

☒ 연구논문

종속품질의 최적검사 수리모형

- Optimal Inspection Model for Dependent Product Quality -

Yu, Jeong Sang*

유 정 상

Abstract

Recently, researchers show growing interest on product quality characteristic dependence and designing acceptance sampling plans under the quality dependence. This research intends to resolve a few theoretical and practical questions for better application of acceptance sampling when the quality characteristic of product items exhibits a statistical dependence and samples are inspected according to the production order.

In this research, a mathematical programming model is developed for the economic modeling of sampling plans based on two evaluation criteria : the average outgoing quality(AOQ) and the average total inspection cost. An efficient solution procedure is then proposed using the functional structure of the two evaluation criteria and the procedure is numerically illustrated.

1. 서 론

경제적 검사모형을 고려한 샘플링검사 방식이란 샘플링검사를 실시하는데 들어가는 검사 비용과 불량품의 혼입으로 인한 손실 비용을 산출하여 이들의 총비용이 최소가 되도록 검사 계획을 세워야 함을 말한다.

샘플링검사는 여러 형태의 검사방식이 통계적 이론에 근거를 두고 개발되었고 이들은 다시 수정, 정리 또는 통합되어 현재에 이르고 있다. 각 샘플링 검사의 조건, 특색, 개념, 절차등을 정확히 파악하여 검사의 목적, 성질등을 고려하여 가장 경제적인 검사방법을 선택하여 이것을 실제로 적용하는 것은 아주 중요한 것이다.

본 연구에서는 제품의 품질 특성이 연속적으로 어떤 종속성을 갖는 경우에, 실제로 샘플링검사를 실시할 때 발생하는 검사 비용과 불량품의 혼입으로 인한 손실 비용을 고려한 샘플링검사의 경제적 수리모형을 설정하여 이 두가지의 비용함수의 구조적 성질을 분석하고, 그 특성을 이용하여 효율적으로 최적검사계획을 수립하고자 한다.

* 경원전문대학 공업경영과

2. 연구배경

종속 품질특성하에서의 샘플링검사 계획에 관한 기존의 연구를 살펴보면 다음과 같다. Cox [3]는 불량률의 변이확률(transition probability)을 알고 있는 「two-state Markov chain batch 모델」을 고려한 샘플링검사 계획을 연구하였으며, Campling [2]은 비교모수인 불량률이 정규분포를 할 경우의 연속적인 「Markov process 모델」에 관한 고찰을 하였으며, Preston [7]은 불량률이 안정된 Markov chain 으로 나타나는 1회 샘플링검사 계획의 적용을 위해 경험적인 Bayes 추정 문제에 관한 것을 발표하였다.

Bhat 와 Lal 과 Karunaratne [1]은 제품의 품질특성이 「two-state Markov chain」으로 나타나는 모델을 가정한 계수 샘플링검사 계획을 제시하였다. 이들은 수치적 계산을 통해 합격확률 (P_a)과 AOQ, 평균시료개수(ASN) 등이 serial 상관계수가 변함에 따라 어떻게 달라지는가를 보여주고 있다. 합격품질수준(AQL)을 p_1 , 로트허용불량률(LTPD) 을 p_2 , 생산자 위험을 α , 소비자 위험을 β 라고 할 때,

$$P_a^{(n,c)}(p_1, \rho) = 1 - \alpha$$

$$P_a^{(n,c)}(p_2, \rho) = \beta$$

가 되도록 하여 serial 상관계수(ρ)와 (n, c)가 변함에 따라 P_a , AOQ, ASN 등이 어떻게 달라지는가를 수치적 계산을 통해 분석하고 있다.

경제적 수리모형을 이용한 최적 샘플링검사 방식에 관한 연구는 많지만 그 중에서 대표적인 것을 살펴보면 다음과 같다.

Gutherie 와 Johns [4]는 「linear cost 모델」을 제안했는데, Hald [5]는 샘플검사비용과 로트의 합격, 불합격에 따라 발생하는 비용을 linear cost 모델로 나타내어, 이들이 제안한 것을 좀 더 단순화 시켰다.

Wetherill과 Chiu [10]는 경제적 측면에 초점을 두어 샘플링검사 계획을 수립할 때 비교모수 값을 결정하기 위해 몇가지 서로 다른 접근방법들을 사용하였다.

Moskowitz, Ravindran, Patton [6]은 「Two Stage Method」라고 하는 효율적인 알고리즘을 개발하였는데 이것은 기존의 해법 절차에 비하여 해법의 수준으로나 컴퓨터 계산 시간상으로 매우 효율적이라는 것을 체계적으로 보여주고 있다.

품질특성이 통계적으로 서로 종속인 경우에 대한 기존의 문헌들은 그 가정이 매우 복잡하여 특수한 경우에만 한정되어 있으며, 경제적 모델에 대한 연구는 하지 않았다. 또한 경제적 모델을 설정한 최적 샘플링검사 방법에 관한 논문들은 종속성을 고려하지 않았다. 따라서 다양한 종속패턴을 효율적으로 해결할 수 있는 검사방법의 개발과 종속성을 고려한 경제적 모델에 대한 연구가 필요하다고 본다.

3. 모델 설정

본 논문은 어떤 공정에서 p_i 가 i 에 대하여 종속적으로 변하는 경우를 고려하여 샘플링검사의 경제적 수리모형을 설정하고 최적 샘플의 크기 n 과 합격판정개수 c 를 효율적으로 찾는 방법을 연구하는 것이 그 근본 목적이며, 샘플링검사의 경제적 수리모형을 설정하고, 총검사비용함수와 평균출검품질함수의 구조적 특성을 이용하여 효율적으로 최적 검사계획을 수립하는 방법을 유도하며, 수치예제를 통하여 민감도 분석을 실시한다.

종속성을 고려하지 않는 생산공정에서는 공정불량률 p 가 항상 일정하다고 보는 반면에, 종속성을 고려한 공정에서는 공정불량률이 일정하지 않고 어떤 패턴으로 변화된다고 본다.

선삭공정에서 바이트로 어떤 제품을 가공하는 경우를 고려해 보자. 이 바이트의 날끝은 각 제품을 하나하나 절삭할 때 마다 점점 마모가 될 것이다. 이 공정에서 생산된 제품은, 바이트

의 날끝이 마모가 되므로 인하여 제품의 특성치 Z_i 가 변하게 되고 그 만큼 규격한계를 벗어날 확률이 커지게 된다. 이것은 각 제품 i 를 생산할 때마다 그 공정이 불량품을 만들 확률이 달라지는 것을 의미하는데, 각 제품 i 가 불량으로 나타날 확률을 p_i 라고 한다.

종속품질과 관련된 논문을 보면, Bhat, Lal, Karunaratne [1]은 two-state Markov chain인 생산 공정을 다루는 표준 모델을 제시했는데, two-state Markov chain 모델에서 품질 특성치를 X_n 이라고 하면, 변이확률 P_{ij} 는 다음 식 (1)과 같이 된다.

$$P_{ij} = P\{X_{n+1} = j | X_n = i\} \quad n=0,1,2,\dots, \quad i,j=0,1 \quad (1)$$

여기에서 state 0 은 양품, state 1 은 불량품을 표시한다.

그리고, 변이 확률값을

$$\Pr(\text{good} | \text{good}) = 1 - a$$

$$\Pr(\text{bad} | \text{good}) = a$$

$$\Pr(\text{good} | \text{bad}) = b$$

$$\Pr(\text{bad} | \text{bad}) = 1 - b$$

로 하면, 변이확률 matrix는 일반적으로 가장 많이 쓰이는 식 (2)와 같이 표시된다.

$$F = \begin{bmatrix} p_{00} & p_{01} \\ p_{10} & p_{11} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-a & a \\ b & 1-b \end{bmatrix} \quad (1 \geq a, b \geq 0) \quad (2)$$

식 (2)에서 $|1-a-b| < 1$ 일 때, initial state를 다음식과 같이 표시하면,

$$(\pi_0, \pi_1) = \left(\frac{b}{a+b}, \frac{a}{a+b} \right) \quad (3)$$

이 된다. 여기서 $\pi_0 = 1-p$ 이고, $\pi_1 = p$ 가 된다.

이 process의 serial lag correlation은 식 (4)와 같이 된다.

$$\rho = 1 - (a+b) \quad (4)$$

불량률 $p (= \pi_1)$ 과 ρ 를 이용하여 식 (2)는 다음 식 (5)와 같이 표시할 수 있다.

$$F = \begin{bmatrix} 1-p(1-\rho) & p(1-\rho) \\ (1-p)(1-\rho) & p + \rho(1-p) \end{bmatrix} \quad (5) \quad \text{본 연구는 Mar}$$

kov 종속생산공정에서 i 번째 제품이 불량일 확률 p_i 에 따른 합격확률(Pa)과 로트당 총 검사비용, 그리고 AOQ를 고려하여 선별형 샘플링 검사계획의 모형을 설정하고, 관리목표에 가장 부합하는 n 과 c 를 결정하기 위한 최적 샘플링검사방법의 설계에 관한 연구이다.

여기서는 p_i 는 i 에 따라 변하며 다른 것과 순차적으로 서로 종속인 경우를 고려한다. p_i 가 종속적인 경우에는 n 개의 표본 중에서 어느 것이 불량인가 하는 모든 경우를 고려해서 P_a 를 계산해야 하기 때문에 $\left\{ \sum_{y=0}^n \binom{n}{y} \right\}$ 만큼의 경우의 숫자를 고려해야만 하나의 P_a 값을 계산할 수 있다. 이것은 n 과 c 가 큰 경우에는 많은 계산을 필요로하기 때문에 실제 적용이 어렵다. 따라서 Monte Carlo 시뮬레이션을 통해서 P_a 값을 구하는 것이 효율적인 방법이다.

여기서 구한 P_a 값을 근거로 하여 로트의 총검사비용 함수 $f_1(n, c)$ 와 평균출검품질 함수인 $f_2(n, c)$ 에 관한 수리적 모형을 설정해 보자.

3.1 기호 및 용어

본 논문에서 사용되는 기호 및 비용요소는 다음과 같다.

- n : 샘플의 크기. n^* : n 의 global optimum
- c^* : c 의 global optimum. c : 합격판정개수
- n^0 : n 의 초기값. c^0 : c 의 초기값
- n^i : i 단계에서 n 의 최적값. c^i : i 단계에서 c 의 최적값
- n^* : n 의 global optimum. c^* : c 의 global optimum
- N : 로트의 크기.
- n_{max} : 최적의 n 값을 찾기위해 계산상으로 비교해보는 가장 큰 n 의 값이며, 일반적인 경우를 고려하여 다음과 같이 정의한다.

$$n_{max} = \left[\frac{N}{10} \right] \quad \text{if } N > 300, \text{ 여기서 } [] \text{는 정수값을 표시.}$$

$$n_{max} = 30 \quad \text{if } 30 < N \leq 300$$

$$n_{max} = N \quad \text{if } N \leq 30 = N$$
- P_a : 로트의 합격 확률
- p : 공정 불량률. p_i : i 번째 제품이 불량품이 될 확률
- \bar{p} : p_i 의 평균값. c_s : 단위 표본당 조사 비용
- c_r : 불량품의 수리 및 교체 비용. c_p : 페널티 비용
- $f_1(n, c)$: 로트당 총 검사비용 함수
- $f_2(n, c)$: 검사가 끝난 후의 AOQ에 대한 함수
- Q : $f_2(n, c)$ 의 상한값. W : $f_1(n, c)$ 의 상한값

3.2 총검사비용함수

종속성을 고려한 1회 선별형 샘플링검사서 로트당 평균 총검사비용 요소는 일반적으로 일어날 수 있는 경우를 고려하여 다음의 요소들로 정한다.

- c_s : 단위 표본당 조사비용 - 한개의 표본을 조사할 때 발생하는 제반비용
- c_r : 불량품 처리비용 - 불량품을 양품으로 교체 수리하는데 드는 비용
- c_p : 페널티 비용 - 로트가 기각될 때 부과되는 계약상의벌과금이며,

나머지 제품들을 전수검사할 때 들어가는 부대비용도 포함 불량품을 폐기하거나 그것을 판매 함으로써 발생하는 손실비용은 특수한 경우로 생각하여 고려 대상에서 제외한다.

상기의 비용요소를 근거로 한 평균 검사비용 함수 $f_1(n, c)$ 은 다음과 같이 표시 된다.

$$f_1(n, c) = n c_s + \sum_{i=1}^n p_i c_r + (1 - P_a) c_p + (1 - P_a) \sum_{i=n+1}^N p_i c_r + (1 - P_a)(N - n)c_s \dots \dots \dots (6)$$

위 총검사 비용함수의 각 요소의 내용은 다음과 같다.

- $n c_s$ = 샘플 검사비용
- $\sum_{i=1}^n p_i c_r$ = 샘플에서 발견된 불량품의 교체비용 또는 수리비용
- $(1 - P_a)c_p$ = 로트가 기각됨으로써 발생하는 페널티 비용
- $(1 - P_a) \sum_{i=n+1}^N p_i c_r$ = 로트가 기각될 때 나머지 제품의 검사에서 발견된 불량품의 총 교체 또는 수리비용

$(1 - P_a)(N - n)c_s$ = 로트가 기각될 때 표본 이외의 나머지 제품의 검사비용
 함수 $f_1(n, c)$ 는 기존의 경제적 모델에 대한 연구와 비교할 때, p_i 가 종속 되므로 i 에 따라 비용 구성요소가 변한다는 점과 로트가 기각될 경우 페널티 코스트를 포함한 점이 다르다.

3.3 평균출검품질함수

평균출검품질(AOQ)은 p_i 의 함수로써 표시할 수 있는데, 검사가 끝난 로트의 기대 불량률을 $f_2(n, c)$ 라고 하면 이것은 다음과 같다.

$$f_2(n, c) = \frac{P_a \cdot \sum_{i=n+1}^N p_i}{N} \quad (7)$$

AOQ의 최대값인 평균출검품질한계(AOQL)은 최악의 경우에도 로트의 평균출검품질이 이 값보다 나쁘지 않다는 것을 의미한다.

일반적인 AOQL 보증 선별형 샘플링 검사는 제품을 동일한 공급자로부터 연속적으로 조달하는 경우 또는 공정 사이에서 반제품을 주고 받는 경우 등에 적합하며, 이 검사는 평균품질을 보증하는 방식이다.

3.4 평가함수의 구조분석

본 논문에서 연구하는 샘플링검사의 수리적 모델의 특징은, 두개의 식 $f_1(n, c)$ 와 $f_2(n, c)$ 는 임의의 p_i 에 대해서 시뮬레이션으로 구할 수 있고, 함수식을 이용하여 직접 계산할 수도 있다. AOQL을 보증하는 선별형 샘플링검사에서는 가능한 한 두식을 함께 최소화 시키는 최적의 (n^*, c^*) 를 구하는 것이 제일 좋은 방법이겠지만 일반적으로 $f_1(n, c)$ 와 $f_2(n, c)$ 가 서로 상치되고 있으므로 본장에서는 두식 중에서 하나를 목적함수로 하는 경우를 연구한다.

이것을 수리모델로 나타내면 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} & \text{최소화} && f_1(n, c) \\ & \text{제약조건 :} && f_2(n, c) \leq Q \\ & && 0 \leq c \leq n \leq n_{\max} \end{aligned} \quad (8)$$

또는,

$$\begin{aligned} & \text{최소화} && f_2(n, c) \\ & \text{제약조건 :} && f_1(n, c) \leq W \\ & && 0 \leq c \leq n \leq n_{\max} \end{aligned} \quad (9)$$

이 절에서는 앞의 기본적인 수리모델을 현실에 맞추어서 수정하고, 함수의 수리적인 구조를 분석하여 문제의 해를 구하고자 한다. 즉, 수리적 문제의 구조분석은 n 과 c 의 변화(개별적이든, 동시이든)에 따라 어떻게 두 평가기준 함수 $f_1(n, c)$ 와 $f_2(n, c)$ 가 변화하는가를 조사하고, 이것을 통해서 구해진 함수의 구조적인 특징을 이용한 해법 개발의 방법을 연구한다.

두 평가 기준함수 $f_1(n, c)$, $f_2(n, c)$ 의 특성을 알아보기 위해서 먼저 P_a 가 n 과 c 의 변화에 따라 어떻게 변하는가를 조사한다.

수식 증명을 위해 기호를 다음과 같이 표시한다.

$$c_i = \sum_{j=1}^i X_j, \text{ : item } i \text{를 통해 발견된 불량품의 누적 합계 } (i=1, 2, \dots, n)$$

$$r_{n,c+1} = \Pr[c_n \geq c + 1] \dots\dots\dots \langle \text{기각 확률} \rangle$$

$$P_a = \delta_{n,c} = \Pr[c_n \leq c] \dots\dots\dots \langle \text{합격 확률} \rangle$$

즉, $r_{n,c+1} = 1 - \delta_{n,c}$ 라고 표시하면 다음의 정리가 성립한다.

[정리 1] 합격확률 P_a 는 다음의 특성을 갖는다.

합격 확률 P_a 는 n 이 증가할 때 감소하고, c 가 증가할 때 증가한다. 그리고, 기각확률은 그 반대이다.

[정리 1]에서 샘플의 크기가 $(i+1)$ 개 일 때 그 중에서 발견될 불량품의 기대수는 i 개의 샘플 중의 기대 불량수보다 항상 크다. 그러므로

$$r_{i+1,j} \geq r_{ij} \quad , \quad \text{for } i = 1, 2, \dots, N-1, \quad j = 1, 2, \dots, i$$

$$\delta_{n+1,c} \leq \delta_{n,c} \quad , \quad \text{for } n = 1, 2, \dots, N-1, \quad c = 1, 2, \dots, i$$

이 항상 성립한다.

같은 샘플의 크기에서 합격판정개수가 $(j+1)$ 인 경우는 j 일 때 보다 로트가 합격할 확률이 커진다. 그러므로

$$r_{i,j+1} \leq r_{ij} \quad , \quad \text{for } i = 1, 2, \dots, N, \quad j = 0, 1, 2, \dots, i-1$$

$$\delta_{n,c+1} \geq \delta_{n,c} \quad , \quad \text{for } n = 1, 2, \dots, N, \quad c = 0, 1, 2, \dots, i-1 \quad \text{이 항상 성립한다.}$$

3.4.1 $f_1(n, c)$ 함수의 특성

$f_1(n, c)$ 가 n 과 c 의 변화에 따라서 어떻게 변하는가를 살펴보자.

[정리 2] 샘플의 크기가 n 이고, 합격판정개수가 c 일 때, 총검사 비용함수는 다음 (1), (2)와 같은 특성을 갖는다.

- (1) $f_1(n, c)$ 는 n 이 증가할 때 단조증가 한다.
- (2) $f_1(n, c)$ 는 c 가 증가할 때 단조감소 한다.

[정리2]에서, $(n+1)$ 과 n 에 대한 함수값의 차이를 $\Delta f_1(n)$ 이라 하면,

$$\begin{aligned} \Delta f_1(n) &= f_1(n+1, c) - f_1(n, c) \\ &= (n+1)c_s + r_{n+1,c}c_p + r_{n+1,c} \sum_{i=n+2}^N p_i c_r + r_{n+1,c}(N-n-1)c_s + \sum_{i=1}^{n+1} p_i c_r \\ &\quad - \left(nc_s + r_{n,c}c_p + r_{n,c} \sum_{i=n+1}^N p_i c_r + r_{n,c}(N-n)c_s + \sum_{i=1}^n p_i c_r \right) \\ &= c_s \dots\dots\dots \text{①} \\ &\quad + (r_{n+1,c} - r_{n,c})c_p \dots\dots\dots \text{②} \\ &\quad + (r_{n+1,c} - r_{n,c}) \sum_{i=n+2}^N p_i c_r - r_{n,c} p_{n+1} c_r \dots\dots\dots \text{③} \\ &\quad + (r_{n+1,c} - r_{n,c})(N-n-1)c_s - r_{n,c}c_s \dots\dots\dots \text{④} \\ &\quad + \sum_{i=1}^{n+1} p_i c_r - \sum_{i=1}^n p_i c_r \dots\dots\dots \text{⑤} \\ &= (1 - r_{n,c})c_s \dots\dots\dots \text{①}' \\ &\quad + (r_{n+1,c} - r_{n,c})c_p \dots\dots\dots \text{②}' \\ &\quad + (r_{n+1,c} - r_{n,c})(N-n-1)c_s \dots\dots\dots \text{③}' \\ &\quad + (r_{n+1,c} - r_{n,c}) \sum_{i=n+2}^N p_i c_r - r_{n,c} p_{n+1} c_r \dots\dots\dots \text{④}' \\ &\quad + p_{n+1} c_r \dots\dots\dots \text{⑤}' \end{aligned}$$

[정리 1] 에 의해서 ①', ②', ③' > 0 이되고, ④'와 ⑤'를 다시 정리하면,

$$(r_{n+1,c} - r_{n,c}) \sum_{i=n+2}^N p_i c_r + (1 - r_{n,c}) p_{n+1} c_r > 0 \text{ 이 된다.}$$

그러므로 $\Delta f_1 > 0$ 이다. 따라서 $f_1(n, c)$ 는 n 에 대해 단조 증가함수이다.

또한, $(c+1)$ 과 c 에 대한 함수값의 차이를 $\Delta f_1(c)$ 라 하면,

$$\begin{aligned} \Delta f_1(c) &= f_1(n, c+1) - f_1(n, c) \\ &= (n c_s + r_{n,c+1} c_p + \sum_{i=1}^n p_i c_r + r_{n,c+1} \sum_{i=n+1}^N p_i c_r + r_{n,c+1} (N-n) c_s) \\ &\quad - (n c_s + r_{n,c} c_p + \sum_{i=1}^n p_i c_r + r_{n,c} \sum_{i=n+1}^N p_i c_r + r_{n,c} (N-n) c_s) \\ &= (r_{n,c+1} - r_{n,c}) \sum_{i=n+1}^N p_i c_r + (r_{n,c+1} - r_{n,c}) (N-n) c_s \end{aligned}$$

가 된다. 역시 [정리 1]에 의해서 $\Delta f_1(c) < 0$ 이 된다. 따라서 $f_1(n, c)$ 는 c 에 대해 단조 증가함수이다.

3.4.2 $f_2(n, c)$ 함수의 특성

$f_2(n, c)$ 가 n 과 c 의 변화에 따라 어떻게 변하는가를 살펴보자.

[정리 3] 평균출검품질함수는 다음의 (1), (2)의 특성을 갖는다.

- (1) $f_2(n, c)$ 는 n 이 증가할 때 단조감소한다.
- (2) $f_2(n, c)$ 는 c 가 증가할 때 단조증가한다.

n 이 증가할 경우를 보면, [정리 3.1]에 의해서

$$\begin{aligned} \Delta f_2(n) &= f_2(n+1, c) - f_2(n, c) \\ &= \frac{\delta_{n+1,c} \sum_{i=n+2}^N p_i}{N} - \frac{\delta_{n,c} \sum_{i=n+1}^N p_i}{N} \\ &= \frac{\delta_{n+1,c} \sum_{i=n+2}^N p_i}{N} - \left(\frac{\delta_{n,c} \sum_{i=n+2}^N p_i}{N} + \frac{\delta_{n,c} p_{n+1}}{N} \right) \\ &= \frac{(\delta_{n+1,c} - \delta_{n,c}) \sum_{i=n+2}^N p_i}{N} - \frac{r_{n,c} p_{n+1}}{N} < 0 \text{ 이 된다.} \end{aligned}$$

그러므로 $\Delta f_2(n) < 0$ 이다. 따라서 $f_2(n, c)$ 는 n 에 대해 단조감소 함수이다.

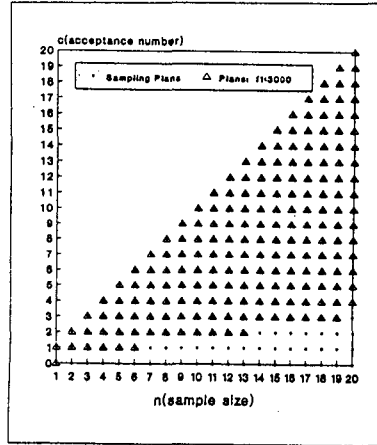
또한, c 가 증가할 경우를 보면, [정리 3.1]에 의해서

$$\begin{aligned} \Delta f_2(c) &= f_2(n, c+1) - f_2(n, c) \\ &= \frac{\delta_{n,c+1} \sum_{i=n+1}^N p_i}{N} - \frac{\delta_{n,c} \sum_{i=n+1}^N p_i}{N} = \frac{(\delta_{n,c+1} - \delta_{n,c}) \sum_{i=n+1}^N p_i}{N} > 0 \end{aligned}$$

그러므로 $\Delta f_2(c) > 0$ 이다. 따라서 $f_2(n, c)$ 는 c 에 대해 단조증가 함수이다.

3.4.3 수리적 모델과 구조

샘플링검사의 총비용함수인 $f_1(n, c)$ 와 평균출검품질함수인 $f_2(n, c)$ 를 이용한 수리적 샘플링



<Figure 1> Feasible Region When $f_2(n, c) \leq 9(\%)$

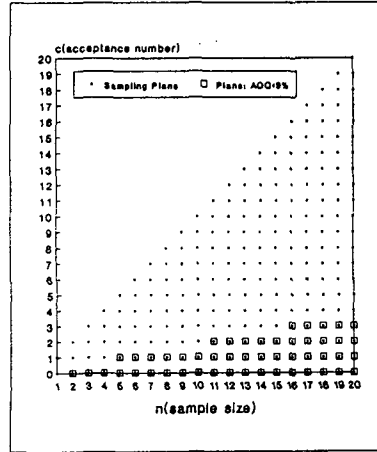
컴퓨터 프로그램을 이용해서 가능해 구역을 구하면 <Figure 1>과 같이 나타나는데, 가능해 구역에서 n 과 c 를 변화시켜서 $(n-1, c)$ 와 $(n, c+1)$ 이 되는 곳에서는 $f_2 > 9$ 가 되어 불가능해가 되고 (n, c) 는 가능해가 된다면, 바로 이 (n, c) 는 가능해 구역의 경계인 계단형의 모서리 끝 부분이 된다. 이 (n, c) 를 표현상 'corner plan' 이라고 하자. [정리 3] 과 [따름정리 4] 에서 f_2 함수의 특성으로 인하여 가능해 구역은 <Figure 1>에서와 같이 \square 형태로 표시된 점들로 구성된다는 것을 알 수 있다. <Figure 1>에서 $(1,0)$, $(5,1)$, $(11,3)$, $(16,4)$ 가 되는 곳이 'corner plan' 들이다.

이번에는 $f_1(n, c)$ 가 최우선 목표로 될 때를 보자.

어떤 로트에 대하여 샘플링검사를 실시할 때에 로트당 평균총검사비용이 3000 원 이하가 되도록 검사계획을 세우는 경우를 보자. 이 경우는 $f_1(n, c)$ 가 최우선 목표이므로 $f_1(n, c)$ 는 제약식이 되고 $f_2(n, c)$ 가 목적함수가 되는 식 (9)의 최적화 문제가 된다. $f_1(n, c) \leq 3000$ 이라는 최우선 목표가 주어졌으므로 다음의 식 (11)과 같이 수리모델로 표시된다.

$$\begin{aligned}
 & \text{최소화} && f_2(n, c) \\
 & \text{제약조건:} && f_1(n, c) \leq 3,000 && (11) \\
 & && 0 \leq c \leq n \leq n_{\max}
 \end{aligned}$$

이 최적화문제 역시, [정리 2]에 의해 가능해는 앞의 예제와 유사하게 <Figure 2>와 같이 나타난다. 여기서도 'corner plan' (n, c) 는 가능해이고 $(n, c-1)$ 과 $(n+1, c)$ 는 불가능해가 된다는 것을 알 수 있다.



<Figure 2> Feasible Region When $f_1(n, c) \leq 3000$

다음은, 앞에서 설명한 'corner plan'은 [정리 2]와 [정리 3]에 의해서 최적화 문제의 'local optimal solution'이 되는데, 이 corner plan 들을 비교하여 수리모형의 'global optimal solution'을 효율적으로 찾는 방법을 알아본다.

[정리 5] global optimal solution은 항상 가능해 구역의 corner plan들 중에 존재한다.

만약 (n^*, c^*) 가 global minimum 이면서 corner plan이 아니라고 하자. 그러면 [정리 3]과 [따름정리 4]에 의해서 n^* 을 감소 하거나, c^* 를 증가하든지 또는 동시에 n^* 을 감소하고 c^* 를 증가시키면 corner plan에 도착할 수 있을 것이다. [정리 2]에 의해 $f_1(n, c)$ 는 위의 모든 경우에 대해서 감소함수이다. 그런데, 이것은 (n^*, c^*) 가 global minimum이라는 가정과 대치된다.

그러므로, (n^*, c^*) 가 global optimum 이면, 항상 corner plan 이 된다.

위의 [정리 5]로 부터 가능해 구역의 corner plan들만 찾아 그 중에서 가장 작은 값을 갖는 corner plan이 global solution이 된다.

3.5 수치실험과 민감도 분석

앞에서 연구한 경제적 모델에 근거한 샘플링검사 계획의 특성과 해법의 효율성을 여러가지 종속 패턴을 고려해서 수치실험을 실행하는 것이 이 절의 연구과제이다. 이 수치실험에서 고려되는 품질 종속 패턴은 다음과 같다.

- 1) Markov process 형태의 종속
- 2) 시계열(time series) 형태의 종속 : 여기서는 ARMA process를 이용해서 종속의 형태를 나타냄.

이러한 각각의 형태에 대하여, 형평있는 비교를 위해서 전체 로트에 대해서는 동일한 불량률 ($p=0.1$)을 갖도록 함수를 조정 한 뒤에 수치 실험을 하였다. 이 비교 분석을 통해서 품질 종속 패턴이 샘플링검사 계획에 끼치는 영향을 조사해보자.

<Table 1>, <Table 2> 는 비교분석의 결과를 정리한 것이다.

<Table 1> Optimal Solution on the ARMA(1,1) Process with $AOQ \leq 9(\%)$

n^*	c^*	$f_1(n, c)$	$f_2(n, c)$	θ	ϕ
29	6	1588	8.960	0	0
25	7	1084	8.973	0	0.25
20	5	782	8.957	0.25	0
24	5	2177	8.930	0.25	0.25
30	7	1510	8.973	0.25	0.50

<Table 2> Optimal Solution on the Markov Process with $AOQ \leq 9(\%)$

n^*	c^*	$f_1(n, c)$	$f_2(n, c)$	θ	ϕ
13	3	2070	8.943	0	0
25	6	994	8.983	0	0.25
27	5	2938	8.803	0.25	0
13	5	529	8.980	0.25	0.25
28	6	2115	8.877	0.25	0.50

<Table 1>은 ARMA 모델의 최적해에 대한 결과인데, ϕ 와 θ 가 변함에 따라 $f_1(n, c)$ 의 값이 많은 차이가 있음을 알 수 있다. θ 가 0.25일 때 ϕ 가 0 이면, $f_1(n, c)$ 의 값은 782로써 아주 적으며, ϕ 가 0.25가 되면 2177만큼 크게 증가한다. 다시 말해서 ϕ 는 $f_1(n, c)$ 에 대해 많은 영향을 준다고 볼 수 있다.

<Table 2>는 Markov 모델에 대한 결과인데, 여기서는 ϕ 가 증가하면 $f_1(n, c)$ 는 큰 폭으로 감소한다.

위의 각 Table의 결과를 종합하여 보면, ϕ 와 θ 의 변화에 따라 최적해와 목적함수의 값이 매우 심하게 변화됨을 알 수 있다. 따라서 종속성이 있는 경우에 대해서 샘플링검사를 실시할 때에는 이러한 변화를 고려하여 최적의 샘플링검사 계획을 세워야 될 것이다.

4. 결 론

산업 환경의 급격한 변화에 대응하여 생산 시스템은 점차 기계화, 자동화되어 가고 있다. 품질관리 분야에서 어떤 새로운 기법의 개발도 중요하지만, 변화하는 생산시스템에 따라 기존의 기법을 그 성질이나 개념, 절차 등을 잘 파악하여 관리목적에 부합하도록 기법을 조정하고 응용하는 것은 중요하며 당연한 것이다.

생산공정이 기계화됨에 따라 공정수준이 안정되고, 그 결과 일련의 제품들 간에는 가공순서에 따라 품질 특성이 서로 종속되기 마련이다.

이에 본 연구는 연속 생산시스템에서 생산 공정이 종속성을 가지고 있으므로 인해 검사 대

상의 일련의 제품들의 품질이 Markov 종속 패턴을 나타낼 때, 샘플링 검사의 경제적 모형을 설정하고 이 모형의 최적해를 효과적으로 찾는 방법을 제시하였다.

참 고 문 헌

- [1] Bhat, U. N., Lal, R., and Karunaratne, M., "A Sequential Inspection Plan for Markov Dependent Production Processes", *IIE Transactions*, Vol. 22, 56-64, 1990.
- [2] Campling, G. E. G., "Serial Sampling Acceptance Schemes for Large Batches of Items Where the Mean Quality Has a Normal Prior Distribution", *Biometrika*, Vol. 55, 393-399, 1968.
- [3] Cox, D. R., "Serial sampling acceptance schemes derived from Bayes' theorem", *Technometrics*, Vol. 2, 353-60, 1960.
- [4] Guthrie, D. and Johns, M. U., "Bayes Acceptance Sampling Procedures for Large Lots", *Annals of mathematical Statistics*, Vol. 30, 896-925, 1959.
- [5] Hald, A., "The Compounded Hypergeometric Distribution and a System of Single Sampling Inspection Plans Based on Prior
- [6] Moskowitz, H., Ravindran, A., and Patton, M., "An Algorithm for Selecting an Optimal Acceptance Plan in Quality Control and Auditing", *International Journal of Production Research*, Vol.17, No. 6, 581-594, 1979. Distributions and Cost", *Technometrics*, Vol. 2, 275-340, 1960.
- [7] Preston, P. F., "An Empirical Bayes Problem with a Markovian Parameter", *Biometrika*, Vol. 58, No. 3, 535, 1971.
- [8] Ravindran, A., Shin, W. S., Arthur, J., and Moskowitz, H., "Nonlinear Integer Goal Programming Models for Acceptance Sampling", *Computers & Operations Research*, Vol. 13, No. 6, 611-622, 1986.
- [9] Shin, W. S. and Lingayat, S., "Design of Acceptance Sampling Plans Under Varying Inspection Error", *IEEE Transactions*, Vol. 24, No. 2, 111-120, 1992.
- [10] Wetherrill, G. B. and Chiu, W. K., "A Review of Acceptance Sampling Schemes with Emphasis on the Economic Aspect", *Int. Stat. Rev.*, Vol. 43, No. 2, 191-210. 1975.