

☒ 응용논문

## 柔軟生産시스템 모듈라 構築을 爲한 擴張 세이프/時間形 PN 접속행렬 設計

Design of Incidence Matrix on SE&TPN for Construction of Modular on  
the Flexible Manufacturing System

김 만 균\*

Kim, Man-Kyun

함 효 준\*\*

Hahm, Hyo-Joon

### Abstract

The objective of this paper is to present a methodology for design of the FMS by using a new modeling tool which is called SE&TPN(Safe Extended & Timed Petri Net). A FMS, which consists of various machine groups, may produce machine parts in different physical dimensions and lot size. The approach involves the SE&TPN modeling by Petri-nets. The proposed algorithm can handle determining of firing count vector by incidence matrix and adjustment of conflict using the marking of SE&TPN. The SE&TPN is defined as nets that can have at most one token in one place and can have elements such as permissive arcs and inhibitor arcs in addition to elements. The SE&TPN with permissive arcs and inhibitor arcs are intuitively direct approach to increase the modeling power of the SE&TPN. Finally, this paper is to develop a modulation to optimize the system problems of FMS using SE&TPN which describes exactly features of Petri Nets.

### 1. 序 論

최근 기업간의 경쟁이 점차 심화 되면서 생산시스템의 柔軟性 및 自動化에 대한 必要性이 더욱 浮刻되고 있다. 이는 顧客의 多樣한 要求, 製品의 納期(Delivery) 및 壽命(Life Cycle) 短縮 등에 의한 제조 환경의 변화에 직면하고 있는 것이다.<sup>[2]</sup> 이러한 변화에 능동적으로 대처하기 위해 별도의 설비 조정없이 생산할 수 있는 效率性과 柔軟性이 크게 부각된 柔軟生産시스템(FMS : Flexible Manufacturing System)에 많은 관심을 갖는다.

柔軟生産시스템을 設計하기 위해서 수 많은 자료처리와 simulation등이 技術的, 經濟的으로 제약을 받아왔기 때문이다. 이러한 한계성 때문에 최근에는 컴퓨터를 중심으로 한 해석 및 설계법에 대한 modular화가 절실히 요구되는 것이다.

SE&TPN은 PNs에 세이프라는 조건과 시간형 매개 변수를 부과하고, PNs의 특징인 그래프적인 요소를 더욱 강력하게 하기 위해 허가아크(permissive arc)<sup>[13,14]</sup>와 금지아크(inhibitor arc)를 추가한 모형이다. SE&TPN를 狀態遷移行列式을 이용하여 해석하기 위해서는 SE&TPN에 적합한 接續行列表를 먼저 구할 수 있어야 한다. 本論文에서는 SE&TPN에 적합한 接續行列表를 구하는 방법과 본 연구에서 記述한 接續行列表를 狀態遷移行列式에 適用하여

\* (株) 大字

\*\* 亞洲大學校 機械 産業工學部

SE&TPN로서 구성된 離散現象시스템의 動作順序를 解析하는 點火系列 決定法 및 SE&TPN의 設計法이 要求된다. 따라서 SE&TPN 設計法의 하나로 構成行列이라는 새로운 行列을 만들고, 構成行列에서 SE&TPN를 만들기 위한 새로운 行列 E를 만드는 방법과 설계시 발생될 수 있는 경합을 조사하여, 사전에 시스템을 分析하고 조절할 수 있는 방안을 제시한다. 競合 判別 방법의 장점은 전체 place와 전체 marking에 대하여 競合 判別을 할 필요 없이 必要條件을 만족하는 place만의 경합을 판별하는 것이다. 또한 경합이 발생시 構成行列에서 行列 E에 각 dummy place를 추가하고 각 항의 원소를 대입하여 수정된 행렬 E, E+ 와 E-를 구성하여 SE&TPN을 설계하여 경합을 조정할 수 있는 방법을 제시한다.

## 2. SE&TPN 모델 및 點火規則 設定

### 2-1. SE&TPN 모델 設定

擴張 세이프/時間形 PN(SE&TPN) 8개의 원소로 구성된다.

$$SE\&TPN = \{P, T, I, O, G_i, G_p, D, M\} \text{ ----- (1)}$$

단,  $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$ , 遷移의 有限集合 ( $n > 0$ )

$T = \{t_1, t_2, \dots, t_m\}$ , 遷移의 有限集合 ( $m > 0$ )

$I : P \rightarrow T^\infty / T \rightarrow P^\infty$ , 입력함수,  $O : P \rightarrow T^\infty / T \rightarrow P^\infty$ , 출력함수

$G_i$  : 禁止아크의 有限集合,  $G_p$  : 許可아크의 有限集合

$D$  : 遷移 移動時間의 有限集合  $M : P \rightarrow \{0,1\}$ , marking function

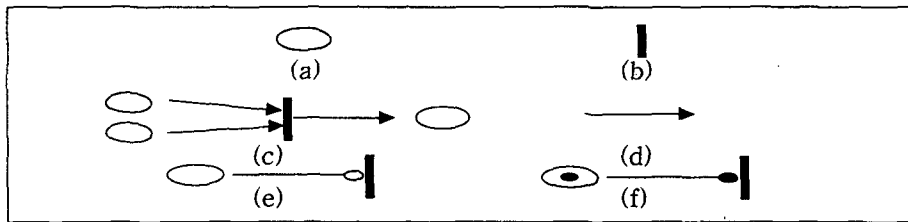
place는 네트상의 <Fig. 1> (a)와 같이 원(O)으로 표시하며, 각 place는 시스템 조건을 나타낸다. 천이는 (b)와 같이 막대(|)로 표시하며, 시스템 사건을 나타낸다. 입력함수 I는 천이 입력측 place와 또는 입력측 천이와의 연결관계를 나타내는 입력에 관한 함수이다.

$$I(t_j) = \{p_i, p_j\} \text{ ----- (2)}$$

<Fig. 1> (c)에서 遷移  $t_j$ 의 出力 遷移 즉, 出力函數는 다음과 같다.

$$O(t_j) = \{p_k\} \text{ ----- (3)}$$

(d)는 화살표로서 토큰의 진행 방향을 나타낸다. 표기는 (e)와 같이 머리 부분을 흰 원으로 하고 place에서 천이로만 연결되며, 흰 원으로 표시한 부분이 천이쪽에 연결된다. 표기는 (f)와 같이 머리부분을 검은원으로 하고 금지아크와 같이 place에서 천이로만 연결된다.



<Fig. 1> Component parts of SE&TPN

### 2-2. SE&TPN의 點火規則 設定

SE&TPN의 제어는 천이를 기준으로 하여 실행한다. 遷移가 event를 일으키는 것을 점화라고 한다. SE&TPN에서 遷移  $t_j$ 가 點火 可能하기 위한 必要充分 條件은 다음과 같다.

- ① 화살표로 連結된 遷移  $t_j$ 의 入力側의 모든 place에는 토큰이 있어야 한다.
- ② 화살표로 連結된 遷移  $t_j$ 의 出力側의 모든 place에는 토큰이 없어야 한다.
- ③ 遷移  $t_j$ 와 禁止아크로 連結되어 있는 모든 place에는 토큰이 없어야 한다.

- ④ 遷移  $t_j$ 와 許可아크로 連結되어 있는 모든 place에는 토큰이 있어야 한다.
  - ⑤ place와 遷移 결합은 入力函數 place의 토큰 時間이 遷移의 시간과 一致하여야 한다.
- 許可아크와 금지아크가 없는 경우에는 條件 ①, ②, ⑤를 滿足하면 點화 가능하지만 禁止아크가 있는 경우에는 條件 ①, ②, ③을 滿足하여야 하며, 許可아크가 있는 경우에는 條件 ①, ②, ④를 滿足하여야 點火가 可能하다.

### 3. SE&TPN의 點화계열 및 點화회수 벡터 決定

#### 3-1 SE&TPN의 接續行列

네트상의 遷移와 place의 接續 關係를 行列로 나타낸 것이 接續行列이다. 接續行列은 B로 表記하고, PNs의 경우에는 다음과 같이 構成된다.

$$B = B^+ - B^- \text{ ----- (4)}$$

단,  $B^+(i, j) = \#(p_i, O(t_j))$ ,  $B^-(i, j) = \#(p_i, I(t_j))$

식(4)의  $B^+(i, j)$ 와  $B^-(i, j)$ 에 대한 정의는 다음과 같이 設定된다.

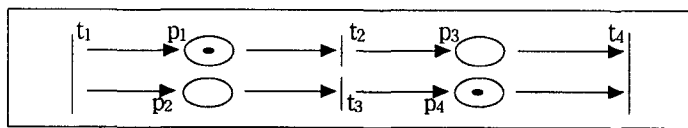
$$B = B^+ - B^- = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{m1} & b_{m2} & \dots & b_{mn} \end{bmatrix} \text{ ----- (5)}$$

$B^+(i, j) = \#(p_i, O(t_j))$  : 遷移  $t_j$ 에서 place  $p_i$ 로의 화살표의 數로서 0 또는 1로 限定한다.

$B^-(i, j) = \#(p_i, I(t_j))$  : place  $p_i$ 에서 遷移  $t_j$ 로의 화살표의 數로서 0 또는 1로 限定되며,  $p_i$ 와  $t_j$ 가 許可아크로 接續되면 P, 禁止아크로 接續되면 I로 表記한다.

#### 1) 許可아크와 禁止아크가 없는 경우의 接續行列

SE&TPN은 안전성을 유지하기 위하여 한 place에 하나의 토큰만이 존재 가능하므로 한 place와 한 遷移를 연결하는 화살표(arc)는 하나만 존재 가능하다. <Fig. 2> (a)에 대한 行列  $B^+$ 와 行列  $B^-$  그리고 接續行列 B를 구할 수 있다.



(a)

$$B^+ = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad B^- = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

(b)

(c)

(d)

<Fig. 2> 금지아크와 허가아크가 존재하지 않는 경우의 점속행렬

그러나 許可아크와 禁止아크가 設計한 모델내에 있으면 완전한 接續行列을 구할 수 없다.

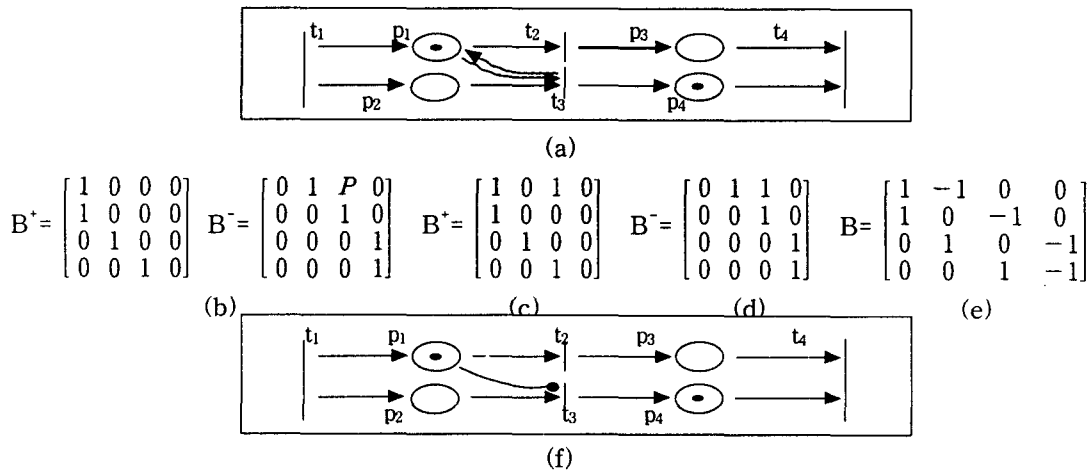
#### 2) 許可아크 또는 禁止아크가 있는 경우의 接續行列

모델내에 許可아크가 존재하는 경우에는 아래와 같은 方法으로 接續行列을 구한다.

- ① 行列  $B^-$ 을 構成할 때 place  $p_i$ 와 遷移  $t_j$ 가 許可아크로 연결되어 있다면 行列  $B^-$ 의  $i$ 번째 行과  $j$ 번째 列의 원소는 1이나 0대신 P로 둔다

$$B^- (i, j) = P \text{ ----- (6)}$$

- ② ①의 行列의 元소를 정수로 바꾸기 위하여 等가의 行렬을 만든다.  
 먼저 行列  $B^-$ 의  $P$ 의 위치  $(i, j)$ 에 해당하는  $B^+$ 의  $(i, j)$ 항의 元소를 1로 代치한다.
- ③ 行列  $B^-$ 의  $P$ 를 1로 바꾼다.
- ④ 바꾸어진 行렬  $B^+$ 와  $B^-$ 를 式(5)에 代입하여 許可아크가 있는 경우 接續行列  $B$ 를 구한다.  
 앞의 ①~④를 실행하면 허가아크가 있는 경우의 接續行列을 구할 수 있다.



<Fig. 3> 허가아크가 존재하는 경우의 접속행렬

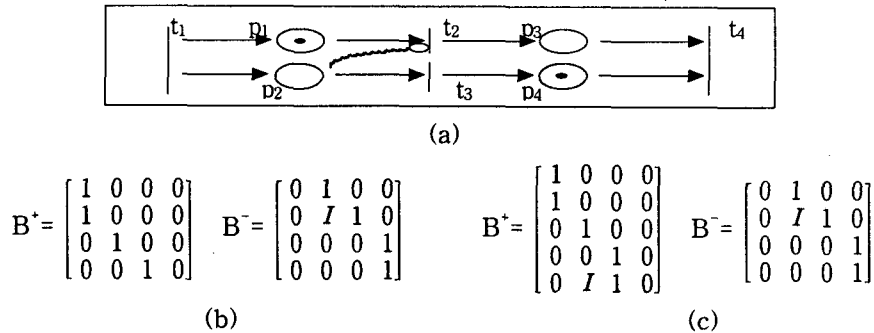
또한 모델내에 禁止아크가 있는 경우에는 아래와 같은 方法으로 接續行列을 구한다.

- ① 行列  $B^-$ 을 構成할 때 place  $p_i$ 와 遷移  $t_j$ 가 禁止아크로 연결되어 있다면 行列  $B^-$ 의  $i$ 번째 行과  $j$ 번째 列의 元소는 1이나 0 대신  $I$ 로 둔다.

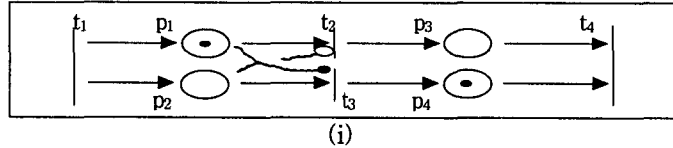
$$B^-(i, j) = I \text{ ----- (7)}$$

- ② ①의 行列 元소를 정수로 전환을 위한 等가의 行렬을 만든다. 行列  $B^-$ 의 行중  $I$ 가 包含되어 있는 行들을 모두 行列  $B^+$ 의 마지막 行 아래에 行 번호가 낮은 순서대로 추가한다.
- ③ 行列  $B^-$ 의  $I$ 를 포함하는 行들에 해당하는 行列  $B^+$ 의 各 行을 ②에서의 순서로 行렬  $B^-$ 의 마지막 行 아래에 추가한다. 추가된 行렬에서  $I$ 에 해당하는 列의 元소를 1로 代치한다
- ④ 行列  $B^+$ 의  $I$ 는 1로 바꾸고, 行列  $B^-$ 의  $I$ 는 0으로 바꾼다.
- ⑤ 새로운 行列  $B^+$ 와  $B^-$ 를 式(7)에서 禁止아크가 있는 경우의 接續行列을 구할 수 있다.
- ⑥ ②와 ③에 의하여 place가 증가되며, 증가된 place는 초기 marking을 가진다.

앞의 ①~⑥을 순서대로 실행하면 禁止아크가 있는 경우의 接續行列을 구할 수 있다.



$$\begin{aligned}
 & B^+ = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & I & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad B^- = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & I & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad B^- = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & I & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow B^- = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & I & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
 & \text{(d)} \qquad \qquad \qquad \text{(e)} \\
 & B^+ = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad B^- = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad B = B^+ - B^- = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \\
 & \text{(f)} \qquad \qquad \qquad \text{(g)} \\
 & M_I = [1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1]^T \\
 & \text{(h)}
 \end{aligned}$$

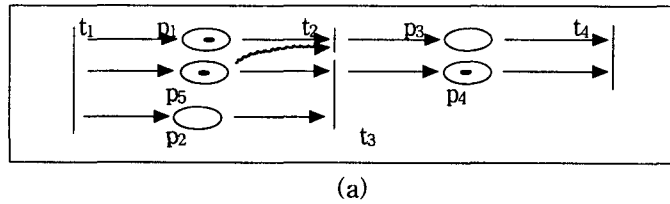


<Fig. 4> 금지아크가 존재하는 경우의 접속행렬

3) 許可아크와 禁止아크가 同時에 存在하는 경우의 接續行列

許可아크와 禁止아크가 동시에 모델내에 있는 경우 다음의 방법으로 接續行列을 구한다.

- ① 許可아크와 禁止아크 각각에 대하여 行列  $B_P^+$ , 行列  $B_P^-$ , 行列  $B_I^+$ , 및 行列  $B_I^-$ 를 구한다.
- ② 禁止아크 수만큼 行을 허가아크의 行列  $B_P^+$ 와 行列  $B_P^-$ 의 하단에 0의 원소를 추가한다.
- ③ 行列  $B_P^+$ 와 行列  $B_I^+$  합하고, 行列  $B_P^-$ 와  $B_I^-$  합한다. 行列 원소중 2以上은 1로 代치한다.
- ④ ③에서 구한 두 行列이 許可와 禁止아크가 同時 존재시 두 行列을 식(5)에 代입하면 허가아크와 금지아크가 동시에 존재하는 경우의 接續行列 B를 구할 수 있다.



$$B_P^+ = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad B_P^- = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B_I^+ = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad B_I^- = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

(b)

$$B_P^+ = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad B_P^- = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

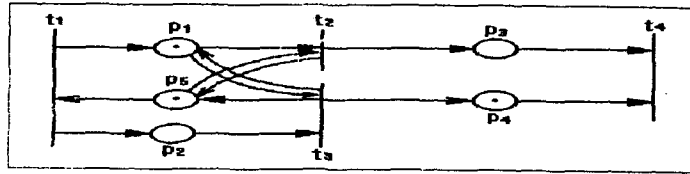
(c)

$$B_P^+ + B_I^+ = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad B_P^- + B_I^- = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \quad B^+ = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad B^- = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

(d)

$$B = B^+ - B^- = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

(e)



(f)  
<Fig. 5> 금지아크와 허가아크가 존재하는 경우의 접속행렬

3-2 Marking 벡터의 定義

marking 벡터  $M_k$ 는 時刻  $k$ 에서 시스템의 marking 狀態를 나타내다.

$$M_k = [M_k(p_1) \ M_k(p_2) \ \dots \ M_k(p_m)] \text{ ----- (8)}$$

단,  $M_k(p_i)$  : 時刻  $k$ 에서 place  $p_i$ 에 있는 토큰 數로서 0또는 1,  $m$  : place 數  
 $M_k$ 는 토큰의 分布를 나타내는  $m \times 1$ 의 column 벡터이며, SE&TPN에서는 0 또는 1이다.

1) 遷移 出力側의 Marking 벡터

遷移 出力側에 있는 place의 時刻  $k$ 에서의 마킹狀態를 表現하는 마킹벡터를  $M_{Ok}$ 로 한다.

$$M_{Ok} = [M(O(t_1)) \ M(O(t_2)) \ \dots \ M(O(t_n))]^T \text{ ----- (9)}$$

여기서  $M(O(t_j))$ 는 遷移  $t_j$ 의 出力側에 있는 모든 place의 토큰의 總和이다.

$$M_{Ok} = (B^+)^T \times M_k \text{ ----- (10)}$$

즉, 時刻  $k$ 에서 遷移  $t_j$ 의 모든 토큰의 總和은 다음과 같다.

$$M_{Ok} = \sum_{i=1}^m (\# (P_i, O(t_j)) \times M_k(P_i)) \text{ ----- (11)}$$

여기서  $M_{Ok}$ 는 時刻  $k$ 에서 遷移  $t_j$ 의 出力側에 있는 모든 토큰의 總和이며,  $m$ 은 place의 數이다.

2) Self loop의 Marking 벡터

遷移와 self loop로 接續되어 있는 place에 대한 時刻  $k$ 에서 사상벡터를  $S_k$ 라고 定義하면

$$S_k = [S_M(O(t_1)) \ S_M(O(t_2)) \ \dots \ S_M(O(t_n))]^T \text{ ----- (12)}$$

$S_M(O(t_j))$ 는 遷移  $t_j$ 와 self loop의 모든 place 토큰 總和이다. Self loop 마킹벡터  $S_k = S_B^T \times M_k$ 이며,  $S_B$ 는 self loop 接續行列이다. 任意 遷移  $t_j$ 와 self loop의 place 토큰 總和은 다음과 같다.

$$S_{jk} = \sum_{i=1}^m (\# (P_i, S(t_j)) \times M_k(P_i)) \text{ ----- (13)}$$

3)  $R_k$  Marking 벡터

$R_k$ 는 時刻  $k$ 에 遷移 出力側 self loop marking을 除外한 marking數의 벡터로 定義한다.

$$R_k = M_{Ok} - S_k \text{ ----- (14)}$$

式(14)을 marking 벡터로 표시하면 다음과 같이 구할 수 있다.

$$R_k = M_{0k} \times S_k = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

3-3 點火 벡터와 狀態遷移行列式

SE&TPN에서 遷移의 點火를 벡터로 表示한 것이 點火 벡터이며, 時刻 k에서의 點火 벡터를  $U_k$ 로 表記한다. 點火 벡터  $U_k$ 는 다음과 같이 構成된다.

$$U_k = [U_k(t_1) \ U_k(t_2) \ \dots \ U_k(t_n)] \text{ ----- (15)}$$

단, 時刻 k에서 遷移  $t_j$ 가 點火되면  $U_k(t_j)$ 는 1이고, 點火하지 않으면 0이다. 이때의 點火回收을 나타내는 벡터를 點火回收 벡터라고 한다.

$$M_{k+1} = M_k + B \times U_k \text{ ----- (16)}$$

여기서  $M_k$ 는 時刻 k에서의 marking 狀態, B는 接續行列,  $U_k$ 는 k에서 點火 벡터, 그리고  $M_{k+1}$ 는 시각 k에서 점화 벡터가 점화한 후의 marking 벡터이다.

$$M_{k+1} = M_k + B \times f(\sigma) \text{ ----- (17)}$$

式(17)의 狀態遷移行列式을 利用하면 reachability 問題와 deadlock 問題를 解析할 수 있다.

$$B \times f(\sigma) = M_{k+1} - M_k \text{ ----- (18)}$$

式(18)에서  $M_k$ 는 初期 marking이며, 陰이 아닌 定數解를 가지는  $f(\sigma)$ 가 存在한다.

1) 入力側만을 考慮한 點火可能 벡터

出力側 place에 토큰 유무에 關하여 전혀 考慮하지 않고 단지 SE&TPN 點火規則 중에서 遷移外 入力側에 화살표로 連結된 place내 토큰이 存在한다는 點火規則 可能 必要充分條件 ①을 滿足하는 入力側만을 考慮한 點火可能 벡터를 구한다.  $U'_k$ 는 다음에서 구할 수 있다.

$$U'_k = (B^-)^T \oplus M_k \text{ ----- (19)}$$

j번째 遷移  $t_j$ 가 入力側만을 考慮 하였을 때 點火可能 하기 위해서는  $t_j$ 의 모든 入力側 place에 토큰이 存在하여야 한다. 그러므로 式(20)이 充足되어야 한다.

$$t_j = \prod_{i=1}^n (\#(P_i, I(t_j)) \oplus M_k(P_i)) = 1 \text{ ---- (20)}$$

式(19)에서 구한  $U'_k$ 는 PNs의 點火可能 遷移를 구하는 式으로 利用될 수 있다.

2) 入·出力側을 모두 考慮한 SE&TPN의 點火可能 벡터

SE&TPN에서 入力側과 出力側의 모든 place를 考慮하여 點火可能한 遷移는 點火可能 必要充分 條件에서 모든 rule을 滿足하여야 한다. 이때  $U_k^*$ 는 다음에서 얻을 수 있다.

$$U_k^* = U'_k \ominus L(R_k) \text{ ----- (21)}$$

SE&TPN의 點火可能 벡터는  $U_k^*$ 중에서 出力側에 토큰이 存在하는 遷移를 除外하면 얻어진다.

$$U_{jk}^* = U_{jk}' \ominus L(R_{jk}) \text{ ----- (22)}$$

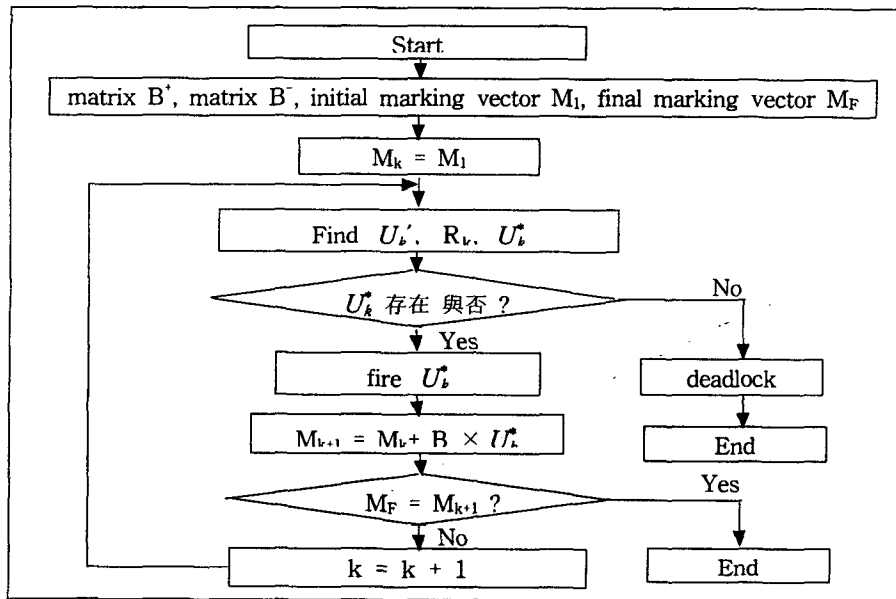
단,  $U_{jk}^*$ :  $U_k^*$ 의 j번째 元素,  $U_{jk}'$ :  $U'_k$ 의 j번째 元素,  $R_{jk}$ :  $R_k$ 의 j번째 元素

3-4 Firing Sequence 決定 Algorithm 및 흐름선도

SE&TPN의 점화계열을 구하는 Algorithm을 <Fig. 6>에 따라 다음과 같이 구할 수 있다.

[1] 行列  $B^+$ 와  $B^-$ 를 構成하고 이들로부터 行列 B와  $S_B$ 를 구한다.

- [2] 시스템의 始作狀態와 最終狀態인 初期 marking  $M_1$ 과 最終 marking  $M_F$ 를 정한다.
- [3] 出力側의 狀態를 考慮하지 않은 點火可能 벡터  $U_k'$ 를 구한다.
- [4] 點火可能 벡터  $U_k'$ 를 구한다.
- [5] [4]을 이용 狀態遷移 行列式에서 點火後의 marking 벡터  $M_{k+1}$ 을 구한다.
- [6] [3]으로 반복하여  $M_{k+1}$ 을  $M_k$ 에 代入 마킹상태  $M_F$ 가 될때까지 段階들을 되풀이 한다.
- [7] 원하는 마킹狀態로 到達하지 못하면 到達 不可能하다고 하고, 점화계열을 구한다.



<Fig. 6> A flow chart for algorithm of determining firing sequence

#### 4. Counter place를 附加한 點火回收 벡터 決定

SE&TPN의 點火回收를 決定하는 狀態遷移行列式을 利用하여 代數的으로 解析한다. 點火回收 벡터  $f(\sigma)$ 는 점화계열에서 遷移의 點火回收를 成分으로 하는 벡터이다.

$$B \times f(\sigma) = M_{k+1} - M_k \text{ ----- (23)}$$

式(23)의 右邊을 다음의 式과 같이 하면,  $\Delta M = M_0 - M_1$  ----- (24)

式(23)은 式(25)과 같은 모양의 1次 聯立方程式으로 바뀌어 진다.

$$B \times f(\sigma) = \Delta M \text{ ----- (25)}$$

式(25)에서 接續行列 B의 逆行列  $B^{-1}$ (非正行列은 擬似逆行列(Pseudo inverse matrix)<sup>[29]</sup>을 利用하지만 따로 區分하지 않고 擬似逆行列도  $B^{-1}$ 로 表記함)을 구한다.

$$f(\sigma) = B^{-1} \times \Delta M \text{ ----- (26)}$$

接續行列 B의 逆行列  $B^{-1}$ 을 구하기 위해 接續行列 B rank r이 式(29)을 滿足하여야 한다.

$$\text{rank}(B) = r = \min(m, n) \text{ ----- (27)}$$

단, r : 接續行列 B의 最大 rank, m : place 數, n : 遷移 數

더욱이 唯一解가 얻어지기 위해서는 式(28)의 條件이 滿足되어야 한다.

$$\text{rank}(B) = r = n \text{ ----- (28)}$$



4-1 點火回收 벡터의 決定法

SE&TPN의 狀態 遷移를 나타내는 行列方程式인 式(25)로부터 接續行列 B의 逆行列 B<sup>-1</sup>을 구한 후 式(25)로부터 點火回收 벡터 f(o)의 解를 구한다.

1) 從屬된 列 찾는法

SE&TPN의 接續行列 B의 rank가 未知數보다 작은 경우 代數的으로 式(25)의 1次 聯立方程式에 從屬된 列이 있어 唯一解를 구하는 것이 困難하다.

$$B' = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 & b'_{1r+1} & \cdots & b'_{1n} \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & b'_{2r+1} & \cdots & b'_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & b'_{rr+1} & \cdots & b'_{rn} \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \text{----- (29)}$$

이때 새롭게 變形된 行列 B'도 m×n 行列이고, 各各의 行과 列은 place p<sub>1</sub>, ..., p<sub>m</sub>과 遷移 t<sub>1</sub>, ..., t<sub>n</sub>에 對應하며, 다음의 式(30)와 같이 4個의 部分行列로 이루어진다.

$$B' = \begin{bmatrix} B'_r & B'_{rn-r} \\ B'_{m-r,r} & B'_{m-r,n-r} \end{bmatrix} \text{----- (30)}$$

$$\text{단, } B'_r = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \quad B'_{rn-r} = \begin{bmatrix} b'_{1r+1} & \cdots & b'_{1n} \\ b'_{2r+1} & \cdots & b'_{2n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ b'_{rr+1} & \cdots & b'_{rn} \end{bmatrix}$$

$$B'_{m-r,r} = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \quad B'_{m-r,n-r} = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}$$

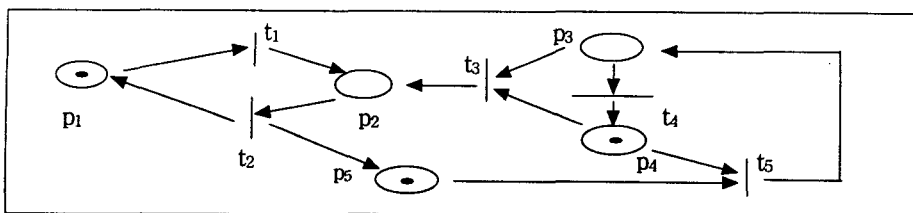
行列 B'\_r은 r×r의 單位行列이고, 行列 B'\_{rn-r}은 r×(n-r)의 行列이며, 行列 B'\_{m-r,r}은 (m-r)×r의 零(zero)行列이다.

$$\begin{aligned} X_1 &= -b'_{1r+1} X_{r+1} \cdots -b'_{1n} X_n \\ X_2 &= -b'_{2r+1} X_{r+1} \cdots -b'_{2n} X_n \\ &\vdots \\ X_r &= -b'_{rr+1} X_{r+1} \cdots -b'_{rn} X_n \end{aligned} \text{----- (31)}$$

式(31)에서 變數 X<sub>r+1</sub>, X<sub>r+2</sub>, ..., X<sub>n</sub>에 該當하는 列이 從屬된 列임을 알 수 있다. 이 從屬된 列이 存在함으로써 點火回收 벡터 f(o)의 唯一解를 구할 수 없게 된다.

(1) 行列 B'\_r가 單位行列일 경우의 從屬된 列 찾는法

이 경우에는 行列 B'\_{rn-r}의 列이 從屬된 列이 되며, 이들은 接續行列 B의 遷移 t<sub>r+1</sub>, t<sub>r+2</sub>, ..., t<sub>n</sub>에 各各 對應한다. 從屬된 列을 찾는 例를 다음의 <Fig. 7>에서 보인다.



<Fig. 7> Example 1 of SE&TPN

이 경우 式(5)를 利用하여 接續行列 B를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$B^+ = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad B^- = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

接續行列 B에 Gauss-Jordan elimination을 適用하여 새로운 行列 B'를 구할 수 있다.

$$B' = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

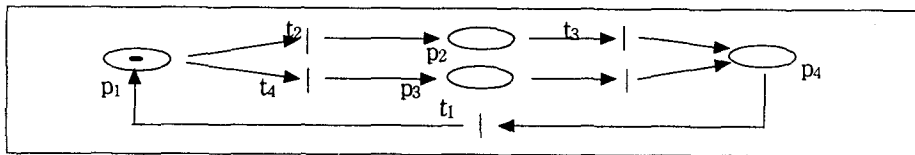
行列 B' rank가 4이므로, 接續行列 B의 rank는 4가 되며, 行列 B'\_{r,n-r}의 列에 該當하는 遷移 t'\_5는 接續行列 B'에서 遷移 t\_5에 對應하므로 遷移 t\_5에 該當하는 列이 從屬된 列이 된다.

(2) 行列 B'\_π가 單位行列이 아닌 경우의 從屬된 列 찾는法

接續行列 B에 Gauss-Jordan elimination을 適用하여 行列 B'의 部分 行列 B'\_π가 r×r의 單位行列이 不될수도 있다. 行列 B'에서 行列 B'\_π의 列中에서 從屬된 列과 行列 B'\_{r,n-r}의 列中에서 獨立된 列을 서로 交換하여 行列 B'를 변경한 行列 B^M을 式(32)를 구한다.

$$B^M = \begin{bmatrix} B'_\pi & B'_{r,n-r} \\ B'_{m-r,r} & B'_{m-r,n-r} \end{bmatrix} \text{-----} (32)$$

行列 B'\_{m-r,r}은 r×r의 行列이고, 行列 B'\_{r,n-r}은 r×(n-r)行列이며, 行列 B'\_{m-r,r}은 (m-r)×r의 零(zero)行列이고, 行列 B'\_{m-r,n-r}은 (m-r)×(n-r)의 零(zero)行列이다. 이때 行列 B'\_{r,n-r}의 列에 該當하는 遷移 t'^M\_{r+1}, ..., t'^M\_n에 해당하는 列이 從屬된 列임을 알 수가 있다. 이와 같은 경우에 있어서의 從屬된 列을 찾는 例를 다음의<Fig. 8>에서 說明한다.



<Fig. 8> Example 2 of SE&TPN

이 경우 式(5)를 利用하여 接續行列 B를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$B^+ = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B^- = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

接續行列 B에 Gauss-Jordan elimination을 適用하여 새로운 行列 B'를 구하면 다음과 같다.

$$B' = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

새롭게 구해진 行列 B'의 部分 行列 B'\_π가 3×3의 單位行列이 아니고, 行列 B'\_π의 列中에서 3列이 從屬된 列이고, 行列 B'\_{r,n-r}의 列中에서 1列이 獨立된 列이다.

$$B'^M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

行列  $B'_{r,n-r}$  列에 해당하는 遷移  $t'_4, t'_5$ 은 行列  $B'$ 에서 遷移  $t'_3, t'_5$ 에 對應하여, 接續行列  $B$ 의 遷移  $t'_3, t'_5$ 에 對應하는 遷移  $t'_3, t'_5$ 에 해당한 列이 從屬된 列임을 알 수 있다.

2) counter place의 附加法

式(29)에서 구한 行列  $B'$ 의 rank  $r$ 이 點火回收 벡터  $f(\sigma)$ 의 未知數  $n$ 보다 적으면 式(28)을 풀기 위한 接續行列  $B$ 의 逆行列  $B^{-1}$ 를 구할 수 없으므로, 點火回收 벡터  $f(\sigma)$ 의 解를 구하기 위해 接續行列  $B$ 의 rank를 形式的으로 增加시켜 式(30)이 成立되도록 한다.

(1) 行列  $B'_r$ 가 單位行列인 경우의 counter place 附加法

새롭게 구하여진 行列  $B'$ 에서 從屬된 列 要素가 行列  $B'_{r,n-r}$ 에 該當하므로, 從屬된 列에 該當하는  $n-r$ 개의 각 遷移  $t_{r+1}, \dots, t_n$ 의 出力側에 各各 하나의 place를 附加한다. 附加된 place  $P_{m+1}, \dots, P_{m+n-r}$ 도 역시  $n-r$ 個가 되며, 이들을 counter place라고 한다. counter place를 附加하여 새롭게 얻어지는 接續行列  $B_c$ 는 式(33)과 같다.

$$B_c = \begin{bmatrix} B & \\ O_{n-r,r} & I_{n-r,n-r} \end{bmatrix} \text{----- (33)}$$

行列  $B_c$ 의 아래첨자 "c"는 count place의 附加을 나타내며,  $O_{n-r,r}$ 은  $(n-r) \times r$ 의 零行列,  $I_{n-r,n-r}$ 은  $(n-r) \times (n-r)$ 의 單位行列로 각 遷移  $t_{r+1}, \dots, t_n$ 과 각 count place  $P_{m+1}, \dots, P_{m+n-r}$ 의 接續 關係를 나타낸다.

$$\text{rank}(B_c) = n \text{----- (34)}$$

counter place가 附加된 接續行列  $B_c$ 는 다음과 같이 쓰여질 수 있다.

$$B_c = \begin{bmatrix} B & \\ O_{n-r,r} & I_{n-r,n-r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1r} & b_{1,n-r} & \dots & b_{1n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{m1} & b_{m2} & \dots & b_{mr} & b_{m,n-r} & \dots & b_{mn} \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

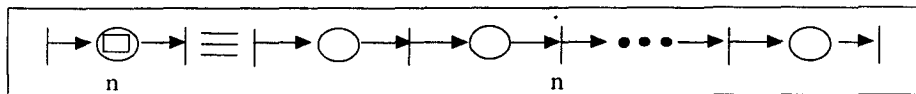
式(29)에 接續行列  $B$  대신 counter place가 附加된 接續行列  $B_c$ 를 代入하면 式(35)과 같다.

$$B_c \times f(\sigma) = \Delta M \text{----- (35)}$$

또한 接續行列  $B_c$ 의 逆行列  $B_c^{-1}$ 를 구하여 式(28)의 逆行列  $B^{-1}$  대신에 代入하면 式(36)을 구할 수 있으며, 式(36)로 부터 點火回收 벡터  $f(\sigma)$ 의 解를 구할 수 있게 된다.

$$f(\sigma) = B_c^{-1} \times \Delta M \text{----- (36)}$$

SE&TPN에 追加된 count place는 SE&TPN의 도달성에는 影響을 주지 않는다. 이러한 問題를 解決하기 위해 count place  $P_1$ 을 capacitive place로 定義한다. capacitive place는 SE&TPN에서 safe性質을 維持하면서 用量있는 機械 버퍼를 위한 place로 <Fig. 9>과 같다.



<Fig. 9> Capacitive place

Count place를 附加한 後 點火回收 벡터  $f(\sigma)$ 의 解를 구하는 例를 <Fig. 9>에서 說明한다. 式(35)에 따라 從屬 列에 該當하는 遷移  $t_5$ 의 count place  $P_6$ 를 附加한 後, 接續行列  $B_c$ 와 逆行列  $B_c^{-1}$ 를 구한다. Count place가 附加된 後의 初期狀態를  $M_i = (1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0)^T$ 로 두고, 最

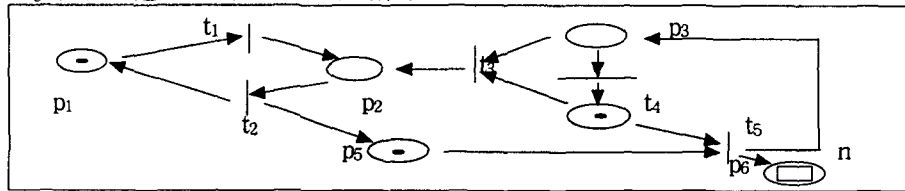
終狀態를  $M_o = (1\ 0\ 1\ 0\ 0\ X_1)^T$ 라고하면 式(28)에서  $\Delta M = (0\ 0\ 1\ -1\ 0\ X_1)^T$ 을 구한다.

$$B_c = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B_c^{-1} = (B_c^T \times B_c)^{-1} \times B_c^T = \begin{bmatrix} \frac{-3}{5} & \frac{2}{5} & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & \frac{-2}{5} & \frac{-2}{5} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

逆行列  $B_c^{-1}$ 와  $\Delta M$ 을 利用하여 式(36)의 解를 구하면 다음과 같다.

$$f(\sigma) = B_c^{-1} \times \Delta M = \begin{bmatrix} \frac{-3}{5} & \frac{2}{5} & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & \frac{-2}{5} & \frac{-2}{5} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \\ 0 \\ X_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_1 \\ 0 \\ -1 + X_1 \\ X_1 \end{bmatrix}$$

$X_1=0$ 이면  $f(\sigma)$ 는  $(0\ 0\ 0\ -1\ 0)^T$ 와 같이  $f(\sigma)$ 의 成分이 陰이 아닌 定數가 아니므로 解가 될 수 없으며  $X_1=1$  이면  $f$ 는  $(1\ 1\ 0\ 0\ 1)^T$ 가 遷移  $t_1, t_2, t_5$ 의 點火 初期狀態  $M_i$ 로 부터 最終狀態  $M_o$ 까지 到達可能 함을 알 수 있다.



<Fig. 10> SE&TPN with counter place

(2) 行列  $B'_n$ 가 單位行列이 아닌 경우의 counter place 附加法

行列  $B'^M$ 에 從屬된 列 要素는 行列  $B'^{M-n-r}$ 에 포함되어, 列에 해당하는  $n-r$ 개 遷移 各各에 하나의 count place를 부가하면 이때 count place  $P_{m+1}, P_{m+2}, \dots, P_{m+n-r}$ 도  $n-r$ 개가 된다.

$$B_c = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B_c^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{-3}{4} & 1 & 1 \\ \frac{-1}{4} & \frac{3}{4} & \frac{1}{4} & \frac{-1}{4} & 1 & 0 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{-1}{4} & 1 & 0 \\ \frac{-1}{4} & \frac{-1}{4} & \frac{3}{4} & \frac{-1}{4} & 0 & 1 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{-1}{4} & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Count place를 附加한 後 初期狀態를  $M_i = (1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0)^T$ , 最終狀態를  $M_o = (0\ 0\ 0\ 1\ X_1\ X_2)^T$ 로 두면  $\Delta M = (-1\ 0\ 0\ 1\ X_1\ X_2)^T$ 을 구할 수 있고, 逆行列  $B_c^{-1}$ 와  $\Delta M$ 을 利用하여 式(36)의 解를 구하면 다음과 같다.

$$f(\sigma) = B_c^{-1} \times \Delta M = \begin{bmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{-3}{4} & 1 & 1 \\ \frac{-1}{4} & \frac{3}{4} & \frac{1}{4} & \frac{-1}{4} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \frac{-1}{4} & \frac{-1}{4} & \frac{3}{4} & \frac{-1}{4} & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 + X_1 + X_2 \\ X_1 \\ X_1 \\ X_2 \\ X_2 \end{bmatrix}$$

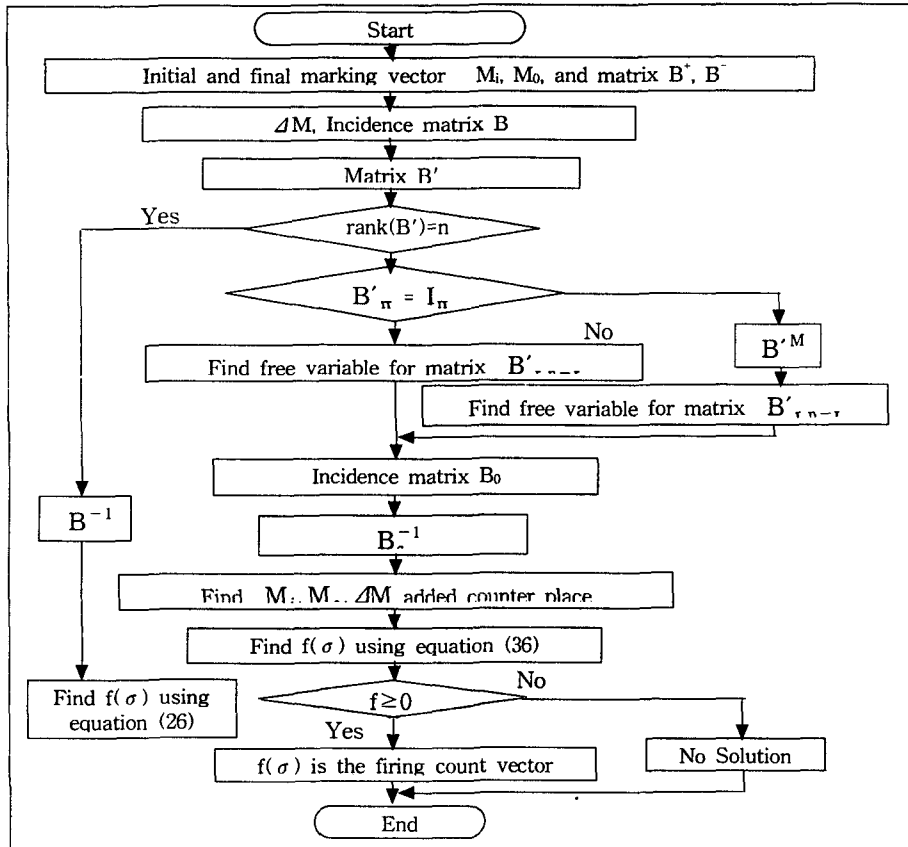
$X_1=1, X_2=0$ 일때 count 벡터는  $(0\ 1\ 1\ 0\ 0)^T$  遷移  $t_2, t_3$  點火,  $X_1=0, X_2=1$ 일때 點火回收 벡

터  $f(\sigma)$ 는  $(0\ 0\ 0\ 1\ 1)^T$  되어 遷移  $t_4, t_5$  點火,  $X_1=1, X_2=1$  일때 點火回收 벡터는  $(1\ 1\ 1\ 1\ 1)^T$  되어 모든 遷移들이 한번씩 點火項에 의해 初期狀態  $M_i$ 로 부터 最終狀態  $M_o$ 까지 到達可能하다.

4-2 Algorithm of determining 點火回收 벡터

SE&TPN에서 遷移의 點火回收를 決定하는 것은 다음과 같은 段階로 구할 수 있다.

- [1] 初期  $M_i$ , 最終  $M_o$ 로 부터  $\Delta M$ 을 구하고, 行列  $B^+, B^-$ 로 부터 接續行列  $B$ 를 구한다.
- [2] 接續行列  $B$ 에 Gauss-Jordan elimination을 適用하여 새로운 行列  $B'$ 를 구한다.
- [3] 行列  $B'$ 의 rank  $r$ 과 未知數  $n$ 을 比較하여 같으면 [4]로 가고, 다르면 [5]로 간다.
- [4] 狀態와 逆行列  $B^{-1}$ 를 式(28)에 代入하여 點火回收 벡터  $f(\sigma)$  解를 구한 후 [9]로 간다.
- [5] 새로운 行列  $B'$ 로부터 從屬된 列을 찾는다.
- [6] 從屬된 列에 해당하는 遷移에 counter place를 附加하여 새로운 接續行列  $B_c$ 를 구한다.
- [7] counter place가 附加된  $M_i, M_o, \Delta M$ 을 구한다.
- [8] 逆行列  $B_c^{-1}$ 를 式(38)에 代入 點火回收 벡터  $f(\sigma)$ 의 解로부터 遷移의 點火回收를 구한다.
- [9] 陰이 아닌 定數인 點火回收 벡터  $f(\sigma)$ 의 解로부터 遷移의 點火回收를 구할 수 있다. 다음은 點火回收 벡터를 구하는 Algorithm을 흐름선도로 나타내면 <Fig. 11>와 같다.



<Fig. 11> A flow chart for algorithm of determining firing count vector

### 5. SE&TPN 構成行列

構成行列에서 SE&TPN 모델을 만드는 行列 E를 構成하는 方法을 開發하여 SE&TPN 모델을 構成하는 方法 및 構成된 SE&TPN 모델은 狀態遷移行列式을 利用한 解析法으로 한다. 따라서 構成行列은  $\Gamma$ 로 表記하며,  $\Gamma$ 의 元素  $\Gamma(i, j)$ 는 다음과 같이 定義된다.

$$\Gamma(i, j) = \begin{cases} 1: M_k(P_i) = 1 \\ 0: M_k(P_i) = 0 \end{cases} \text{----- (37)}$$

여기서  $M_k(P_i)$ 는 時刻 k에서  $P_i$ 의 토큰의 數이다. 즉,  $\Gamma(i, j) = [M_1 \ M_2 \ \dots \ M_n]$  ----- (38)

- ① 各 條件들을 place에 割當하여 place를 定義하고 place의 數를 定義한다.
- ② 원하는 DES(이산현상시스템)의 動作, 즉 marking의 흐름을 다음과 같이 表現 한다.
- ③ marking의 흐름 즉, DES의 動作을 進行順序에 따라 構成行列의 列에 나열한다.
- ④ 構成行列에서 行은 place를 列은 遷移를 나타낸다.
- ⑤ 各 列 즉, 各 marking 狀態의 遷移가 點火되면 다음의 marking 狀態로 傳達된다.
- ⑥ 위의 ①~⑤까지의 過程을 通하여 만들어진 行列이 構成行列이다.

아래와 같은 marking의 흐름의 構成行列을 앞의 方法으로 구하면 式(39)과 같다.

marking 變化 :  $\{P_1\} \rightarrow \{P_2, P_3\} \rightarrow \{P_2, P_5\} \rightarrow \{P_4, P_5\} \rightarrow \{P_1\} \rightarrow \dots$

$$\Gamma = \begin{matrix} & t_1 & t_2 & t_3 & t_4 & t_5 \\ \begin{matrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \\ P_5 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix} \text{----- (39)}$$

#### 5-1 構成行列에서 行列 E, E<sup>+</sup> 그리고 E<sup>-</sup> 를 구하는 方法

構成行列에서 SE&TPN을 만들려면 離散現象시스템의 入·出力 關係를 나타내는 다음과 같은 行列 E를 구하여야 한다. 行列 E는 入力과 出力函數를 나타내는 行列 E<sup>+</sup>와 E<sup>-</sup>에 의하여 다음과 같이 定義된다.

$$E = E^+ - E^- \text{----- (40)}$$

여기서,  $E^+(i, j) = \begin{cases} 1 \text{ place } P_i \text{의 入力側에 遷移 } t_j \text{가 화살표로 연결되어 있으면,} \\ 0 \text{ 그렇지 않으면} \end{cases}$

$E^-(i, j) = \begin{cases} 1 \text{ 遷移 } t_j \text{가 place } P_i \text{의 出力側에 아크로 連結되어 있으면,} \\ P \text{ 遷移 } t_j \text{가 place } P_i \text{의 出力側에 許可아크로 連結되어 있으면,} \\ I \text{ 遷移 } t_j \text{가 place } P_i \text{의 出力側에 禁止아크로 連結되어 있으면,} \\ 0 \text{ 그렇지 않으면} \end{cases}$

行列 E는 構成行列에서 구할 수 있다.

#### 5-2 構成行列에서 行列 E를 구하는 方法

構成行列 (m×n)에서 行列 E를 구하는 方法은 다음과 같다.

① 構成行列의 各  $i$  ( $i=1,2,\dots,n-1$ )번째 列에 대하여  $i+1$ 번째 列로 減算을 하고 그 結果를 行列의  $i$ 번째 列에 代入한다.

② 마지막  $n$ 번째 列은 除去한다. 이때의 行列을  $\Gamma$ 라고 定義한다. 즉,

$$\Gamma = [M_1 - M_2 \ M_2 - M_3 \ \dots \ M_{n-1} - M_n] \text{ ---- (41)}$$

③ 行列  $E$ 는 行列  $\Gamma$ 의 負號를 바꾸면 行列  $E$ 가 된다.

$$\text{즉, } E = (-1) \times \Gamma \text{ ---- (42)}$$

行列  $\Gamma$ 는 構成行列에서 marking의 入·出力을 나타낸다. 즉,  $\Gamma(i,j)$ 項의 1번은  $j$ 번째 遷移의 點火에 의하여  $i$ 번째 place에서 토큰이 사라짐을 意味하고,  $-1$ 은  $j$ 번째 遷移의 點火에 의하여  $i$ 번째 place에서 토큰이 사라짐을 意味하고,  $-1$ 은  $j$ 번째 遷移의 點火에 의하여  $i$ 번째 place에 토큰이 發生함을 意味한다.

$$\Gamma = \begin{matrix} & t_1 & t_2 & t_3 & t_4 \\ \begin{matrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \\ P_5 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} & \text{----(43)} \end{matrix} \quad \begin{matrix} & t_1 & t_2 & t_3 & t_4 \\ \begin{matrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \\ P_5 \end{matrix} & \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} & \text{---- (44)} \end{matrix}$$

### 5-3 行列 $E^+$ 를 구하는 方法

許可아크와 禁止아크는 遷移에 대하여 入力側의 place에서 接續되는 것이다. 그러므로 行列  $E^+$ 는 許可아크와 禁止아크에 대하여 影響을 받지 않는다. 行列  $E^+$ 는 다음의 式(45)로써 구할 수 있다.

$$E^+ = E |_{-1 \rightarrow 0} \text{ ---- (45)}$$

行列  $E^+$ 는 式(40)에 定義된 것과 같이 遷移에서 place로 流入하는 關係를 表現함으로 行列  $E$ 에서 1의 成分들로 이루어진다.

### 5-4 行列 $E^-$ 를 구하는 方法

行列  $E^-$ 는 遷移의 入力側의 函數이다. 許可아크와 禁止아크는 遷移에 대하여 入力側의 place에서 接續되는 것이므로 行列  $E^-$ 는 許可아크와 禁止아크에 대하여 影響을 받는다.

#### 1) 許可아크와 禁止아크가 없는 경우에 行列 $E^-$ 를 구하는 方法

許可아크와 禁止아크가 없는 경우 行列  $E^-$ 는 式(47)으로써 구할 수 있다.

$$E^- = -1 \times (E |_{1 \rightarrow 0}) \text{ ---- (46)}$$

行列  $E^-$ 는 式(40)에 定義된 것과 같이 place에서 遷移로 流出하는 關係를 表現하므로 行列  $E$ 에서  $-1$ 의 成分들로 이루어진다. 式(44)의 行列  $E$ 에서 行列  $E^+$ 를 구하면 式(48)과 같다.

$$\begin{matrix} & t_1 & t_2 & t_3 & t_4 \\ \begin{matrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \\ P_5 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & \text{---- (47)} \end{matrix}$$

2) 許可아크 혹은 禁止아크가 있는 경우에 行列 E<sup>-</sup>를 구하는 方法

遷移에 許可아크만이 接續되어 있는 경우에는 遷移가 點火規則 ③의 條件을 滿足해야만 點火 可能하다. 許可아크와 禁止아크들다 遷移에 接續된 경우 그 遷移가 點火規則 ③과 ④를 모두 滿足하여야 點火可能 하다. 위의 條件들을 SE&TPN 모델의 設計에 適用하기 위한 許可아크와 禁止아크에 대한 表記法을 定義한다.

$$\begin{matrix} p_k \\ p_i \text{ -----} > p_i \end{matrix}$$

設計者가 設計를 할때 許可아크의 必要에 의해 place p<sub>i</sub>에서 place p<sub>j</sub>로 토큰이 遷移될때 點火하는 遷移는 place p<sub>k</sub>와 許可아크로써 接續되어 있음을 나타내는 것이다.

$$\begin{matrix} \dot{p}_k \\ p_i \text{ -----} > p_i \end{matrix}$$

place p<sub>i</sub>에서 place p<sub>j</sub>로 토큰이 點火될 때 點火하는 遷移는 place p<sub>k</sub>와 禁止아크로써 接續되어 있는 것이다. 許可 혹은 禁止아크에 明細가 있는 경우 새로운 行列 E<sup>-</sup>를 구한다.

6. 結 論

SE&TPN에 適合한 接續行列을 구하는 方法과 여기에 記述한 接續行列을 狀態遷移行列式에 適用하여 SE&TPN로서 構成된 離散現象시스템의 動作順序를 解析하는 點火系列 決定法으로써 離散現象시스템을 設計하는 方法과 設計된 離散現象시스템의 점화계열을 決定하는 方法에 關하여 論하였다. 점화계열을 決定하기 위해서는 SE&TPN에 알맞는 接續行列을 구하는 方法을 提案하였고, 이를 狀態遷移行列式에 適用하여 점화계열을 決定하는 algorithm을 提案하였다. 그리고 SE&TPN을 設計하는 한가지 方法으로 行列을 利用하는 方法을 提案 하였다. 狀態遷移行列式을 利用하여 점화계열 決定하는 algorithm은 離散現象시스템의 動作順序를 決定함에 있어 대단히 有用하며, 代數的이고 體系的으로 動作順序를 決定할 수 있음을 보여 주었다. 그리고 점화계열 결정 algorithm을 利用하여 주어진 離散現象시스템의 到達 可能性과 그 시스템이 활성인지 deadlock 인지를 解析할 수 있었다. 點火回收를 決定하는 algorithm은 카운터 place를 追加하여 임의로 rank를 增加 시켜 줌으로써 그래프적으로 各 遷移를 하나씩 點화하지 않고 代數的으로 離散現象시스템의 點火回收를 決定할 수 있었다.

[參考文獻]

[1] 김만균, 함효준, "FMS 성능평가를 위한 통합 객체지향 Module 설계", 대한설비관리학회지, Vol. 2, No. 1. Jun., 1997, pp 5-15.  
 [2] 김만균, 함효준, "A Study on Controls System of FMS Using Petri net Modelling", 한국공업경영학회지, Vol. 20, No. 42. May, pp 9-19, 1997.  
 [3] 김만균, 함효준, "自動化 生産시스템의 統合 客體指向 Modular 設計 接近", 한국공업경영학회지, Vol. 20, No. 43. Aug., 1997, pp 163-174.  
 [4] 김만균, 함효준, "FMS 통제시스템을 위한 통합객체 지향 모델링에 관한 연구", 공업경영학회 춘계학술대회, pp 112-124, 1997  
 [5] 김만균, 함효준, "확장 세이프/시간형 PN을 이용한 FMS 모델링 설계", 대한설비학회 추계학술대회, pp 316-334, 1997.  
 [6] 김고중 외2명, "Petri-net을 이용한 FMS 제어 및 모니터링", 한국산업공학학회지, Vol.21 No. 1, pp



137-151, 1995.

- [7] 이강수, "A study on Petri Nets and its Simulation Method", 서울대, 석사학위논문, 1982.
- [8] 이광식 외1명, "추계적 페트리 네트를 이용한 대기시스템의 제어모형", 산업공학회지, 제8권 제2호, pp161-169, 1995.
- [9] 안재홍, 노인규, "퍼트리 네트를 이용한 FMS 스케줄링에 대한 발견적 해법", 한국경영학회지, 제21권 제2호, pp111-124, 1996.
- [10] J. Banks & J. S. Carson, "Discrete-Event System Simulation", Prentice-Hall, 1984
- [11] Jafari, M., "An Architecture for a Shop-floor Controller Using Colored Petri Nets", Int'l Journal of flexible manufacturing system, 4, pp 159-181, 1992.
- [12] Jeng, M. D., "Modular Synthesis of Petri Net for Modeling Flexible Manufacturing System", The Int'l Journal of flexible manufacturing system. Vol.7, No.3, 1995.
- [13] H. Atabache, et. al, "From Petri Net based PLCs to knowledge base Control", IECON'86, pp 817-822, 1986.
- [14] J. L. Peterson, "Petri Net Theory and the Modeling of Systems", Prentice-Hall, 1981.
- [15] H. Anton, "Elementary Linear Algebra", 5th Edition, Wiley, 1987.