

☒ 응용논문

비정규공정에 대한 비공정능력 측도에 관한 연구: C_{psk}^*

A Study on Process Incapability Measure for Non-Normal Process: C_{psk}^*

채규용*

Chae, Gyoo Yong

이상용**

Yi, Sang Yong

Abstract

Recently, Hong-Jun Kim et al. introduced an improved process incapability index C_{psk}^* by the transformation of the C_{psk} .

A simple transformation of C_{psk} , can be regard as a process incapability index, provides an uncontaminated separation between information concerning the process accuracy and precision while this kind of information separation is not available with the C_{psk} .

By an identical conception, in this article a new process incapability index C_{psk}^* for Non-Normal process can be proposed by the transformation of the process capability index C_{psk} . The motivation behind introduction of C_{psk}^* is that process capability index C_{psk} cannot give information of the process accuracy and precision.

A significant result of this research that C_{psk}^* for the case where the target value T is equal to the midpoint of the specification limits or not is evaluated without respect to T .

Accordingly, $C_{(psk)}^*$ will be propose a reasonable process incapability measure for Non-Normal process

I. 서론

현 공정능력 지수들은 비정규 공정에 대해서는 정확한 공정능력을 반영시키지 못하는 약점을 지니기 때문에 이러한 비정규 분포의 공정능력을 반영시킬 수 있는 공정능력 지수의 개발을 필요로 한다.

최근에 Lovelace(1994)에 의하여 비음수값을 갖는 공정에 대한 공정능력 지수 C_{pb} 가 개발되었고, 그후 Wright(1996)에 의해 C_p 가 개발되었다[4][7]. 비정규 공정데이터의 일반적인 데이터 변환에 대한 이론적 분포는 최근 문헌에서 소개되고 있는데 Lognormal, Gamma, Weibull 및 Johnson 시스템 분포들이다. 비정규 분포에 대한 공정능력 지수 계산은 Clements(1989)에 의해 최초로 소개되었다[3]. 그 후 비정규 Pearson 모집단에 대한 Clements방법을 적용한 제 2·제 3세대 공정능력 지수 계산은 Pearn 과 Kotz(1994~5)에 의해 실시되어 왔다[5].

* 건국대학교 산업공학과 박사과정

**건국대학교 산업공학과

따라서 비정규공정에서는 비정규 공정 데이터를 나타내는데 가장 보편적으로 사용되고 있는 Pearson System을 이용하여, 비정규공정에 대한 새로운 공정능력 측도인 C_{psk} 를 도입하여 비정규공정에 적용시켜 공정능력을 평가한다.

그러므로 본 연구에서는 제 4세대 공정능력 지수 계산에까지 Clements방법을 확장시켜 Pearson 시스템 곡선의 대안으로 개발된 Johnson 곡선을 이용한 공정능력 지수와 C_p 및 현 공정능력 지수와도 비교하여 C_{psk} 가 갖고 있는 정보의 결점을 보완하기 위하여 비정규공정의 비공정능력을 측정하여 공정을 평가하는 비공정능력지수 (Process Incapability Index) C_{psk}^* 를 제안함으로써 C_{psk}^* 가 정규공정은 물론 비정규공정에까지 공정 특성에 따라 해당 공정의 비공정능력을 정량화시켜 공정개선을 위한 새로운 비공정능력지수로 제시하고자 한다.

II. 비정규공정의 공정능력측도

2.1 공정능력지수

1. Pearson 시스템에 의한 공정능력지수 : C_{psk}

Clements는 6σ 대신 $U_p - L_p$ 로 교체하여 C_p 를 식(2.1)과 같이 나타낸다.

$$C_p = \frac{USL - LSL}{U_p - L_p} \quad (2.1)$$

여기서 U_p 는 99.865백분위수이고, L_p 는 0.135백분위수를 나타낸다.

C_{pk} 도 C_p 와 동일한 접근으로 정규공정에서의 C_{pk} 에서의 $USL - \mu$ 대신에 $USL - M_e$ 로, $\mu - LSL$ 대신에 $M_e - LSL$ 로 변경되며, 3σ 도 각각 $U_p - M_e$, $M_e - L_p$ 로 되어 식(2.2)와 같다[3].

$$C_{pk} = \min \left[\frac{USL - M_e}{U_p - M_e}, \frac{M_e - LSL}{M_e - L_p} \right] = \min(C_{pu}, C_{pl}) \quad (2.2)$$

동일하게 Clements의 방법을 제 4세대 공정능력 지수인 C_{psk} 로 확장시키면 식(2.3)으로 나타낼 수 있다[1].

$$C_{psk} = \min \left[\frac{USL - M_e - |M_e - T|}{3 \sqrt{\left(\frac{U_p - M_e}{3}\right)^2 + (M_e - T)^2}}, \frac{M_e - LSL - |M_e - T|}{3 \sqrt{\left(\frac{M_e - L_p}{3}\right)^2 + (M_e - T)^2}} \right] \quad (2.3)$$

2. Johnson 시스템에 의한 공정능력 지수

Johnson 시스템은 식(2.4)의 변환식과 식(2.5)~식(2.7)인 3가지 분포족을 갖는다.

$$Z = \gamma + \eta K_i(x, \lambda, \epsilon) \quad i = 1, 2, 3 \quad (2.4)$$

$$K_1(x, \lambda, \epsilon) = \sin h^{-1} \left(\frac{x - \epsilon}{\lambda} \right) \quad (2.5)$$

$$K_2(\chi, \lambda, \epsilon) = \ln\left(\frac{\chi - \epsilon}{\lambda + \epsilon - \chi}\right) \tag{2.6}$$

$$K_3(\chi, \lambda, \epsilon) = \ln\left(\frac{\chi - \epsilon}{\lambda}\right) \tag{2.7}$$

식(2.5)~식(2.7)은 $\eta, \gamma, \lambda, \epsilon$ 의 적절한 모수선택에 의해 Z분포로 변환시킬 수 있고 ϵ, γ 는 위치모수이며, λ, η 는 척도모수이다 [6].

비정규 공정에 대한 공정능력 지수의 정의를 일반화 시킬 때의 C_p 지수는 식(2.1)과 동일한 방법으로 식(2.8)로 나타낸다.

$$C_p = \frac{USL - LSL}{U_p - L_p} \tag{2.8}$$

C_{pk} 지수인 경우의 일반화는 공정의 규격한계치인 LSL과 USL을 Johnson변환을 통하여 Z_L 과 Z_U 값으로 치환하여 식(2.9)와 같이 나타낸다.

$$C_{pk} = \min\left(-\frac{Z_L}{3}, \frac{Z_U}{3}\right) \tag{2.9}$$

이 접근의 대안적인 방법은 Pearn과 Kotz에 의해 정의된 식(2.2)가 된다[4].

$C_{pm}, C_{pm}^*, C_{pmk}, C_{psk}$ 는 Pearson 시스템의 경우와 동일한 방법으로 나타낸다.

3. 왜도에 민감한 공정능력 지수: C_s

Wright(1995)는 왜도에 민감한 공정능력지수인 C_s 를 개발하였다. 그는 왜도의 측도로 3차 중심적률 $\mu_3 = E(X - \mu)^3$ 를 사용하여 식(2.10)과 같은 공정능력 지수를 정의하였다.

$$\begin{aligned} C_s &= \frac{\min(USL - \mu, \mu - LSL)}{3\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2 + |\mu_3/\sigma|}} \\ &= \frac{d - |\mu - T|}{3\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2 + |\mu_3/\sigma|}} \end{aligned} \tag{2.10}$$

여기서 μ_3 는 비대칭향을 신뢰하기 위하여 분모에 있는 다른 항과 동일한 단위로 되도록 σ 로 나누며 절대값은 음의 비대칭을 신뢰시키고 또한 지수에 손실을 부과 시킨다. 그리고 C_s 의 각 항을 σ 로 나누면 식(2.11)과 같이 된다.

$$C_s = \frac{d/\sigma - |(\mu - T)/\sigma|}{3\sqrt{1 + \{(\mu - T)/\sigma\}^2 + |\beta_1^{1/2}|}} \tag{2.11}$$

여기서 $\sqrt{\beta_1} = \mu_3/\sigma^3$ 은 왜도의 전통적 표준화된 측도이다[7].

2.2 비공정능력지수

1. C_{pp}^*

비정규공정의 C_{pm}^* 를 변환시켜 비정규공정의 비공정능력지수 C_{pp}^* 를 식(2.12)로 나타낸다.

$$\begin{aligned}
 C_{pp}^* &= \left(\frac{1}{C_{pm}^*}\right)^2 \\
 &= \left(\frac{\tau^*}{D}\right)^2 \\
 &= \left(\frac{M_e - T}{D}\right)^2 + \left(\frac{U_p - L_p}{\sigma} \times \frac{1}{D}\right)^2 \\
 &= C_{ia} + C_{ip} \tag{2.12}
 \end{aligned}$$

단 $\tau^{*2} = \left(\frac{U_p - L_p}{\sigma}\right)^2 + (M_e - T)^2$, $D = \min\left(\frac{USL - T, T - LSL}{3}\right)$

$$C_{ia} = \left(\frac{M_e - T}{D}\right)^2, \quad C_{ip} = \left(\frac{U_p - L_p}{\sigma} \times \frac{1}{D}\right)^2$$

여기서 C_{ia} 는 공정메디안이 목표치로부터 벗어남을 반영시키는 공정부정확도지수(Process inaccuracy index)이고, C_{ip} 는 공정변동의 크기를 나타내는 공정부정밀도지수(Process imprecision index)이다.

2. C_{pmk}^*

비정규공정의 C_{pmk} 를 변환시켜 비정규공정의 비공정능력지수 C_{pmk}^* 를 식(2.13)로 나타낸다.

$$\begin{aligned}
 C_{pmk}^* &= \left(\frac{1}{C_{pmk}}\right)^2 \\
 &= \left\{\frac{(\tau^*)}{D^*}\right\}^2 \\
 &= \left(\frac{M_e - T}{D^*}\right)^2 + \left\{\frac{\min\left(\frac{U_p - M_e, M_p - L_p}{3}\right)}{D^*}\right\}^2 \\
 &= C_{ia}^* + C_{ip}^* \tag{2.13}
 \end{aligned}$$

단, $(\tau^*)^2 = \left\{\min\left(\frac{U_p - M_e, M_p - L_p}{3}\right)\right\}^2 + (M_e - T)^2$

$$D^* = \min\left(\frac{USL - M_e, M_e - LSL}{3}\right)$$

$$C_{ia}^* = \left(\frac{M_e - T}{D^*}\right)^2, \quad C_{ip}^* = \left\{\frac{\min\left(\frac{U_p - M_e, M_p - L_p}{3}\right)}{D^*}\right\}^2$$

여기서 C_{ia}^* 는 공정메디안이 목표치로부터 벗어남을 반영시키는 공정부정확도 지수이고, C_{ip}^* 는 공정변동의 크기를 나타내는 공정부정밀도 지수이다.

3. C_{psk}^*

비정규공정의 C_{psk} 를 변환시켜 비정규공정의 비공정능력지수 C_{psk}^* 를 식(2.14)으로 나타낸다.

$$\begin{aligned}
 C_{psk}^* &= \left(\frac{1}{C_{psk}}\right)^2 \\
 &= \left\{\frac{(\tau^*)}{(D^*)}\right\}^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{M_e - T}{D^*} + \left\{ \frac{\min(\frac{U_p - M_e, M_e - L_p}{3})}{(D^*)} \right\}^2 \\
 &= C_{(ia)}^* + C_{(ip)}^* \tag{2.14}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{단, } (\tau^*)^2 &= \left\{ \min(\frac{U_p - M_e, M_e - L_p}{3}) \right\}^2 + (M_e - T)^2 \\
 (D^*) &= \min(\frac{USL - M_e - |M_e - T|, M_e - LSL - |M_e - T|}{3}) \\
 C_{(ia)}^* &= \left\{ \frac{M_e - T}{(D^*)} \right\}^2, \quad C_{(ip)}^* = \left\{ \frac{\min(\frac{U_p - M_e, M_e - L_p}{3})}{(D^*)} \right\}^2
 \end{aligned}$$

여기서 $C_{(ia)}^*$ 는 공정메디안이 목표치로부터 벗어남을 반영시키는 공정부정확도 지수이고, $C_{(ip)}^*$ 는 공정변동의 크기를 나타내는 공정부정밀도 지수이다.

4. C_s^*

비정규공정의 C_s 를 변환시켜 비정규공정의 비공정능력지수 C_s^* 를 식(2.15)로 나타낸다.

$$\begin{aligned}
 C_s^* &= \left(\frac{1}{C_s}\right)^2 \\
 &= \left\{ \frac{[\tau]}{[D^*]} \right\}^2 \\
 &= \left\{ \frac{\mu - T}{[D^*]} \right\}^2 \left\{ \frac{\sigma}{[D^*]} \right\}^2 \left\{ \frac{|\mu_3/\sigma|^{1/2}}{[D^*]} \right\}^2 \\
 &= C_{(ia)} + C_{(ip)} + C_{(as)} \tag{2.15}
 \end{aligned}$$

$$\text{단, } [\tau]^2 = \sigma^2 + (\mu - T)^2 + |\mu_3/\sigma|,$$

$$[D^*] = \min(\frac{USL - \mu, \mu - LSL}{3}),$$

$$C_{(ia)} = \left\{ \frac{\mu - T}{[D^*]} \right\}^2, \quad C_{(ip)} = \left\{ \frac{\sigma}{[D^*]} \right\}^2, \quad C_{(as)} = \left\{ \frac{|\mu_3/\sigma|^{1/2}}{[D^*]} \right\}^2$$

여기서 $C_{(ia)}$ 는 공정부정확도지수이고, $C_{(ip)}$ 는 공정부정밀도지수이며, $C_{(as)}$ 는 공정비대칭지수이다.

Ⅲ. 비교분석 및 고찰

3.1 목표치가 규격중심에 위치하는 경우

Pearn과 Kotz (1994~5)의 예제로 부터 신규생산라인의 품질개선을 하기위해 고무전단 무게에 대한 100개의 측정 데이터를 얻은 결과는 <표 3.1>과 같다. 목표치, T 는 8.7g이며, 규격 한계치가 $USL=8.96$, $LSL=8.44$ 인 공정에서 목표치가 규격의 중심에 위치할때의 공정능력지수와 비공정능력지수 계산결과를 정리한 것은 <표 3.2>와 같다[5].

<표 3.1> N=100 공정측정치

8.84, 8.84, 8.85, 8.85, 8.85, 8.85, 8.85, 8.86, 8.86, 8.86
8.86, 8.86, 8.86, 8.86, 8.87, 8.87, 8.87, 8.87, 8.87, 8.87
8.87, 8.87, 8.87, 8.87, 8.88, 8.88, 8.88, 8.88, 8.88, 8.88
8.88, 8.88, 8.88, 8.88, 8.88, 8.88, 8.89, 8.89, 8.89, 8.89
8.89, 8.89, 8.89, 8.89, 8.89, 8.89, 8.89, 8.89, 8.89, 8.89
8.89, 8.89, 8.89, 8.89, 8.89, 8.90, 8.90, 8.90, 8.90, 8.90
8.90, 8.90, 8.90, 8.90, 8.90, 8.90, 8.90, 8.90, 8.90, 8.90
8.90, 8.90, 8.90, 8.91, 8.91, 8.91, 8.91, 8.91, 8.91, 8.91
8.91, 8.91, 8.91, 8.91, 8.91, 8.91, 8.91, 8.91, 8.92, 8.92
8.92, 8.92, 8.92, 8.92, 8.92, 8.92, 8.93, 8.93, 8.93, 8.93

<표 3.2> 목표치가 규격중심에 위치할때의 비공정능력지수값

지수	C_{pp}^*	C_{pp}	C_{ip}	C_{pmk}^*	C_{pm}	C_{ip}^*	C_s^*	$C_{(in)}$	$C_{(ip)}$	C_m	C_{psk}^*	$C_{(in)}^*$	$C_{(sk)}^*$
Pearson system	4.55	4.46	0.09	91.25	90.25	1.00	91.66	90.25	1.16	0.25	22.81	22.56	0.25
Johnson system	4.61	4.46	0.15	106.25	90.25	16.00					23.12	22.56	0.56

이 공정은 규격을 벗어나는 불량은 없으나, 공정이 목표치를 매우 벗어나고 있어 품질개선이 요구되며, 이러한 내용을 반영시켜주는 C_{psk} 의 값은 Pearson system과 Johnson system 모두 0인 것을 알 수 있다. 따라서 목표치로부터 공정 메디안이 벗어남을 감지하는 감도는 Pearn과 Kotz(1994~5)가 지적한 것과 같이 (1) C_p , (2) C_{pk} , (3) C_{pm} , (4) C_{pm}^* , (5) C_{pmk} 순으로 좋음을 알 수 있다.

본 연구에 있어 비정규공정에 대한 왜도에 민감한 공정능력지수로 제안된 C_s 와 C_{psk} 까지 고려하면, C_{psk} 지수가 가장 감도가 좋은 것임을 알 수 있다.

그리고 비공정능력지수의 경우 특히 C_{pmk}^* 와 C_s^* 는 C_{pp}^* 와 C_{psk}^* 에 비해 과소평가 되어 공정능력이 매우 낮게 잘못 제시하고 있다. 그리고 비정정능력지수들의 Pearson시스템과 Johnson시스템의 감도차는 거의 없다고 판단된다.

3.2 목표치가 규격 중심을 벗어나는 경우

Hahn and Shapiro (1967)의 예제로 부터 0.5 ohm 저항을 500개 측정된 데이터를 도수분포표로 정리하여 <표 3.3>에 나타내었다. $T=0.5$, $LSL=0.4$, $USL=0.9$ 인 공정에서 목표치가 규격중심을 벗어날 때의 공정능력지수와 비공정능력지수 계산의 결과를 정리한 것은 <표 3.4>와 같다[3].

<표 3.3> 0.5 ohm 저항률 500개 측정하여 정리한
도수분포표(단위 : ohm)

N0	중앙값	도수	S_B
1	0.4미만	4	6.5
2	0.425	33	36.1
3	0.475	78	74.1
4	0.525	99	93.8
5	0.575	87	90.4
6	0.625	76	73.0
7	0.675	51	52.0
8	0.725	32	33.7
9	0.775	21	19.9
10	0.825	7	10.9
11	0.875	5	5.5
12	0.9초과	7	4.1
합 계		500	500
χ^2 의 값			3.64

<표 3.4> 목표치가 규격 중심을 벗어날때의 비공정능력지수값

지수	C_{pp}^*	C_{ii}	C_{ip}	C_{pmk}^*	C_{im}^*	C_{ip}^*	C_s^*	$C_{(ia)}$	$C_{(ip)}$	C_{as}	C_{psk}^*	$C_{(ia)}$	$C_{(ip)}$
적용구분													
Pearson system	26.86	7.11	19.75	5.14	1.78	3.36	6.84	2.25	3.06	1.53	20.55	7.11	13.44
Johnson system	18.59	7.11	11.48	3.14	1.78	1.36					12.55	7.11	5.44

이 공정은 규격을 벗어나고 있고 또한 공정의 메디안이 목표치를 약간 벗어나고 있어 지속적인 품질개선이 요구된다. 이러한 내용을 반영시켜 주는 C_{psk} 의 값은 Pearson시스템의 경우 0.25, Johnson시스템의 경우 0.31로 나타났다.

공정메디안이 목표치 벗어남을 감지하는 감도는 C_{psk} 와 C_{pm}^* 가 좋은 것으로 나타났다. 특히 C_{pm}^* 는 공정의 메디안이 목표치 벗어남을 감지하는 감도가 목표치가 규격중심에 위치하지 않을 때 매우 민감하게 작용함을 알 수 있다.

그리고 비정규공정의 비공정능력지수의 경우도 공정능력지수의 경우와 동일하게 C_{pp}^* 가 C_{pmk}^* , C_s^* , C_{psk}^* 보다 과소평가되어 공정능력이 매우 낮게 잘못 제시하고 있다. 그리고 비공정능력지수들의 감도는 비교적 Pearson시스템이 Johnson시스템보다 조금 우수하다고 판단된다.

IV. 결 론

현 공정능력지수들은 정규분포의 가정하에 개발되었기 때문에 비정규공정에 대해서는 적용하기가 어렵다. 본 연구에서는 비정규공정에 대해서 Clements 방법을 확장시켜 새로운 공정능력지수인 C_{psk} 를 제안하여 Pearson 시스템과 Johnson 시스템으로 구분하여 적용하였고, 또한

최근에 비정규공정의 경우에 C_{pmk} 를 확장시켜 공정평균이 규격중심에 위치하지 않고 공정이 목표치를 벗어날 때 손실을 부여하는 것은 물론 왜도에 대한 추가적 손실까지 부여함으로써 비대칭에 민감한 공정능력지수로 평가를 받고 있는 C_s 와도 비교한 결과 C_{psk} 가 비정규공정의 공정능력을 가장 올바르게 반영시키고 있음을 알 수 있었다.

그러나 정규공정의 공정능력비수 C_{psk} 는 C_{pmk} 와 마찬가지로 불량률이 높은 공정과 낮은 공정을 식별하지 못하는 약점을 지니고 있다.

이러한 공정능력지수들이 갖는 약점을 개선시키기 위해서 공정의 공정능력을 역으로 공정의 비공정능력으로 나타내는 새로운 비공정능력지수인 C_{psk}^* 가 제시되어 공정평균이 목표치를 벗어남을 반영시키는 공정부정확도 지수와 공정변동의 크기를 나타내는 공정부정밀도지수로 정보를 분리함으로써 공정능력평가에 보다 구체적인 정보를 제공한다.

따라서 비정규공정에서도 정규공정과 동일하게 비공정능력의 개념을 도입하여 새로운 비공정능력지수인 C_{psk}^* 로 제시하여 나머지 비공정능력지수들과 비교분석하였다.

목표치가 규격중심에 위치하는 경우 C_{pmk}^* 와 C_s^* 는 C_{pp}^* 와 C_{psk}^* 에 대해 과소평가되어 공정능력이 매우 낮은 것으로 나타내고 있으며, Pearson 시스템과 Johnson 시스템의 차이는 거의 없다고 판단된다. 목표치가 규격중심을 벗어나는 경우, 특히 C_{pp}^* 는 매우 민감하게 작용하여 C_{pmk}^* , C_s^* , C_{psk}^* 보다 과소평가되어 공정능력이 매우 낮게 잘못 제시함을 알 수 있다. 그리고 비공정능력지수들의 감도는 비교적 Pearson 시스템이 Johnson 시스템 보다 조금 우수하다고 판단된다.

이상을 종합해 볼 때 C_{psk}^* 는 공정 메디안이 목표치 벗어남에 대한 여분의 손실을 고려함으로써 목표치가 규격중심에 위치하는 경우와 규격중심을 벗어나는 경우 2가지 경우 모두 다른 비공정능력지수들 보다 우수하여 비정규공정에 있어 비공정능력의 정량화에 대한 표준지수로 제시할 수 있어 산업실무자로 하여금 공정능력에 관한 합리적인 의사결정을 내릴 수 있는 비공정능력의 새로운 측도로 여겨진다.

참 고 문 헌

- [1] 김홍준, 송서일, "비정규공정에 대한 공정능력의 새로운 측도", 품질경영학회지, 제 26권, 제 1호, pp. 48~60, (1998)
- [2] Clements, J. A., "Process Capability Calculations for Non-Normal Distributions", Quality Progress, 22 (9), pp. 95~100, (1989)
- [3] Hahn, G. J., and Shapiro, S. S. (1967), Statistical Models in Engineering, John Wiley & Sons, Inc., New York. p.207.
- [4] Lovelace, C. R., "The Development of a Process Capability Index Non-Normal Processes Naturally Bound at Zero", Ph. D. Dissertation. University of Alabama in Huntsville, 1994.
- [5] Pearn, W. L., and Kotz, S., "Application of Clements' Method for Calculating Second-and-Third-Generation Process Capability Indices Non-Normal Pearsonian Population", Quality Engineering, 7(1), pp. 139~145, (1994~5)
- [6] Slifker, J. F., and Shapiro, S. S., "The Johnson System: Selection and Parameter Estimation", Technometrics, 22(2), pp. 239~246, (1980)
- [7] Wright, P. A., "A Process Capability Index Sensitive to Skewness", Journal of Statistical Computation & Simulation, 52, pp. 195~203, (1995)