

☒ 응용논문

Job Shop Scheduling에서 동일한 작업장에 대한 재투입 허용이 미치는 영향분석

An Investigation of the Effect of Re-entrance to the Same Station in a Job Shop Scheduling

문 덕 희*

Moon, Dug Hee

최 연 혁*

Choi, Youn Hyouk

신 양 우**

Shin, Yang Woo

Abstract

In this paper, we investigate the effect of re-entrance to the same work station in a job shop with multiple identical machines. System A is defined as the system in which re-entrance is not permitted, and system B is defined as the system in which re-entrance is permitted. By the analytical result of the queueing network, we find that the two systems have the same queue length distributions and utilizations under FIFO dispatching rule when all parameters are same.

Simulation models are developed for various comparisons between the two systems, and simulation experiments are conducted for the combinations of five dispatching rules, two average workloads and two due date allowances. Five performance measures are selected for the comparison. The simulation results show that permitting re-entrance affects for some combinations of system environments.

1. 서론

제조현장의 생산스케줄링문제는 지난 수십 여 년 간 많은 연구의 대상이었고 여러 가지 생산방식에 대한 연구들이 발표되어 왔는데 최근에 발표되고 있는 연구들의 대부분은 Flow Shop 과 Job Shop 상황에서의 스케줄링에 관한 것들이다. 그러나 연구대상으로 선정된 시스템이 점점 복잡해짐에 따라 수리적인 최적화에 대한 연구보다는 발견적 기법이나 시뮬레이션을 통한 스케줄링 규칙을 결정하는 방법들을 찾아내는 것이 최근의 연구동향이다. 따라서 많은 시간을 소요하면서 최적해를 찾기보다는 빠른 시간 내에 간단하면서도 비교적 우수한 해를 찾기 위한 노력이 지속되고 있다. 이러한 경향은 대상시스템이 정적시스템에서 동적시스템으로 옮겨가고, 아울러 실시간 스케줄링의 필요성이 증가함에 따라 확산되고 있다.

* 창원대학교 공과대학 산업공학과

** 창원대학교 자연과학대학 통계학과

작업투입순서규칙(Dispatching Rule 혹은 Priority Rule)은 위에서 언급한 목적을 만족시키는 대표적인 스케줄링 방법으로 널리 이용되고 있다. 작업투입순서규칙에 의한 결과는 Non-delay Schedule 의 범주에 속하기 때문에 최적해를 찾지 못하는 경우도 있지만 비교적 좋은 결과들을 제시할 수 있는 방법이다 (Baker[4]). 비교적 널리 알려져 있는 각종 작업투입순서규칙들은 Blackstone[5], Anderson [3], Chang [7]의 논문에 상세히 설명되어 있다.

Job Shop 스케줄링문제나 Flow Shop 스케줄링 문제에서 주로 사용되는 평가기준(Performance Measure)은 Mean Flow Time, Maximum Completion Time, Mean Tardiness, Percentage of Tardy Jobs 등이며 최근에는 JIT개념의 도입으로 인하여 Earliness와 Tardiness를 결합한 평가기준들이 사용되고 있다. 고려한 대상시스템의 종류에 따라 약간의 차이는 있지만 Mean Flow Time의 경우 SPT(Shortest Process Time) 규칙이 비교적 우수하였으며 Mean Tardiness 의 경우는 MDD (Modified Due Date) 규칙이 우수한 것으로 알려져 있다(Hunsucker[8], Brah[6], Udo[14], Kim[10]). 그러나 Mean Tardiness나 Percentage of Tardy Jobs 와 같이 납기와 관련된 평가기준에 대하여는 대상시스템에 따라 우수한 작업투입순서규칙이 차이를 보이고 있다. 문덕희[1]의 논문에서는 JIT주문과 납품을 고려하는 Job Shop형태의 용접작업장에서 MDD규칙이 좋은 결과를 제공하지 못한다는 결론을 내린 바 있으며 MSLACK이라는 우수한 규칙을 제시하였다. 아울러 다소 복잡하기는 하지만 ATC규칙이나 COVERT규칙 등도 좋은 결과를 제공한다고 주장하였는데 그 이유는 작업장의 상황을 규칙에 반영할 수 있었기 때문이다.

그러나 일반적인 Job Shop을 다룬 논문들에서는 공통적으로 연속적인 두 공정이 동일한 기계에서 수행되지 않는다는 가정을 하고 있다. 그러나 실제 생산현장의 상황에서는 그렇지 못한 경우도 흔히 볼 수 있다. 예를 들어 용접작업장의 경우 많은 현장에서 용접기들을 종류별로 한 곳에 모아 배치하고 있으며, 가접-본접 등 동일한 설비에서 연속적인 공정을 진행하는 경우가 많다. 이와 같이 연속적인 두 공정이 동일한 작업장 혹은 기계에서 수행되는 경우를 재투입(Re-entrance)이라고 하는데 Job Shop에서 재투입을 허용한 연구에는 Agrawal[2], Kubiak[11], 문덕희[1]등이 있다. 그러나 이 경우도 특정 작업공정을 대상으로 한 것이기 때문에 일반적인 결론을 도출하지는 못하였다. Flow Shop을 대상으로 재투입이 허용되는 경우는 Kumar[12], Narahari[13], Wang[15] 등 비교적 많은 연구들이 있었는데 주요 대상은 반도체생산공정이었다.

따라서 본 연구에서는 동일한 병렬기계로 구성된 일반적인 Job Shop에서 공정이 동일한 작업장에 다시 투입될 수 있는 경우와 반드시 다른 작업장을 거쳐야 하는 경우에 어떠한 차이가 있는지를 비교하고자 한다. 이를 위하여 작업투입순서규칙이 FIFO (혹은 FCFS)인 경우에 대하여 Queueing Network을 이용하여 분석을 하였다. 그러나 작업투입순서규칙이 FIFO가 아닌 경우에는 수리적 분석이 곤란하기 때문에 시뮬레이션을 이용하여 재투입이 시스템에 어떠한 영향을 주는 지를 살펴보았다.

2. 대상 시스템

이 연구의 주요 관심사는 동일 공정에 재투입이 허용되는 시스템과 재투입이 허용되지 않는 시스템 사이에 차이가 있는 지를 확인하는 것이다. 따라서 재투입이 허용되지 않은 시스템을 시스템 A라 하고 재투입이 허용되는 경우를 시스템 B라고 정의한다. 본 연구에서 고려한 시스템의 전반적인 상황은 다음과 같은 가정을 토대로 하고 있다.

- ① 대상시스템은 3개의 작업장(Station)으로 구성되어 있으며, 각 작업장은 2대의 동일한 기계로 구성된다.

- ② 작업장의 배치는 공정별 배치를 하고 있다.
- ③ 각 작업장에는 하나의 대기행렬이 존재하며 빈 기계가 발생하면 다음 작업이 투입된다.
- ④ 작업들의 도착시간간격 분포는 지수분포를 따른다.
- ⑤ 도착한 작업들의 공정순서는 시스템 A인 경우 서로 다른 3개의 작업장을 한번씩 거치게 되며, 시스템 B인 경우에는 임의의 작업장을 3번 거친다. 따라서 시스템 A의 경우 6가지의 공정경로가 존재하며, 시스템 B의 경우 27가지의 공정경로가 존재한다. 이 때 각 공정경로별 발생확률은 동일하다.
- ⑥ 모든 작업장에서의 공정소요시간은 동일한 지수분포를 한다.
- ⑦ 준비시간은 공정소요시간에 포함된 것으로 본다. 비록 연속적인 두 공정이 동일한 기계에서 수행이 되더라도 새로운 준비가 발생한다고 가정한다.
- ⑧ 기계의 신뢰도는 100%로 가정한다.

3. Queueing Network을 이용한 분석

본 논문에서 비교하고자 하는 두 시스템 대기행렬망(Queueing Network) 이론을 이용하여 분석하기로 한다. 이를 위하여 각 작업장에서의 투입순서규칙은 FIFO로 가정하고, I 가지 형태의 작업(공정경로의 종류에 따라 구분)과 J 개의 노드(작업장의 수)를 갖는 개방형 대기행렬망 (Open Queueing Network)에 대하여 생각해 보자. 여기서 i ($i=1, 2, \dots, I$) 유형의 작업은 비율이 $\lambda(i)$ 인 포아송과정을 따라서 시스템에 도착하고 도착한 작업은 시스템을 떠나기 전에 다음과 같은 경로를 따라서 움직이면서 가공된다.

$$r(i, 1), r(i, 2), \dots, r(i, s(i))$$

여기서 $r(i, j)$ 는 i 유형의 작업이 j 번째 방문한 작업장을 나타내며 $r(i, s(i))$ 는 시스템을 떠나기 전에 마지막으로 방문한 작업장을 나타낸다.

$\mu_j(n_j)$ 를 n_j 개의 작업이 작업장 j 에 있을 때 작업장 j 에서의 총 서비스율이라 하자. 예를 들어 작업장 j 에 평균 서비스 시간이 $1/\mu_j$ 인 m_j 대의 기계가 있다고 가정하면 작업장 j 의 총 서비스율 $\mu_j(n_j) = \mu_j \min(m_j, n_j)$ 이다. 이제 각 작업장에 n_j 개의 작업이 있을 확률을 유도하기 위하여 다음과 같은 기호를 도입한다. 여기서 a_j 는 작업장 j 로의 총 도착율을 의미한다.

$$a_j(i, s) = \begin{cases} \lambda(i), & r(i, s) = j \text{ 일 때} \\ 0, & \text{그밖의 경우,} \end{cases} \quad (1)$$

$$a_j = \sum_{i=1}^I \sum_{s=1}^{s(i)} a_j(i, s), \quad (2)$$

$$B_j^{-1} = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{a_j^n}{\prod_{l=1}^n \mu_j(l)} \right) \quad (3)$$

[정리] $B_j^{-1} < \infty$, $j=1, 2, \dots, J$ 일 때 시스템은 안정상태에 도달하며, 안정상태에서 작업장 j 에 있는 작업의 수를 N_j 라 하면 N_j , $j=1, 2, \dots, J$ 는 서로 독립이고, N_j 의 확률분포는 다음과 같다. 즉,

$$P(N_1 = n_1, \dots, N_J = n_J) = P(N_1 = n_1) \cdots P(N_J = n_J),$$

$$P(N_j = n_j) = B_j \frac{a_j^{n_j}}{\prod_{l=1}^{n_j} \mu_j(l)}, \quad j=1, 2, \dots, J. \quad (4)$$

위 정리의 증명은 Kelly[9]등에서 발견할 수 있으며, 위의 정리를 응용하여 다음과 같은 따름 정리를 찾을 수 있다.

[따름정리] 만약 작업장 j 에 각각의 평균 서비스 시간이 $1/\mu_j$ 인 m_j 대의 기계가 있다면 N_j 의 분포는 도착율이 a_j 이고 각 기계의 서비스율이 μ_j 인 $M/M/m_j$ 대기 체계에서의 작업 수의 분포와 같다. 즉,

$$P(N_j = n_j) = \begin{cases} B_j \frac{(m_j \rho_j)^{n_j}}{n_j!}, & n_j \leq m_j, \\ B_j \frac{m_j^{m_j} \rho_j^{n_j}}{m_j!}, & n_j \geq m_j, \end{cases} \quad (5)$$

여기서
$$\rho_j = \frac{a_j}{m_j \mu_j}, \quad (6)$$

$$B_j = \left[\sum_{k=0}^{m_j-1} \frac{(m_j \rho_j)^k}{k!} + \frac{(m_j \rho_j)^{m_j}}{m_j!} \frac{1}{1 - \rho_j} \right]^{-1} \quad (7)$$

또한 작업장 j 의 대기열에서 기다리는 평균 작업의 수 $L_{a,j}$ (공정진행중인 작업은 제외)는 다음과 같다.

$$L_{a,j} = \left[\frac{(m_j \rho_j)^{m_j} (\rho_j / m_j)}{(m_j - 1)! (1 - \rho_j)^2} \right] B_j. \quad (8)$$

위의 정리의 응용으로서 다음과 같은 대기행렬망을 생각하자. J 개의 작업장(노드)를 갖는 개방형 대기행렬망에 외부로부터 비율이 λ 인 포아송 과정을 따라서 작업(고객)이 도착한다고 하자. 각 작업장에서의 서비스 규칙은 FIFO이고 지수분포의 서비스 시간을 갖는 복수의 기계가 존재한다. 시스템에 도착하는 작업은 J 개의 작업장을 방문한 후 시스템을 떠난다. 이 때 같은 작업장을 두 번 이상 방문할 수 없는 경우와 한 번 방문했던 작업장을 다시 방문할 수 있는 경우에 대하여 생각해 보자.

경우 1. 재투입을 허용하지 않는 경우 (시스템 A)

이 경우 시스템에 도착하는 작업들을 작업장을 방문하는 순서에 따라 $J!$ 가지의 형태로 분류할 수 있다. 예를 들어 $J=3$ 일 때, 작업들은 다음과 같은 $3! = 6$ 가지 유형으로 나뉘어진다.

$$1 \rightarrow 2 \rightarrow 3, \quad 1 \rightarrow 3 \rightarrow 2, \quad 2 \rightarrow 1 \rightarrow 3, \quad 2 \rightarrow 3 \rightarrow 1, \quad 3 \rightarrow 1 \rightarrow 2, \quad 3 \rightarrow 2 \rightarrow 1$$

이제 $p_i, (i=1, 2, \dots, J!)$ 를 도착한 작업이 i 유형일 확률이라 하자. 그러면 i 유형의 작업이 외부로부터 도착할 확률은 $\lambda(i) = p_i \lambda$ 가 되며 작업장 j 로의 총 도착율 a_j 는 다음과 같이 주어진다.

$$a_j = \sum_{i=1}^{J!} \lambda(i) = \lambda, \quad j=1, 2, \dots, J. \quad (9)$$

경우 2. 재투입을 허용하는 경우 (시스템 B)

이 경우에는 시스템에 도착하는 작업들을 작업장을 방문하는 순서에 따라 J^J 가지의 유형으로 분류할 수 있다. 예를 들어 $J=3$ 일 때, 작업들은 다음과 같은 $3^3=27$ 가지 형태로 나뉘어진다.

$$1 \rightarrow 1 \rightarrow 1, 1 \rightarrow 1 \rightarrow 2, 1 \rightarrow 2 \rightarrow 1, \dots, 3 \rightarrow 2 \rightarrow 3, 3 \rightarrow 3 \rightarrow 2, 3 \rightarrow 3 \rightarrow 3$$

이제 $q_i, (i=1, 2, \dots, J^J)$ 를 도착한 작업이 i 유형일 확률이라 하자. 그러면 i 유형의 작업이 외부로부터 도착할 확률은 $\nu(i) = q_i \lambda$ 가 되며, 이 경우의 a_j 는 다음과 같이 주어진다.

$$a_j = \sum_{i=1}^{J^J} k(i, j) \nu(i) = \lambda \sum_{i=1}^{J^J} k(i, j) q_i, \quad j=1, 2, \dots, J. \quad (10)$$

여기서 $k(i, j)$ 는 i 유형인 작업이 시스템을 떠나기 전에 작업장 j 를 방문하는 횟수이다.

따라서 만약 $q_i = 1/J^J, i=1, 2, \dots, J^J$ 로 동일하다면, 안정상태에서 각 작업장에 있는 작업의 수에 대한 결합확률 분포는 경우 1과 경우 2가 서로 같다. 결론적으로 각 작업장에서의 작업 투입순서규칙이 FIFO라면 재투입을 허용하지 않는 시스템 A와 재투입을 허용하는 시스템 B는 가동율도 같고, 각 작업장에서의 평균적으로 대기하는 작업수도 같다. 만일 작업의 도착간격이 Expo(10)이고 각 기계의 공정시간이 Expo(10)로 같은 경우에 기계가동율은 0.5 이며 대기행렬의 길이는 0.33이다. 반면에 기계의 공정시간이 Expo(15)로 변하는 경우는 가동율이 0.75, 대기행렬의 길이는 $13.5/7=1.9286$ 으로 계산된다.

4. 시뮬레이션 실험

Queueing Network을 이용한 수리적 분석은 작업투입순서규칙이 FIFO인 경우에만 가능하다. 또한 납기에 관련된 수행도 평가기준에 대한 분석은 수리적으로 어렵다. 따라서 시뮬레이션을 이용하여 두 시스템이 어떤 차이가 있는지를 알아보기로 하였다. 시뮬레이션 모델링은 ARENA Ver.2.0을 이용하였다.

시뮬레이션을 위하여 다음과 같은 5가지 작업투입순서규칙과 5가지 수행도 평가기준을 선택하였다.

작업투입순서규칙

- ① FIFO (First In First Out)
- ② SPT (Shortest Process Time) : $\min\{P_{ij}\}$
- ③ MDD (Modified Operation Due Date) : $\min\{ \max(D_i, T_{now} + R_{ij}) \}$
- ④ SLACK : $\min\{ D_i - T_{now} - R_{ij} \}$
- ⑤ S/RMWK (Slack per Remaining Work) : $\min\{ (D_i - T_{now} - R_{ij})/R_{ij} \}$

이때

- P_{ij} : 작업 i 의 공정 j 의 공정소요시간,
- D_i : 작업 i 의 납기,
- R_{ij} : j 번째 공정이 진행중인 작업 i 의 잔여공정소요시간,
- T_{now} : 현재시간으로 정의한다.

수행도 평가기준

- ① 각 작업장의 가동율
- ② 각 작업장의 평균 대기행렬 길이
- ③ 평균작업수행시간 (Mean Flow Time)
- ④ 평균납기지연시간 (Mean Tardiness)
- ⑤ 납기지연율 (Percentage of Tardy Jobs)

시뮬레이션 실험을 위하여 가동율을 높은 경우(75%)와 낮은 경우(50%)의 2가지, 납기여유율을 여유가 있는 경우(총 공정소요시간의 1.6~1.9배)와 촉박한 경우(총 공정소요시간의 1.3~1.6배)의 2가지로 조절하여 총 4가지 조합에 대한 실험을 수행하였다. 가동율을 높이는 방법은 도착시간간격을 짧게 하는 방법과 공정소요시간을 길게 하는 방법이 있는데 본 연구에서는 도착간격시간분포는 그대로 두고 공정소요시간을 늘이는 방법을 사용하였다. <표1>은 각 경우에 대한 자료다.

<표 1> 시뮬레이션을 위한 모수들의 분포

Case	도착시간간격분포	공정소요시간분포	납기여유율	평균가동율
1	Expo(10.0)	Expo(10.0)	총공정소요시간*Unif(1.3,1.6)	50%
2			총공정소요시간*Unif(1.6,1.9)	50%
3		Expo(15.0)	총공정소요시간*Unif(1.3,1.6)	75%
4			총공정소요시간*Unif(1.6,1.9)	75%

* Expo : 지수분포, Unif : 일양분포

결과적으로 재투입을 허용하지 않는 경우와 허용하는 경우 2가지, 작업투입순서 결정규칙 5가지와 모수의 경우의 수 4가지를 곱하여 실험을 위한 총 경우의 수는 40가지 조합이 된다. 또한 시스템이 안정상태에 도달한 후 충분한 자료수집을 위하여 매 실험의 소요시간은 500,000으로 정하였으며, 각 조합에 대하여 20회씩 반복실험을 행함으로써 총 800회의 시뮬레이션을 수행하였다.

5. 시뮬레이션 결과분석

본 연구의 첫 번째 관심사는 작업투입순서규칙, 가동율, 납기여유율이 같을 때 재투입을 허용하는 경우와 허용하지 않는 경우의 수행도평가기준에 차이가 있는지를 알아보는 것이다. 따라서 두 시스템에 (시스템 A와 시스템 B) 대하여 20회 반복 시행한 결과를 이용하여 Two-Sample t-Test를 하였다. 이를 위하여 각 경우에 대한 분산에 차이가 있는지를 먼저 검정한 결과 분산은 모든 경우에 대하여 95% 신뢰도로 차이가 없음이 판정되었다. 가설 H_0 는 '두 시스템에 차이가 없다'로 하였으며, 일차적으로 95% 신뢰구간(유의수준 5%)으로 검정을 한 후 가설이 기각되면 99% 신뢰구간(유의수준 1%)으로 하여 다시 검정을 하였다. 각 종류의 가설검정 결과표에 있는 숫자는 양측검정의 P-value를 의미한다.

5.1. 각 작업장의 가동율

각 작업장(Station)에서의 병렬기계들에 대한 가동율의 결과는 <표 2>와 같다. 우선 각 작업장에서의 가동율은 설재단계에서 의도한 대로 각각 50% (Case 1, 2)와 75% (Case 3, 4)로 유지되고 있는 것을 볼 수 있다. 재투입이 허용되는 경우와 허용되지 않는 경우는 모든 조합에서

5% 유의수준으로 차이가 없는 것으로 판명되었다. <표 3>은 가설검정의 결과다. 또한 가동율은 작업투입순서규칙에 무관하며 작업장간에 차이가 없는 것으로 입증되었다.

<표 2> 각 작업장별 기계가동율의 시뮬레이션 결과

	System	Station 1				Station 2				Station 3			
		Case 1	Case 2	Case 3	Case 4	Case 1	Case 2	Case 3	Case 4	Case 1	Case 2	Case 3	Case 4
FIFO	A	0.5002	0.5002	0.7503	0.7503	0.4990	0.4990	0.7485	0.7485	0.4996	0.4996	0.7493	0.7493
	B	0.5001	0.5001	0.7501	0.7501	0.5000	0.5000	0.7499	0.7499	0.4998	0.4998	0.7496	0.7496
SPT	A	0.5002	0.5002	0.7503	0.7503	0.4990	0.4990	0.7485	0.7485	0.4996	0.4996	0.7493	0.7493
	B	0.5001	0.5001	0.7501	0.7501	0.5000	0.5000	0.7499	0.7499	0.4998	0.4998	0.7496	0.7496
MDD	A	0.5002	0.5002	0.7503	0.7503	0.4990	0.4990	0.7485	0.7484	0.4996	0.4996	0.7493	0.7493
	B	0.5001	0.5001	0.7501	0.7501	0.5000	0.5000	0.7499	0.7499	0.4998	0.4998	0.7496	0.7496
SLACK	A	0.5002	0.5002	0.7503	0.7503	0.4990	0.4990	0.7485	0.7485	0.4996	0.4996	0.7493	0.7493
	B	0.5001	0.5001	0.7501	0.7501	0.5000	0.5000	0.7499	0.7499	0.4998	0.4998	0.7496	0.7496
S/RMWK	A	0.5002	0.5002	0.7503	0.7503	0.4990	0.4990	0.7485	0.7485	0.4996	0.4996	0.7493	0.7493
	B	0.5001	0.5001	0.7501	0.7501	0.5000	0.5000	0.7499	0.7499	0.4998	0.4998	0.7496	0.7496

<표 3> 가동율에 대한 가설검정 결과 (P-value)

	Station 1				Station 2				Station 3			
	Case 1	Case 2	Case 3	Case 4	Case 1	Case 2	Case 3	Case 4	Case 1	Case 2	Case 3	Case 4
FIFO	0.8160*	0.8160*	0.8127*	0.8127*	0.6275*	0.6275*	0.6291*	0.6291*	0.5276*	0.5276*	0.5286*	0.5286*
SPT	0.8157*	0.8157*	0.8104*	0.8104*	0.6279*	0.6279*	0.6331*	0.6331*	0.5284*	0.5284*	0.5276*	0.5276*
MDD	0.8161*	0.8161*	0.8140*	0.8110*	0.6272*	0.6275*	0.6346*	0.6322*	0.5279*	0.5277*	0.5257*	0.5289*
SLACK	0.8157*	0.8157*	0.8103*	0.8113*	0.6275*	0.6275*	0.6340*	0.6344*	0.5274*	0.5284*	0.5272*	0.5289*
S/RMWK	0.8157*	0.8157*	0.8098*	0.8096*	0.6269*	0.6272*	0.6320*	0.6317*	0.5269*	0.5272*	0.5282*	0.5282*

* : 유의수준 5% 로 두 시스템이 같음

5.2. 대기행렬의 길이

<표 4>는 각 작업장별로 대기행렬에서 평균적으로 대기중인 작업의 수를 의미한다. 다른 조건이 동일한 경우에 작업장별 대기행렬의 길이는 차이를 보이지 않았다. <표 5>는 대기행렬의 길이가 재투입 허용여부에 따른 두 시스템에서 차이가 있는지를 검정한 결과인데 작업투입순서규칙이 FIFO인 경우에는 이론적인 분석에서 예측한 바와 같이 두 시스템의 대기행렬길이 가 유의수준 5%로 차이가 없는 것으로 판명되었다. FIFO를 사용했을 때 앞에서 수리적으로 도출한 평균대기행렬의 길이는 가동율 50%일 때 0.33, 75%일 때 1.9286이었는데 시뮬레이션의 결과 값과 같음을 알 수 있다.

SLACK이나 S/RMWK를 사용한 경우도 한 경우를 제외하고는 유의수준 5% 혹은 1%로 두 시스템에 차이가 없었다. MDD를 사용한 경우에는 가동율이 50%인 경우에는 두 시스템간에 차이가 없었고 가동율이 75%인 경우에는 차이가 있다는 결과를 얻었는데 가동율이 높으면 시스템의 혼잡도가 높아져서 MDD 규칙의 영향이 증폭되기 때문인 것으로 생각된다. 특이하게도 SPT의 경우에는 작업장 2에서 가동율이 50%일 경우만 유의수준 1%로 시스템 A와 B 사이에 차이가 없는 것으로 판명되었는데 실험오차가 원인일 것으로 추정한다. 따라서 이 경우에 대하여 시뮬레이션 시간을 1,000,000 으로 2배 증가시켜 실험을 행한 결과 작업장 2에서도 작업장 1, 3과 마찬가지로 1% 유의수준으로 두 시스템 사이에 차이가 있는 것으로 판명되었다. 또한

재투입이 허용되는 시스템 B의 경우에 대기행렬의 길이가 커지는 경향을 보임을 알 수 있었다.

작업투입순서규칙들 사이의 우월성을 살펴보면 SPT가 가장 좋았고, 그 다음으로 MDD규칙이 다른 규칙들에 비해 월등히 좋은 결과를 보여주었으며 FIFO가 가장 나쁜 결과를 나타냈다. FIFO나 SPT는 납기여유율과는 무관하며, MDD나 S/RMWK는 납기여유율이 클 때 오히려 대기행렬의 길이가 증가한 반면 SLACK의 경우에는 납기여유율이 클 때 대기행렬의 길이가 감소하였다.

<표 4> 각 작업장의 평균 대기행렬 길이의 시뮬레이션 결과

	System	Queue of Station 1				Queue of Station 2				Queue of Station 3			
		Case 1	Case 2	Case 3	Case 4	Case 1	Case 2	Case 3	Case 4	Case 1	Case 2	Case 3	Case 4
FIFO	A	0.3336	0.3336	1.9120	1.9120	0.3331	0.3331	1.9179	1.9179	0.3316	0.3316	1.9161	1.9161
	B	0.3344	0.3344	1.9475	1.9475	0.3303	0.3303	1.8956	1.8956	0.3343	0.3343	1.9452	1.9452
SPT	A	0.2437	0.2437	1.0233	1.0233	0.2442	0.2442	1.0267	1.0267	0.2424	0.2424	1.0243	1.0243
	B	0.2523	0.2523	1.1143	1.1143	0.2495	0.2495	1.0957	1.0957	0.2526	0.2526	1.1129	1.1129
MDD	A	0.2722	0.2726	1.3388	1.3655	0.2722	0.2729	1.3439	1.3723	0.2703	0.2714	1.3327	1.3577
	B	0.2687	0.2707	1.2765	1.3105	0.2667	0.2685	1.2569	1.2841	0.2688	0.2708	1.2801	1.3062
SLACK	A	0.3023	0.2919	1.7328	1.6511	0.3020	0.2908	1.7487	1.6724	0.3000	0.2891	1.7452	1.6645
	B	0.3017	0.2925	1.7159	1.6480	0.2983	0.2892	1.6716	1.6052	0.3021	0.2932	1.7131	1.6460
S/RMWK	A	0.3276	0.3331	1.7617	1.7710	0.3266	0.3322	1.7771	1.7825	0.3247	0.3300	1.7662	1.7758
	B	0.3271	0.3365	1.7353	1.7706	0.3233	0.3327	1.6950	1.7323	0.3275	0.3365	1.7315	1.7744

<표 5> 대기행렬길이에 대한 가설검정 결과 (P-value)

	Queue of Station 1				Queue of Station 2				Queue of Station 3			
	Case 1	Case 2	Case 3	Case 4	Case 1	Case 2	Case 3	Case 4	Case 1	Case 2	Case 3	Case 4
FIFO	0.7842*	0.7842*	0.2524*	0.2524*	0.4618*	0.4618*	0.4089*	0.4089*	0.4730*	0.4730*	0.3804*	0.3804*
SPT	8.8E-5	8.8E-5	4.2E-9	4.2E-9	0.0200**	0.0213**	3.2E-7	3.2E-7	7.5E-5	7.5E-5	1.0E-8	1.0E-8
MDD	0.1214*	0.4069*	0.0017	0.0065	0.0634*	0.1467*	1.6E-6	5.8E-6	0.5846*	0.8317*	0.0029	0.0049
SLACK	0.8387*	0.6972*	0.5440*	0.9106*	0.2765*	0.6028*	0.0043	0.0107**	0.5235*	0.1973*	0.2866*	0.5083*
S/RMWK	0.8829*	0.2447*	0.3283*	0.9886*	0.3214*	0.9030*	0.0015	0.0380**	0.4288*	0.0670*	0.2197*	0.9587*

* : 유의수준 5% 로 두 시스템이 같음

** : 유의수준 1% 로 두 시스템이 같음

5.3. 평균작업수행시간 (Mean Flow Time)

<표 6>은 평균작업수행시간에 대한 시뮬레이션 결과 값을 보여주고 있으며, <표 7>은 두 시스템에 대한 검정 결과를 보여준다. FIFO를 사용하였을 경우에는 재투입허용에 관련된 두 시스템의 평균작업수행시간이 5% 유의수준으로 같은 것으로 나타났으며, SLACK과 S/RMWK의 경우에도 유의수준 1% 에서는 같은 것으로 판명되었다. MDD의 경우에는 가동율이 50%일 때만 같았으며, SPT의 경우에는 모든 조합에서 두 시스템의 평균작업수행시간이 다르다는 결과를 얻었다.

실험결과 값을 기준으로 보면 FIFO나 SPT의 경우에는 재투입을 허용하는 시스템 B에서 평균작업수행시간이 증가하였으며, MDD의 경우에는 반대의 결과를 얻었다. SLACK과 S/RMWK의 경우에는 확정적으로 결론을 내릴 수 없었다.

또한 MDD나 S/RMWK는 납기여유율이 클 때 오히려 대기행렬의 길이가 증가한 반면 SLACK의 경우에는 납기여유율이 클 때 대기행렬의 길이가 감소하였다. 이러한 결과는 평균대

기행렬의 길이에서 관측되었던 결과와 일치한다.

<그림 1>은 평균작업수행시간을 최소화하는 작업투입순서규칙이 어떤 것인지를 알아보기 위하여 <표 6>의 값을 그래프로 그린 것이다. 이 그림에서 볼 수 있듯이 모든 조합의 경우에 SPT-MDD-SLACK-S/RMWK-FIFO의 순으로 우수한 결과를 얻을 수 있었다.

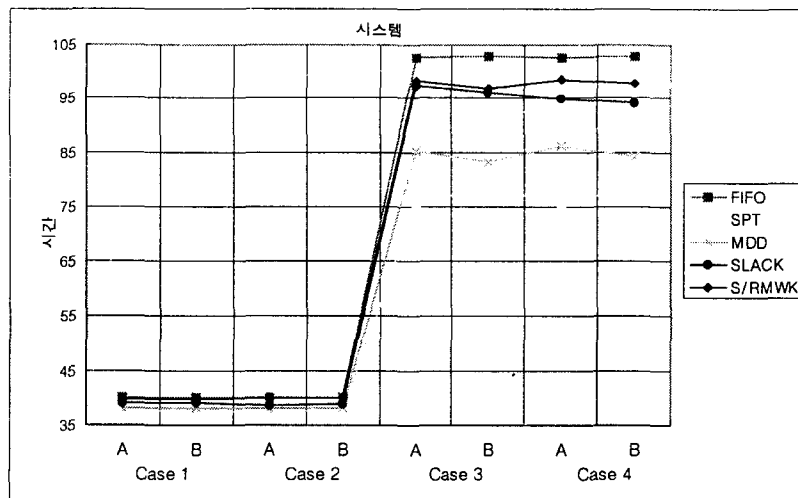
<표 6> 평균작업수행시간의 시뮬레이션 결과

	System	Case 1	Case 2	Case 3	Case 4
FIFO	A	40.000	40.000	102.516	102.516
	B	40.008	40.008	102.938	102.938
SPT	A	37.318	37.318	75.779	75.779
	B	37.559	37.559	78.268	78.268
MDD	A	38.162	38.185	85.195	85.999
	B	38.058	38.116	83.176	84.050
SLACK	A	39.059	38.730	97.321	94.931
	B	39.037	38.766	96.057	94.044
S/RMWK	A	39.806	39.970	98.104	98.349
	B	39.796	40.075	96.672	97.828

<표 7> 평균작업수행시간에 대한 가설검정 결과 (P-value)

	Case 1	Case 2	Case 3	Case 4
FIFO	0.9313*	0.9313*	0.5213*	0.5213*
SPT	0.0005	0.0005	2.9E-11	2.9E-11
MDD	0.1588*	0.3658*	6.8E-6	3.0E-5
SLACK	0.7966*	0.6720*	0.0452**	0.1504*
S/RMWK	0.8932*	0.2214*	0.0176**	0.3562*

* : 유의수준 5% 로 두 시스템이 같음
 ** : 유의수준 1% 로 두 시스템이 같음



<그림 1> 작업투입순서규칙과 평균작업수행시간 비교

5.4. 평균납기지연시간 (Mean Tardiness)

<표 8>은 평균납기지연시간에 대한 시뮬레이션 결과이며 <표 9>는 각 조합에 대해 시스템 A와 시스템 B사이의 평균납기지연시간에 차이가 있는지를 Paired t-test한 결과이다. 앞의 세 가지 경우와는 달리 FIFO를 적용한 경우에도 두 시스템의 평균납기지연시간이 항상 같은 것은 아니었다. 납기여유율이 촉박한 경우(Case 1과 Case 3)에는 유의수준 1%와 5%로 각각 두 시스템의 평균납기지연시간이 같다고 할 수 있으나 납기여유율이 느슨한 경우(Case 2와 Case 4)에는 두 시스템의 평균납기지연시간은 같다고 할 수 없었다. MDD를 사용한 경우에는 Case 1에서만 차이가 없었으며, 반면에 SLACK이나 S/RMWK를 사용한 경우에는 Case 2에서만 차이가 있는 것으로 나타났다.

실험 결과 값을 살펴보면 가동율이 50%일 때는 작업투입순서규칙에 관계없이 시스템 B의 평균납기지연시간이 시스템 A의 값보다 크게 나타났다. 그러나 가동율이 75%일 때는 FIFO와 SPT를 사용한 경우는 역시 시스템 B가, MDD를 사용한 경우에는 시스템 A가 큰 값을 보여주었다.

작업투입순서규칙에 대해 비교해 보면 <그림 2>에서 명백히 드러나듯이 평균납기지연시간은 SPT-MDD-SLACK-S/RMWK-FIFO의 순으로 증가하였다. 또한 그 순서는 시스템 A에서나 시스템 B에서 변화가 없었다.

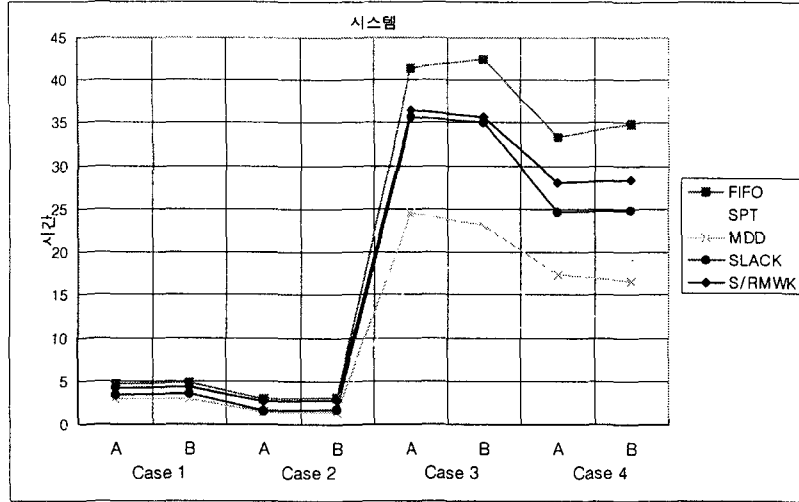
<표 8> 평균납기지연시간의 시뮬레이션 결과

	System	Case 1	Case 2	Case 3	Case 4
FIFO	A	4.6045	2.9684	41.4074	33.3714
	B	4.7374	3.1352	42.4652	34.8436
SPT	A	2.5230	1.3171	16.8462	11.3017
	B	2.7706	1.5101	19.4148	13.7058
MDD	A	2.8888	1.3736	24.4726	17.3543
	B	2.9205	1.4559	23.1149	16.5361
SLACK	A	3.4544	1.5543	35.6123	24.6250
	B	3.5565	1.6961	35.0415	24.8690
S/RMWK	A	4.2260	2.6595	36.4464	28.0881
	B	4.2933	2.7732	35.6450	28.4107

<표 9> Mean Tardiness 대한 가설검정 결과 (P-value)

	Case 1	Case 2	Case 3	Case 4
FIFO	0.0158**	0.0003	0.0761*	0.0090
SPT	1.7E-11	1.5E-13	1.2E-15	4.6E-17
MDD	0.3459*	0.0009	8.4E-5	0.0064
SLACK	0.0262**	1.5E-5	0.2958*	0.6163*
S/RMWK	0.1325*	0.0017	0.1182*	0.4618*

* : 유의수준 5% 로 두 시스템이 같음
 ** : 유의수준 1% 로 두 시스템이 같음



<그림 2> 작업투입순서규칙과 평균납기지연시간 비교

5.5. 납기지연율 (Percentage of Tardy Jobs)

<표 10>은 납기지연율에 대한 시뮬레이션 결과이며 <표 11>은 재투입 허용여부에 관련된 두 시스템의 가설검정 결과다. 납기지연율에 대해서는 SPT규칙을 사용하고 납기여유율이 느슨한 경우인 Case 2와 Case 4에서만 두 시스템의 납기지연율이 같다는 결과를 얻었다. 나머지 경우에는 두 시스템의 납기지연율에 차이가 존재하였다. 차이가 존재하는 모든 조합의 경우에 있어서 납기지연율은 재투입을 허용하는 시스템 B에서의 납기지연율이 재투입을 허용하지 않는 시스템 A의 납기지연율보다 작은 값을 가짐을 알 수 있었다.

<그림 3>은 <표 10>을 그래프로 표현한 것인데 작업투입순서규칙간의 우수성을 비교해 보면 SPT규칙을 사용하였을 때 납기지연율이 최소가 됨을 알 수 있다. 다음으로 MDD가 우수하였으며, SLACK과 S/RMWK는 큰 차이가 없었다. FIFO는 납기지연율 면에서도 가장 좋지 못한 규칙이다.

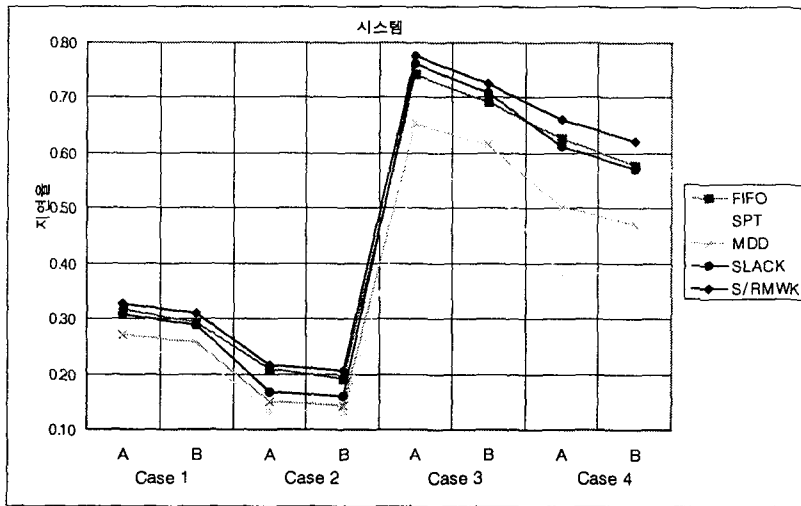
<표 10> 납기지연율의 시뮬레이션 결과

	System	Case 1	Case 2	Case 3	Case 4
FIFO	A	0.3165	0.2074	0.7429	0.6256
	B	0.2931	0.1919	0.6920	0.5776
SPT	A	0.2422	0.1340	0.5553	0.3804
	B	0.2374	0.1345	0.5495	0.3848
MDD	A	0.2715	0.1498	0.6529	0.5020
	B	0.2563	0.1445	0.6146	0.4705
SLACK	A	0.3069	0.1665	0.7613	0.6125
	B	0.2886	0.1610	0.7084	0.5698
S/RMWK	A	0.3279	0.2155	0.7752	0.6606
	B	0.3105	0.2072	0.7256	0.6217

<표 11> 납기지연율에 대한 가설검정 결과 (P-value)

	Case 1	Case 2	Case 3	Case 4
FIFO	3.1E-17	7.0E-15	3.0E-20	1.5E-16
SPT	0.0001	0.5752*	0.0083	0.0361**
MDD	5.5E-13	6.2E-5	5.6E-17	9.9E-12
SLACK	2.7E-12	0.0003	5.6E-20	1.7E-12
S/RMWK	7.3E-13	1.9E-7	4.7E-19	3.7E-13

* : 유의수준 5% 로 두 시스템이 같음
 ** : 유의수준 1% 로 두 시스템이 같음



<그림 3> 작업투입순서규칙과 납기지연율 비교

6. 결론

동적 Job Shop 스케줄링 문제에서 작업투입순서규칙을 이용한 많은 연구들은 연속적인 두 공정은 동일한 기계(혹은 작업장)에서 수행할 수 없다는 가정이나 동일기계(혹은 작업장)를 두 번 이상 방문할 수 없다는 가정을 하고 있다. 과거의 논문들에서 그러한 가정의 이유를 명확히 밝히고 있지는 않으나 동일기계에서 공정이 다시 진행되면 Setup 시간이 감소될 것이기 때문에 이를 사전에 방지하여 Setup 시간을 상수로 처리하기 위한 것으로 추정된다. 그러나 연속적인 공정이 동일기계에서 수행이 되더라도 작업내용에 따라 새로 Setup을 수행해야 하는 경우도 흔히 발생하는데 이런 경우는 Setup시간을 상수로 처리해도 아무런 문제가 발생하지 않는다.

따라서 본 논문에서는 동일한 작업장에 재투입이 허용되는 경우와 허용되지 않는 경우에 어떠한 차이가 있는지를 조사하여 보았다. 이를 위해 각각 2대의 동일한 병렬기계로 구성되는 3개의 작업장에서 3개의 공정으로 구성되는 작업을 처리하는 경우를 대상시스템으로 선정하였다. 먼저 작업투입순서규칙이 FIFO인 경우 대기행렬망 이론을 이용하여 재투입이 허용 여부에 대한 두 시스템이 가동율이나 대기행렬의 길이에서는 차이가 없음을 밝혔다. 또한 시뮬레이션을 이용하여 작업투입순서규칙이 달라지는 경우, 가동율 수준이 달라지는 경우, 납기 여유율이 달라지는 경우 등에 대한 각 조합에 대하여 두 시스템 사이의 차이를 조사하였다. 조사 항목은

가동율, 대기행렬의 길이, 평균작업소요시간, 평균납기지연시간, 납기지연을 등이다.

결론적으로 가동율의 경우는 모든 조합에서 두 시스템에 차이가 없는 것으로 판명되었으며, 대기행렬의 길이나 평균작업수행시간의 경우에는 작업투입순서규칙을 FIFO, SLACK, S/RMWK 등을 이용하면 대개의 경우 차이가 없었다. 반면에 평균납기지연시간이나 납기지연율의 경우에는 많은 조합들에서 두 시스템 사이에 차이가 있는 것으로 밝혀졌다. 또한 모든 수행도평가기준에 대해 본 논문에서 고려한 5가지 작업투입순서규칙 중에서는 본 논문에서 가정한 상황에서 대부분의 경우에 SPT규칙이 가장 우수한 것으로 판명되었는데, 과거의 몇몇 연구들에서 평균납기지연시간이나 납기지연율에 대하여는 MDD규칙이 SPT규칙보다 우수하다는 결론과는 상반되는 결과였으며, System B 의 평균납기지연시간에서 Case 2의 경우에만 MDD가 SPT보다 약간 우수하였다.

참고문헌

- [1] 문덕희, "배치생산을 하는 용접작업장에서 JIT납품을 위한 동적생산일정계획", 산업공학, Vol. 10, No. 2, pp.57-67, 1997.
- [2] Agrawal, A., Harhalakis, G., Minis, I. and Nagi, R., "Just-in-time Production of Large Assembly", *IIE Transactions*, Vol.28, pp.653-667, 1996.
- [3] Anderson, E. J. and Nyirenda, J. C., "Two New Rules to Minimize Tardiness in a Job Shop", *International Journal of Production Research*, Vol.28, No.12, pp.2277-2292, 1990.
- [4] Baker, K. R., *Introduction to Sequencing and Scheduling*, John Wiley & Sons, New York, 1974.
- [5] Blackstone Jr., J. H., Phillips, D. T. and Hogg, G. L., "A State-of-the-Art Survey of Dispatching Rules for Manufacturing Job Shop Operations", *International Journal of Production Research*, Vol.20, No.1, pp.27-45, 1982.
- [6] Brah, S. A., "A Comparative Analysis of Due Date Based Job Sequencing Rules in a Flow Shop with Multiple Processors", *Production Planning and Control*, Vol.7, No.4, pp.362-373, 1996.
- [7] Chang, Y., Sueyoshi, T. and Sullivan, R., "Ranking Dispatching Rules by Data Envelopment Analysis in a Job Shop Environment", *IIE Transactions*, Vol.28, pp.631-640, 1996.
- [8] Hunsucker, J. L. and Shah, J. R., "Comparative Performance Analysis of Priority Rules in a Constrained Flow Shop with Multiple Processors Environment", *European Journal of Operational Research*, Vol.72, pp.102-114, 1994.
- [9] Kelly, F. P., *Reversibility and Stochastic Networks*, John Wiley & Sons, New York, 1979.
- [10] Kim, Y. D., "A Comparison of Dispatching Rules for Job Shops with Multiple Identical Jobs and Alternative Routings", *International Journal of Production Research*, Vol.28, No.5, pp.953-962, 1990.
- [11] Kubiak, W, Lou, S. X. C. and Wang, Y., "Mean Flow Time Minimization in Reentrant Job Shops with a Hub", *Operations Research*, Vol. 44, No. 5, pp.764-776, 1996.
- [12] Kumar, P.R., "Re-entrant Lines", *Queueing Systems : Theory and Applications*, Vol. 13, No. 1, pp.87-110, 1993.

- [13] Narahari, Y. and Khan, L.M., "Performance Analysis of Scheduling Policies in Re-entrant Manufacturing Systems", *Computers & Operations Research*, Vol. 23, No. 1, pp.37-51, 1996.
- [14] Udo, G. J., A Simulation Study of Due-Date Assignment Rules in a Dynamic Job Shop, *Journal of Operational Research Society*, Vol.45, No.12, pp.1425-1435, 1994.
- [15] Wang, M. Y., Sethi, S. P. and Van De Velde, S. L., "Minimizing Makespan in Class of Reentrant Shops", *Operations Research*, Vol. 45, No.5, pp.702-712, 1997.