

2차원 Slab 모델을 이용한 초전도체 부상력 특성의 시뮬레이션

유제한 · 임윤철*

연세대학교 대학원 기계공학과
*연세대학교 기계전자공학부

The Simulation of the Characteristics of the Levitation Force in Superconductor Using 2D Slab Model

Je-Hwan You and Yoon-Chul Rhim*

Graduate School, Yonsei University
*School of Electrical and Mechanical Eng., Yonsei University

Abstract—This paper describes the simulation of the levitation force between permanent magnet and high T_c (critical temperature) superconductor(HTSC). Levitation force is evaluated numerically on the basis of the magnetic vector potential method and the critical state model. The superconductor is approximated to 2-D slab model. By performing computations, the following characteristics have been investigated: the process of the generation of hysteresis, the various hysteretic behaviors. The characteristics of hysteresis are important for the application to magnetic bearing, for the damping and the nonlinear stiffness is related to hysteresis.

Key words—superconductor, levitation, hysteresis.

1. 서 론

초전도체를 기계요소 중 하나인 베어링에 응용하기 위한 연구는 임계온도가 액체질소의 비등점(77 K)보다 높은 산화물 고온 초전도체가 발견된 이후 시작되었으며, 특히 최근에는 10^4 A/cm² 이상의 임계전류밀도를 갖는 덩어리형 고온 초전도체가 용융공정을 통해 개발되어, 큰 부하지지력을 갖고 10^{-8} 이하의 마찰계수를 갖는 초전도 마그네틱 베어링으로서 플라이휠 같은 에너지 저장장치에 적용시키는 연구가 국내외적으로 진행되고 있다.

Takeda 등은 부상력의 히스테리시스적인 특성을 실험적으로 확인하고 임계상태모델을 사용하여 모사하였으며, 정적강성과 진동특성에 관한 간단한 실험을 하였다[1]. 上坂 充 등은 동적 전자력의 외부자장 변화속도 의존성에 대한 실험, 준 정적 전자력의 히스테

리시스 특성에 대한 실험, 초전도 연성진동과 자기뎀핑에 대한 실험을 했으며, 수치해석 결과와 비교했다[2]. Masanori 등은 초전도 베어링을 플라이휠에 적용하는데 있어서, 자석의 크기와 조합의 영향을 수치해석하였다[3].

고온 초전도체를 사용한 반발식 수동형 마그네틱 베어링은 마이스너 효과(Meissner effect) 뿐 아니라 자속 고정 효과(Flux pinning effect)에 의해 자체적으로 외란에 대한 위치안정성을 가지며, 히스테리시스 손실에 의한 에너지 소산을 통해 외란에 대해 강한 감쇠능력을 가진다는 장점을 가지고 있으며, 대중량을 지지할 수 있다. 이러한 초전도체의 특성에 관한 정량적 수치해석은 초전도 베어링의 설계에 필수적이나 아직 국내에서는 그러한 시도가 없었다. 이러한 여건을 고려하여 본 연구에서는 초전도체와 자석간의 부상력 변화를 수치해석하여 히스테리시스라는 주요한

특성을 고찰하고자 한다. 수치해석에서는 자기벡터포텐셜 방법이 임계상태모델에 기초한 2차원 slab 모델에 적용되어진다.

2. 이 론

초전도체가 외부인가자장에 대해 부상력 또는 흡인력을 갖게 되는 메카니즘은 다음과 같다. 외부인가자장의 시간에 따른 변화는 초전도체 표면에 표면전류를 유도하게 되어 표면전류에 의한 자기장이 초전도체내에서 외부자기장을 상쇄하게 되어 완전반자성적인 특성을 나타내는 것이다. 한편 이러한 완전반자성 특성은 인가자장하에서의 냉각(Field cooling) 또는 인가자장이 없는 상태에서의 냉각(Zero field cooling)에서 항상 나타나며 마이스너 효과라고 부른다.

혼합상태의 제2종 초전도체가 내부에 흐르는 거시적 전류(차폐전류 또는 수송전류)가 있으면 전류와 자속(Fluxoid)은 상호작용으로 로렌츠힘을 발생한다. 이때 로렌츠힘은 단위길이당 $F_L = J\Phi_0$ 이 발생한다. 이 힘 때문에 자속이 움직이는데, 이를 자속류(Flux flow)라 하고, 상전도 영역에서의 에너지 손실을 생기게 된다. 그러나 자속의 움직임은 초전도체 내부의 결함이나 불완전성에 의해 방해받아서, 여러점에서 자속이 고정되는데 이를 고정력에 기인한 고정 효과라 한다.

히스테리시스 특성은 자속이 자유로이 움직이는 것을 방해해서 비가역적 자화가 일어나게 하는 고정 효과에 의하여 설명될 수 있다. 즉 자기장과 거시적 전류와의 관계를 나타내는 임계상태모델(Critical state model)은 제2종 초전도체의 거시적 자기장 분포는 자속에서의 로렌츠힘이 그것에 작용하는 고정력과 항상 균형을 이루도록 결정된다는 임계상태를 가정한다.

이러한 가정으로부터 $F_p = F_L = JB$ 이고, 자기장의 구배는 $\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J}$ 에 의하여 거시적 전류와 관련이 있으므로 J_c 의 값을 가정함으로써 자기장의 분포를 구할 수 있다.

그러나 일반적으로 J_c 는 자기장에 따라 달라진다. 그런데 Bean은 F_p 가 B 에 비례한다고 가정하여($J = \frac{F_p}{B} = J_c$) J_c 가 일정하고, 결과적으로 자기장의 구배가 일정하다고 보았다. 이 가정이 항상 유효한 것은 아니나, 자기장의 분포 때문에 생기는 자속침투(flux penetration)의 히스테리시스 거동을 이해하는데 유용하다.

임계상태 모델에 근거한 제2종 초전도체의 기본방정식은 다음과 같다.

자속밀도 \vec{B} 와 자계강도 \vec{H} 간의 구성방정식은 투자율 μ_0 가 진공에서의 투자율과 거의 같으므로 $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$ 이다. 다음은 전류밀도 \vec{J} 와 전기장 \vec{E} 와의 구성방정식으로 전류밀도의 크기가 임계값보다 커지면 전압이 발생됨을 나타내는 것으로 $|\vec{E}| = \rho_f (|\vec{J}| - J_c)$ 로 표현된다. 한편 전기장의 크기가 영이 아니면 전류밀도는 임계 전류밀도이고, 전기장의 크기가 영이면 시간에 따른 전류밀도의 변화가 없음을 나타내며, 즉 각각

$$\vec{J} = J_c \frac{\vec{E}}{|\vec{E}|}, \quad \frac{\partial \vec{J}}{\partial t} = 0 \text{이다.}$$

J_c 에 관해선, 자속밀도 \vec{B} 에 대한 의존성에 따라 여러 모델이 있는데 본 연구에서는 Bean 모델을 사용하여 $J_c(|\vec{B}|) = J_{c0}$ 라고 본다.

한편 초전도체 내, 외부영역에서의 지배방정식은 맥스웰방정식을 따르며 다음과 같다.

(i) 초전도체 내부영역 Ω_c

$$\nabla \times \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \tag{1}$$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} \tag{2}$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \tag{3}$$

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} \tag{4}$$

$$\vec{J} = J_c \frac{\vec{E}}{|\vec{E}|} \quad \text{if } |\vec{E}| \neq 0 \tag{5}$$

$$\frac{\partial \vec{J}}{\partial t} = 0 \quad \text{if } |\vec{E}| = 0 \tag{6}$$

(ii) 초전도체 외부영역 Ω_a

$$\nabla \times \vec{H} = 0 \tag{7}$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \tag{8}$$

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$$

3. 수치해석

자기 벡터 포텐셜을 이용하여 지배방정식을 유도하면 다음과 같다. 먼저 자기장을 외부인가자장과 초전도체의 표면전류에 의한 자기장으로 분해를 한다.

$$\vec{H} = \vec{H}_{sc} + \vec{H}_{ex} \tag{9}$$

이때 초전도체 내부에는 앙페르 법칙이 다음과 같이 적용되며,

$$\vec{J} = \nabla \times \vec{H} = \nabla \times (\vec{H}_{sc} + \vec{H}_{ex}) = \nabla \times \vec{H}_{sc} \quad (10)$$

초전도체 외부에서는 다음과 같이 적용된다.

$$\nabla \times \vec{H}_{sc} = 0 \quad (11)$$

자계강도와 마찬가지로 자속밀도도 다음과 같이 분해할 수 있다.

$$\vec{B} = \vec{B}_{sc} + \vec{B}_{ex} \quad (12)$$

자계강도와 자속밀도간의 구성방정식을 적용하면, 각 성분은 다음과 같다.

$$\vec{B}_{ex} = \mu_0 \vec{H}_{ex} \quad (13)$$

$$\vec{B}_{sc} = \mu_0 \vec{H}_{sc} \quad (14)$$

자기장은 발산하지 않으므로

$$\nabla \cdot \vec{B}_{sc} = 0 \quad (15)$$

$$\nabla \cdot \vec{B}_{ex} = 0 \quad (16)$$

이다. 여기에서 자기벡터포텐셜을 도입하면

$$\vec{B}_{sc} = \nabla \times \vec{A}_{sc} \quad (17)$$

$$\vec{B}_{ex} = \nabla \times \vec{A}_{ex} \quad (18)$$

이고, 페러데이 법칙에 이것을 적용하면

$$\begin{aligned} \nabla \times \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ &= -\nabla \times \left(\frac{\partial \vec{A}_{sc}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{A}_{ex}}{\partial t} \right) \end{aligned} \quad (19)$$

이다. 그러므로 시간에 따른 자기장의 변화에 의하여 발생하는 전기장은 다음과 같다.

$$\vec{E} = -\left(\frac{\partial \vec{A}_{sc}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{A}_{ex}}{\partial t} \right) + \nabla \phi \quad (20)$$

자기 벡터 포텐셜 A_{sc} 에 대한 지배방정식은 (10), (11), (14), (17)으로부터

$$\nabla \times \frac{1}{\mu_0} \nabla \times \vec{A}_{sc} = \vec{J} \quad (\text{초전도체 내부}) \quad (21)$$

$$\nabla \times \frac{1}{\mu_0} \nabla \times \vec{A}_{sc} = 0 \quad (\text{초전도체 외부}) \quad (22)$$

이다. 대상으로 잡은 모델은 z방향으로 무한히 긴 초전도체에 자기장이 인가되는 경우이다. 이 모델은 xy 평면에 대한 2차원 문제가 된다.

그러므로 $\vec{E} = E\vec{k}$, $\vec{J} = J\vec{k}$ 라고 놓을 수 있게 된다. 자기장이 z방향에 수직이고, 이것은 z방향에 평행한 벡터 포텐셜을 선택하는 것을 허용한다. 그러므로 $\vec{A}_{sc} = A_{sc}\vec{k}$, $\vec{A}_{ex} = A_{ex}\vec{k}$ 이고 ϕ 의 구배는 영이 된다.

지배방정식의 2차원 표현은 (21), (22)로부터 얻어지며 다음과 같다.

$$\nabla^2 A = -\mu_0 J_c \quad (\text{초전도체 내부})$$

$$\nabla^2 A = 0 \quad (\text{초전도체 외부})$$

이 식을 차분화하여 ADI(Alternating Direction Implicit) 방법을 도입하여 계산한다.

총 격자는 6000×120 인데, 이중에 (1000,10)부터 (5000,110)까지가 초전도체영역이 된다. 인가자계 \vec{B}_{ex} 는 x방향 성분이 영이고, y방향 성분만이 있다고 가정하였다. 즉 초전도체에 가해지는 자기장을 균일 자속으로 놓는 것이다. 자기장은 초전도체와 자석간의 거리의 제곱에 반비례하는 값을 갖도록 하였다.

$A_{ex} = B_{ex}y - B_{ex}x = -B_{ex}x$ 이므로 A_{ex} 는 x에 대한 함수로 주어질 수 있다. 초전도체는 완전반자성이므로 $A_{sc} = -A_{ex}$ 이다. 즉, 초전도체 내부는 A_{ex} 와 크기가 같고, 방향이 반대인 자기벡터포텐셜을 갖게 된다.

Field cooling하에 간극변화에 따른 힘의 변화를 구하기 위하여 먼저 초기간극에서의 자기장을 간극변화에 따른 각 간극에서의 자기장에서 감하여야 한다. 시간에 따른 간극의 변화는 시간에 대한 자기장의 변화를 생기게 하고 이 변화는 초전도체 내부에 전기장의 변화를 생기게 하여 전기장의 분포가 생기고 이 분포 내에서 전기장의 크기가 가장 큰 영역에 임계전류밀도와 크기가 같은 전류가 흐르게 된다. 이 전류의 흐름으로 다시 전기장의 분포가 바뀌게 되고 이 분포중에서 가장 전기장이 큰 영역에 전류가 흐르게 된다. 이와 같은 과정을 전류가 흐르지 않는 영역의 전기장이 영인 곳이 생길 때까지 반복한다.

위의 과정으로부터 구한 자기벡터포텐셜의 분포를 가지고 자기장의 x, y 두 성분을 구할 수 있다.

$$\text{한편 } \vec{F} = \int \vec{J} \times \vec{B} d\Omega \text{이므로, 위에서 구한 자기장의}$$

두 성분과 인가자장을 가지고 힘을 구할 수 있다.

임계전류밀도를 10^4 A/cm^2 라고 가정하고, 최소간극인 1 mm에서의 자속밀도는 5000 gauss이다. 자기장의 침입깊이를 10^{-6} m 이하로 보아서 수치해석에서의 격자 하나의 크기를 $10^{-7} \text{ m} \times 10^{-7} \text{ m}$ 로 설정한다. 그러므로 4000×100 의 격자를 갖는 초전도체는 실제로 폭 0.4 mm, 두께 10 μm 의 박막형 초전도체라고 볼 수 있다. 인가자기장의 변화는 자기벡터포텐셜의 변화로 나타나며 가장 왼쪽 경계의 벡터포텐셜은 항상 영이 되도록 한다. 간극의 변화속도는 50 mm/sec이고, 0.5 mm의 간극이 변할 때마다 간극변화에 따른 힘의 변화를 나타내게 하였다. Fig. 1은 수치해석을 하는 과정의 순서도이다.

4. 결과 및 고찰

자석과 초전도체간의 힘의 변화를 Field cooling하에서 여러 가지 경우에 대하여 시뮬레이션 하였다. Field cooling이라는 것은 인가자기장하에서 임계온도

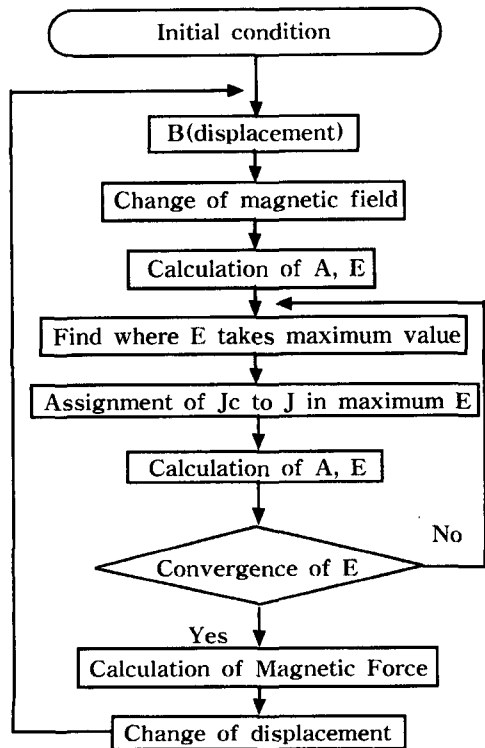


Fig. 1. Flow chart of computation algorithm.

이하로 생각하는 것을 뜻하는데, 초기간극이 중요한 변수가 되는 이유이다. Fig. 2는 초기간극 3 mm에서 최소간극 1 mm까지 접근하고 후퇴하여 초기간극을 지나 최대간극 5 mm까지 와서 초기간극으로 원위치할 때의 간극변화에 따른 상호작용력의 변화이다. 간극이 줄어들수록 반발력은 증가하며 최소간극에서의 반발력이 가장 크다. 간극이 증가하여 초기간극이 되면 흡인력이 작용한다. 이후의 간극변화가 종료될 때까지 흡인력은 유지되고 최종적으로 초기간극으로 원위치하면 거의 상호작용력이 존재하지 않는다. 이러한 과정에서 히스테리시스가 발생하며, 이는 에너지 소산을 의미한다. Fig. 3의 각 단계들은 히스테리시스의 발생과정을 보여준다. 자기벡터포텐셜 분포의 2, 3차원적 그림으로 초전도체 내, 외부의 자기장 변화를 나타내고 있다. 이 그림들은 계 전체의 분포를 나타낸 것이 아니라 계의 오른쪽 가장자리 부분의 분포를 나타내고 있다. 이와 같은 국부적인 그림으로부터 초전도체 표면의 변화를 자세히 관찰할 수 있다. 각 단계의 그림들에서 (0,10)부터 (30,110)까지의 격자들이 초전도체의 맨 오른쪽 부분이 된다. 그림에서 양의 자기벡터포텐셜 영역은 점선으로 등고선이 그려지고 색이 채워지도록 했고, 반면 음의 자기벡터포텐셜 영역은 실선으로 등고선이 그려지고 색은 넣지 않았다. 왜냐하면 분포의 변화를 더욱 확실하게 구별하기 위해서이다. Fig. 3(a)는 양의 자기벡터포텐셜을 가진 인가자기장의 초전도체 표면으로의 침투를 보여준다. 그

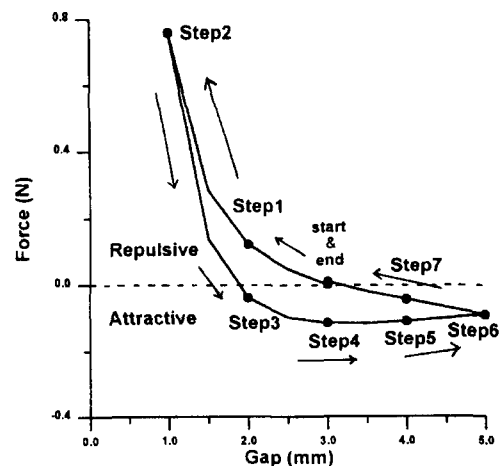


Fig. 2. Process of varying gap between magnet and HTSC.

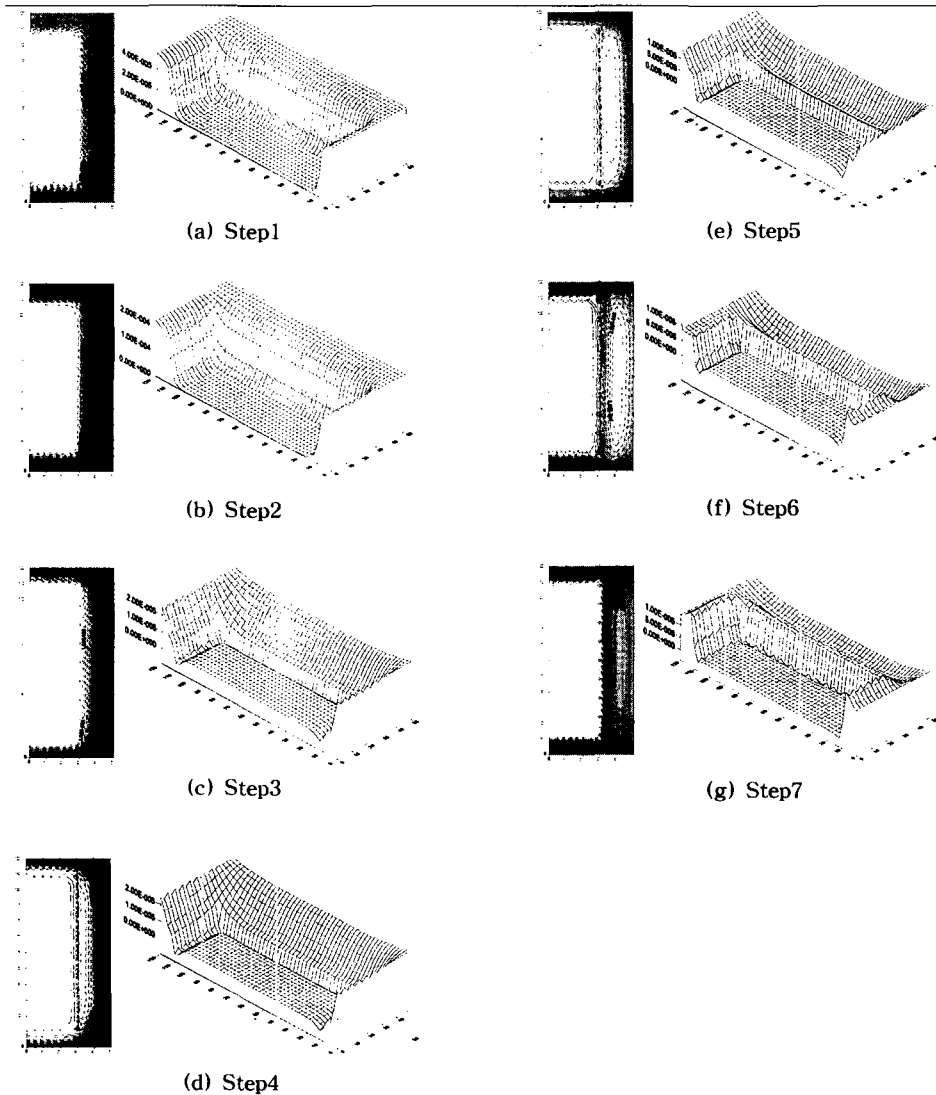


Fig. 3. The variations of magnetic vector potential.

침투깊이는 약 10^{-6} m 이하이다. Fig. 3(b)는 인가자기장의 증가에 따라 초전도체 내부로 더욱 침투가 일어나는 것을 보여준다. 침투깊이가 약간 증가되었다. Fig. 3(c)는 인가자기장의 감소에 따라 음의 자기벡터포텐셜이 발생하는 것을 보여준다. 음의 자기벡터포텐셜은 초전도체 표면에 집중되어 있고, 이전의 양의 자기벡터포텐셜은 바깥쪽으로 밀려났다. Fig. 3(d)는 인가자기장이 더 감소할수록 초전도체 표면의 음의 자기벡터포텐셜이 더욱 증가함을 보여준다. 기존의 침투하고있던 양의 자기벡터포텐셜과 발생되어진 음

의 자기포텐셜의 중간영역이 초전도체 표면 밖으로 밀려났다. Fig. 3(e), (f)는 인가자기장이 지속적으로 감소되어 음의 자기벡터포텐셜이 더 발생되는 것을 보여준다, 이 발생량은 간극이 멀어질수록 감소한다. Fig. 3(g)는 인가자기장이 다시 증가하기 시작하여 초전도체 표면에 잔류하던 음의 자기포텐셜을 감소시키는 양의 자기벡터포텐셜이 발생된다. Fig. 4는 초전도체의 가장자리 중간부분의 자기벡터포텐셜의 분포변화를 보여준다. 초전도체 내부로 침투한 자기벡터포텐셜은 그 영역에 유도전류가 흐르고 있음을 의미한

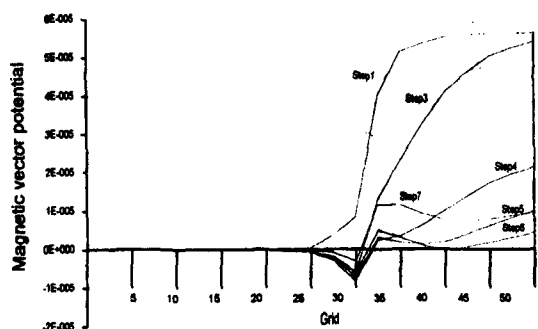


Fig. 4. The side view to the variations of vector potential of middle part of superconductor.

다. 양의 포텐셜에 의하여 침투된 영역의 유도전류의 방향과 음의 포텐셜에 의하여 침투된 영역의 유도전류의 방향은 반대이다. 상호자기력은 초전도체내부의 자기장과 전류로부터 구해진다. Fig. 5의 결과는 Field cooling시 초기간극이 2.5 mm인 경우와 3 mm인 경우를 비교한 것이다. 2.5 mm인 경우는 초기간극에서 최소간극인 1 mm까지 접근을 하고 다시 최대간극인 4 mm까지 후퇴했다가 다시 원래의 초기간극으로 돌아 오는 것이다. 3 mm의 경우도 마찬가지로 최소간극 1 mm까지 접근하고, 최대간극 5 mm까지 후퇴 후 원위치한 것이다.

두 경우 모두 히스테리시스를 나타내며, 초기간극이 큰 경우가 최소간극에서의 부상력이 더 크고 히스테리시스의 면적이 더 넓다.

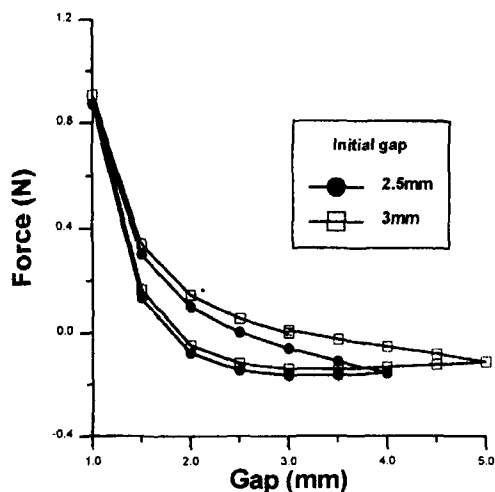


Fig. 5. The variation of levitation force w.r.t. different initial gaps under field cooling.

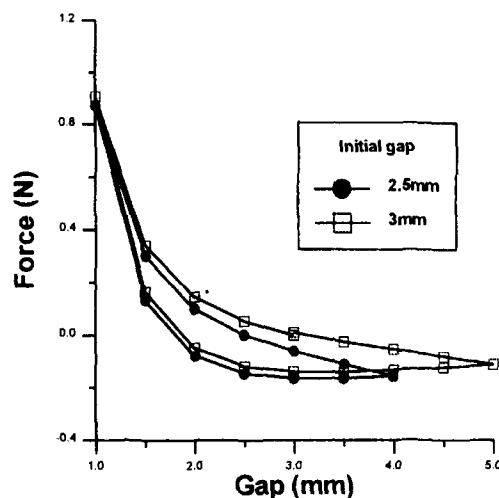


Fig. 6. The variation of levitation force w.r.t. different magnetic flux densities.

Fig. 6의 결과는 초기간극이 3 mm인 경우로 서로 다른 자속밀도를 갖는 경우를 비교한 것이다. 최소간극에서의 부상력이 더 큰 경우는 그 때의 자속밀도가 5000 gauss일 때이고, 작은 경우는 2500 gauss일 때이다.

Fig. 7의 결과는 초기간극을 2.5 mm로 하고 최소간극 1 mm까지 똑같이 접근했다가 하나는 최대간극을 4 mm, 다른 하나는 4.5 mm까지 후퇴했다가 원위치시킨 것이다. 후퇴거리가 더 길어지면 그만큼 히스테리시스가 커짐을 알 수 있다.

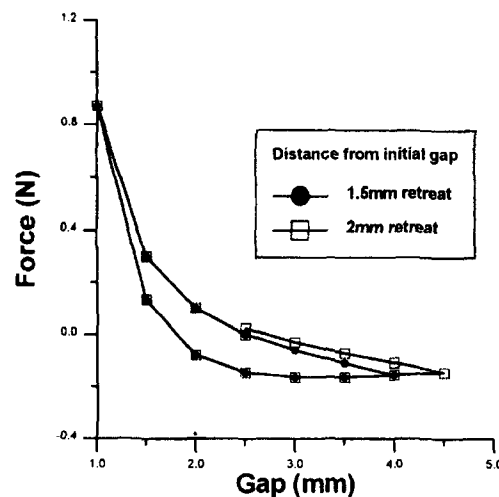


Fig. 7. The variation of levitation force w.r.t. different retreat distances.

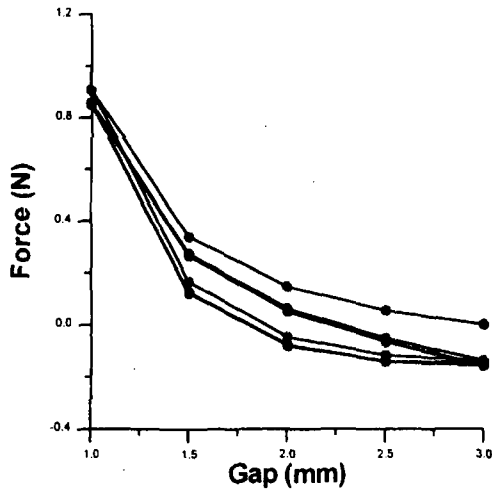


Fig. 8. The variation of levitation force by repeating reciprocating motion.

Fig. 8의 결과는 초기간극을 3 mm로 하고 최소간극 1 mm까지 접근했다가 원위치하는 것을 3회 반복한 것이다. 2회 반복이후에 닫힌 히스테리시스 루프가 나타나는 것을 볼 수 있다.

Fig. 5~8의 결과들은 참고문헌[4]의 실험결과들과 같은 경향의 결과를 보여준다.

히스테리시스 특성은 비선형 강성을 의미한다. 간극변화에 따른 힘의 변화로부터 같은 간극일지라도 접근시와 후퇴시의 강성이 서로 다름을 알 수 있다. 접근시에 한 일과 후퇴시에 한 일간에는 에너지 차이가 있는데, 이는 히스테리시스 루프로 나타나며 자기 벡터포텐셜의 비가역적 변화에 기인한 에너지 소산을 의미한다. 이것이 초전도체를 이용한 자기부상의 감쇠기구이다.

5. 결 론

2차원 Slab 모델을 이용하여 박막형 초전도체의 부상력 특성을 수치해석한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

첫째, Field cooling시의 초기간극이 클수록 같은 최소간극에서의 부상력은 더 커지고 히스테리시스가 더 커진다.

둘째, 인가자기장의 자속밀도가 커질수록 최소간극에서의 부상력이 더 커지고, 후퇴시 발생하는 흡인력도 더 커지며 히스테리시스가 더 커진다.

셋째, 같은 초기간극에서 같은 최소간극까지 접근했어도 후퇴거리가 더 커질수록 히스테리시스는 더 커진다.

넷째, 초기간극과 최소간극사이의 접근, 후퇴를 반복하면 일정한 닫힌 히스테리시스가 생긴다.

후 기

본 연구는 1997년도 교육부 학술연구 조성비 기계공학분야 지원과제(ME97-E-21)에 의하여 연구되었습니다.

참 고 문 헌

1. Takeda, N. *et al.*, "Computation and experiments on the static and dynamic characteristics of high T_c superconducting levitation," *Cryogenics*, Vol. 34, No. 9, pp. 745-752, 1994.
2. 上坂 充, 吉田義勝, 官 健三, "高温超電導磁氣浮上における動的電磁力解析," *日本機械學會論文集(C編)*, 60卷 570, pp. 126-133, 1994.
3. Tsuchimoto Masanori *et al.*, "Numerical Evaluation of Levitation Force of HTSC Flywheel," *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, Vol. 4, No. 4, pp. 211-215, Dec. 1994.
4. 유제환, 임윤철, "반발식 자기베어링의 응용으로서 고온 초전도체의 특성에 관한 실험적 연구," *한국융합학회지*, 제13권, 제2호, pp. 52-59, 1997.
5. Teplitz, Doris, "Electromagnetism, Paths to research," PLENUM.
6. Crisan, M., "Theory of Superconductivity," World Scientific.
7. Buckel, Werner, "Superconductivity, Fundamentals and Application," VCH.
8. Ratnajeevan, S. and Hoole, H., "Computer-aided Analysis & Design of Electromagnetic devices," Elsevier.
9. Sugiura, Toshihiko, "Numerical Analysis of Screening Currents in Type-II Superconductors," 박사학위논문, 1990.
10. You, Jehwan *et al.*, "An experimental study on the characteristics of the high temperature superconductor as an application of the repulsive type magnetic bearing," *Proceedings of the 7th KCMAS*, pp. 66-73, 1997.