환 W 의 고정점(attractor)이다. 이때 한 번 고정점 $|W|$ 에 수렴하면 더 이상의 변화에 대하여 변하지 않는다. 즉,

$W(|W|) = |W|$ 이를 고정점 정리(Fixed Point Theorem)라 하며, 이 정리를 만족하는 변환들의 집합을 반복함수라 한다.7,8)

2.4 Collage 이론

Barnsley5)가 제안한 콜라지 이론은 축소변환 $w_1, w_2, w_3, \dots, w_n$ 의 해당계수를 찾기위해 입력영상을 여러각도로 축소 또는 회전시켜 본 뒤 입력영상에 가장 근접한 축소변환계수를 찾아 반복함수계를 구성해가는 것이다.

$$B = W(B) = \bigcup_{i=1}^N W_i(B)$$

여기서 B 는 축소변환의 집합으로 구성되며 이때의 $W(B)$ 를 B 를 채우는 Collage라 한다. collage 이론은 IFS 코드를 결정하기 전에 영상을 단순화하는 방법을 제시하기 때문에 중요하며, 한 영상 끝개가 임의의 영상에 축소의사사상을 적용하여 생성되는 한 개, 또는 그 이상의 분할된 영상을 표현한다. 그러므로 주어진 디지털 영상이 끝개로 모델화 되면 그것은 레인지 블록으로 분할된다.

III. 제안된 프랙탈 영상 압축 알고리즘

압축을 위해 영상은 8*8 화소로 구성되는 레인지 블록을 총 1024개까지 비중첩으로 분할하고, 화질복원을 위해 16*16화소 도메인 블록으로 중첩분할하여 표현된다. 그리하여 적당한 크기로 분할된 영상은 수용가능한 정합을 결정하기 위해 주어진 레인지 블록과 비교된다. 도메인 블록은 Jacquie에 제시한 분류를 이용해서 shade, edge, midrange블록으로 분류할수 있다. 영상을 비교하기 전에 도메인 블록을 레인지 블록으로 매핑할수 있는 방법으로 2차원 의사사상을 다음식(1)으로 표현된다.

$$W_i \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_i & b_i \\ c_i & d_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_i \\ f_i \end{bmatrix} \dots\dots(1)$$

여기서 계수 a_i, b_i, c_i, d_i 는 scale, rotation, skew를 나타내고 e_i, f_i 는 이동을 결정한다. 식(1)은 256그레이 영상을 위해 도메인 화소 강도는 주어진 레인지 블록과 정합되도록 변환되며 z축에 화소의 강도를 나타내기 위해 3차원 행렬식(2)로 나타낸다.

$$v_i \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_i & b_i & o_i \\ b_i & d_i & o_i \\ 0 & o & s_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_i \\ f_i \\ o_i \end{bmatrix} \dots\dots(2)$$

여기서 s 는 contrast를 제어하고 o_i 는 v_i 의 brightness를 제어한다. 식(2)을 차원을 분리하면 다음 식(3)으로 표현된다.

$$v_i(x, y, z) = (w_i(x, y), s_i + o_i) \dots(3)$$

여기서 w_i 는 식5의 2차원 변환이다. 식(2)에 의사사상을 이용해 도메인 블록의 기하와 화소강도는 레인지 블록으로 매핑된다. 주어진 레인지 블록과 변환된 도메인 블록의 비교를 위해 두 개로 분할된 영상사이에 거리를

표현할수 있는 측도를 선택해야 한다. 화소 강도 D_1, \dots, D_n 을 가진 스케일된 도메인 블록과 화소강도 R_1, \dots, R_n 을 가진 레인지 블록사이의 거리는 다음식(4)과 같이 표현된다.

$$D = \sum_{j=1}^n [(s \cdot D_j + o) - R_j]^2 \dots\dots\dots(4)$$

변수 s 와 o 는 거리 D 를 결정하기 전에 반드시 결정되어야 한다. 거리를 최소화하기 위해 두 변수 S 와 0 를 부분편차를 구하면 식(5)와 같다.

$$S_p = \frac{n^2 [\sum_{j=1}^n D_j R_j] - [\sum_{j=1}^n D_j][\sum_{j=0}^n R_j]}{n^2 \sum_{j=1}^n D_j^2 - [\sum_{j=1}^n D_j]^2}$$

$$0 = \frac{\sum_{j=1}^n R_j - s \sum_{j=1}^n D_j}{n^2} \dots\dots\dots(6)$$

반복 계산을 피하기 위해 $\sum_{j=1}^n R_j$ 는 새로운 레인지 블록을 추출하기 전에 계산해야 하고, 한편 $\sum_{j=1}^n D_j$ 와

$\sum_{j=1}^n D_j^2$ 는 전처리 단계에서 각각의 도메인 블록을 계산하고 도메인 배열에 저장된다. 거리 D 는 식(4)에서 많은 계산을 거쳐 다음식(7)으로 표현된다.

$$D_{sq} = \sum_{j=1}^n R_j^2 + S[S \sum_{j=1}^n D_j^2 - 2 \sum_{j=1}^n D_j R_j + 2o \sum_{j=1}^n D_j] + o[on^2 - 2 \sum_{j=1}^n R_j] \dots\dots\dots(7)$$

일단 레인지 블록이 추출되고, 모든 방향이 결정이 되면 먼저 동일한 분류의 도메인 블록이 비교를 위해 추출이 된다. 위의 방법을 이용하여 현재 레인지 블록의 각각의 방향과 추출된 도메인 블록간의 거리가 계산된다. 위의 과정을 종합하여 플로우차트로 나타내면 그림1과 같다.

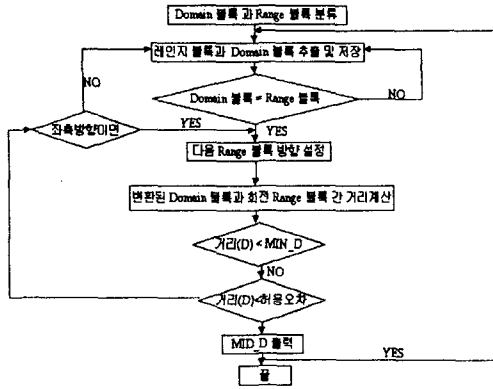


그림 1. The Flowchart of Proposed fractal image compression algorithm

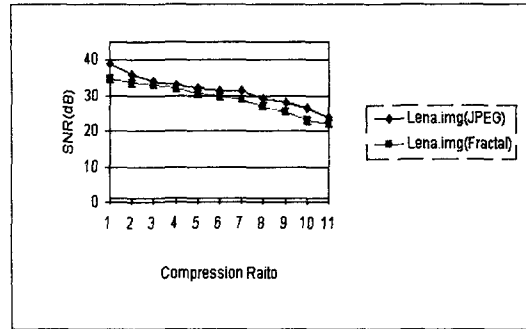


그림 3. SNR Versus Compression Ratio

IV. 실험 및 고찰

압축과 해제 알고리즘의 수행테스트에 사용되는 영상은 PGM(portable greyscale images)이고, 레인지 블록(8*8 레인지 / 16*16 도메인)을 크게 사용하여 부호화하면 첫 영상은 희미하다. 아주 적은 레인지 블록(4*4 레인지/8*8 도메인)을 사용하는 압축 알고리즘은 비교적 빠르고 면밀히 압축할 수 있다. 그러나 복잡한 배경을 갖는 레나 영상은 부호화하는데 레인지 블록이 커지게 되지만 복잡도 및 압축비는 낮아지지만 압축시간은 길어진다. 표1은 주어진 RMS 허용오차에 대해 Young이 제안한 방법과 본 논문에서 제안한 방법의 압축비와 SNR을 그림2에서 보여주고 있다. 모든 문턱치에서 압축비가 Young이 제안한 방법보다 제시된 방법이 더 높음을 알 수 있다. 이것은 지역적인 반복함수계가 PIFS 정보기억용량을 레인지 블록당 48비트에서 40비트로 줄일수 있고 압축시간을 빠르게 해준다.



(a) Fisher 방법 (b)제안된 방법
그림 2. The results of Comprison Of the Fractal images and JPEG images.

표 1. Compression Ratio Versus RMS Therhold

Image	RMS Threshold	Fisher Method	Proposed Method
		Compression Ratio	Compression Ratio
Lena.i mg	11.0	7.1:1	8.4:1
	7.0	5.7:1	6.7:1
	4.0	4.5:1	5.3:1

V. 결론

프랙탈 영상 압축은 공간적 중복성을 제거하는 정지영상의 손실부호화로서 끝개로 모델화하여 영상을 부호화함으로써 높은 압축률을 가져다 준다. 본 논문에서는 영상을 효과적으로 부호화하고 보다 높은 압축률에서도 원 영상을 최대한으로 복원할 수 있는 프랙탈 압축 방법을 제안하였다. SNR에 관계없이 JPEG와 프랙탈 영상 압축의 성능에 있어서 차이는 미미하지만 그림3에서 SNR관점에서 JPEG와 프랙탈 영상 압축의 성능의 차이는 근소하나 프랙탈 영상 압축이 약간 우수함을 보여주고 있다.

표 1에서 주어진 RMS 허용오차에 대해 Fisher가 제안한 방법과 본 논문에서 제안한 방법의 압축비와 실행시간을 나타내고 있으며 모든 문턱치에서 압축비가 Fisher가 제안한 방법보다 제시된 방법이 더 높음을 알 수 있다. 이는 지역적인 반복함수계가 PIFS 정보기억용량을

레인지 블록당 48비트에서 40비트로 저장공간을 줄일수 있어 압축시간을 빠르게 해줌을 알 수 있다.

참고문헌

[1] Y. F. Fisher, "Fractal image compression," SIGGARCH '92 Course Notes, 1992.

[2] L.F. Anson, "Fractal Image Compression," Byte, pp. 195-202, October 1993.

[3] Y. F. Fisher, D. Rogovin and T.P. Shen, "A Comprison of Fractal Methods with dct(JPEG) and wavelets(epic)," SPIE Proceedings, Nature and Stochastic Methods in Image and Signal Processing III, vol 2304-16, San Diego, CA, July 28-29, 1994.

[4] Kongji Hung, Experiment with a lossless JPEG Codec, Cornel University, Sept. 1994.

[5] M.F. Barnsley and L. P. Hurd, Fractal Image Compression. Wellesley, Massachusetts: AK Peters, Ltd., 1993, pp.1-188.

[6] Jacobs, E. W., Fisher, Y., Boss, R.D., Image compression: A study of the iterated transform method, Signal Processing 29 (1992) 251-263.

[7] Novak, M., Attractor coding of images, Licentiate Dissertation, Dept. of Electrical Engineering, Linkoping University, May 1993.

[8] Fisher, Y., Fractal image cmpression - Theory and Application, Springer-Verlag, New York, 1994.

[9] Jacqin, A. E., Fr3actal image coding based on a theory of iterated contractive image

transformation, SPIE, Visual Communication and Image Processing, (1990) 227-239.

[10] Jacqin, A. E., Image coding based on fractal theory of iterated contractive image transformation, IEEE Trans. Image Proc.1(1992) 18-30.



이정재

1981-1986년 조선대학교 컴퓨터공학과(공학사)
 1987-1989년 조선대학교 대학원 컴퓨터공학과(공학석사)
 1992-1996년 조선대학교 대학원 전산통계학과(이학박사)
 1997.3-현재 송원대학 무역사무자 동화과 전임강사
 관심분야: 영상처리, 유전자 알고리즘, 멀티미디어