⊠ 연구논문

가용도를 고려한 교체전 최소수리횟수 결정모델에 관한 연구

- A Study of Generalized Model for Determining the Optimal Number of Minimal Repairs before Replacement Considering Inherent Availability -

강 호 신*
Kang, Ho-Shin
조 남 호**
Cho, Nam-Ho
유 왕 진**
Yoo, Wang-Jin

ABSTRACT

This paper proposes a maintenance model considering the Inherent availability of certain requirement and two types of failures, repairable or irrepairable.

In this model, the system is replaced in time when it doesn't meet the inherent availability requirement despite of all repairable failures; Otherwise it is replaced by the first irrepairable failure.

Assuming that the j-th failure is repairable with probability α_j, minimal repairs are performed for repairable failures between replacements. We drive the expected cost rate through the application of NHPP(Non-Homogeneous Poisson Process) in order to determine the optimal number n^*.

The model includes some previous studies as special cases.

1. 서론

1.1 연구목적

군(軍)장비의 고장은 수리비용의 발생은 물론, 전투임무상실을 초래하기 때문에 고장발생을 최소로 감소시키기 위하여 계획된 예방정비가 강조되고 있다. 또한 군장비는 항상 전투준비태세(combat readiness)를 유지하여야 하며, 이를 위하여는 가용도를 일정수준 이상으로 유지하여야 할 필요가 있다.

따라서, 본 연구에서는 장비의 고유 가용도를 최소한의 요구된 수준에 만족되도록 하면서, 단위 가동시간당 평균정비비용을 최소화하는 최적 정비모형을 제시하고자 한다.

1.2 연구동향

정비모형에 관한 연구는 정비방법에 따라 수리와 교체활동으로 대별할 수 있으며, 지금까지 발표된 대표적인 연구 결과를 요약하여 살펴보면 다음과 같다.

Barlow & Proschan [2]은 장비는 시간이 지남에 따라 노후화 되기 때문에 노후화 되기 전에 교체하는 것이 유리하며 이때 단위시간당 정비비용을 최소화하는 최적 수명교체 및 정기교체 주기를 제시하였다.

---

* 현대정공 기술연구소 중기체계부,
** 건국대학교 산업공학과

Barlow & Hunter[1]는 장비가 사용 중에 고장이 발생하였을 때 장비를 교체하기 보다는 수리를 하여 사용하다가, 교체시점 T가 되면 교체한다.[13, 15] 그러나 장비에 고장이 발생하여 수리를 하여도 장비의 성능이 신품의 성능보다 떨어지는 불완전 수리가 이루어지는 경우가 많으며, 이 불완전 수리로 인하여 수리 후 장비의 고장률이 고장발생 직전의 고장률과 동일하다고 간주하는 최소수리(Minimal Repair)[2, 21]의 개념을 발표하였다. Park[18]은 가동시간을 기반(Time-Based)으로 한 Barlow와 Hunter 모형[1]을 고장횟수를 기반(Failure number-Based)으로 (n-1)번째 고장까지는 최소 수리하여 사용하고, n번째 고장시 교체하는 예방교체시점을 결정하였다. Muth[10]는 교체시간 T까지는 최소 수리하여 사용하고, 시점 T가 지난 후 첫 번째 고장 발생 시 교환하는 교체모형을 제시하였다. Phelps[19, 20]는 고장횟수를 기반으로 한 교환정책이 가동시간을 기반으로 한 교체정책보다 비용 면에서 유리하다고 밝혔다. Beichelt와 Fischer[4]는 고장형태를 2가지 형태로 분류하여 최소 수리 후 교체하는 부품과 고장 발생 시 즉시 교체하는 부품으로 나누어 장비의 정비방침을 제시하였다. Nakagawa와 Osaki[16]는 수리시간에 어느 정도의 한계를 두어 이 수리 한계시간을 넘으면 교체하는 방침에 대한 연구를 하였고, 이와 비슷한 개념인 한계수리비용에 대한 연구는 Beichelt[3], Cleroux, Dubic, Tilquin[5], Drinkwater와 Hastings[6], Hastings[7], Kaio와 Osaki[8], Park[17]에 의하여 이루어졌고, Thompson[23], Morton과 Nancy[11]는 현장비의 잔존가치와 현재가치를 고려한 정비방침을 제시하였으며, Luss[9], Sherwin[22]은 기존의 연구에서는 부품의 고장은 즉시 탐지할 수 있다는 가정을 하였으나 고장은 검사를 통해서만 탐지된다는 가정아래 검사비용을 고려한 교체방침을 연구하였다. Murthy와 Nguyen[12], Nakagawa[14]는 예방정비를 할 때 부품이 완전한 상태로 정비되지 않을 수도 있다는 가정하에 정비가 불완전할 때의 정비방침에 관한 연구를 하였다.

본 연구는 고장횟수를 근거로 한 예방정비정책으로 장비의 고장시 수리가능한 고장만 계속 발생한다면 최소수리를 하면서 사용하다가 가용도 요구조건을 만족시키지 못하는 시점에서 교체를 실시하고, n번째 고장 이전에 수리 불가능한 고장이 발생하면 그 시점에서 교체를 실시하는 모형으로 군장비에 적용가능한 모형이다.

2. 기본가정 및 용어

2.1 기본가정

본 연구에서 다루는 모델은 다음과 같이 가정하여 유도되었다.

1. 장비의 고장에는 수리 가능하거나 수리 불가능한 경우의 2가지 형태가 존재한다.
2. 고장횟수가 증가할수록 수리 가능할 확률은 일정한 비율로 감소한다.
3. 고장후 정비시간은 상호 독립이며, 동일한 분포를 갖는다.
4. 장비의 고장시 수리는 장비를 처음 작동상태로 환원시키지 않고, 고장직전의 상태로 환원되는 최소수리(Minimal Repair)만 수행한다.

2.2 용어

본 연구에서 사용되는 기호는 다음과 같다.

n : 고장횟수를 나타내는 정수

E[n] : 교체시까지 고장횟수의 기대치

E[T] : 교체시점에서 다음 교체시점까지 장비 주기길이의 기대치

α_j : j번째 고장의 수리가능 확률

$\alpha = \alpha_1$: 최초 고장의 수리가능 확률

ρ : 고장횟수의 증가에 따라 수리가능 확률이 감소하는 형태를 나타내는 상수로서 $\alpha_{j+1} = \rho\alpha_j$의 관계를 표시($0 < \rho \le 1$)

C_r : 1회 교체비용의 기대치

C_r : 1회 수리비용의 기대치

$C(n;\alpha,\rho)$: 단위 시간당 비용함수

$f(t)$: 고장시간을 나타내는 확률밀도함수

$f_n(t)$: n번째 고장시간의 확률밀도함수

$h(t)$: 고장률(Hazard Rate)

$H(t) = \int_0^t h(x)dx$: 누적고장률(Cumulative Hazard)

$p(j;H(t)) = \dfrac{(H(t))^j e^{-H(t)}}{j!}$: 평균이 H(t)인 Poisson 분포의 확률밀도함수

$\Gamma(n) = \int_0^t x^{n-1}e^{-x}dx$: 감마함수

3. 모델의 설정

3.1 주기시간당 기대비용

장비의 교체와 수리에 필요한 비용에는 교체비용과 수리비용이 있으므로 각각의 주기당 기대치를 구하여야 한다.

● 주기당 교체비용

장비의 한 주기를 교체시점에서 다음 교체시점까지로 하므로 주기당 교체횟수는 1회가 되어 주기당 교체비용은 C_r이다.

● 주기당 수리비용

주기당 수리비용은 주기당 수리횟수에 1회당 수리비용의 기대치를 곱하여 식(2)와 같이 구할 수 있고, 주기당 수리횟수(E[n])는 다음의 식(1)과 같이 유도할 수 있다.

주기당 수리횟수의 기대치를 계산하기 위하여 각 요인별 수리비율을 알아보면 다음과 같다.

$$
\begin{aligned}
\mathrm{E}[n] &= \sum_{j=1}^{n}(j-1)\cdot \Pr\{j\text{번째 고장이 처음으로 수리불가능}\} \\
&\quad +(n-1)\cdot \Pr\{n\text{번째의 고장이 모두 수리가능}\} \\
&\quad \left(\Pr\{j\text{번째 고장이 처음으로 수리불가능}\} = \prod_{i=1}^{j-1}\alpha_1(1-\alpha_j)\text{이고,} \right. \\
&\quad \left. \Pr\{n\text{번째의 고장이 모두 수리가능}\} = \prod_{j=1}^{n}\alpha_j \text{ 이므로} \right) \\
&= \sum_{j=1}^{n}(j-1)\prod_{i=1}^{j-1}\alpha_i(1-\alpha_j)+(n-1)\prod_{j=1}^{n}\alpha_j \\
&\quad (\alpha_1=\alpha\ ,\ \alpha_{j+1}=\rho\alpha_j\text{로부터 } \alpha_j=\alpha\rho^{j-1}\text{가 되므로}) \\
&= \sum_{j=1}^{n}(j-1)\alpha^{j-1}\rho^{\frac{(j-1)(j-2)}{2}}(1-\alpha\rho^{j-1})+(n-1)\alpha^n\rho^{\frac{n(n-1)}{2}} \\
&= \sum_{j=1}^{n-1}\alpha^j\rho^{\frac{j(j-1)}{2}} \qquad\qquad (1)
\end{aligned}
$$

그러므로 주기당 기대수리비용은 다음과 같다.

$$C_f \cdot \sum_{j=1}^{n-1} \alpha^j \rho^{\frac{j(j-1)}{2}} \quad \text{------------------------} \quad (2)$$

● **기대주기길이(E[T])의 계산**

장비의 주기는 교체시점에서 다음 교체시점까지이며, 그 기대치는 다음의 식 (3)으로 나타낼 수 있다.

$$E[T] = \sum_{j=1}^{n} \Pr\{j\text{번째 고장에서 교환}\} \cdot (j\text{번째 고장까지의 기대시간})$$

$$= \sum_{j=1}^{n} \Pr\{j\text{번째 고장이 처음으로 수리불가능}\} \cdot (j\text{번째 고장까지의 기대시간})$$

$$+ \Pr\{n\text{번째의 고장이 모두 수리가능}\} \cdot \{n\text{번째 고장까지의 기대시간}\}$$

j번째 고장의 기대시간은 NHPP이론에 의하여 $E[Y_j] = \int_0^\infty \overline{F_j}(t)dt$이고, j번째 고장에서 처음으로 수리 불가능한 고장이 발생하였다면(즉, j번째 고장으로 교체한다면) 그 확률은 $\prod_{i=1}^{j-1}\alpha_i(1-\alpha_j)$이므로

$$= (1-\alpha_1)\int_0^\infty \overline{F_1}(t)dt + \alpha_1(1-\alpha_2)\int_0^\infty \overline{F_2}(t)dt$$

$$+ \cdots + \alpha_1\alpha_2 \cdots \alpha_{n-1}(1-\alpha_n)\int_0^\infty \overline{F_n}(t)dt \ + \alpha_1\alpha_2\cdots\alpha_n\int_0^\infty \overline{F_n}(t)dt$$

$$= \int_0^\infty \overline{F_1}(t)dt + \alpha_1\int_0^\infty [\overline{F_2}(t) - \overline{F_1}(t)]dt + \alpha_1\alpha_2\int_0^\infty [\overline{F_3}(t) - \overline{F_2}(t)]dt$$

$$+ \cdots + \alpha_1\alpha_2 \cdots \alpha_{n-1}\int_0^\infty [\overline{F_n}(t) - \overline{F_{n-1}}(t)]dt$$

$$(\text{여기서 } \overline{F_1}(t) = e^{-H(t)},\ \overline{F_j}(t) = \sum_{i=0}^{j-1}\frac{[H(t)]^i e^{-H(t)}}{i!},$$

$$\overline{F_{j+1}}(t) - \overline{F_j}(t) = \frac{[H(t)]^j e^{-H(t)}}{j!} \text{ 이므로})$$

$$= \int_0^\infty e^{-H(t)}dt + \sum_{j=1}^{n-1}\prod_{i=1}^{j}\alpha_i\int_0^\infty \frac{[H(t)]^j e^{-H(t)}}{j!}dt$$

$$(\alpha_1 = \alpha,\ \alpha_{j+1} = \rho\alpha_j\text{로부터 } \alpha_j = \alpha\rho^{j-1})$$

$$= \sum_{j=0}^{n-1}\alpha^j\rho^{\frac{j(j-1)}{2}}\int_0^\infty \frac{[H(t)]^j e^{-H(t)}}{j!}dt$$

$$(\frac{[H(t)]^j e^{-H(t)}}{j!} = p(j;\ H(t))\text{로 쓰기로 정의})$$

$$= \sum_{j=0}^{n-1}\alpha^j\rho^{\frac{j(j-1)}{2}}\int_0^\infty p(j;\ H(t))dt \quad \text{------------------------} \quad (3)$$

3.2 단위시간당 비용의 계산

Renewal Reward 정리[21]에 의하여 주기당 기대비용을 기대주기길이(E[T])로 나누면 단위시간당 비용을 구할 수 있다.

$$C(n;\ \alpha, \rho) = \frac{\text{주기당 교환비용} + \text{주기당 수리비용}}{\text{기대주기길이}}$$

$$= \frac{C_r + C_f\sum_{j=1}^{n-1}\alpha^j\rho^{\frac{j(j-1)}{2}}}{\sum_{j=0}^{n-1}\alpha^j\rho^{\frac{j(j-1)}{2}}\int_0^\infty p(j;\ H(t))dt} \quad \text{------------------------} \quad (4)$$

3.3 정상상태의 고유 가용도(steady state inherent availability)

본 연구에서는 고유 가용도를 적용하여 최적예방정비를 위한 고장횟수(n^*)를 결정하는 모델을 설정하고자 한다. 본 모형에서 고유 가용도를 설정한 이유는 장비의 고장분포와 정비시간 밀도함수만 알면 가용도의 측정이 가능하기 때문이다.

3.3.1 변수정의

단위가동시간당 고유 가용도를 얻기 위하여 변수를 정의하면 다음과 같다.

A_i : 장비의 정상상태 성취 가용도

M_t : 한 주기의 고장정비시간의 합을 나타내는 확률변수

기타 변수는 단위가동시간당 평균정비비용을 구하기 위하여 사용하였던 변수와 동일하다.

3.3.2 고유 가용도

최적예방정비를 위한 고장회수에 대하여 한 주기당 가동시간의 합(T_s)과 정비시간의 합(M_t)은 다음과 같다.

주기당 가동시간의 합(T_s) = E[T]

$$= \sum_{j=0}^{n-1} \alpha^j \rho^{\frac{j(j-1)}{2}} \int_0^\infty p(j;\, H(t))dt$$

이고, 고장정비시간은 상호독립이며, 동일한 분포를 갖는다고 가정하였으므로 고장정비시간의 확률밀도함수를 g(t)dt라고 정의하면 한 주기당 고장정비시간의 기대값 $E[M_t]$는 식 (5)와 같이 된다.

$E[M_t]$ = (주기당 고장 정비횟수의 기대치) · (1회 정비시간의 기대치)

= (주기당 수리횟수의 기대치) · (1회 정비시간의 기대치)

$$= \sum_{j=1}^{n-1} \alpha^j \rho^{\frac{j(j-1)}{2}} \cdot E[g(t)] \qquad (5)$$

식 (5)을 이용하면 주기당 정비시간의 기대값 ($E[M_t]$)은 식 (6)과 같이 된다.

$$E[M_t] = \sum_{j=1}^{n-1} \alpha^j \rho^{\frac{j(j-1)}{2}} \cdot E[g(t)] \qquad (6)$$

그러므로 장비의 고유 가용도(A_i)는 가용도 정의에 의하여 식 (7)이 된다.

$$A_i = \frac{E[T_s]}{(E[T_s] + E[M_t])}$$

$$= \frac{\sum_{j=0}^{n-1} \alpha^j \rho^{\frac{j(j-1)}{2}} \int_0^\infty p(j;\, H(t))dt}{\sum_{j=0}^{n-1} \alpha^j \rho^{\frac{j(j-1)}{2}} \int_0^\infty p(j;\, H(t))dt + \sum_{j=1}^{n-1} \alpha^j \rho^{\frac{j(j-1)}{2}} \cdot E[g(t)]} \qquad (7)$$

3.4 최적화 모형

전술한 바와 같이 단위가동시간당 평균정비비용과 고유 가용도를 고장횟수(n)의 함수로 구한바 있다. 이제 고유 가용도를 최소한의 요구수준(R)에 만족시키면서 비용을 최소화하는 모델을 식으로 표시하면 식 (8)과 같이 되며, 이 식으로부터 n^*를 구하면 이 값이 최적예방정비를 위한 고장횟수가 된다.

$$\text{Minimize} \quad C = \frac{C_r + C_f \sum_{j=1}^{n-1} \alpha^j \rho^{\frac{j(j-1)}{2}}}{\sum_{j=0}^{n-1} \alpha^j \rho^{\frac{j(j-1)}{2}} \int_0^\infty p(j;\, H(t))dt} \qquad (8)$$

Subject to

$$\frac{\sum_{j=0}^{n-1}\alpha^j\rho^{\frac{j(j-1)}{2}}\int_0^\infty p(j;\,H(t))dt}{\sum_{j=0}^{n-1}\alpha^j\rho^{\frac{j(j-1)}{2}}\int_0^\infty p(j;\,H(t))dt + \sum_{j=1}^{n-1}\alpha^j\rho^{\frac{j(j-1)}{2}}\cdot E[g(t)]} \geq R$$

n : 양의 정수

R : 고유 가용도 요구수준

3.5 수치예

장비의 고장이 형상모수(Shape Parameter 또는 Weibull Slope) β와 척도모수(scale parameter) λ=1인 Weibull 분포인 군장비를 고려해 보자.

여기서 1회 교체비용 $C_r = 1000$, 1회 수리비용 $C_f = 300$이며, 요구 가용도는 0.95 이상이어야 하고, 최초고장시의 수리 가능할 확률 $\alpha = 0.95$, 고장증가에 따른 수리 가능할 확률이 줄어드는 비율 $\rho = 0.95$라 하자. Weibull 분포에서 형상모수 $\beta = 2$, 정비시간밀도함수는 모수가 $\mu = 30$인 지수분포인 경우, 최적화 모형식은 식 (8)로부터 다음과 같이 나타낼 수 있다.

Minimize $C(n;\,\alpha = 0.95,\ \rho = 0.95)$

$$= \frac{1000 + 300\sum_{j=1}^{n-1}(0.95)^j(0.95)^{\frac{j(j-1)}{2}}}{\sum_{j=0}^{n-1}(0.95)^j(0.95)^{\frac{j(j-1)}{2}}\frac{1}{2}\frac{\Gamma(j+\frac{1}{2})}{\Gamma(j+1)}} \quad \text{------------------------ (9)}$$

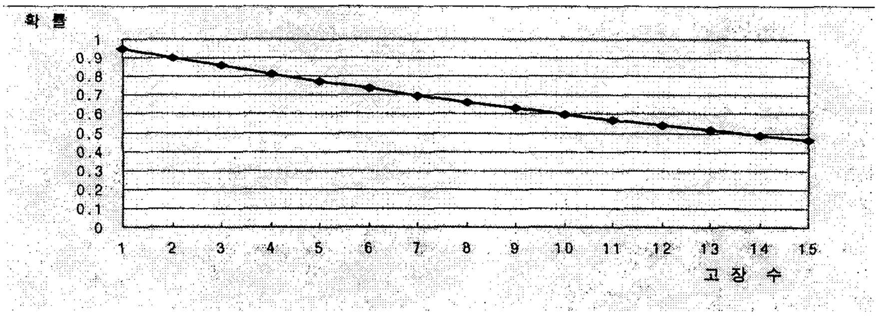
Subject to

$$\frac{\sum_{j=0}^{n-1}(0.95)^j(0.95)^{\frac{j(j-1)}{2}}\frac{1}{2}\frac{\Gamma(j+\frac{1}{2})}{\Gamma(j+1)}}{\sum_{j=0}^{n-1}(0.95)^j(0.95)^{\frac{j(j-1)}{2}}\frac{1}{2}\frac{\Gamma(j+\frac{1}{2})}{\Gamma(j+1)} + \sum_{j=1}^{n-1}(0.95)^j(0.95)^{\frac{j(j-1)}{2}}\cdot(1/30)} \geq 0.95$$

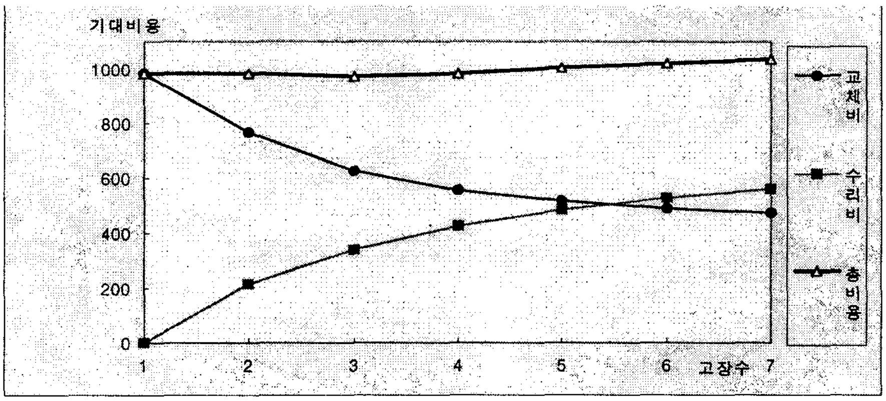
$$\text{-- (10)}$$

그러므로 식 (9)를 만족시키면서 식 (10)을 최소화하는 최적 예방교체시점 n^*를 구하여야 한다. 본 예제의 경우 고장횟수에 따른 수리가능 확률($\alpha_j;\ j = 1,2,\cdots$)의 변화는 <그림1>과 같은 형태를 가지며, 예방교체시점에 따른 단위시간당 비용은 <그림2>와 같다.

즉 <그림2>에서 단위시간당 총비용은 n에 따라 감소하다가 다시 증가하는 형태를 보이고 있어 비용을 최소화하는 예방교체시점이 존재함을 알 수 있다. 본 예제를 컴퓨터를 이용 최적 예방교체시점을 위한 고장횟수를 구해보면 <표1>과 같이 된다.



<그림1> 고장횟수에 따른 수리 가능 확률($\alpha=0.95$, $\rho=0.95$인 경우)



<그림2> 예방교체시점에 따른 단위시간당 총비용
($C_r=1000$, $C_f=300$, $\beta=2$, $\alpha=0.95$, $\rho=0.95$인 경우)

<표1> 최적예방정비를 위한 고장횟수 (n^*)

n	교체비용	수리비용	총비용	성취가용도(Aa)
2	765.0	218.0	983.0	0.9526
3	628.1	340.6	968.7	0.9445
4	556.9	424.8	981.7	0.9383
5	515.3	485.6	1000.8	0.9336
6	489.8	529.6	1019.4	0.9301
7	474.0	560.9	1034.9	0.9275

<표1>로부터 단위가동시간당 평균정비비용은 n=3일 때 C=968.7로 최소이나, 가용도 조건을 만족시키기 위하여는 $n^*=2$ 를 최적예방정비를 위한 고장횟수로 선정하여야 한다. 다시 말하여 장비가 2번째까지 모두 수리 가능한 고장이 발생하였다면 첫 번째 고장 시에는 최소수리를 하여 사용하고, 2번째 고장발생시점에서 예방교체를 하며, 2번째 고장발생 이전에 수리 불가능한 고장이 발생하였다면 수리 불가능한 고장발생시점에서 장비를 교체하면, 장비의 정비비용은 단위시간당 983.0이 될 것이다.

4. 결론 및 향후 연구과제

본 연구에서는 수리 사용 후 예방교체정책으로 고장형태를 수리 가능한 형태와 수리 불가능한 2가지 형태를 고려하고, 고장횟수에 따라 수리 가능 확률이 감소하는 모델에서 최소한의 고유 가용도 요구조건을 만족시키면서 단위가동시간당 평균정비비용을 최소화하는 최적의 예방교체시점 (n^*)을 결정하는 문제를 다루었다. 본 연구의 모델을 예방정비 시 적용하면 요구되는 수행력을 유지하면서 설비체계의 고장을 감소시키기 위한 예방정비를 효과적으로 수행할 수 있을 것이다.

또한 본 연구에서는 수리 가능 확률의 변화는 부품의 특성상 또는 사용함에 따른 잔존가치의 하락을 고려하여 바로 직전의 고장 시 수리확률에 일정한 상수 ($0 < \rho \leq 1$)배 만큼 감소하는 경우를 고려하였다. 따라서 수리 가능 확률의 감소형태가 잘 나타나는 적절한 상수의 선택으로 보다 현실적인 장비의 교체정책을 세울 수 있을 것이다.

본 연구에서는 수리 가능한 고장과 수리 불가능한 고장이 존재할 때 고장횟수를 토대로 가용도를 고려한 교체정책을 연구하였다. 같은 상황하에서 가동시간 기준의 교체정책을 연구하여 결과를 비교하여 보는 것도 의의가 있을 것으로 생각된다. 또한, 본 연구를 보다 현실적인 교체정책이 될 수 있도록 보완하기 위하여는 고장횟수에 따른 수리비 한계 모형의 연구가 필요할 것이다.

참 고 문 헌

[1] Barlow, R. E., Hunter, L. C., *"Optimum Preventive Maintenance Policies," Operations Research,* Vol. 8, No. 1, pp.90-100, 1960.

[2] Barlow, R. E., Proschan, F., *Mathematical Theory of Reliability,* John Wiley and Sons, Inc., 1965.

[3] Beichelt, F., *"A Replacement Policy Based on Limit for the Repair Cost Rate," IEEE Trans. Reliability,* Vol. r-31, No.4, pp. 401-403, October, 1982.

[4] Beichelt, F., Fischer, K., *"General Failure Model Applied to Preventive Maitenance Polices," IEEE Trans. Reliability,* Vol. R-29, No. 1, pp. 39-41, April, 1980.

[5] Cleroux, R., Dubuc, S., Tilquin, C., *"The Age Replacement Problem with Minimal Repair and Random Repair Costs," Operations Research,* Vol. 27, No. 6, pp. 1158-1167, November-December, 1979.

[6] Drinkwater, R. W., Hastings, N. A. J., *"An Economic Replacement Model," Operations Research Quarterly,* Vol. 18, No. 2, pp.121-138, 1967.

[7] Hastings, N. A. J., *"The Repair Limit Replacement Model," Operations Research Quarterly,* Vol. 20, No. 3, pp. 337-349, 1969.

[8] Kaio, N., Osaki, S., *"Optimum Planned Maintenance Policies with Lead Time," IEEE Trans, Reliability,* Vol. R-30, No. 1, p. 79, April, 1981.

[9] Luss, H., *"Maintenance Policies Deterioration can be Observed by Inspections," Operations Research,* Vol. 24, No. 2, pp. 359-366, Mar-Apr, 1976.

[10] Muth, E. J., *"An Optimal Decision Rule for Repair Vs Replacement," IEEE Trans, Reliability,* Vol. R-26, No. 3, pp. 179-181, August, 1977.

[11] Morton I. K., Nancy, L. S., *"Optimal Maintenace and Sale Age for a Machine Subject to Failure," Management Science,* Vol. 17, No. 8, pp. 495-504, April, 1971

[12] Murthy, D. N. P., Nguyen, D. G., *"Optimal Age-Policy with Imperfect Preventive Maintenance," IEEE Trans. Reliability,* Vol. R-30, No. 1, pp.80-81, April, 1981.

[13] Nakagawa, T., *"Modified Periodic Replacement with Minimal Repair at Failure," IEEE Trans.*

Reilability, Vol. R-30, No. 2, pp. 165-168, June, 1981.

[14] Nakagawa, T., *"Optimum Policies When Preventive Maintenace is Imperfect," IEEE Trans. Reliability,* Vol. R-28, No. 4, pp. 331-332, October, 1979

[15] Nakagawa, T., Kowada, M., *"Analysis of a System with Minimal Repair and Its Application to Replacement Policy," European Journal of Operations Research,* 12 pp. 176-182, 1983.

[16] Nakagawa, T., Osaki, S., *"The Optimum Repair Limit Replacement Polices," Operations Research Quartely,* Vol. 25, No. 2, pp. 311-317, 1974.

[17] Park, K. S., *"Cost Limit Replacement Policy under Minimal Repair," Microelectron Reliab.,* Vol. 23, No. 2, pp.347-349, 1983.

[18] Park, K. S., *"Optimal Number of Minimal Repairs before Replacement," IEEE Trans. Reliability*, Vol. R-28, No. 2, pp. 137-140, June, 1979.

[19] Phelps, R. I., *"Optimal Policy for Minimal Repair," Journal of the Operational Research Society,* Vol. 34, No. 5, pp. 425-427, 1983.

[20] Phelps, R. I., *"Replacement Policies under Minimal Repair," Journal of the Operational Research Society,* Vol. 32, No. 7, pp. 549-554, 1981.

[21] Ross, S. M., *Introduction to Probability Models,* Academic Press, Inc., 1985.

[22] Sherwin, D. J., *"Inspection Intervals for Condition-Maintained Items which Fail in an Obvious Manner,"IEEE Trans. Reliability,* Vol. R-28, No. 1, pp. 85-89, April, 1979.

[23] Thompson, G. L., *"Optimal Maintenance Policy and Sale Data of a Machine," Management Science*, Vol. 14, No. 9, pp. 543-550, May, 1968.