교차종속관계하에서의 효율적인 퍼지 다기준의사결정법
An Effecitve Fuzzy Multi-Criteria Decision Making Methodology in the Intersectional Dependence Relations

심재홍*
Sim,Jae-Hong
김정자**
Kim, Jung-Ja

Abstract

This paper presents a more efficient evalution of alternatives by use of multi-criteria decision making methodlogy under fuzzy intersectional dependence relations. The perfomane evaluation of most systems such as weapons, enterprise systems etc. are multiple criteria decision making .problems. The descriptions and judgements on these systems are usually linguistic. and fuzzy. The traditional methods of Analytic Hierarchy Process(AHP) are mainly used in crisp(non-fuzzy) decision applications with a very unbalanced scale of judgements and rank reversal. To overcome these problems, we will propose a new, general decision making method for evaluation models using fuzzy AHP(FAHP) under fuzzy intersectional dependence relations.

The T.M.S alternatives A, B and C will be evaluted by the Fuzzy Analytic Hierachy Process (FAHP) based on entropy weight in this study. We will use symmetric triangular fuzzy numbers to indicate the relative strength of the elements in the hierachy and degree of intersection between criteria. These problems are evaluated by five criteria : tactical criteria, technology criteria, maintenance criteria, economy criteria, advacement criteria.

1. 서론

오늘날의 사회현상은 매우 복잡하고 다양하다. 그리고 급변하는 상황은 미래의 불확실성을 가중시키고 있어 우리로 하여금 사고의 혼돈을 가져오게 하고 있다. 다양한 의사결정문제에서 어느 하나라도 명확하고 객관적인 결론을 내리기는 무척 어려운 것이다. 따라서 의사결정 문제에서는 복잡하고 다양한 인자들간의 관계를 어떠한 기준에 의하여 분석 평가하느냐가 매우 중요하게 되었다. 이러한 의사결정문제 중에서 여러 가지 평가기준에 의하여 가장 좋은 대안을 선택하는 것이 다기준 의사결정문제이다. 이 문제에서는 평가기준의 구성과 평가기준간의 상대적 중요도인 가중치를 어떻게 결정하느냐에 따라 의사결정에 중요한 영향을 미치게 된다.

이러한 다기준 의사결정문제를 해결하기 위한 방법중의 하나가 T.L. Saaty[9]가 제안한 계층화 의사결정법(AHP : Analytic Hierarchy Process)으로 이해하기 쉽고 절차가 간단하며 여러 분야에 응용되고 있다. 계층화 의사결정법은 문제를 최종목표, 평가기준, 대안의 순으로 계층구조도를 만들고, 최종목표로부터 평가기준의 가중치를 일대비교(pairwise comparison)에 의해 각 계층별로 순차적으로 구하고, 다음에 각 평가기준별 대안의 가중치를 일대비교에 의해 평가하고, 마지막으로 최종목표에 대한 각 대안의 종합평가를 산출하는 방법이다. 그러나 계층화

* 창원전문대학 산업공학과
** 동아대학교 산업공학과

의사결정법은 의사결정자의 주관적 판단에 따른 감각량의 애매함과 각 대안의 평가기준별 평가치의 합이 1이 되어야 한다는 문제, 그리고 각 평가기준 사이에 독립성을 유지해야 하는 문제점이 존재한다. 현실적으로 평가기준의 독립성을 완전히 확보하기는 매우 어렵다. 그래서 우리가 일반적으로 독립이라고 가정을 하거나 종속성이 강한 평가기준의 도입을 포기함으로써 정확한 평가를 하지 못하는 경우가 발생하게 되며, 때로는 적절한 정보가 부족하거나 보다 정확한 평가를 실시할 필요성이 있을 때는 평가 가능한 모든 평가기준을 도입해야 한다는 어려움이 있다. 또한 정규화시 의사결정자가 정확한 판단을 하였음에도 불구하고 대안의 추가에 의하여 순위역전(rank reversal)이 발생하는데, 이는 각 대안의 평가치의 합을 1로 정규화 하는 비율척도를 사용하기 때문이다. 이를 보완하기 위하여 평가치의 적용에 있어서 비율척도를 구간 척도로 전환하는 것이 R.D. Kamenetzky[7]에 의해 제안되었고 실제로 평가치의 최대치를 1로 함으로써 대안의 추가에 의한 순위역전현상의 문제를 극복할 수 있음을 中山弘隆[4]이 보여주고 있다.

이러한 대안의 추가에 의한 순위역전현상과 달리 기존의 평가기준에 종속성(공통성)이 강한 평가기준이 추가될 경우에도 순위역전현상이 나타남을 황승국[5]이 보이고 있는데, 이는 종속성이 강한 평가기준이 추가될 경우 이들 가중치를 다시 정규화하여 각 대안을 평가함으로써, 공통성이 있는 부분의 가중치가 이중 또는 다중으로 반영되어 나타난다고 할 수 있다. 이러한 문제점을 해결하기 위하여 평가기준 상호간의 종속성의 정도를 파악하여야 하며, 이중 또는 다중으로 반영되는 가중치를 적정하게 배분할 수 있는 방법이 모색되어야 하는데, 정택수[2]는 이의 해결방안으로 평가기준 상호간의 종속성을 파악할 수 있는 교차종속관계를 정의하고 이를 활용한 평가기준의 가중치 책정법을 제시하였으며, 이 방법으로 부터 얻어진 결과는 평가의 왜곡이 방지되고 있음을 보였다. 또한 상호종속 평가기준의 가중치를 해당 평가기준에 배분할 때 그 방법을 모르는 경우, 퍼지측도인 Pl척도와 Bel측도를 응용한 방법론을 제시하고 유효성을 보였다.

그리고 박영화, 이상완[1]에서는 판정행렬 X의 모든 요소에 교차종속관계를 고려하여 각 대안들의 엔트로피 가중치[6]를 계산하므로서 전통적인 AHP법에서 요구된 것과 같은 일련의 일대비교 판정(pairwise comparison judgement)를 요구하지 않는 교차종속이 있는 다기준 의사결정문제를 해결할 수 있는 방법을 제안하였다. 그러나 실제 평가기준이나 교차종속관계에는 의사결정자의 주관적인 판단과 같은 판정의 모호성이 포함되어 있다. 사실 대부분의 의사결정에서는 평가기준이나 대안들에 대해서 언어적인 값, 즉 매우높다, 높다, 중간, 낮다, 매우낮다 등과 같은 값으로서 나타나고, 이러한 모호함을 포함하는 문제를 다루기 위해 Zadeh[12]에 의해 퍼지집합이론이 도입된 이후로 언어적인 값은 언어적인 표현의 데이터 평가와 모호한 특성에 포함된 모호성을 효율적으로 다루기 위해 퍼지집합이론의 체제내에서 근사적인 추론을 위해 사용되었고, 정규삼각퍼지수(normal triangular fuzzy number)는 근사적 추론에 사용된 정량적인 데이터와 언어적인 표현의 퍼지값을 특성화하는데 사용되었다.

따라서 본연구에서는 평가기준의 모호함 뿐만 아니라 교차종속관계를 의사결정자에게 질문하여 주관적 판단에서의 모호함을 반영한 퍼지수의 형태로 나타내어 좀 더 객관적인 가중치를 구하고 교차종속하에서의 다기준 의사결정문제를 좀 더 효율적이고 객관적으로 해결할 수 있는 방법을 제시한다.

2. 시스템 평가모형의 구조

본 연구에서는 계층구조를 사용하여, 유한수의 대안들중에서 최선의 미사일 시스템을 선택하는 문제를 고려한다[6]. 좋은 미사일 시스템의 평가는 수많은 속성에 종속된다. 즉, <그림 1>에 나타낸 전술, 기술, 보전, 경제성과 진보성이다. 그래서 교차종속하에서의 엔트로피 가중

치 방법으로서 다루어질 다기준의사결정문제를 제안한다.

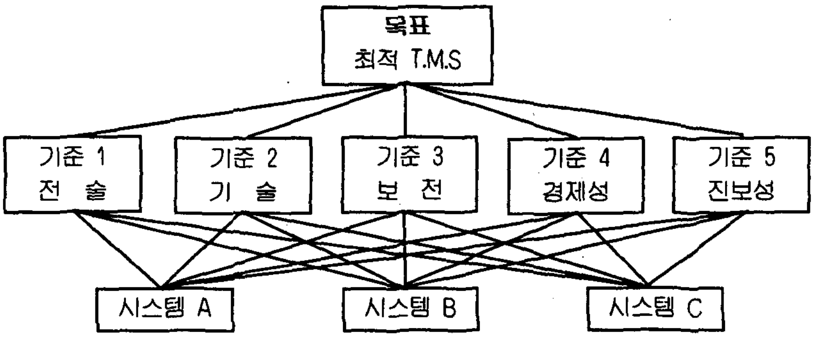


그림 1. 3가지 T.M.S 평가의 구조 모형

3. 구간산술과 α-cuts을 이용한 계산

삼각퍼지수(triangular fuzzy number)는 triplet (a_L, a_M, a_R)으로서 정의될 수 있다. membership 함수는 다음과 같이 정의된다

$$\mu_{\overline{A}}(x)=\begin{cases}0, & x<a_L,\\ \dfrac{x-a_L}{a_M-a_L}, & a_L\le x\le a_M,\\ \dfrac{a_R-x}{a_R-a_M}, & a_M\le x\le a_R,\\ 0, & x>a_R.\end{cases} \tag{1}$$

삼각함수의 주연산은

$$\begin{aligned}(a_L, a_M, a_R)\oplus(b_L, b_M, b_R)&=(a_L+b_L,\ a_M+b_M,\ a_R+b_R)\\ (a_L, a_M, a_R)\ominus(b_L, b_M, b_R)&=(a_L-b_R,\ a_M-b_M,\ a_R-b_L)\\ (a_L, a_M, a_R)\odot(b_L, b_M, b_R)&=(a_L b_L,\ a_M b_M,\ a_R b_R)\end{aligned} \tag{2}$$

와 같고, 대안적으로, 각 수준 α 에서 신뢰구간을 정의함으로써 다음과 같이 삼각퍼지수를 특성화할 수 있다[6].

$$\begin{aligned}&\forall\alpha\in[0,1],\\ &\overline{A}_n=[a_L^\alpha, a_R^\alpha]\\ &\quad=[(a_M-a_L)\alpha+a_L, -(a_R-a_M)\alpha+a_R].\end{aligned} \tag{3}$$

신뢰구간에 의해 묘사된 양의 퍼지수 $\overline{A}$ 와 $\overline{B}$ 를 위한 약간의 주 연산은

$$\begin{aligned}&\forall a_L, a_R, b_L, b_R\in\mathbb{R},\\ &\overline{A}_\alpha=[a_L^\alpha, a_R^\alpha],\quad B_\alpha=[b_L^\alpha, b_R^\alpha],\quad \alpha\in[0,1],\\ &\overline{A}\oplus\overline{B}=[a_L^\alpha+b_L^\alpha,\ a_R^\alpha+b_R^\alpha],\\ &\overline{A}\ominus\overline{B}=[a_L^\alpha-b_R^\alpha,\ a_R^\alpha-b_L^\alpha],\\ &\overline{A}\otimes\overline{B}=[a_L^\alpha b_L^\alpha,\ a_R^\alpha b_R^\alpha],\\ &\overline{A}\oslash\overline{B}=[a_L^\alpha/b_R^\alpha,\ a_R^\alpha/b_L^\alpha].\end{aligned} \tag{4}$$

본 연구에서의 계산적 기법은 <표 1>에서 정의된 다음의 퍼지수를 기초로 한다.

표 1. 평가기준의 판정에 사용된 특성함수

퍼지수	특 성 함 수
$\overline{1}$	(1,1,3)
$\overline{x}$	$(x-2, x, x+2)$ for $x=3,5,7$
$\overline{9}$	(7,9,9)

표 2. 교차종속관계의 언어값에 대한 퍼지수

언어값	퍼지수
1 관계없음	$\overline{0.0}$
2. 극히 낮음 (extra low)	$\overline{0.1}$
3. 매우 낮음 (very low)	$\overline{0.2}$
4. 낮음 (low)	$\overline{0.3}$
5. 약간. 낮음 (slightly low)	$\overline{0.4}$
6. 보통 (middle)	$\overline{0.5}$
7. 약간 높음 (slightly high)	$\overline{0.6}$
8. 높음 (high)	$\overline{0.7}$
9. 매우 높음 (very high)	$\overline{0.8}$
10. 극히 높음 (extra high)	$\overline{0.9}$
11. 완전종속관계	$\overline{1.0}$

표 3 교차종속관계에 사용된 특성함수

퍼지수	특 성 함 수
$\overline{0.0}$	0
$\overline{x}$	$(x-0.1, x, x+0.1)$ for $x=0.1, 0.2, \ldots, 0.9$
$\overline{1.0}$	1

퍼지수 $\overline{x}$ 는 '약 x(about x)' 의 의미를 표현한다. 여기서 각 특성함수는 대칭삼각 퍼지수의 3 모수로서 정의된다. 함수가 정의된 범위의 좌측점, 중앙점 그리고 우측점이다.

4 엔트로피 가중치

확률이론의 항목에서 정식화된 정보에서의 불확실성의 측도인 엔트로피는 처음에 열역학(thermodynamics)으로 부터 유도되었고, 동작 또는 과정의 비역전(irreversible)을 표사하기 위해 사용되었다. 이것은 다음과 같은 함수로써 표현된다.

$$H(p_1, p_2, \ldots, p_n) = -\sum_{i=1}^{n} p_i \log_2 p_i \tag{5}$$

A 를 판정행렬이라고 하면,

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

S_k , k=1,2,...,n 을 k번째 행의 합, f_{kj}를 상대빈도 $f_{kj}=a_{kj}/s_k$ 라고 하면,

$$\begin{bmatrix} \frac{a_{11}}{s_1} & \frac{a_{12}}{s_1} & \cdots & \frac{a_{1n}}{s_1} \\ \vdots & & & \vdots \\ \frac{a_{n1}}{s_n} & \frac{a_{n2}}{s_n} & \cdots & \frac{a_{nn}}{s_n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} & \cdots & f_{1n} \\ \vdots & & & \vdots \\ f_{n1} & f_{n2} & \cdots & f_{nn} \end{bmatrix} \tag{6}$$

여기서, $s_k=\sum_{j=1}^{n} a_{kj}$. 엔트로피를 계산하기 위해 식(5)를 사용할 수 있다.

$$\begin{aligned} H_1 &= -\sum_{j=1}^{n}(f_{1j})\log_2(f_{1j}), \\ H_2 &= -\sum_{j=1}^{n}(f_{2j})\log_2(f_{2j}), , \\ &\vdots \\ H_n &= -\sum_{j=1}^{n}(f_{nj})\log_2(f_{nj}). \end{aligned} \tag{7}$$

그래서, 이 엔트로피 가중치는 식(7)을 정규화(normalizing)함으로써 얻어질 수 있다.

5. 평가기준간의 교차종속관계

평가기준간의 공통 부분이 있는 경우 이 공통 부분이 갖는 성질을 교차종속성이라 하고 평가기준 상호간에 영향을 주고받는 종속성과는 구분되며, 이 교차 평가기준의 가중치 크기에 따라 해당 평가기준 상호간에 교차종속관계가 성립한다[3].

교차평가기준의 가중치 크기는 평가기준 상호간의 공통되는 부분의 크기를 나타낸다. 따라서 가중치는 교차평가기준에 해당되는 평가기준의 가중치보다는 클 수가 없으며 해당 평가기준의 가중치중 작은 것과 같다면 이 작은 가중치를 가진 평가기준이 그 상대편 평가기준에 완전히 종속되고 반대로 교차평가기준의 가중치가 0이면 해당 평가기준은 상호독립이다.

교차평가기준에 의한 교차 종속관계를 식으로 나타내면 다음과 같다.

$$d : A\times A \rightarrow [0,1] \tag{8}$$

여기서 $d(i,j)$의 값은 집합 A내의 모든 평가기준 i,j에 대해서 2개의 평가기준 사이의 교차종속성의 정도를 나타낸다. 따라서 평가기준 i가 평가기준 j에 대하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\text{완전종속} : d(i,j)=1, \quad w_j \geq w_i \tag{9}$$

$$\text{부분종속} : 0 < d(i,j) < 1, \quad w_j \geq w_i \tag{10}$$

$$\text{완전독립} : d(i,j)=0, \quad \forall i,j \in A \tag{11}$$

교차평가기준의 가중치 크기를 $w_{ij}\ (0\leq w_{ij}\leq w_i\ ,\ \forall_{i,j}\in A)$는 식(12)로 구할 수 있다.

$$w_{ij}=d(i,j)\times w_i \tag{12}$$

평가기준 상호간에 교차되는 회수가 많을 경우에는 순차적으로 구해야 하므로 이를 이용한 교차 종속기준의 가중치 계산 및 평가절차를 다음과 같이 기술한다.

5.1 1회교차 평가기준

우선 평가기준 상호간에 종속성이 있는 순서대로 평가기준을 배열하고 의사결정자에게 "평가기준 i가 평가기준 j와 어느정도 공통성이 있는가"를 질문하고, 그에 대한 대답을 <표 2>와 같은 퍼지수로 표현하여 평가기준 상호간의 종속의 정도인 교차종속관계 $d(i,j)$를 <그림 2>와 같이 구한다. 다음으로 얻어진 각각의 $d(i,j)$의 값에 식(12)를 적용하여 1회 교차된 평가기준의 가중치 행렬 $[w_{ij}]_{n\times n}$을 구한다

$$\begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ \vdots \\ n \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} 1 & 2 & \cdots & n \end{array} \\ \begin{bmatrix} d(1,1) & d(1,2) & \cdots & d(1,n) \\ d(2,1) & d(2,2) & \cdots & d(2,n) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ d(n,1) & d(n,2) & \cdots & d(n,n) \end{bmatrix} \end{array}$$

그림 2. 일대비교에 의한 교차종속관계의 행렬

이때 얻어진 교차 종속기준의 가중치는 해당 평가기준의 공통된 부분의 가중치의 크기이므로 $w_{ij}=w_{ji}$ 로 되는 것이 바람직할 것이나 현실적으로 w_i와 w_j의 크기에 따라 $d(i,j)$와 $d(j,i)$의 측정값에 의한 교차 평가기준의 가중치가 $w_{ij}=w_{ji}$ 로 정확하게 일치하기가 어렵다.

이러한 하나의 교차 가중치에 서로 다른 여러개의 측정값이 나올 경우에는 정의에 의한 제약의 범위내 ($d\in[0,1]$)에서 평균치를 구하는 방법을 사용하여 식(13)과 같이 구한다. 다만 d>1의 측정값이 나타날 경우에는 d=1일때의 가중치로써 평균치를 구한다.

$$(w'_{ij}+w'_{ji})/2 = w_{ij} = w_{ji} \tag{13}$$

단, w'_{ij}, w'_{ji} 는 식(12)에 의해 구해진 값임.

앞에서 얻어진 1회 교차평가기준의 가중치 행렬을 검토하여, 대각선 원소를 제외한 나머지 행 또는 열의 원소가 모두 $0(w_{ij}=0,\ \ \forall j\neq i\in A)$으로 나타나는 평가기준 i의 새로운 가중치 w' 는 여타 평가기준과 완전 독립이므로 선별해내고, 이미 책정된 가중치를 식(14)와 같이 그대로 부여한다.

$$w'=w_{ii}=w_i,\ w_{ij}=0,\quad \forall j\neq i\in A \tag{14}$$

만약 모든 평가기준이 상호간에 완전독립이면 평가기준의 가중치 합을 1로 정규화하고 중단한다. 남아있는 평가기준 상호간의 1회 교차 평가기준의 가중치중에서 $w_{ij}\neq 0$인 경우는 평가기준 i와 평가기준 j가 상호 교차종속관계에 있음을 나타내주고, $w_{ij}=0$ 인 경우는 평가기준 i와 평가기준 j가 상호독립관계에 있음을 나타낸다.

5.2 2회 교차 평가기준

다음 단계에서는 $w_{ij}\neq 0$인 1회 교차 평가기준 $i\cap j$를 선별하여 이들 각각과, 완전 독립인 평가기준(p개) 및 1회 교차 평가기준에 해당되는 평가기준을 제외한 나머지 평가기준, $k(k\neq i,j,$ 단, $i,j,k\in A'$, $A'=\{1,2,\cdots,n-p\}$, k의 갯수 $=n-p-2$개)와의 관계를 앞에서 실시한 교차 종속관계 조사와 같은 방법으로 반복 실시한다.

즉 1회 교차 평가기준 $i\cap j$가 여타 평가기준 k와 얼마나 종속되어 있나를 묻고, 그 답을 받아서 3변수 함수인 2회 교차 종속관계 $d(i,j,k)$를 구하고, 식(15)에 의해 2회 교차 평가기준 $i\cap j\cap k$의 가중치 $w_{ijk}(0\leq w_{ijk}\leq w_{ij},\ \ \forall i,j,k\in A, i\neq j\neq k)$를 구한다.

$$w_{ijk}=d(i,j,k)\ \times\ w_{ij} \tag{15}$$

교차 종속관계의 측정값에 의한 2회교차 평가기준의 가중치 값이 서로 상이할 경우에는 $(w_{ijk}\neq w_{ikj}\neq w_{kji})$앞에서와 마찬가지로 제약의 범위내 ($d\in[0,1]$)에서 평균치를 구하는 방법을 사용한다, d>1의 측정값이 나타날 경우에는 d=1 일때의 가중치로써 평균치를 구한다. 이러한 방법은 3회 및 다회교차 평가기준에도 동일하게 적용된다.

$$(w'_{ijk} + w'_{ikj} + w'_{kji}) \ / \ 3 \ = \ w_{ijk} \ = \ w_{ikj} \ = \ w_{kji} \tag{16}$$

단, $w'_{ijk}, w'_{ikj}, w'_{kji}$의 값은 식(15)에 의해 구해진 것임

2회교차 종속관계는 직적 $A \times A \times A(A^3)$에서의 3변수 함수인 $d(i,j,k)$이고 이것이 0이면, $w_{ijk}=0$이 되고 평가기준 i와j의 1회교차 평가기준 $i \cap j$는 특정 평가기준 k와는 독립이다. 이때 모든 k에 대해서 2회 교차 종속관계 $d(i,j,k)$가 0이면($d(i,j,k)=0, \ \forall k \in A$) 평가기준 i와j의 1회교차 평가기준 $i \cap j$는 여타 평가기준과는 완전 독립이다.

5.3 3회 및 다회교차 평가기준

같은 방법으로 독립성을 검토하여, 3회 및 다회교차 평가기준의 가중치를 교차 종속관계가 없을 때까지 계속 구한다. 극단적일 경우, 직적 $A \times A \times A \times \ldots \times A(A^n)$에서의 n변수 함수인 n-1회교차 종속관계 $d(1,2,\cdots,n)$에 의한 n-1회 교차 평가기준 $1 \cap 2 \cap \cdots \cap n$의 가중치 $w_{123 \ldots n}$는 다음의 식에 의해 구한다.

$$d(1,2,\cdots,n) = w_{12 \ldots n} \ / \ w_{12 \ldots n-1} \tag{17}$$

교차 종속관계에 의한 가중치의 측정값이 서로 상이할 경우에는 제약의 범위내($d \le 1$)에서 다음의 식에 의해 평균치를 구한다.

$$(w'_{123 \ldots n} + w'_{123 \ldots n n-1} + w'_{234 \ldots 1}) \ / \ n \ = \ w_{123 \ldots n} \tag{18}$$

5.4 가중치의 부여

앞의 절차에서 구해진 독립 또는 교차된 평가기준의 가중치를 교차 회수의 순서대로 각 평가기준을 배열한다. 교차 평가기준의 가중치를 배분하는 방법으로서는 해당 평가기준에 각각 동일한 값으로 배분하는 방법, 최초의 가중치 크기에 의한 비율배분방법도 있을 수 있으며, 퍼지측도(fuzzy measure) [5]를 이용한 평가도 할 수 있다. 본 연구에서는 논의를 단순화 시키기 위해 가장 간단한 방식인 각각의 평가기준에 동일한 값으로 배분하는 방법을 채택한다.

각각의 평가기준의 가중치는 해당되는 평가기준의 첨자가 들어있는 각각의 교차기준의 가중치를 선별하여 교차회수의 순서대로 교차된 평가기준의 수 만큼 나누어 합한다.(예, $w_{ij}/2$ 또는 $w_{ijk}/3$ 등). 다만 상위교차 평가기준이 중복되어 있을때에는 상위교차 평가기준의 가중치 만큼 차감하고 여기에 교차된 평가기준의 수 만큼 나누어 합한다.(예, $(w_{ij} - w_{ijk})/2$.) 이는 가중치의 합집합 및 교집합의 연산식인 다음의 식에 기초한다.

$$w_1 \cup w_2 \cup \cdots \cup w_n \ = \ \sum_i (w_i) \ - \ \sum_{i<j} (w_i \cap w_j) + \ \cdots \ + (-1)^{n-1} (w_1 \cap w_2 \cap \cdots \cap w_n) \tag{19}$$

6. 알고리즘

Saaty의 AHP 방법은 고유벡터(eigenvector)법으로 알려져 있다. 여기서 의사결정문제를 해결하기 위해 또다른 개념의 엔트로피 가중치를 사용한다. 수행도 점수의 비교를 실시한 후, 전문가의 의견에 따라 가중치와 교차종속관계를 구하고, 교차평가기준의 가중치를 계산하여 이를 해당 평가기준에 동일한 크기로 배분한 다음 엔트로피 가중치를 사용하여 각 대안에 대한 평가를 실시한다. 이 의사결정 방법론 계산절차를 요약하면 다음과 같다.

Step 1. 수행도 점수를 비교하기 위해 계층에서의 요소들의 상대적 크기(strengh)를 나타내는 대칭삼각퍼지수 $\bar{1}, \bar{3}, \bar{5}, \bar{7}, \bar{9}$를 사용한다. (판정벡터 또는 행렬 X).

Step 2. 교차종속관계에서의 모호성을 표현하기 위해 <표 2>와 같은 퍼지수를 사용하여 교차종속을 고려한 가중치 계산한다 (W).

Step 3. 총 판정행렬 A 를 설정하기 위하여 판정행렬 X의 대응되는 열 (모든 기준 C_i에서 판정벡터 $\bar{x}_{\cdot i}$ 의 순서목록) 로 가중치 벡터 W를 곱할 수 있다.

$$A=\begin{bmatrix} w_1\times x_{11} & w_2\times x_{12} & \cdots & w_n\times x_{1n} \\ w_1\times x_{21} & w_2\times x_{22} & \cdots & w_n\times x_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w_1\times x_{n1} & w_2\times x_{n2} & \cdots & w_n\times x_{nn} \end{bmatrix} \tag{20}$$

Step 4. 구간산술법과 α-절단(α-cuts)를 사용하여 퍼지수의 곱셈과 덧셈을 수행한다. 식(3),(4)로 부터 식(16)을 $0<\alpha<1$, 그리고 모든 i,j 에서 아래와 같이 단순화 시킬수 있다.

$$\overline{A}_\alpha=\begin{bmatrix} [a^\alpha_{11l}, a^\alpha_{11u}] & \cdots & [a^\alpha_{1nl}, a^\alpha_{1nu}] \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ [a^\alpha_{n1l}, a^\alpha_{n1u}] & \cdots & [a^\alpha_{nnl}, a^\alpha_{nnu}] \end{bmatrix} \tag{21}$$

여기서, $a_{ijl}=w^\alpha_{il}\cdot x^\alpha_{ijl}$, $a^\alpha_{iju}=w^\alpha_{iu}\cdot x^\alpha_{iju}$.

Step 5. 낙관성 지수 λ를 사용한 고정된(fixed) α 로서 판정의 만족도 $\hat{A}$ 를 추정한다. 낙관성지수 λ는 의사결정자의 낙관성의 정도를 가르킨다. λ 가 크다는 것은 낙관의 정도가 낮다는 것을 나타낸다. 그래서,

$$\hat{A}=\begin{bmatrix} \hat{a}_{11}{}^\alpha & \hat{a}_{12}{}^\alpha & \cdots & \hat{a}_{1n}{}^\alpha \\ \hat{a}_{21}{}^\alpha & \hat{a}_{22}{}^\alpha & \cdots & \hat{a}_{2n}{}^\alpha \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{a}_{n1}{}^\alpha & \hat{a}_{n2}{}^\alpha & \cdots & \hat{a}_{nn}{}^\alpha \end{bmatrix}$$

여기서, $\hat{A}$는 crisp 판정행렬이고 그리고, $\hat{a}_{ij}{}^\alpha=\lambda a^\alpha_{jil}+(1-\lambda)a^\alpha_{iju}\ \forall\lambda\in[0,1]$은 선형 볼록조합이다.

Step 6. 엔트로피 식(6)의 상대빈도와 식(7)의 엔트로피 정식을 이용하여 우선 계산될 수 있다. 결과적으로 생기는 엔트로피 가중치는 식(7)을 정규화함으로써 결정될 수 있다.

7. 수치예

이 절에서는 3개의 전술미사일 시스템(T.M.S)의 대안 A, B, C가 엔트로피 가중치를 기초로 한 AHP에 의해 평가될 것이다. 이 3 미사일 시스템의 전술적 명세 자료와 전문가의 의견이 의사결정과정을 위해 <표 4>와 <표 5>에 나타나있다[6].

표 4. 3 미사일 시스템의 전술적 명세 자료

	항목	A	B	C
1	유효거리 (km)	43	36	38
2	비행고도 (m)	25	20	23
3	비행속도 (M. No)	0.72	0.8	0.75
4	폭발률 (round/min)	0.6	0.6	0.7
5	반응시간 (min)	1.2	1.5	1.3
6	미사일 크기 (com)(l×d-span)	521×35-135	381×34-105	445×35-120
7	폭파 정밀도 (%)	67	70	63
8	파괴율 (%)	84	88	86
9	살상반경 (m)	15	12	18
10	고장방지 (%)	68	75	70
11	신뢰성 (%)	80	83	76
12	시스템 비용 (10000)	800	755	785
13	시스템 수명 (년)	7	5	5

표 5. 특성과 전문가의 의견

	항 목	A	B	C
1	운영필요조건	높음	보통	보통
2	안전성	좋음	보통	보통
3	차폐	보통	좋음	보통
4	단순성	보통	보통	보통
5	조립성	보통	보통	나쁨
6	전투능력	좋음	보통	보통
7	물질적인 제한	높음	보통	높음
8	이동성	나쁨	좋음	보통
9	모듈화	보통	좋음	보통
10	표준화	보통	보통	좋음

<그림 1>에 이 미사일 시스템의 평가모형이 나타나있다. 이 평가는 5가지 기준을 기초로 한다 : 앞에서 언급한 전술(tactics), 기술(technology), 보전(maintenance), 경제성(economy)과 진보성(advancement)이고 아래에서 상세하게 설명될 것이다.

(1) 전술(Tactics). 전술적 고려사항은 유효거리, 비행고도, 비행속도, 신뢰성, 폭발정밀도, 파괴율, 살상반경을 포함한다. 만약 유효거리가 40km보다 멀고, 비행고도가 20m보다 작고, 비행속도가 마하 0.8보다 크고, 신뢰성이 80%이상, 폭발정밀도 65%이상, 파괴율 85%이상, 살상반경 15m이상이면 이 부항목(subitem)의 상응되는 스코어는 1이다. 그렇치않으면 스코어는 0.5이다. <표 6>에 전술적 고려사항의 총 점수가 나타나 있다:

표 6. 3 T.M.S의 전술적 기준과 스코어

전술	A	B	C
유효거리	1	0.5	0.5
비행고도	0.5	1	0.5
비행속도	0.5	1	0.5
신뢰성	1	1	0.5
폭발정밀도	1	1	0.5
파괴율	0.5	1	1
살상반경	1	0.5	1
총 스코어	**5.5**	**6**	**4.5**

이 점수들을 사용하여 의사결정자는 각 기준에서 대안들의 판정과 순위결정을 위한 근사적인 비교를 통해 유도될 수 있다. 이 방법으로 다음과 같이 첫 번째 기준을 위한 퍼지판정벡타를 얻을 수 있다 :

$$C_1 = \begin{bmatrix} A & B & C \\ - & - & - \\ 5 & 7 & 1 \end{bmatrix} \tag{22}$$

(2) 기술(Technology) : 전술과 마찬가지로 다음과 같이 각 부항목에 상응하는 스코어와 퍼지판정벡터를 얻을 수 있다

$$C_2 = \begin{bmatrix} A & B & C \\ - & - & - \\ 1 & 5 & 3 \end{bmatrix} \tag{23}$$

표 7. 3 T.M.S의 기술적 기준과 스코어

기술	A	B	C
미사일 크기	0.5	1	0.5
반응시간	0.5	0.5	0.5
폭발률	0.5	1	1
고장방지(anti-jam)	0.5	1	1
전투능력	1	0.5	0.5
총 스코어	**3**	**4**	**3.5**

(3) 보전(Maintenance)

$$C_3 = \begin{bmatrix} A & B & C \\ \bar{7} & \bar{5} & \bar{1} \end{bmatrix} \tag{24}$$

표 8. 3 T.M.S의 보전 기준과 스코어

보전	A	B	C
운용필요조건	1	0.5	0.5
안전성	1	0.5	0.5
차폐성	0.5	1	0.5
단순성	0.5	0.5	0.5
조립성	0.5	0.5	0
총 스코어	**3.5**	**3**	**2**

(4) 경제성(Economy)

$$C_4 = \begin{bmatrix} A & B & C \\ \bar{3} & \bar{5} & \bar{1} \end{bmatrix} \tag{25}$$

표 9. 3 T.M.S의 경제성 기준과 스코어

경제성	A	B	C
시스템 비용	0.5	1	0.5
시스템 수명	1	0.5	0.5
물질적 제한	0.5	1	0.5
총 스코어	**2**	**2.5**	**1.5**

(5) 진보성(Advancement)

$$C_5 = \begin{bmatrix} A & B & C \\ \bar{1} & \bar{7} & \bar{5} \end{bmatrix} \tag{26}$$

표 10. 3 T.M.S의 진보성 기준과 스코어

진보성	A	B	C
모듈화	0.5	1	0.5
이동성	0	1	0.5
시스템 표준화	0.5	0.5	1
총 스코어	**1**	**2.5**	**2**

(6) 만약 이 기준들의 우선순위(priority)가 전문가의 의견에 따라 전술, 진보성, 경제성, 기술과 보전성의 순이라면, 이 기준들간의 가중치 벡타(weighting vector)를 나타내기 위하여 식(27)과 같이 퍼지벡터를 사용할 수 있다.

$$W = \begin{bmatrix} C_1 & C_2 & C_3 & C_4 & C_5 \\ \bar{9} & \bar{3} & \bar{1} & \bar{5} & \bar{7} \end{bmatrix} \tag{27}$$

식(22)~(26)을 결합하므로서 <표 11>과 같이 판정행렬 X를 얻을수 있다.

표 11. 기준 C_1, C_2, C_3, C_4, C_5를 기초로한 시스템 A, B, C 를 위한 판정행렬 X

	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5
A	$\bar{5}$	$\bar{1}$	$\bar{7}$	$\bar{3}$	$\bar{1}$
B	$\bar{7}$	$\bar{5}$	$\bar{5}$	$\bar{5}$	$\bar{7}$
C	$\bar{1}$	$\bar{3}$	$\bar{1}$	$\bar{1}$	$\bar{5}$

여기서, <그림 2의 (b)>와 같이 평가기준 C_1, C_2, C_3는 상호독립이고, 평가기준 C_4는 C_1, C_5에 C_5는 C_1, C_3에 부분종속이라고 가정한다.

또, 1회 교차종속관계를 조사한 결과는 다음과 같다.

$$d_{ij}= \begin{array}{c} \\ C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \\ C_5 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} C_1 & C_2 & C_3 & C_4 & C_5 \end{array} \\ \begin{bmatrix} \overline{1} & \overline{0} & \overline{0} & \overline{0.3} & \overline{0.2} \\ \overline{0} & \overline{1} & \overline{0} & \overline{0} & \overline{0} \\ \overline{0} & \overline{0} & \overline{1} & \overline{0} & \overline{0.2} \\ \overline{0.4} & \overline{0} & \overline{0} & \overline{1} & \overline{0.1} \\ \overline{0.4} & \overline{0} & \overline{0.2} & \overline{0.1} & \overline{1} \end{bmatrix} \end{array} \tag{28}$$

2회 교차종속관계는 식(29)와 같다.

	3	5
1∩4	0	$\overline{0.2}$

	3	4
1∩5	0	$\overline{0.3}$

	1	4
3∩5	0	0

	1	3
4∩5	$\overline{0.9}$	0

(29)

교차종속관계의 조사결과를 이용하여 1회 교차 평가기준의 가중치를 계산하면

$$w_{14}' = d_{14}\times w_4 = \overline{0.3}\otimes\overline{5} = [0.2, 0.3, 0.4]\otimes[3, 5, 7] = [0.6, 1.5, 2.8]$$

$$w_{41}' = d_{41}\times w_1 = \overline{0.4}\otimes\overline{9} = [0.3, 0.4, 0.5]\otimes[7, 9, 9] = [2.1, 3.6, 4.5]$$

$$\therefore\ w_{14} = [w_{14}' + w_{41}']/2 = \{[0.6, 1.5, 2.8]\oplus[2.1, 3.6, 4.5]\}/2 = [1.35, 2.55, 3.65] \tag{30}$$

식(30)과 동일한 방법으로 계산하면

$$w_{15} = \{[0.5, 1.4, 2.7]\oplus[2.1, 3.6, 4.5]\}/2 = [1.3, 2.5, 3.6]$$

$$w_{35} = \{[0.5, 1.4, 2.7]\oplus[0.1, 0.2, 0.9]\}/2 = [0.3, 0.8, 1.8]$$

$$w_{45} = \{[0, 0.7, 1.8]\oplus[0, 0.5, 1.4]\}/2 = [0, 0.6, 1.6]$$

2회교차 평가기준의 가중치를 계산하면

$$w_{145}' = w_{14}\otimes\overline{0.2} = [1.35, 2.55, 3.65]\otimes[0.1, 0.2, 0.3] = [0.135, 0.51, 1.095]$$

$$w_{154}' = w_{15}\otimes\overline{0.3} = [1.3, 2.5, 3.6]\otimes[0.2, 0.3, 0.4] = [0.26, 0.75, 1.44]$$

$$w_{451}' = w_{45}\otimes\overline{0.9} = [0, 0.6, 1.6]\otimes[0.8, 0.9, 1.0] = [0, 0.54, 1.6]$$

$$\therefore\ w_{145} = w_{154} = w_{451} = [w_{145}' + w_{154}' + w_{451}']/3 = [0.132, 0.6, 1.378] \tag{31}$$

교차종속관계를 고려한 평가기준의 새로운 가중치를 계산하면

$$w_1' = w_{145}/3 + (w_{14} - w_{145})/2 + (w_{15} - w_{145})/2 + \{w_1 - (w_{14} - w_{145}) - (w_{15} - w_{145}) - w_{145}\}$$
$$= [3.419, 6.675, 8.134] \tag{32}$$

$$w_2' = w_2 = \overline{3} = [1, 3, 5]$$

$$w_3' = [0.1, 0.6, 2.85]$$

$$w_4' = [0.419, 3.625, 6.784]$$

$$w_5' = [1.544, 5.25, 8.659]$$

그러므로 새로운 가중치는

$$w = [w_1'\ \ w_2'\ \ w_3'\ \ w_4'\ \ w_5']$$
$$= \{[3.419, 6.675, 8.134], [1, 3, 5], [0.1, 0.6, 2.85], [0.419, 3.625, 6.784], [1.544, 5.25, 8.659]\}$$

이 새로운 가중치의 i 번째 요소를 <표 11>의 C_i 열에 곱합으로써, 다음과 같이 총판정행렬 A를 얻을 수 있다.

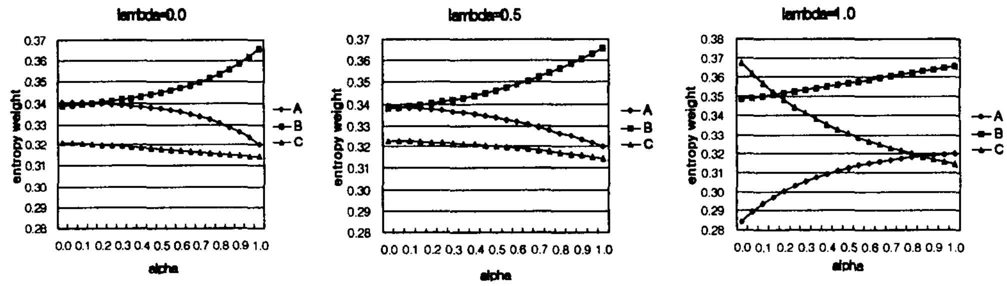
$$\begin{array}{c} \\ A \\ B \\ C \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} C_1 & C_2 & C_3 & C_4 & C_5 \end{array} \\ \begin{bmatrix} w_1' \times \bar{5} & w_2' \times \bar{1} & w_3' \times \bar{7} & w_4' \times \bar{3} & w_5' \times \bar{1} \\ w_1' \times \bar{7} & w_2' \times \bar{5} & w_3' \times \bar{5} & w_4' \times \bar{5} & w_5' \times \bar{7} \\ w_1' \times \bar{1} & w_2' \times \bar{3} & w_3' \times \bar{1} & w_4' \times \bar{1} & w_5' \times \bar{5} \end{bmatrix} \end{array} \tag{33}$$

6절에서의 Step 3~Step 6을 사용함으로써 대응되는 α 수준을 위한 엔트로피 가중치를 유도할 수 있다. α=0.25, λ=0.5(온건한 의사결정자를 위한)로 두면 식(33)은 <표 12>의 2~6열과 같이 된다. 이 대안들의 엔트로피 가중치들은 이 표의 7열과 같이 얻을 수 있다.
이 대안들의 엔트로피 가중치들은 다음과 같이 얻을 수 있다.

표 12. 판정행렬과 엔트로피 가중치

	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	엔트로피 가중치
A	32.6578	6.3750	10.3406	14.4024	10.9937	0.3372
B	44.6601	17.2500	7.8281	21.6172	39.9726	0.3409
C	11.8281	11.2500	2.9719	8.1031	29.6953	0.3219

<표 12>로 부터 시스템 B가 엔트로피 가중치 0.3409으로 최상의 선택임을 알 수 있다.
마찬가지로 α = 0, 0.05, 0.1, 0.15, ... , 1 그리고 λ = 0.0, 0.5, 1.0 로 둠으로써 각각 <그림 3>을 얻을 수 있다.
<그림 3>으로부터 이 방법은 각 기준들간의 상호관련성에 대한 모호성뿐만 아니라 인간의 사고에서 그 사람의 주관적인 판단과 관련된 불확실성을 반영하고 있다는 것을 알 수있다.



(a) 낙관적 의사결정자 (b) 중립적 의사결정자 (c) 비관적 의사결정자

그림 3. α 값과 λ값의 변화에 따른 민감도 분석

7. 결론

많은 의사결정문제들에서는 의사결정자의 주관적인 판단에 의한 감각량의 모호성이 포함되어 있고, 이러한 판정의 모호성들은 정확한 의사결정에 걸림돌이 되어 왔다. 또한 전통적인 AHP 방법에서 각 평가기준의 상호독립성의 가정은 종속성이 강한 평가기준의 도입을 포기하

거나, 좀 더 정밀한 평가를 위해 모든 고려사항을 도입할 때, 종속성이 강한 평가기준의 도입 시 순위역전현상이 발생할 수 있다. 본 연구에서는 이러한 평가기준의 모호성뿐만아니라 순위역전현상을 방지하기 위해 교차종속관계를 고려할 때 이들 기준들간의 교차종속정도의 주관적인 판단에 따라 모호성을 퍼지이론을 이용하여, 정량화하여 새로운 가중치를 계산함으로써 객관성있고 효율적인 의사결정 방법을 제시하였다.

또한 AHP방법을 향상시키고 매끄럽게 하기 위하여 계층적인 구조를 가지면서, 전통적인 AHP방법에서 요구되는 일련의 일대비교판정 대신 엔트로피 가중치를 기초로한 의사결정방법을 사용하였다.

[참고문헌]

[1] 박영화, 이상완, "엔트로피 가중치를 고려한 교차종속하에서의 효율적인 다기준 의사결정법", 공업경영학회지, 제19권, 제39집, pp.265-274, 1996

[2] 정 규련,정 택수,"퍼지교차 종속관계를 이용한 다기준평가문제의 가중치 책정방법", 한국경영과학회지, 12, 제19권,제3호, pp.53-62, 1994

[3] 정 택수, "교차종속관계 하에서의 효율적인 다기준 평가법", 숭실대학교 대학원 박사학위논문, 1995.

[4] 中山弘隆,"多目的意思決定-理論と應用-1-多目的意思決定とAHP-",システムと 制御, 1986, Vol. 30, No7, pp.430-438

[5] 黄 承國, "ファシィ理論の評價問題への應用", Ph.D.Thesis, 大阪府立大學 大學院工學硏究科經營工學專攻, 1990

[6] Mon, D.L., "Evaluating weapon system using fuzzy analytic hierarchy process based on entropy weight", *Proceedings of the International Joint Conference of the Fourth IEEE International Conference on Fuzzy Systems and the Second International Fuzzy Engineering Symposium*, Vol.2, Yokohama, Japan, pp.591-598, March, 1995

[7] Kamenetzky, R.D., "The Relationship between the AHP and Additive Value Function", *Decision Science*, Vol.13, pp.702-713, 1982

[8] Saaty, T.L., "Measuring the Fuzziness od Set", *Journal of Cybernetics*, Vol.4, pp.53-61, 1974

[9] Saaty, T.L., *The Analytic Hierarchy Process*, McGraw-Hill, New York,1980.

[10] Saaty, T.L.,"Axiomatic Foundation of the Analytic Hierarchy Process", *Management Science*, Vol.32, No.7, pp.841-855, July,1986

[11] Saaty, T.L. and L.G. Vargas,"Uncertainty and Rank Order in the Analytic Hierarchy Process", *European Journal of Operational Research* , Vol.32, pp.107-117, 1987

[12] Zadeh, L.A., *"Fuzzy Sets"*, Inform. and Control, Vol. 8, 1965.