

☒ 연구논문

유한가동제품을 가진 수리가능시스템의 여유제품수준의 결정

An Algorithm to Determine the Spare Inventory Level of Finite Repairable-item Inventory System with Finite Number of Operating Items

신 규철*

Shin, Kyu Chul

김 종수**

Kim, Jong Soo

허 선**

Hur, Sun

Abstract

This paper concerns the problem of determining the spare inventory level for multi-echelon repairable-item inventory system with finite number of operating items. We consider the system which has several bases and a central depot. When an item fails, it is dispatched to a repair facility and, a spare, if available, is plugged in immediately. When the failed item is repaired, it is sent to the base and either is used to fill a backorder or is stored at a spare inventory point.

Using queueing network, we develop an algorithm to find the spare inventory level which minimizes the total expected cost and, simultaneously, satisfies a specified minimum fill rate. The results of the algorithm clearly indicate that the algorithm successfully generate output with optimal solution.

1. 서론

수리가능제품이란 고장이 나면 수리해서 재사용 해야 하는 고가이면서 고장빈도가 적은 중요 제품을 말하며 이러한 수리가능제품으로 구성된 시스템을 수리가능시스템이라 한다. 수리가능시스템에서는 일반적으로 수리가능제품의 고장 정도에 따라 경고장을 수리할 수 있는 기지창과 중고장을 수리할 수 있는 중앙창으로 구성된다.

수리가능시스템에서는 가동중이던 수리가능제품에 고장이 발생하면 시스템 전체의 가동이 불가능하게 되므로 여유제품으로 즉시 교체하게 된다. 만약 여유재고가 고갈된 상태에서 가동중이던 수리가능제품이 고장나게 되면 시스템 불가동으로 인해 막대한 손실이 초래된다. 이와는 반대로 품질을 막기 위하여 과도한 재고를 보유하게 되면 수리가능제품이 고가이므로 재고 비용이 크게 증가하게 된다.

이러한 이유로 인하여 수리가능시스템의 재고관리정책은 1960년대말 Sherbrooke[12]가 METRIC 모형을 제안한 이후 주요한 과제로 활발히 연구되어 왔다.

* 한양대학교 산업공학과 박사과정

** 한양대학교 산업공학과

수리가능시스템의 재고관리에 대한 연구는 크게 두 부류로 분류되어 발전되어 왔다. 수리창의 수리능력이 무한하다고 가정한 연구와 유한수리능력을 가정한 연구이다. 무한수리능력을 가정한 경우에는 Sherbrooke[12]의 METRIC 모형과 Feeny와 Sherbrooke[4], Muckstadt[9, 10], Muckstadt와 Thomas[11]의 연구가 대표적이다.

METRIC 모형에서는 가동중인 제품에 고장이 발생했을 때 여유제품이 존재하면 즉시 교체하고, 여유제품이 존재하지 않으면 주문잔고(back order)로 처리되는 일대일(S-1, S) 재고정책을 사용하였다. 고장난 제품이 수리되었을 경우에는 기지로 보내져서 주문잔고를 채우거나, 재고로 저장된다. 이러한 시스템에서 기지창과 중앙창에서 보유하고 있어야 할 여유제품수준을 결정하는 해법을 제시하였다. 이 연구에서는 계산량을 줄이기 위하여 무한수리능력을 가정하였으며 크고 복잡한 시스템에서 최적의 재고수준을 찾는 것에 중점을 두고 재고관리 정책을 유도하였다. Muckstadt[9]는 METRIC모형을 계층적 구조를 갖는 제품에 일반화한 MOD-METRIC 모형을 개발하였다.

METRIC, MOD-METRIC모형은 무한수리능력을 가정하였기 때문에 기지창과 중앙창에서 대기행렬이 발생하지 않는다. 그러나 수리능력이 제한되어 있으면 수리하는데 소요되는 시간은 수리능력에 독립적일 수 없다. Albright[1]가 지적하였듯이 무한수리능력이라는 가정 때문에 이 모형들은 실제로 필요한 재고보다 항상 적은 재고를 도출하게 된다. 따라서 유한수리능력을 가지는 현실시스템에 적용하기에는 부적합한 단점이 있다.

다음으로, 유한수리능력을 가정한 연구로 Gross et al.[7]은 각 수리창의 한정된 수리능력과 일정시점에서 고장날 수 있는 유한한 가동제품수를 대상으로 전통적 기계-수리 대기행렬을 다단계 모형으로 일반화하여 2단계 시스템에서 최소비용과 최소요구충족률을 만족하는 여유제품수를 열거형으로 구하였다. 그러나 작은 시스템에서도 과도한 계산량이 요구되는 문제점이 있다. Gross et al.[5, 6]과 Albright와 Soni[2, 3]는 마코프체인을 이용하여 시스템을 모형화하고 이 모형에 관리변수들의 값을 대입하여 시스템의 수행도를 측정하는 방법을 제안하였다. Albright[1]는 다수의 기지와 하나의 중앙창으로 구성된 단일제품을 갖는 모형에서 평형상태의 확률분포를 이용하여 시스템의 특성치를 도출하는 근사해법을 제안하였다. 이들의 연구에서는 관리변수들의 값을 대입하여 주어진 시스템의 수행도를 측정하는 것으로, 최적의 관리변수를 능동적으로 찾아내지 못하는 것과 과도한 계산량이 요구되는 점이 큰 약점으로 지적된다.

유한 수리능력을 전제로 한 기존의 연구들은 METRIC이나 MOD-METRIC 모형보다는 현실적이지만 여유제품수를 변경시켜 가면서 모의실험을 통해 시스템의 특성치를 도출해야 하기 때문에 관리자의 목표와 일치하거나 근접하는 해를 찾기 위해서는 많은 실험횟수와 시간이 소요되는 단점으로 제기된다.

이러한 문제점을 해결하기 위해서 최근에 Kim et al.[8]은 무한가동제품과 유한수리능력을 갖는 수리가능시스템에서 최소비용과 최소요구충족률을 동시에 만족하는 재고수준의 결정방법을 제시하였다.

본 논문에서는 이들의 연구를 확장하여 유한가동제품과 유한수리능력을 갖는 시스템에서 최소비용으로 최소요구충족률을 만족하는 재고수준의 결정방법을 대기네트워크(queueing network)를 이용하여 제안한다.

2. 모형설정

2.1 기호정의

본 논문에서 사용할 기호는 다음과 같다.

i : 기지를 나타내는 첨자 ($i=1, \dots, I$)

D : 중앙창을 나타내는 첨자

λ_i : 기지 i 의 각 가동제품의 고장발생률

μ_i : 기지창의 각 수리창구의 평균 수리율

μ_D : 중앙창의 각 수리창구의 평균 수리율

c_i : 기지창 i 의 수리창구수

c_D : 중앙창의 수리창구수

$P(n_1, n_2, \dots, n_I)$: I 개의 노드(node)를 가지는 네트워크에서 각각의 n_i 에 대한 결합확률분포

$G(M)$: 정규화 상수

x_i : 각 노드 i 에서 가지는 해 (노드에서 flow balance를 만족하는 값)

n_{U_i} : 기지 i 의 U (machine up) 노드에 있는 제품수

n_{B_i} : 기지 i 의 B (base repair center) 노드에 있는 제품수

n_D : D (depot repair center) 노드에 있는 제품수

θ_i : D 노드에 있는 제품수 중에서 U_i 노드로부터 도착한 제품수의 비율

N : 시스템 전체의 모집단

M_i : 기지 i 의 가동제품수

s_i : 기지 i 의 여유제품수

F_i : 기지 i 의 최소요구충족률

h_i : 기지 i 의 단위 재고비용

b_i : 기지 i 의 단위 품질비용

$TC(s_i)$: 여유제품이 s_i 개 일 때의 단위시간당 총 기대비용

2.2 모형 전개

본 논문에서는 하나의 중앙창과 I 개의 기지 및 각각의 기지가 하나의 기지창을 갖는 시스템을 대상으로 한다. 기지 i 의 가동제품은 M_i 개이고 s_i 개의 여유제품을 보유하며 각 기지창은 그 기지에서 발생한 경고장 제품만을 수리하고 중고장 제품은 중앙창으로 이송되어 수리된다. 기지 i 의 각 가동제품의 고장 시간간격은 평균 $1/\lambda_i$ 인 지수분포를 따르며 고장중에서 경고장은 α_i 의 비율로, 중고장은 $(1-\alpha_i)$ 의 비율로 발생한다. 가동중이던 제품의 고장시 기지에 여유제품이 존재하면 시간의 지체없이 즉시 교체하고 여유제품이 없을 때에는 기지창이나 중앙창에서 수리를 마치고 기지에 입고될 때까지의 시간이 지연된다. 기지창이나 중앙창에서 수리를 마친 제품은 원래의 기지로 되돌아가서 기지의 품질잔고를 채우거나 여유제품으로 저장된다.

2.2.1 네트워크 구성

본 논문에서 고려하는 시스템을 폐쇄형 대기네트워크(closed queueing network)로 구성하면 그림 1과 같이 표현할 수 있다. 이 네트워크는 각각의 기지에서 제품이 가동중인 상태임을 나타내는 U_1, U_2, \dots, U_I 노드, 각 기지창을 나타내는 B_1, B_2, \dots, B_I 노드, 중앙창을 나타내는 D 노드 등으로 구성될 수 있다. 모든 노드의 체류시간을 독립적인 지수분포를 갖는 확률변수라 가정할 때, U_i 노드는 수리창구가 $c_{U_i} = M_i$ 개이고 수리시간이 평균 $1/\lambda_i$ 인 지수분포를 따른다. 또한 U_i 노드의 대기행렬은 여유제품수로 나타낼 수 있다. U_i 노드가 유힬상태라는 것은 여유제품이 주문대기(back order) 상태로 가동중인 제품이 M_i 개 보다 작은 상태를 의미한다. 따라서, 이 노드는 $c_{U_i} = M_i$ 개이고 수리율이 λ_i 인 $\cdot /M/ c_{U_i}/\infty$ 모델로 표현할 수 있다. B_i 노드는 c_i 개의 수리창구를 가지고 수리시간은 평균 $1/\mu_i$ 인 지수분포를 따르므로 $\cdot /M/ c_i/\infty$ 모델로 표현할 수 있고, D 노드도 마찬가지로 수리창구가 c_D 개이고 수리시간이 평균 $1/\mu_D$ 인 지수분포를 따르는 $\cdot /M/ c_D/\infty$ 모델로 표현할 수 있다. 따라서 고려하는 시스템은 $2I+1$ 개의 노드에 총 N 개의 제품을 갖는 폐쇄형 대기네트워크로 모형화할 수 있다.

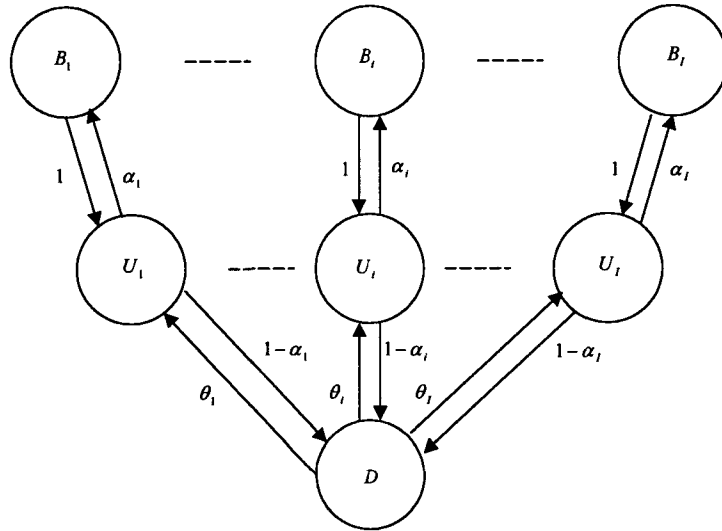


그림 1. 다단계 수리가능시스템의 네트워크

2.2.2 안정상태의 결합확률분포

가. 개요

폐쇄형 대기네트워크에서 일반적으로 k 노드에 전체제품이 N 개 있을 경우 안정상태의 결합확률분포는 다음과 같다.

$$P(n_1, \dots, n_k) = \frac{1}{G(N)} \prod_{i=1}^k \frac{x_i^{n_i}}{\beta_i(n_i)} \tag{1}$$

여기서 n_i 는 노드 i 에 있는 제품수이고 x_i 는 다음 식의 실수해이다.

$$\mu x_j = \sum_{i=1}^k \mu x_i p_{ij}, j=1, \dots, k \tag{2}$$

$$\beta_i(n_i) = \begin{cases} n_i! & (n_i \leq c_i) \\ c_i! c_i^{n_i - c_i} & (n_i > c_i) \end{cases} \tag{3}$$

여기서 p_{ij} 는 $\text{Pr}\{j\text{노드로 가는 제품수} | i\text{노드에서 서비스가 완료된 제품}\}$ 이고 c_i 는 노드 i 의 수리창구의 개수이다. 따라서 정규화상수 $G(N)$ 은 식(4)로 구할 수 있다.

$$G(N) = \sum_{\mathbf{n} \in S} \prod_{i=1}^k \frac{x_i^{n_i}}{\beta_i(n_i)} \tag{4}$$

여기서, $S = \{ \mathbf{n} = (n_1, \dots, n_k) : n_1 + n_2 + \dots + n_k = N \}$ 은 모든 가능한 상태의 집합이다.

나. 안정상태의 결합확률분포

일반적인 안정상태에서의 결합확률분포를 구하는 방법을 본 논문에서 고려하는 시스템에 적용한다. 기지 i 에서의 경고장은 α_i 의 확률로 발생하고 중고장은 $(1 - \alpha_i)$ 의 확률로 발생하므로 θ_i 는 식 (5)로 나타낼 수 있다.

$$\theta_i = \frac{(1 - \alpha_i)\lambda_i}{\sum_{j=1}^I (1 - \alpha_j)\lambda_j} \tag{5}$$

따라서 경로행렬 \mathbf{R} 은 다음과 같다.

$$\mathbf{R} = \begin{matrix} & \begin{matrix} U_1 & B_1 & & U_i & B_i & & U_I & B_I & D \end{matrix} \\ \begin{matrix} U_1 \\ B_1 \\ \vdots \\ U_i \\ B_i \\ \vdots \\ U_I \\ B_I \\ D \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0 & \alpha_1 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 1 - \alpha_1 \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & \alpha_i & \cdots & 0 & 0 & 1 - \alpha_i \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 & \alpha_I & 1 - \alpha_I \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 & 0 \\ \theta_1 & 0 & \cdots & \theta_i & 0 & \cdots & \theta_I & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

\mathbf{R} 을 식 (2)에 대입하면 식 (6)과 같다.

$$\begin{aligned} \lambda_i x_{U_i} &= \mu_i x_{B_i} + \mu_D \theta_i x_D \\ \mu_i x_{B_i} &= \lambda_i x_{U_i} \alpha_i \\ \mu_D x_D &= \lambda_1 x_{U_1} (1 - \alpha_1) + \cdots + \lambda_I x_{U_I} (1 - \alpha_I) \end{aligned} \tag{6}$$

\mathbf{R} 이 기약(irreducible) 이므로 식 (6)의 해는 양수해를 가지며 상수배의 범위 내에서만 유일하게 결정된다. 식 (6)의 방정식 중 하나가 항상 중복되므로 $x_D=1$ 이라 하면 식 (6)의 해는 식 (7)과 같다.

$$\begin{aligned} x_{U_1} &= x_{U_2} = \dots = x_{U_i} = \frac{\mu_D}{\sum_{j=1}^I \lambda_j(1-\alpha_j)} \\ x_{B_i} &= \frac{\lambda_i \alpha_i}{\mu_i} \frac{\mu_D}{\sum_{j=1}^I \lambda_j(1-\alpha_j)} \\ x_D &= 1 \end{aligned} \tag{7}$$

따라서 결합확률분포는 식 (8)로 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} P(\mathbf{n}) &= \frac{1}{G(N)} \left(\frac{\mu_D}{\sum_{j=1}^I (1-\alpha_j)\lambda_j} \right)^{\sum_i (n_{U_i} + n_{B_i})} \\ &\times \prod_{i=1}^I \frac{1}{\beta_{U_i}(n_{U_i})} \cdot \frac{1}{\beta_{B_i}(n_{B_i})} \cdot \frac{1}{\beta_D(n_D)} \cdot \left(\frac{\lambda_i \alpha_i}{\mu_i} \right)^{n_{B_i}} \end{aligned} \tag{8}$$

$G(N)$ 는 $\sum_{\mathbf{n}} P(\mathbf{n})=1$ 에서 구할 수 있고 각 기지의 $\beta_i(n_{U_i})$, $\beta_i(n_{B_i})$ 와 중앙창의 $\beta_D(n_D)$ 는 식 (3)으로부터 구할 수 있다.

2.3 충족률 조건

기지나 중앙창에서 장비나 무기에 고장이 났을 때 보유하고 있는 여유제품으로 시간 지체없이 장비나 무기를 교체할 수 있는 확률을 기지충족률이라 하고 이때 반드시 충족시켜야 하는 기지충족률을 최소요구충족률(minimum fill rate)이라 정의하면, 최소요구충족률은 노드 U_i 가 $n_{U_i} \geq M_i$ 를 만족할 확률이 F_i 이상이어야 한다. 이 확률을 $P(n_{U_i} \geq M_i)$ 라 하면 기지 i 의 최소요구충족률을 만족하는 여유제품수는 식 (9)를 만족하는 여유제품수이다.

$$P(n_{U_i} \geq M_i) = \sum_{n_{U_i}=M_i}^{M_i+s_i} P(n_{U_i}) \geq F_i \tag{9}$$

2.4 비용 조건

각 기지의 총 기대비용은 품절 비용과 재고비용으로 구성되며 품절비용은 고장제품수가 여유제품수 보다 클 때 발생하게 된다. 기지 i 의 품절 개수가 $M_i + s_i - n_{U_i}$ 이므로 기지 i 의 총 기대비용은 식 (10)으로 표현될 수 있다.

$$TC(s_i) = h_i s_i + b_i \sum_{k=s_i+1}^{M_i+s_i} (k-s_i) P(n_{U_i} = M_i + s_i - k) \tag{10}$$

3. 알고리즘

본 논문에서 제안하는 알고리즘을 단계별로 설명하면 다음과 같다.

단계 0. 알고리즘의 수행에 필요한 자료를 입력한다.

단계 1. 각 기지가 가지는 재고 수준을 발생시킨다.

단계 2. 기지 및 중앙창에 대하여 $\mathbf{n} = (n_{U_1}, \dots, n_{U_r}, n_{B_1}, \dots, n_{B_r}, n_D)$ 가 $\sum_{i=1}^r (n_{U_i} + n_{B_i}) + n_D = N$ 인 경우의 수를 발생시킨다.

단계 3. 안정상태의 결합확률분포 $P(\mathbf{n})$ 을 구한다.

단계 4. 현 재고수준이 최소요구충족률을 만족하는지 검사한다.

단계 5. 현 재고수준의 비용수준을 검사한다.

단계 6. 현 재고수준이 최소요구충족률을 만족하고 비용수준의 변화값의 방향이 변하는지 검사한다.

단계 7. 단계 6을 만족하면 현 재고수준이 최소요구충족률을 최소비용으로 만족하는 재고수준이므로 끝낸다. 그렇지 않으면 단계 8로 간다.

단계 8. 다음으로 가질 수 있는 재고수준을 발생시키고 단계 2로 간다.

4. 수치 예제

본 절에서는 제안한 알고리즘을 수치예제를 이용하여 설명한다. 각 예제의 입력자료 및 결과는 표 1~4와 같다.

예제 1) 기지가 두 개인 경우

<표 1> 예제 1의 입력 자료

기지/중앙창	M_i	λ_i	α_i	$c_i(c_D)$	$\mu_i(\mu_D)$	h_i	b_i
기지 1	30	0.04	0.7	2	2.5	20	100
기지 2	25	0.03	0.75	3	1.8	20	100
중앙창				5	1.0		

<표 2> 예제 1의 결과

최소요구충족률	실제충족률		최소비용		여유제품	
	기지 1	기지 2	기지 1	기지 2	기지 1	기지 2
0.99	0.997	0.993	80.328	61.138	4	3
0.95	0.987	0.963	61.637	51.754	3	2
0.9	0.943	0.963	47.282	51.754	2	2
0.8	0.943	0.842	47.282	47.345	2	1

표 2의 결과에서 볼 수 있듯이 최소요구충족률이 0.8인 경우 최소비용은 각각 47.282, 47.345에서 결정되며 이때의 여유제품은 두 개, 한 개에서 각각 결정된다. 1번 기지의 경우에는

최소요구충족률이 0.8 및 0.9인 경우 모두에서 동일하게 최소비용이 결정되며 2번 기지는 0.9 및 0.95인 경우에 동일하게 최소비용이 결정됨을 알 수 있다.

예제 2) 기지가 세 개인 경우

<표 3> 예제 2의 입력자료

기지/중앙창	M_i	λ_i	α_i	$c_i(c_D)$	$\mu_i(\mu_D)$	h_i	b_i
기지 1	12	0.02	0.6	2	2.8	20	100
기지 2	10	0.01	0.7	1	3.5	20	100
기지 3	11	0.015	0.65	2	2.0	20	100
중앙창				3	0.3		

<표 4> 예제 2의 결과

최소요구 충족률	실제충족률			최소비용			여유제품		
	기지 1	기지 2	기지 3	기지 1	기지 2	기지 3	기지 1	기지 2	기지 3
0.99	0.995	0.998	0.996	60.641	60.913	61.370	3	3	3
0.95	0.976	0.987	0.981	42.948	44.451	46.744	2	2	2
0.9	0.976	0.931	0.909	42.948	31.143	42.254	2	1	1
0.8	0.894	0.931	0.909	32.254	31.143	42.254	1	1	1

기지가 세 개인 경우에도 기지가 두 개인 경우와 유사한 결과가 도출됨을 표 4의 결과로부터 확인할 수 있다. 최소요구충족률이 0.9인 경우 최소비용은 각각 42.948, 31.143, 42.254에서 결정되며 이때의 여유제품은 두 개, 한 개, 한 개에서 각각 결정된다. 표 3, 4의 결과를 통해 제안한 해법이 정확한 해를 도출함을 관찰할 수 있다.

5. 결론

본 논문에서는 수리가능시스템에서 최소비용과 최소요구충족률을 동시에 만족하는 여유제품 수준의 결정해법을 제안하였다. 제시된 해법은 각 기지와 기지창 그리고 중앙창으로 구성된 노드에서 가질 수 있는 제품수를 폐쇄형 대기네트워크로 구현하여 안정상태에서의 결합확률분포를 구하고, 이를 이용하여 최소요구충족률을 최소의 비용으로 만족하는 여유제품수준을 산출하였다. 제안된 해법은 최적해법으로 제품의 단가가 고가이고 고장빈도가 높지 않은 수리가능시스템에서 기지에서 보유해야 하는 여유제품수준을 정확하게 산출할 수 있다.

본 논문의 의의로는 재고수준이 주어진 상황에서 시스템의 특성치를 유도한 기존의 방법과는 달리 최소비용과 최소요구충족률을 동시에 고려한 해법을 제시하였다는 점이다. 제시된 방법은 기존의 방법들에 비해 현실적이며 재고비용과 품질비용의 변화시에도 민감도 분석을 통해 여유제품수준을 손쉽게 도출할 수 있기 때문에 의사결정자에게 많은 도움이 될 것으로 기대된다. 추후 연구과제로는 기지간 제품의 이동이 있는 시스템에서 여유제품수준을 결정하는 것 등이 있을 수 있다.

참고문헌

- [1] Albright, S. C., "An Approximation to the Stationary Distribution of a Multiechelon Repairable-Item System with Finite Sources and Channels," *Naval Research Logistics*, 36, 179-195, 1989.
- [2] Albright, S. C., and A. Soni, "An Approximation to the Stationary Distribution of a Multidimensional Markov Process," *IIE Transactions*, 20, 111-118, 1988.
- [3] Albright, S. C., and A. Soni, "Markovian Multiechelon Repairable Inventory System," *Naval Research Logistics*, 35, 49-61, 1989.
- [4] Feeney, G. J., and C. C. Sherbrooke, "The (s-1, s) Inventory Policy under Compound Poisson Demand," *Management Science*, 12, 391-411, 1966.
- [5] Gross, D., L. C. Kioussis, and D. R. Miller, "A Network Decomposition Approach for Approximating the Steady-State Behavior of Markovian Multi-Echelon Repairable Item Inventory Systems," *Management Science*, 33, 1453-1468, 1987.
- [6] Gross, D., and D. R. Miller, "Multiechelon Repairable-Item Provisioning in a Time-Varying Environment Using the Randomization Technique," *Naval Research Logistics Quarterly*, 31, 347-361, 1984.
- [7] Gross, D., D. R. Miller, and R. M. Soland, "A Closed Queueing Network Model for Multi-Echelon Repairable Item Provisioning," *IIE Transactions*, 15, 344-352, 1983.
- [8] Kim, J. S., K. C. Shin, and H. K. Yu, "Optimal Algorithm to Determine The Spare Inventory Level for A Repairable-Item Inventory," *Computers Operations Research*, 23, 289-297, 1996.
- [9] Muckstadt, J. A., "Some Approximations in Multi-Item, Multi-Echelon Inventory Systems for Recoverable Items," *Naval Research Logistics Quarterly*, 25, 377-394, 1978.
- [10] Muckstadt, J. A., "A Model for Multi-Item, Multi-Echelon Multi-Indenture Inventory System," *Management Science*, 20, 472-481, 1973.
- [11] Muckstadt, J. A., and L. J. Thomas, "Are Multi-Echelon Inventory Methods Worth Implementing in System with Low-Rate Item?," *Management Science*, 26, 483-494, 1980.
- [12] Sherbrooke, C. C., "METRIC : A Multi-Echelon Technique for Recoverable Item Control," *Operations Research*, 16, 122-141, 1968.