

### 3 차 변환 모델을 이용한 영상 보정 시스템 구현

한 기 태\*

### Image Calibration System Implementation using Third Transformation Model

Gi-Tae Han\*

#### 요 약

본 논문은 렌즈와 여러 요인에 의해 야기되는 왜곡 영상을 본래 영상에 가까운 영상으로 보정하기 위한 방법을 제안한다. 왜곡되지 않은 가정된 표준영상과 왜곡 영상간의 3차 변환 모델링을 통하여 보정 계수를 구한 후 왜곡 영상에 이 계수를 적용하여 원하는 영상을 얻는다. 보정계수는 카메라의 위치나 렌즈 변경등 촬영 환경이 변경될때까지 유효하다. 본 연구는 보정계수를 구하기 위한 영상처리 과정과 왜곡 영상에 보정계수를 적용하여 실 영상으로 간주되는 영상을 만들어내는 보정계수 적용 과정으로 되어 있다. 본 논문에서 제안하는 방법은 특정 시스템 환경과 카메라 렌즈의 영향에 의해 부과된 변형된 영상으로부터 실제 영상을 관측하는 시스템에 적용하기 위한 것이며 실험은 원자로에 부착될 CCD 카메라로부터 입력되는 왜곡 영상을 대상으로 하였고 보정 정도가 기존 방법보다 우수함을 보인다.

#### Abstract

In this paper, a calibration method is proposed for calibrating distorted image from lens and various factors. The similar origin image can be generated by the proposed method that calculate a calibration coefficient by modeling third transformation between standard image and distorted image and then apply the coefficient to distorted image. The coefficient is effective until camera position is changed or lens is exchanged. This research consists of processes to calculate calibration coefficient and to get similar real image by the coefficient. Proposed method especially is applied to a system to obtain a real image from a distorted image causing effects of special system environment and camera lens. The advantage of this method is verified by experiment using distorted images from a CCD camera that will attach atomic pile.

---

\* 경원전문대학 전자계산과 조교수  
논문접수: 98.8.8. 심사완료: 98.10.20.

## I. 서 론

컴퓨터의 성능과 통신 매체의 전송속도 향상은 멀티미디어 통신이나 응용기술을 급속히 발전시키는 원동력이 되고 있으며, 특히 멀티미디어 기술의 한 영역인 영상 부문의 기술은 실시간 영상 처리를 전체로한 산업비전이나 컴퓨터 비전, 로봇비전에 이르기까지 그 영역이 날로 광대해지고 있다. 이러한 실 시간 영상처리를 활용하여 어셈블리라인에서의 제품에대한 결합 검사, 교통제어 시스템, 로봇 제어 시스템, 보안 시스템, 가상 스튜디오 구현등 다양한 산업 분야에서 영상처리의 결과로 얻어진 정보를 활용하여 생산성 향상을 위한 방안등을 모색하고 있다. 이러한 비전산업은 카메라로부터 들어오는 영상을 분석하여 얻어지는 정보를 활용하기 때문에 무엇보다도 정확한 영상을 획득하는 것이 중요하다. 그러나 영상은 적용 시스템의 환경이나 카메라 렌즈의 왜곡 정도에 따라 원래의 영상과는 변형된 형태의 영상으로 나타날 수 있다. 본 논문에서는 실시간으로 입력되는 영상 향상자 시스템을 위한 왜곡 영상 보정 방법을 제안한다. 왜곡 영상을 보정하기 위해서는 먼저 왜곡되지 않은 상태의 영상으로 간주되는 표준영상과 왜곡 영상 간의 왜곡 형태를 찾는 과정 및 왜곡의 정도를 모델링하는 과정이 필요하다.

원자로와 같은 특수한 환경에 설치된 저조도 카메라로부터 입력되는 영상은 시스템 내부 환경이나 카메라 렌즈의 영향으로 결과가 왜곡된 형태로 얻어진다. 그러나 렌즈의 특성만을 고려해볼 때는 영상의 중심으로부터 가까운 거리에 있는 위치는 왜곡의 영향을 거의 받지 않는다[1,5]. 표준영상은 왜곡영상과 왜곡되지 않은 영상간의 왜곡 정도를 나타내는 계수를 추출하기 위한 기준이 되는 영상이며, 본 논문에서 제안한 방법은 표준 영상을 얻기 위하여 Grid Paper를 사용한다. Grid Paper는 수평과 수직 방향으로 일정 간격을 유지하도록 직선을 그어 여러개의 격자가 생성되도록 한후 레이저 프린터로 출력한 것이다. 입력으로 들어온 Grid Paper 영상은 렌즈의 Radial Distortion의 영향을 받

아 직선이 곡선의 형태로 나타난다. 본 논문은 왜곡영상의 보정 계수를 구하는 과정으로써 Grid Paper 영상으로부터 표준 영상을 얻기 위한 영상처리 과정 및 영상 처리를 통하여 생성한 표준영상과 왜곡된 Grid Paper 영상간에 왜곡 계수를 구하는 과정, 그리고 왜곡계수를 역 변환한 보정 계수를 실제의 왜곡영상에 적용하는 과정으로 되어 있으며, 결론에서는 왜곡 영상과 본 논문에서 제안한 방법을 적용한 보정 영상과의 비교를 통하여 제안한 방법에 대한 타당성을 보인다.

## II. 관련 연구

카메라 케리브레이션은 실세계의 점들과 카메라를 통하여 얻어지는 영상에서의 점들간에 수학적 변환 모델을 찾는 것이 목적이다. 이러한 변환 모델에 관여되는 케리브레이션 문제는 일반적으로 두가지 파라메타를 포함하고 있다. 그 중에 하나는 위치 및 방향과 같은 카메라 프레임과 실세계 프레임간의 관련성에 따른 요인인 Rigid Body 변환에 관한 외부 파라메타이고 다른 하나는 렌즈의 초점거리를 포함한 카메라의 특성과 영상 화소 크기와 영상 중심위치 및 카메라의 기하학적 비선형성에 따른 요인인 내부 파라메타이다. 그 중 내부 파라메타로서 비디오나 사진 영상에서 고려되는 왜곡 중 가장 중요한 형태가 Radial and Decentering Distortion이며 일반적인 카메라 렌즈의 수정 모델은 아래와 같다[3].

$$\begin{aligned}
 X &= x + x'(k_1r^2 + k_2r^4 + k_3r^6 + k_4r^8 + \dots) \\
 &\quad + [P_1(r^2 + 2x'^2) + 2P_2x'y'][1 + P_3r^2 + \dots] \\
 Y &= y + y'(k_1r^2 + k_2r^4 + k_3r^6 + k_4r^8 + \dots) \\
 &\quad + [P_2(r^2 + 2y'^2) + 2P_1x'y'][1 + P_3r^2 + \dots]
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

여기서

$$\begin{aligned}
 x' &= x - c_x, y' = y - c_y \\
 r &= [(x - c_x)^2 + (y - c_y)^2]^{1/2} \\
 X &= x + x'(k_1r^2 + k_2r^4 + k_3r^6 + k_4r^8 + \dots) \\
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

여기서

$$x' = x - c_x, y' = y - c_y, r = [(x - c_x)^2 + (y - c_y)^2]^{1/2}$$

위 식에서  $X, Y$ 는 복원될 위치에 해당하는 영상좌표이며,  $x, y$ 는 왜곡된 영상에 해당하는 영상좌표이다. 또한  $k_1, k_2, k_3, k_4, \dots$ 는 Radial Distortion 계수이고,  $P_1, P_2, P_3, \dots$ 는 Decentering Distortion 계수이며,  $r$ 은 영상의 중심좌표( $cx, cy$ )로부터 어떤 점까지의 반지름이다. 위의 모델에서 볼 때 중심의 위치로부터 가까운 거리에서는 원래의 영상좌표와 유사한 좌표가 얻어짐을 알 수 있다. 기존 연구에서 볼 때 일반적으로 고치는 중요성이 떨어지기 때문에  $r$ 의 차수를 2차까지만 고려하여 계수를 구하고 있다. 또한 영상의 점들을 만들어 내는 3차원 영상에 대한 특별한 정보없이 영상자체를 이용하여 왜곡을 모델링하는 것이 중요하다고 강조하고 있다[5]. 기존 연구에서는 카메라 켈리브레이션을 해결할 때 내부 카메라 파라메터를 추정하기 위하여 명백한 켈리브레이션 목표와 오브젝트에 대응되는 영상 포인트를 사용하여야만 했으며 외부 카메라의 파라메터를 추정하기 위하여 평행라인과 장면에서 사라지는 점들을 기반으로 하였다. 이에 반해 Prescott 와 McLean은 영상 대 영상에서 점 대 점의 매핑을 통하여 모델링하였다. 그러나 Prescott 와 McLean은 직선에 대한 왜곡 영상의 상태가 영상의 중심으로부터 멀어질수록 곡선의 상태가 되는데도 왜곡된 직선에 대한 점들의 집합(LSR: Line Support Region)에 대하여 1차 fitting(그림2.1)을 함으로써 원 영상을 복원함에 있어 중심으로부터 멀어질수록 픽셀 간격이 원 영상보다 멀어지는 경향이 있으며, 또한 수정 모델  $r$ 의 차수를 2차까지만 고려함으로써 복원한 결과 영상에 상당한 왜곡 성분이 포함되어 있음을 볼 수 있다.

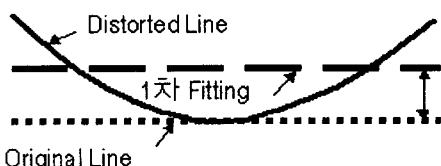


그림 2.1. B.P & G.F의 1차 fitting

이러한 문제점을 해결하기 위하여는 왜곡영상과 왜곡되지 않았다고 간주되는 표준 영상간에 기하학적인 변환관계의 유도가 필요하다. 영상간의 기하학적 변환은 디지털 영상 처리에서 이미지 평면상에 화소를 재배치하는 공간 변환과 공간적으로 이동된 이미지내의 화소에 Gray Level 을 할당해주는 gray-level 보간으로 구성되는데, 어떤 영상 O의 화소 좌표  $x, y$ 가 좌표  $x', y'$ 을 갖는 영상 D로 왜곡되었다고 가정하면 왜곡 영상 D( $x', y'$ )를 생성하는 변환함수를  $r(x, y)$ 와  $s(x, y)$ 라 할 때 왜곡 영상의 좌표  $x'$ 과  $y'$ 은 다음과 같이 표현 할 수 있다.

$$x' = r(x, y), y' = s(x, y)$$

만일  $r(x, y) = x/2^0$ 이고,  $s(x, y) = y/2^0$ 라면 영상 O는 두 공간 방향에서 1/2로 오그라들게 될 것이다. 이러한 것처럼  $r(x, y)$ 와  $s(x, y)$ 가 분석적으로 알려진 경우라면 왜곡영상에 역 변환을 적용하여 원래의 영상을 복원할 수 있다. 그러나 실질적으로 왜곡을 묘사하는 변환함수  $r(x, y)$ 와  $s(x, y)$ 로부터 생성되는 하나의 단순한 집합을 전체 이미지 상에 적용하여 처리하는 것은 불가능하다. 이러한 어려움을 극복하기 위하여 빈번히 사용되는 방법이 사전에 알고있는 왜곡 이미지와 보정된 이미지 화소들의 부분 집합간에 묶인점(tie-points)을 사용하여 화소들을 재배치하는 방법을 쓸 수 있다[2].

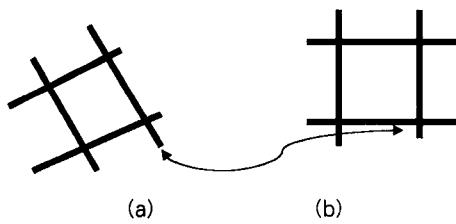


그림 2-2. Tie-points 예

그림2-2(a)의 영상에서 각 교차점이 그림2-2(b)의 영상 교차점으로 변환되었다고 가정하면

$$r(x, y) = c_1x + c_2y + c_3xy + c_4$$

$$s(x, y) = c_5x + c_6y + c_7xy + c_8$$

표현할 수 있고, 총 8개의 tie-point가 알려졌으므로 8개의 계수를 갖는 방정식으로 나타낼 수 있다. 또한 원 영상으로부터 왜곡 영상으로의 좌표변환이 렌즈의 왜곡과 perspective 가 부과된 왜곡이 있다면 다차 함수(2차 이상)으로 모델링을 할 수 있을 것이다. 그리고 2차 함수로 모델링할 경우는

$$r(x, y) = c_1x^2 + c_2y^2 + c_3xy + c_4x + c_5y + c_6$$

$$s(x, y) = d_1x^2 + d_2y^2 + d_3xy + d_4x + d_5y + d_6$$

으로 나타낼 수 있는데 이 경우 변환계수는  $6 \times 2$ 개가 필요하며 3차로 모델링할 경우는  $10 \times 2$ 의 변환계수가 필요하다. 이러한 영상간의 기하학적 위치이동 방법을 적절히 모델링하면 왜곡 영상의 보정 계수를 구할 수 있다. 본 논문에서는 일상적인 카메라 렌즈에 국한된 수정 모델의 한계성을 극복하기 위하여 영상에서의 기하학적 변환 정보를 이용한 영상의 보정 방법을 얻어내고자 한다. 영상으로부터 변환계수를 얻기 위해서는 여러 가지 영상처리 기법과 모델링이 필요하다.

### III. 표준 영상 생성

표준영상을 컴퓨터로부터 생성하기 위하여 여러 단계의 영상처리 과정을 거쳐야하는데 수평. 수직 방향의 직선으로 이루어진 Grid Paper(g)를 카메라로 캡쳐하여 사용한다. 캡쳐된 영상은 카메라의 렌즈 특성으로 영상의 중심으로부터 멀리 떨어질수록 왜곡상태가 심한 곡선의 형태를 나타내며 여기에는 빛의 양이나 카메라의 렌즈 상태에 따라 노이즈가 덧붙여진 상태로 나타난다. 그림3.1은 Grid Paper이며 그림 3.2는 그림 3.1을 CCD 카메라로부터 캡쳐한 영상이다. 이 왜곡된 영상으로부터 컴퓨터가 표준영상을 만들어 내기까지는 다음과 같은 과정을 수행한다.

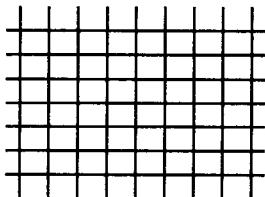


그림 3.1 Grid Paper

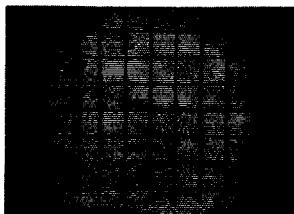


그림 3.2. Captured Image

#### 3.1 LSR(Line Support Region)추출

그림3.1를 카메라로 캡쳐한 영상(capture image:c)은 상당한 노이즈가 포함되어있으므로 라인을 구성하는 영역을 추출하기 위해서는 화소의 몽친 영역의 크기나 밝기 정도를 비교하여 같은 영역으로 간주되는 영역이 문턱 값을 넘을 경우는 보존하고 넘지 못할 경우는 제거하는 방법으로 노이즈를 제거한다.

(thresholded image:t)

다음 단계로는 수평. 수직 방향의 라인 영역들을 분리하는 과정이 필요한데 이를 수행하기 위하여 영상 t의 각 수평, 수직방향에 대하여 morphology를 수행한다. morphology는 수평방향(혹은 수직방향)의 한 방향에 대하여 먼저 실시한후 결과영상(m1)을 저장하고, morphology 수행전의 영상(t)에 대하여 수직방향(혹은 수평방향)으로 morphology 를 실시하여 결과영상(m2)을 같은 방법으로 저장한다.

#### LSR Extraction Algorithm

- ① c image를 thresholding  
(applying to Niblack method)
- ② thresholding 결과 영상을 t로 저장
- ③ t image에 대하여 Morphology실행
  - ④ Horizontal direction  
(structuring element: 1 x pen size)
  - ⑤ morphology결과를 저장(m1)
  - ⑥ Vertical direction  
(structuring element: pen size x 1)
  - ⑦ morphology결과를 저장(m2)

#### 3.2 LSR(Line Support Region)의 레이블링

영상(m1,m2)에는 다수의 LSR들이 존재하게 되는데 서로간에 LSR을 구분하면서 단위 LSR의 좌표 값을 얻기 위하여 레이블링 과정을 수행한다. 수평. 수직방향의 각각에 대한 레이블링 결과로 각 LSR의 화소 좌표를 베퍼에 기록한다[4].

#### 3.3 LSR Fitting

원래 왜곡되지 않은 영상이라면 직선의 격자로 되어 있기 때문에 LSR의 특성을 1차식으로 나타낼 수 있겠

지만 본 논문에서의 경우처럼 특정 시스템 환경과 방사렌즈(Radial Lens)의 영향으로 왜곡된 영상의 경우 영상의 중심에서는 원형을 거의 유지하나 중심에서 멀어질수록 같은 방향으로 구부러지는 성향(그림3.2)이 있으므로 각 LSR을 하나의 2차 곡선으로 모델링하고 곡선을 얻기위하여 LSR의 점들로부터  $y=ax^2 + bx + c$ 을 만족하는 계수 a,b,c를 구한다.

$$y = ax^2 + bx + c$$

$$xy = ax^3 + bx^2 + cx$$

$$x^2y = ax^4 + bx^3 + cx^2$$

로부터 유도되는 아래의 행열식에서 a,b,c를 구하면 된다.

$$\begin{bmatrix} M & \sum x_k & \sum x_k^2 \\ \sum x_k & \sum x_k^2 & \sum x_k^3 \\ \sum x_k^2 & \sum x_k^3 & \sum x_k^4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c \\ b \\ a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum y_k \\ \sum x_k y_k \\ \sum x_k^2 y_k \end{bmatrix}$$

여기서 계수 a,b,c는 행렬 형태로 표현 되므로

$$\begin{bmatrix} c \\ b \\ a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M & \sum x_k & \sum x_k^2 \\ \sum x_k & \sum x_k^2 & \sum x_k^3 \\ \sum x_k^2 & \sum x_k^3 & \sum x_k^4 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \sum y_k \\ \sum x_k y_k \\ \sum x_k^2 y_k \end{bmatrix}$$

을 계산하면 얻을 수 있으며, M은 LSR에서 점의 개수를 의미한다. 해당 LSR에 대한 곡선 fitting의 결과는 수평방향의 라인 성분에 대해서는 x좌표의 최대, 최소값과 수직방향의 라인 성분에 대해서는 y좌표의 최대, 최소값 및 각 LSR의 곡선 fitting에 대한 계수 a,b,c를 가지고 있다. 각 레이블링된 수평방향의 LSR에 대한 곡선 좌표를 구하기 위해서는 x의 최소값부터 1씩 증가시키면서 최대값까지  $ax^2 + bx + c$ 를 구하면 y좌표를 얻을 수 있으며, 수직방향의 LSR에 대한 좌표는 x와 y를 바꾸어 구하면 된다. LSR단위의 fitting 결과인 2차 계수 a의 값을 비교하여 렌즈의 왜곡률이 중심으로부터 반지름의 거리에 따라 일정한 증가 비율을 나타낸다면 왜곡 영상을 복원할 영역도 같은 2차 영역으로 잡을 수 있을 것이다. 그러나 LSR간 a의 변화는 표 3.1에서 보는바와 같이 도시해보면 3차 이상의 변화가 있음을 알 수 있는데, 이것은 왜곡 영상을 3차

이상의 영역으로 확장하여 변환하여야 실 영상에 가까운 영상으로 복원될 수 있다는 것을 나타내주고 있다.

표 3.1. LSR당 2차계수(a) 단위:10-4

label No	LSR(1)	LSR(2)
1	- 1.52	- 1.54
2	- 1.07	- 1.16
3	- 0.73	- 0.75
4	- 0.39	- 0.34
5	- 0.04	- 0.40
6	0.32	0.30
7	0.65	0.65
8	0.86	1.00
9	1.26	1.35

위 표는 grid paper를 약간 기울여지게 한 후 두개의 영상으로부터 수직방향에 대한 LSR의 2차 계수 a의 값을 표시한 것이다.

### 3.4 fitting 곡선의 합성

2차 곡선의 fitting 단계까지 수행된 각 수평, 수직방향의 선들에 대한 영상을 버퍼에 저장한 후 버퍼의 내용을 그리면 수직, 수평 방향의 라인들이 모두 존재하는 합성된 영상이 재현된다.

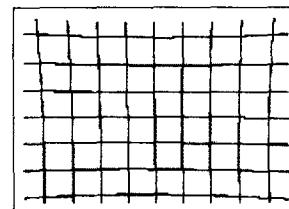


그림 3.3. fitting 결과의 합성

### 3.5 교차점 추출

수평, 수직방향으로 라인들이 합성된 영상에서 교차점을 추출하기 위하여는 각 수평방향 LSR의 fitting된 결과의 x좌표를 xhk, y좌표를 yhk라고, 각 수직방향 LSR의 fitting된 결과의 x좌표를 xvl, y좌표를 yvl라 할 때 각 수평방향 yhk를 각각의 수직 방향 라인에 대하여 xvl인자로 대입하여 얻어지는 값(yvl)과 xhk값이 일치되면 그때의 xhk값을 교차점의 x좌표로, yhk값을 교차점의 y좌표로 얻는다. 이 과정을 각 수평방향의 라인에 대한 각각의 수직방향 라인에 대해서도 실시하면

전체의 교차점을 얻어낼 수 있다(단, h는 Horizontal, v는 Vertical, k와 l은 LSR의 Label).

### 3.6 표준 영상 생성

영상의 중심으로부터 가장 가까운 교차점을 찾고 그 점의 좌표와 전.후, 좌.우에 존재하는 교차점간의 거리를 구하여 평균한 값을 표준영상의 격자 간격으로 정한다. 이 거리는 영상의 중심에 있는 격자의 간격이므로 카메라 렌즈의 특성상 거의 왜곡이 일어나지 않는 영역으로 볼 수 있다. 이 구한 간격을 각 교차점의 수만큼 중심 교차점의 위치로부터 계산한 위치에 표시하여 격자 영상을 만들어 낸 영상이 표준 영상이 된다.

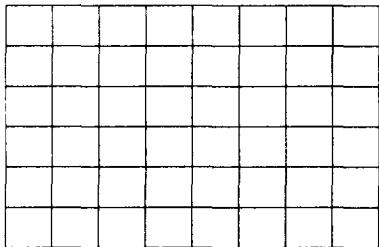


그림 3.3. 표준영상

## IV. 왜곡계수 추출 알고리듬

표준 영상과 왜곡영상간의 왜곡계수를 구하기 위해서는 영상간의 영역 변화에 대한 모델링이 필요한데 표 3.1에서 보는바와 같이 grid paper에는 직선이었으나 렌즈를 통과한 영상은 원점에서 멀어질수록 높은 곡율을 갖는 곡선이면서 각 LSR간의 2차 계수  $a$ 의 변화를 살펴보면 다차 함수로의 변화가 있음을 알 수 있다. 이것은 특수한 시스템 환경 요소, 객체와 렌즈간에 기울어짐과 같은 perspective 성분, 렌즈의 왜곡 성분 및 LSR의 2차 fitting 시의 허용오차 성분등의 복합요소(complex factor)가 영상의 왜곡에 영향을 주었음을 보여주는 것이다. 이러한 요소들로 인하여 2차영역의 영상을 그대로 2차영역으로 사상시킨다면 중복된 화소나 제거되는 화소가 생길수있으므로 다차 영역으로 사

상시키는 것이 타당하다. 무조건 차수를 높인 영역으로 사상을 시킨다고하여 영상의 복원율이 좋아지는 것은 아니며 고차 영역으로의 사상은 계산량이 증가하게되어 실시간 영상 복원시스템에 문제점으로 대두될 수도 있다. 본 논문에서는 표준영상과 왜곡 영상간의 알고있는 정보인 교차점 정보를 이용하여 영상 영역간에 3차 변환 모델을 설정한다. 표준영상의 직선 교차점과 왜곡 영상의 fitting line 교차점간에 3차 변환계수인 왜곡계수를 구하고, 이것을 왜곡영상에 역 변환하여 적용하면 왜곡영상을 실 영상으로 보정할 수 있다는 개념이다. 표준영상의 수평라인과 수직라인의 교차점 좌표를 3차로 모델링한 행렬을 A라고하고, 왜곡영상의 수평라인과 수직 라인의 교차점의 좌표 행렬을 B라 할 때, 행렬 A를 행렬 B로 변환시키는 행렬을 T라 하자. 왜곡영상의 교차점은 표준영상의 각 교차점의 좌표에 아래와 같은 3차식을 적용하여 생성되어 진다.

$$\begin{aligned} x' = & a_1x^3 + b_1y^3 + c_1x^2y + d_1xy^2 + e_1x^2 + \\ & f_1y^2 + g_1x + h_1y + i_1xy + j_1 \end{aligned} \quad (4.1)$$

$$\begin{aligned} y' = & a_2x^3 + b_2y^3 + c_2x^2y + d_2xy^2 + e_2x^2 + \\ & f_2y^2 + g_2x + h_2y + i_2xy + j_2 \end{aligned} \quad (4.2)$$

여기서 각 계수가 모아진 행렬이 T가 되므로  $A \times T = B$ 라는 식이 성립한다. ACROSSPOINT X 10 과 왜곡 영상의 교차점에 대한 BCROSSPOINT X 2 는 아래의 알고리듬으로 부터 얻을 수 있다.

```

for 교차점 수
    ① 표준영상과 왜곡영상의 교차점에 대한
       tie-point를 찾는다.
    ② 카상영상의 교차점 좌표(x,y)를 식(4.1)과
       식(4.2)상의 x3,y3,...,1을 적용 하여
       matrix A를 생성한다.
    ③ 표준영상의 교차점 좌표(x',y')로 부터 ma-
       trixB 를 생성한다.

    end
    ④ 생성 계수(a1,b1,...)를 모아 matrix T 를
       생성한다.

```

그러면 다음과 같은 행열식으로 표현할 수 있는데

$$T = \begin{bmatrix} t_{00} & t_{01} \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ t_{90} & t_{91} \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} a_{00} & \dots & a_{09} \\ \cdot & \dots & \cdot \\ a_{c0} & \dots & a_{c9} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} b_{00} & b_{01} \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ b_{c0} & b_{c1} \end{bmatrix}$$

라 할때 왜곡 영상에 대한 교차점의 좌표인 행렬 B는 아래와 같은 방정식으로 표현된다.(c: 교차점의 수이며 각 x,y는 왜곡영상의 교차점  $x',y'$ 에 대한 tie-point가된다.)

$$\begin{aligned} b_{00} &= t_{00} x^3 + t_{10} y^3 + \dots + t_{90} \\ b_{01} &= t_{10} x^3 + t_{11} y^3 + \dots + t_{91} \\ \dots \\ b_{c1} &= t_{10} x^3 + t_{11} y^3 + \dots + t_{91} \end{aligned}$$

변환계수가 T가되므로 이것의 행렬을 구하려면  $T = A^{-1} \times B$ 로 구할 수 있다. 여기서 구하고자 하는 T는  $10 \times 2$ 의 미지수를 가지고 있지만 교차점 당 2개의 방정식이 만들어 지므로 10개의 교차점만 있어도 계산은 가능하다.

## V. 왜곡 영상의 보정 방법

왜곡영상의 각 화소 좌표에 앞에서 구한 변환(왜곡) 계수를 역 변환하여 적용하면 실 영상으로 보정이 가능하다.  $T' = \text{transpose}(T)$  이고,  $T^{-1} = \text{inverse}(T)$  라 표현할 때 T는 정방행렬이 아니므로 "pseudo inverse"를 써서 구해야하는데  $TC = I$  가 성립한다면  $C = T^{-1} = T'(TT')^{-1}$  가 성립하고(6)

$$C = \begin{bmatrix} C_{00} & C_{01} & \dots & C_{09} \\ C_{10} & C_{11} & \dots & C_{19} \end{bmatrix}$$

로 표현된다. 왜곡된 화소를 원래의 점으로 변환하는 방법을 살펴보면 x와 y를 왜곡 영상의 화소 좌표값이라 하고 X,Y는 복원 영상의 화소 좌표값이라하면 왜곡 영상의 화소 좌표에  $x^3, y^3, \dots, 1$ 을 적용하여 matrix A의 원소인  $a(k)$ 를 만들어내므로

$$X = \sum_{k=0}^9 c_{0k} a(k) \quad Y = \sum_{k=0}^9 c_{1k} a(k)$$

로 복원영상에 대한 화소 좌표를 얻을 수 있으며, 복원 영상을 얻는 알고리듬은 다음과 같다.

```
for(i=0; i<rows; i++)
{
    for(j=0; j<cols; j++)
    {
        a[0]=j**3; a[1]=i**3; a[2]=j**2*i;
        a[3]=i**2*j; a[4]=j**2; a[5]=i**2;
        a[6]=j; a[7]=i; a[8]=i*j; a[9]=1.0;
        X=Y=0.0; /*초기화*/
        for(k=0; k<10; k++)
        {
            X += C[0][k]*a[k];
            Y += C[1][k]*a[k];
        }
    }
}
```

복원 영상으로 구해진 화소 좌표값 X,Y는 실수값이 나올 수 있으므로 이를 영상으로 표현하기 위하여는 디지털 값으로 변환해야한다. 이를 위해서는 X,Y값이 걸치는 4개의 점을 먼저 구하고 각 점에 대한 가중치를 부여하여 정수 좌표로 보간 한다. 그림6.1의 왜곡영상에 역 변환 계수를 적용하여 복원한 영상은 그림6.3과 같다.

## VI. 실험결과 비교

실험은 렌즈의 방사왜곡을 구하는 식(2.1)에 의한 보정방법(Prescott방법)과 본 논문에서 제안한 보정 계수를 이용한 방법 두가지를 수행하였다. 그림6.1은 Grid Paper를 CCD카메라로 캡처한 왜곡영상이며 그림6.2는 Prescott 가 제안한 방법으로 보정한 결과 영상. 그리고 그림6.3은 본 논문에서 제안한 방법으로 보정한 결과 영상이다. 또한 정량적 실험을 위하여 왜곡영상과 Prescott가 제안한 방법에의한 보정된 영상 및 본 논문에서 제안한 방법에 의한 보정된 영상을 왜곡이 없는 기준영상과의 거리차로써 보정 정도를 비교하였다. 기준 영상은 표준 영상을 생성하기위해 사용한 Grid Paper 영상을 실험 영상들의 크기로 정규화한 영상이다. 기준 영상으로부터 각 직선의 교차점 및 중심 교차점을 구하고 기준 영상의 중심 교차점과 비교 영상의 중심 교차점을 일치시킨후 각 대응되는 교차점간의 거리차를 구하여 보정 정도를 정량화 하였다. 그림 6.4 는 왜곡영상과 기준 영상과의 영상오차를 나타낸것이며, 그림6.5와 그림6.6은 기준영상과 Prescott 방법 및 기준영상과 제안한 방법에 의한 영상 오차 결과를 나타낸 것이다.

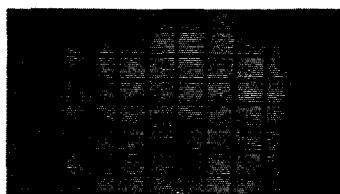


그림 6.1 왜곡 영상



그림 6.2 B.Prescott방법

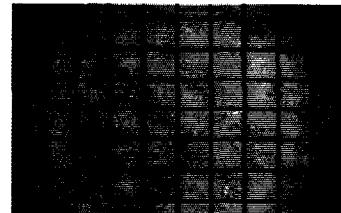


그림 6.3. 제안된 방법

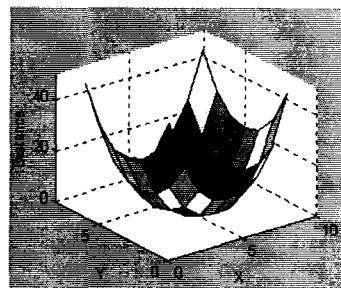


그림 6.4. 기준 영상과 왜곡 영상의 영상오차

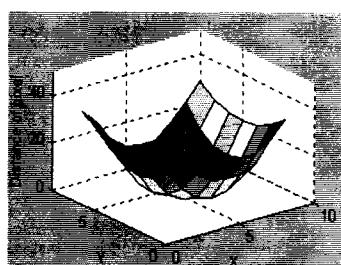


그림 6.5. 기준영상과 Prescott방법의 영상오차

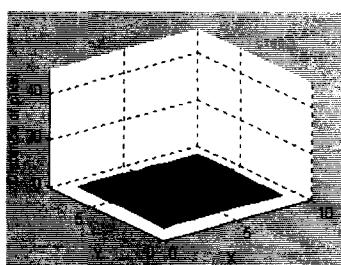
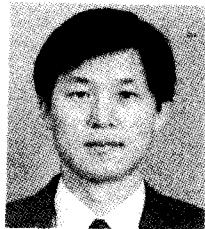


그림 6.6. 기준영상과 제안된 방법의 영상오차

그림6.4를 살펴보면 왜곡영상과 기준 영상간의 영상 오차는 영상의 중심에서는 거의 나타나지 않으나 가장 자리로 갈수록 왜곡이 심하게 나타나는 것을 볼 수 있다. 그림6.5는 Prescott 방법으로 보정을 한 결과에 대한 기준 영상과의 오차를 표시하고 있는데 오차가 현저히 줄기는 했으나 가장 자리에서 최고 30화소 정도까지 오차가 나는 것을 볼 수 있다. 그러나 제안된 방법인 그림6.6에서는 기준영상과의 영상오차가 가장자리일지라도 화소 간격이 최대 5 미만을 나타내고 있음을 알 수 있다. 이를 통해서 볼 때 본 논문에서 제안한 영상 보정 방법은 렌즈와 특수한 복합 환경으로부터 기인된 영상의 왜곡을 효과적으로 보정할 수 있음을 보이고 있어 여러 유형의 컴퓨터 비전 시스템에서 영상 보정 엔진에 사용가능한 방법이라 생각된다.

Jovanovich, p154-157, 1988.

### 저자 소개



한기태(韓基太)  
1982년: 충남대학교 전산과학과 졸업( 이 학사 )  
1985년 ~ 1992년: 한국주택은행 전산부 전산역  
1990년: 한양대학교 산업대학원 전자계산과 졸업( 공학 석사 )  
1995년 ~ 현재: 한양대학교 전자공학과(컴퓨터비전 전공)  
박사과정 수료  
1993년 ~ 1994년: 경원전문대학 전자계산소장  
1992년 ~ 현재: 경원전문대학 전자계산과 조교수  
관심분야: 컴퓨터비전, 영상데이터베이스, 정보검색 그룹웨어 및 인트라넷, 전자상거래

### 참고문헌

- [1] R. M. Haralick and L. G. Shapiro, Computer and Robot Vision, vol. 1, Addison-Wesely, 1992.
- [2] R. C. Gonzalez and R. E. Woods, Digital Image Processing, Addison-Wesely, 1992.
- [3] Ramesh Jain, Rangachar Kasturi and Brian G. Schunck, Machine Vision, Addison-McGraw Hill, 1995.
- [4] Hironobu Takahashi and Fumiaki Tomita, "Fast Region Labeling with Boundary Tracking," IEEE International Conference on Image Processing ICIP'89, Sept. 1989.
- [5] B. Prescott and G. F. McLean, "Line-Based Correction of Radial Lens Distortion," Graphical Models and Image Processing, Vol.59, No.1, pp.39-47, Jan., 1997.
- [6] Gilbert and Strang, Linear Algebra and Its Applications, Addison-Harcourt Brace