공정의 열화를 고려한 경제적 관리한계 결정
-A determination of economic control limits considering process deterioration-

심 윤 보*
Shim, Yoon Bo
김 성 집**
Kim, Seong Jip

Abstract

In most statistical process control(SPC), control charts are used in which samples are taken and a suitable statistic is determined and plotted. In these control charts, control limits, $\mu \pm k\sigma$, from which a decision is made are mostly $\mu \pm 3\sigma$ and current literature in control charts are mainly concerned with detecting a shift in the mean. Therefore, when σ is increased considerably after a long time, using control limits set at the first time causes a great deal of economic loss.

In this paper the solutions to determine new control limits which maximizes the profit per unit produced and reduce σ to economically optimal level for a certain cost when σ is increased due to process deterioration are proposed. By applying new control limits, α error decreases considerably compared to apply initial control limits when σ is increased due to process deterioration. Therefore, false alarm investigation cost drops down to the level of initial α error. And also this solution provides useful information regarding replacement of a process when the process is reviewed regularly.

1. 서론

Shewhart[1]에 의해 제안된 관리도(그림 1 참조)는 오늘날에도 널리 쓰이고 있는데, 어떤 공정에서 관리한계(관리상한과 관리하한, $\mu \pm k\sigma$)를 정해놓고 샘플을 취해가면서 샘플의 통계량을 관리도상에 타점함으로써 그 점이 관리한계를 벗어나서 찍히면 그 원인을 조사하여 단순한 자연적 현상인지 공정의 이상인지를 판단하는데 이용된다.

그동안 이용된 관리한계는 주로 $\mu \pm 3\sigma$였는데, 이를 이용하면 공정에 따라서 그 검출력이 떨어져서 단위 제품당 이익이 최적이 아닐 수도 있다. 따라서 경제적인 관리도 설계의 필요성이 제기되어 1950년대부터 경제적으로 최적인 관리도 설계에 대해 많은 연구가 있었는데, Duncan[2]과 Montgomery[3]의 연구가 대표적이다. 경제적인 관리도 설계란 샘플크기, 샘플

* 한양대학교 대학원 산업공학과
** 한양대학교 산업공학과 교수

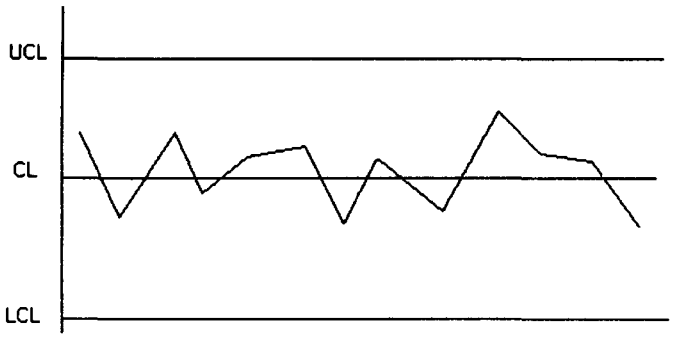

그림 1　$\overline{X}$ 관리도

취하는 간격, 기대비용을 최소화하는 관리구역 등을 결정하는 것이다[4]. 최근에 Sheil에 의해 단위 제품당 이익을 최대화하는 관리한계에 대한 연구가 있었다[5].

이제까지는 평균의 이동(shift in the mean)에 대해 많은 연구가 있었다. 그렇지만 공정은 그림 2에서 보는 바와 같이 시간이 감에 따라서 그 분산이 증가한다[6]. 분산이 증가함에 따라 그림 3과 같이 정규분포그림 양 끝의 α error 부분이 커진다. 이런 분산의 증가는 생산공정에 나타나는 많은 부가적 요소들에 의해 일어난다[7]. 그리고, 시간이 지남에 따라 적절한 조치를 취하지 않는다면 공정은 더욱더 열화한다[8]. 초기에 설정한 경제적 관리한계는 많은 시간이 경과되어 분산이 커졌을 때는 더 이상 경제적으로 최적이 아니게 된다. 그러므로 증가한 분산을 알았을 때 그에 따르는 새로운 관리한계를 구할 필요가 있다. 그리고 단순히 증가된 상태 그대로의 분산을 이용하는 것보다는 경제성 분석을 통해 최소의 비용으로 최대의 효과를 볼 수 있도록 분산을 작게 하는 연구가 Mukhopadhyay와 Chakraborty에 의해 행해졌다[9].

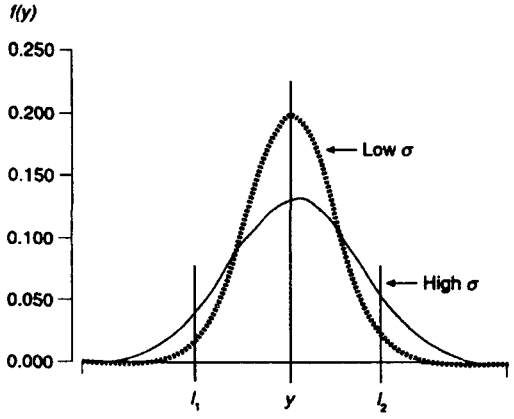

그림2 시간에 따른 분산의 변화

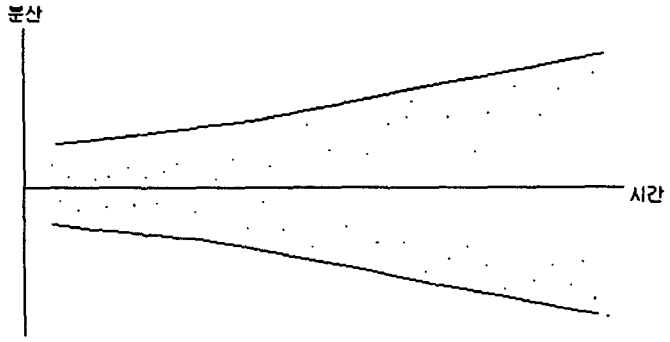

그림3 error의 변화

본 연구에서는 샘플사이즈가 1, 즉 각 단위생산품이 연속적으로 검사되는 공정에 대해 연구했는데 이 방법은 동일한 생산제품의 batch에 대한 반복적인 측정이 불필요한 소위 공정 산업이나 생산속도가 매우 느린 산업에 대해 특히 적합한 방법이다[10]. 본 논문의 핵심은 위와 같이 증가된 분산을 알 때, 최소의 비용으로 최대의 이익을 내는 수준의 분산을 찾아, 새로운 최적의 분산을 이용한 새로운 경제적 관리한계를 구하는 방법을 제시하는 것이다.

2. 수리모형

2.1 경제적 관리한계 설정

본 절에서는 경제적 관리한계를 설정하는데 필요한 수리모형을 제시하고 있다.

2.1.1 공정모형과 관리절차

다음의 모든 가정들은 일반적인 통계적 공정관리(SPC)의 가정들에 따른 것이다. 생산된 각 제품은 측정가능한 변수 X에 의해 특성이 주어진다. 이 X 값들은 각각 독립이라고 가정한다.
공정은 다음의 두 상태로 나누어 진다.

(1) 관리상태(in-control state), state I : X가 정규분포 $N(\mu, \sigma^2)$를 따를 때.

(2) 관리이탈상태(out-of-control state), state II : X가 정규분포 $N(\mu \pm \delta\sigma, \sigma^2)$를 따르고 $\delta>0$일 때.

공정은 초기에 상태 I에 있다가 어떤 한 유추 가능한 원인에 의해 상태 II로 변한다. 여기서 상태 I로의 복귀는 관리자의 개입을 필요로 하고 주로 공정의 수리나 재생에 의해 이루어진다. 재생후에는 공정이 새로 시작된다고 가정된다. 연속적인 두 재생 사이의 시간을 재생주기라고 부르기로 한다. 상태 I의 수명 T는 한 유추 가능한 원인의 발생까지 걸리는 시간으로서 평균 $1/\tau$의 지수분포를 따르고 생산율은 v이다. $v, \tau, \delta, \mu, \sigma$는 알려져 있다고 가정한다. 연속적인 X값들이 센터라인 μ와 관리상한 $\mu+k\sigma$, 관리하한 $\mu-k\sigma$의 관리도상에 타점된다. 점들이 이 관리한계안에 타점되면 공정이 상태I에 있다고 가정되며, 벗어날 경우에는 상태II로 변했다는 것을 나타내며 공정에 대한 조사가 진행되어 필요하면 수리나 재생을 한다. 만일 공정이 상태I에 있음에도 불구하고 한 점이 한계 밖에 타점될 경우를 False alarm이라고 한다. 따라

서 False alarm의 발생 확률은 다음과 같이 주어진다.

False alarm의 발생확률

$$\alpha = 1 - \Pr ob(\mu - k\sigma \le X \le \mu + k\sigma | stateI) = 2\Phi(-k) \quad (1)$$

그리고 상태II를 감지하지 못할 확률은 다음과 같다.

$$\beta = \Pr ob(\mu - k\sigma \le X \le \mu + k\sigma | stateII) = \Phi(k-\delta) - \Phi(-k-\delta) \quad (2)$$

여기서 Φ는 표준누적정규분표함수이다. r이 out-of-control 신호가 나타날 때까지 찍혀진 점의 수라고 하면 $ARL_I = E(r|State\ I) = \sum_{i\ge 0} iProb(r = StateI) = \sum_{i\ge 0} i\alpha\,(1-\alpha)^{i-1} = 1/\alpha$

위의 ARL_I을 Average Run Length in State I이라 하고 false alarm이 발생하기 전까지 타점된 점의 평균 숫자를 나타낸다.

따라서 $ARL_{II} = E(r|State\ II) = 1/(1-\beta)$는 State II로의 변환이 일어나기까지 타점된 점의 평균 숫자를 나타낸다.

이제 각 재생주기에 대해서 다음과 같이 가정하자.

N_I, N_{II} =State I, II에서 생산된 제품수

N= N_I+ N_{II}=총 생산된 제품수

N_F=false alarm 수

재생주기의 수명 T가 모수 를 갖는 지수 분포를 하기때문에,

$$Prob(N_I = i) = Prob(i/\upsilon \le T < (i+1)/\upsilon)$$

$$= e^{-\tau i/\upsilon} - e^{-\tau(i+1)/\upsilon};\ i \ge 0.$$

따라서 $E(N_I) = 1/(e^{\tau/\upsilon} - 1)$ (3)

그리고,

$$E(N_F) = \sum_{i\ge 0} E(N_F | N_I = i) \cdot \Pr ob(N_I = i) = \alpha/(e^{\tau/\upsilon} - 1) \quad (4)$$

$E(N_{II})$ $ARL_{II} = 1/(1-\beta)$이므로, 한 재생주기동안 생산된 제품의 평균 숫자는 다음과 같이 주어진다.=

$$E(N) = E(N_I) + E(N_{II}) = (e^{\tau/\upsilon} - \beta)/[(1-\beta)(e^{\tau/\upsilon} - 1)]$$

$$= (e^{x} - \beta)/[(1-\beta)(e^{x} - 1)] \quad (5)$$

여기서 $x = \tau/\upsilon$.

2.1.2 경제성 분석

한 재생주기동안의 이익을 생산된 제품수로 나눠서 제품당 평균 이익을 구한다.

g_I, g_{II}=각각 공정이 State I, II일 때의 제품당 평균 이익

C_R=유추가능한 원인을 찾고 공정의 수리 또는 재생에 영향을 미치는 평균비용

C_F=false alarm조사 평균비용

G=한 재생주기의 평균 이익.

여기서 모든 생산된 제품은 검사되기 때문에 검사비용을 따로 고려할 필요는 없다.

그렇지만 재생에 영향을 미치는 비용과 false alarm에 따른 비용을 제해야 한다. 따라서

한 재생주기의 총이익은 $N_I g_I + N_{II} g_{II}$이다

$G = N_I g_I + N_{II} g_{II} - C_R - N_F C_F$이고, 재생주기당 기대 이익은,

$E(G) = E(N_I) \cdot (g_I - g_{II}) - C_R + E(N_I + N_{II}) g_{II} - E(N_F) C_F$

$= b_R + E(N_I + N_{II}) g_{II} - E(N_F) C_F$

여기서 $b_R = E(N_I) \cdot (g_I - g_{II}) - C_R$이고, 재생시의 기대 순이익으로 볼 수 있다. 따라서 b_R은 양수이어야 하는데, 그렇지 않으면 최적조건이 공정을 State II로 두는 것이 되기 때문이다.

이제 $E(G)$를 $E(N)$으로 나누는 제품당 기대 이익 P_U를 정의해 보면,

$P_U = [b_R - E(N_F) C_F] / E(N) + g_{II}$

식 (4)와 (5)를 써서 다음과 같이 된다.

$$P_U = \frac{b_R(e^x - 1) - \alpha C_F}{e^x - \beta} \cdot (1 - \beta) + g_{II}$$

최적 관리도를 설계한다는 것은 P_U를 최대화하는 k를 찾는 것이다. 만약 P_U를 최대화하는 k가 있다면, 다음식에도 마찬가지로 적용된다.

$$P = (P_U - g_{II}) / C_F = \frac{b_R(e^x - 1) - \alpha C_F}{e^x - \beta} \cdot (1 - \beta) \quad (6)$$

여기서 식 (3)과 위에 정의된 b_R을 쓰면,

$$b = b_R / C_F = [(g_I - g_{II}) / (e^x - 1) - C_R] / C_F \quad (7)$$

b는 false alarm조사비용 측면에서 본 재생시의 기대 순이익이다.

2.2 분산이 커졌을 때 경제적으로 최적인 새로운 분산

시간이 지나면 공정이 열화되어 분산이 커지게 된다. 이와 같이 열화된 공정에 초기에 설정한 관리한계를 계속 적용하게 되면, false alarm이 자주 발생하게 되어 그에 따른 조사비용이 더 들게 된다. 따라서 커진 분산에 알맞은 새로운 관리한계가 필요하게 되는데, 단순히 커진 분산에 맞는 관리한계를 설정하는 것보다는 분산을 일정비용을 들여서 가장 경제적으로 합리적인 수준으로 줄일 수 있다면 분산을 줄여서, 이에 맞는 새로운 관리한계를 구하는 방법을 제시하고자 한다.

$f(X)$는 X의 확률밀도함수이고 공정의 규격하한과 상한(LSL, USL)은 각각 l_1, l_2이다.

2.2.1 Rejection loss

규격에서 벗어난 제품에 관련된 비용이 Rejection loss이다.

$$L_1 = 2 C_1 \int_{\infty}^{l_1} f(X) dX$$

여기서 C_1은 총 폐기 비용(total scrap cost)이다.

정규분포에서 L_1은

$$L_1(C_1) = 2 C_1 \Phi\left(\frac{l_1 - \mu}{\sigma}\right)$$

여기서 Φ는 표준누적정규분포밀도함수이다.

2.2.2 Taguchi loss

다구찌 손실은 규격안에서 변수가 변할 때에 일어나는 손실이다[11]. 그 예로써 일정한 양을 채워야 하는 음료수의 병입공정에서 일정량을 채웠지만 넘치게 채워진 만큼 결국은 비용이 드는 것을 들 수 있다. 제품이 목표에 근접하도록 하기위해 다구찌는 target에서의 편차의 2차방정식형태로 손실함수를 제안했다. Markowitz *et al.*[12]이 $\overline{X}$ 관리도의 경제적 설계 모델에 다구찌 손실을 포함시켰다. 공정에서의 다구찌 손실은 다음과 같다.

$$L_2(\sigma) = K \int_{l_1}^{l_2} (X-\mu^2 f(X)dX$$

여기서 K는 Taguchi loss factor이다.

위 식은 중심 μ에서 제품규격의 양단 사이에 있는 값들에 의해 발생되는 손실의 총합을 나타낸다. 즉, 규격안에는 있지만 중심 μ와 차이가 나는 값들은 결국 비용의 손실을 초래하기 때문에 그 손실의 합을 구하는 것이다.

정규분포에서는,

$$L_2(\sigma)=2K \int_{l_1}^{\mu} (X-\mu)^2 f(X)dX$$

$z_1 = \frac{X-\mu}{\sigma}$ 라고 하면, $X = \mu + \sigma z_1$이고 $dX = \sigma a z_1$이다.

따라서 $L_2(\sigma)=2K \int_z^0 \sigma^2 z_1^2 \frac{1}{\sigma} \phi(z_1)\sigma dz_1$, 여기서 $z=\frac{l_1-\mu}{\sigma}<0$

$$= 2K\sigma^2 \int_z^0 z_1^2 \phi(z_1)dz_1$$

$$= 2K\sigma^2[\int_z^\infty z_1^2 \phi(z_1)dz_1 - \int_0^\infty z_1^2 \phi(z_1)dz_1]$$

$$= 2K\sigma^2[z\phi(z)+1-\Phi(z)-(0+1-\Phi(0))]$$

$$= 2K\sigma^2 (z\phi(z)-\Phi(z)+\frac{1}{2}), \Phi(0)=\frac{1}{2}$$

2.2.3 Variance reduction cost

지나치게 공정이 퇴화된 경우에는 Rejection cost와 Taguchi loss가 너무 커지게 된다. 이런 경우 분산을 줄이려 노력할 수 있는데, 그 예로는 가공 공구의 교체나 모터의 속도 조정, feed rate 조정, 특정 부품의 교체 등이 있다. 그러기 위해서는 가공공구의 교체나 특정 부품의 교체와 같이 비용이 드는 경우도 있다. 이 비용을 Variance reduction cost라고 하고, Variance reduction cost의 model은 다음과 같다.

$$m\ (\sigma_1-\sigma)^2$$

여기서 m은 variance reduction cost factor이고 σ_1은 퇴화된 표준편차, σ는 수정하려는 target수준의 표준편차이다.

2.2.4 Variance reduction model

σ_1^2은 퇴화된 분산이라 하면 이 시점에서 총비용은

$L_1(\sigma_1)+L_2(\sigma_2)$이다.

σ^2은 m $(\sigma_1-\sigma)^2$의 비용을 들여 설정하려는 분산이라 하면 새로운 총손실은 다음과 같다.

$L_1(\sigma)+L_2(\sigma)$

이러한 variance reduction의 총이득은

$G= L_1(\sigma_1)+L_2(\sigma_2)- L_1(\sigma)- L_2(\sigma)$-m $(\sigma_1-\sigma)^2$

여기서 $- L_1(\sigma)- L_2(\sigma)$-m $(\sigma_1-\sigma)^2$ 부분을 최소화하면 전체 G를 최대화할 수 있다. 따라서 이 총이득을 최대화하는 문제는 다음식으로 표현될 수 있다.

$$\min_{\sigma} S(\sigma)= L_1(\sigma)+ L_2(\sigma)+\text{m } (\sigma_1-\sigma)^2 \qquad (8)$$

Subject to

$\sigma_1-0 \geq 0$

$\sigma \geq 0$

위의 식을 최소화하는 σ가 구하고자 하는 reduced variance의 표준편차이다.

2.3 Variable reduction에 따른 새로운 경제적 관리한계 설정

(1) 커진 분산값을 알아냈을 때 식 (8)을 이용하여 새로운 최적의 분산을 구한다. 즉 σ_1에 주어진 분산의 표준편차를 대입하여 이 식을 최소화하는 σ를 구한다.

(2) 공정의 평균이 D이고, 규격이 $\pm t\sigma$일 때,

$p_I=1-\text{Prob}[D-t\sigma \leq X \leq D+t\sigma | X\sim N(D,\sigma^2)]=1-[\Phi(t)-,\Phi(-t)]$

=공정이 상태 I에 있을 때 규격에서 벗어나는 비율

$p_{II}=1-[\Phi(t-\delta)-\Phi(-t-\delta)]$=공정이 상태II에 있을 때 규격에서 벗어나는 비율

위의 p_I과 p_{II}를 각각 구하고 규격에 맞는 제품일 때 이익을 cp라하고 벗어날 때 이익을 np라고 하면, 상태에 따른 재생주기 제품당 이익은,

$g_I= np\, p_I+ cp(1- p_{II})$

$g_{II}= np\, p_{II}+ cp(1- p_{II})$

여기서 $b=[(g_I- g_{II})/(e^{\eta/\nu}-1)- C_R]/ C_F$, false alarm 조사비용 측면에서 본 재생시의 이익을 구한다.

(3) b를 식 (6)에 대입하여 최적의 관리한계모수 k를 구한다.

3. 수치예제

한 공정에서 batch로 생산되는 bulk product인 제품의 특성 X는 규격 M ±5.76을 갖고 있다. 각 batch에 대해 특성 X는 단일 샘플을 통해 얻어진다. 좋은 batch, 즉 규격에 맞는 batch는 2500 단위금액의 이익을 내고, 규격에 맞지 않는 batch는 1000 단위금액의 이익을 낸다. X는

표준편차 2.88의 정규분포를 따른다. 여러 원인에 의해 평균적으로 1.6 σ만큼 평균의 이동이 일어나는데 평균 25 batch마다 한번 일어난다. 이런 문제를 바로잡는 비용이 2000 단위금액이고, false alarm의 조사비용은 500 단위금액이다.

많은 시간이 지나서 표준편차가 3.464로 커졌을 때, 기존의 조건에 맞는 관리규격을 쓸 때와 커진 표준편차를 일정비용을 들여 최적수준으로 작게 했을 때의 관리규격을 쓸 경우 false alarm 조사비용의 차이를 비교해 보자.

p_I=1-Prob[$D-t\sigma \le X \le D+t\sigma | X \sim N(D, \sigma^2)$], 여기서 t=5.76/2.88=2

따라서 p_I=1-[$\Phi(2)-\Phi(-2)$]=0.05

p_{II}=1-[$\Phi(2-\delta)-\Phi(-2-\delta)$]=1-[$\Phi(2-1.6)-\Phi(-2-1.6)$]=0.34

그러므로 g_I=1000 p_I+2500(1- p_{II})=2425

g_{II}=1000 p_{II}+2500(1- p_{II})=1990

그리고 x는 1/25=0.04, C_R= C_F=500이므로,2000,

b=[435/($e^{0.04}$-1)-2000]/500=17.3

이 값을 가지고 식 (6), $P=(P_U-g_{II})/C_F=\dfrac{b_R(e^x-1)-\alpha C_F}{e^x-\beta}\cdot(1-\beta)$에 넣어서 최적값을 구하는 프로그램(부록 1)을 수행하면 k=2.096에서 단위 제품당 이익을 최대화하게 된다. 그리고 이 때의 alpha error는 약 0.03이다.

컴퓨터는 Pentium 150Mhz, RAM 32M의 환경에서 Borland C++ version 3.1을 이용하여 약 30초정도 수행시간이 걸렸다.

그렇다면 표준편차가 3.464로 커지고 δ도 1.8로 커졌을 때 위의 관리한계모수 k를 그냥 쓴다면

α error $=1-Prob(\mu-k\sigma \le X \le \mu+k\sigma | state\ I)=2\Phi(-k)$

여기서 k는 (2.096*2.88)/3.464= 1.747이 되고 $2\Phi(-1.747)$=0.08이 된다.

그러면 위의 조건에서 일정한 비용을 들여 표준편차를 줄여서 새로운 관리한계모수를 찾아보자.

먼저 새 σ를 구하기 위해 식(8),

$\min_{\sigma} S(\sigma)= L_1(\sigma)+ L_2(\sigma)+m\ (\sigma_1-\sigma)^2$의 해를 컴퓨터프로그램으로 구하면 새로운 표준편차는 3.268이 된다. 표준편차가 3.268이면 t=5.76/3.268=1.762가 되어서

p_I=1-[$\Phi(1.762)-\Phi(-1.762)$]=0.078이고, p_{II}=1-[$\Phi(2-\delta)-\Phi(-2-\delta)$]=1-[$\Phi(2-1.8)-\Phi(-2-1.8)$]=0.42가 된다.

따라서 g_I=1000 p_I+2500(1- p_{II})=2383

g_{II}=1000 p_{II}+2500(1- p_{II})=1876

여기서 b=[507/($e^{0.04}$-1)-2000]/500=20.84가 되고 이 값을 식(6)에 넣고 최대값이 되는 k는 2.13이 된다. 이 때 alpha error는 0.03이므로 평균 false alarm조사비용을 비교해 보면,

500*0.08=40

500*0.03=15

따라서 약 40%의 false alarm조사비용 절감효과가 있다.

표 1에서는 표준편차에 따른 관리규격, 최적 관리모수, alpha error, 상태에 따른 제품당 이익을 비교해 보여주고 있다.

표1 표준편차와 관리모수 비교

표준편차	관리모수 k	shift 크기	관리규격 k	alpha error	g_I	g_{II}
2.88	2.096*	1.6	6.03	0.03	2425	1990
(1)3.464	(1.747)	1.8	6.03	0.08	2356	1870
3.268*	2.13*	1.8	6.96	0.03	2383	1870

(1) 분산이 커졌을 때 초기 관리규격을 그대로 적용
*는 최적값

위의 표에서 알 수 있듯이 가 3.464로 커졌을 때 초기의 관리규격 6.03을 그냥 쓰면 alpha error가 0.03에서 0.08로 두배이상 커지게 된다. 그러나 본 논문에서 제시한 방법을 써서 를 경제적으로 최적인 수준으로 줄여서 가3.268일 때의 관리규격을 새로 구하면 6.96가 되고 alpha error가 0.03으로 초기의 값과 차이가 없어서 false alarm 조사비용이 적게 들게 된다.

4. 결 론

본 논문에서는 시간이 경과하여 공정이 열화되었을 때, 초기에 설정한 관리규격을 그대로 쓰게 되면 alpha error가 커져서 false alarm조사비용이 증가하여 전체적인 이익이 줄게 된다는 점에 착안하여, 열화된 공정에서 커진 분산을 경제적으로 최적인 수준(위에서 제시된 식 (8)을 이용하여 새로운 분산을 구한다)으로 일정한 비용을 들여서 분산을 줄이고, 그에 따른 새로운 관리규격을 식 (7)을 이용하여 정하여 alpha error를 초기치와 비슷한 수준으로 줄이는 방법이 제시되었다.

또한 증가된 분산을 최적으로 줄여서 새로운 관리규격을 결정하는 방법은 공정관리뿐만 아니라 공정의 대체문제에 대한 대안을 제시할 수 있다. 즉, 어떤 시점에서 분산을 측정하여 그 분산을 최적 수준으로 줄이려할 때, 결과가 초기의 분산으로 되돌려야 한다고 나온다면, 그 시점에서는 공정을 수리/보수 하는 것보다 대체하는 것이 이익이라는 결론이 나온다. 이런 분산에 대한 검사를 주기적으로 실시하여 대체시기에 대한 정보를 알 수 있다면 공정관리에서 많은 도움이 될 것이다.

참 고 문 헌

1. Shewhart, W.A., Economic Control of Quality of Manufactured Product, 1931.
2. Duncan, A.J., The economic design of charts used to maintain current control of a process, *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 11, 1956, pp.228-42.
3. Montgomery, D.C., The Economic Design of Control Charts: A Review and Literature Survey., *Journal of Quality Technology*, Vol. 12, 1980, pp. 75-87.
4. Saniga, E.M., Joint economically optimal design of and R control charts, *Management Science*, Vol. 24, No. 4. 1977, pp.420-31.
5. Sheil, J., An economic approach towards using individual measurements to control the mean of continuously monitored processes, *International Journal of Production research*, Vol. 33, No. 11, 1995, pp. 2959-71.
6. Noaker, P.M., When a good process goes bad, *Manufacturing Engineering*, April 1994, pp. 65-70.

7. Kane, V.E., Process capability indices, *Journal of Quality Technology*, Vol. 18, 1986, pp. 41-52.
8. Banerjee, P.K. and Rahim, M.A., Economic design of control charts under Weibull shock models, *Technometrics*, Vol. 30, 1988, pp. 407-14.
9. Mukhopadhyay, S.K., Chakraborty, D., Optimal process variance under Taguchi loss, *International Journal of Quality & Reliability Management*, Vol. 12, No.9, 1995, pp. 14-29.
10. Montgomery, D.C.,Introduction to Statistical Quality Control, *John Wiley & Sons*, New York, NY., 1991.
11. Taguchi, G., Introduction to Quality Engineering: Designing Quality into Products and Processes, *Asian Productivity Organization*, Tokyo, 1986.
12. Markowitz, H., Plante, R. .and Chun, Y.H., Effect of quality loss functions on the economic design of process control charts, *European Journal of Operational Research*, Vol. 72, 1994, pp.333-49.