

Karhunen-Loeve 변환 기반의 부분공간 인식기와 결합된 다중 노벨티 인식기를 이용한 필기체 숫자 인식

(Handwritten Numeral Recognition Using Karhunen-Loeve Transform Based Subspace Classifier and Combined Multiple Novelty Classifiers)

林吉澤*, 秦成一*

(Kil-Taek Lim and Sung-Il Chien)

요 약

부분공간 인식기는 Karhunen-Loeve (KL) 변환을 기반으로 하는 대표적인 패턴인식 방법이다. 이 부분공간 인식기는 고차원의 패턴을 저차원의 부분공간에 나타내어 인식을 한다. 그러나 차원 감축으로 인한 정보의 손실로 principal components가 유사하게 나타나는 패턴간에는 분별이 어려워지는 단점이 있다. 본 논문에서는 이러한 부분공간 인식기의 단점을 해결하기 위해 일반적으로 무시되는 minor components로 표현되는 패턴의 노벨티 성분을 이용하는 결합된 다중 노벨티 신경망 인식기를 제안하고 부분공간 인식기와 결합을 통해 인식률을 제고하는 방법을 제시한다. 필기체 숫자 데이터베이스에 대해서 제안한 인식기를 구성하고 특성을 분석한다. 제안한 방법은 다른 인식기들에 비해서 신경망에 사용된 가중치의 수는 증가하지만 가장 우수한 인식 성능을 나타내었다.

Abstract

Subspace classifier is a popular pattern recognition method based on Karhunen-Loeve transform. This classifier describes a high dimensional pattern by using a reduced dimensional subspace. Because of the loss of information induced by dimensionality reduction, however, a subspace classifier sometimes shows unsatisfactory recognition performance to the patterns having quite similar principal components each other. In this paper, we propose the use of multiple novelty neural network classifiers constructed on novelty vectors to adopt minor components usually ignored and present a method of improving recognition performance through combining those with the subspace classifier. We develop the proposed classifier on handwritten numeral database and analyze its properties. Our proposed classifier shows better recognition performance compared with other classifiers, though it requires more weight links.

I. 서 론

통계적 방법의 패턴인식은 수학적으로 잘 정의되고

공식화된 방법들을 이용하므로 그 동작이 명확하게 규명된다. 그러나 이러한 접근법들을 고차원의 패턴인식에 적용함에 있어서 “curse of dimensionality”라 불리는 문제가 발생하여 방법들의 유용성이 떨어지게 된다^[1]. 또한 일반적으로 고차원 공간상에 존재하는 패턴들을 인식할 때 확보할 수 있는 학습패턴들의 수는

* 正會員, 慶北大學校 電子工學科
(Dept. of Electronic Eng., Kyungpook Nat'l Univ.)
接受日字:1998年2月19日, 수정완료일:1998年5月26日

패턴공간의 차원 수에 비해 매우 적으므로 패턴공간의 확률 분포를 추정하는데 문제가 있다. 그러므로 패턴들의 차원을 감소시키는 것은 통계적 패턴인식에서 매우 유용하게된다^{[1] [2]}. 차원 감축의 가장 대표적인 예로 피셔의 선형 분별법과 principal component analysis 등이 있으며 특히 principal component analysis는 Karhunen-Loeve (KL) 변환이라고도 불리며 고차원의 패턴을 저차원으로 변환할 때 평균 자승 오차의 의미로 최적으로 알려져 있다^[3].

KL 변환은 다양한 패턴인식에 성공적으로 적용되었다^[4-9]. 구정희 등^[4]과 양보승 등^[5]은 각각 화차 번호 인식과 자동차 번호판 인식에 KL 변환을 적용한 부분공간 인식기로 우수한 성능의 인식률을 얻었다. 이들은 각 패턴 클래스들에 대해 KL 변환의 기저벡터들이 되는 고유벡터들로서 고유공간이라 불리는 부분공간 모델들을 구성하여 각 클래스의 부분공간에 투영된 패턴들을 다시 복원했을 때의 에러를 이용하여 인식을 하였다. 또한 Murase 등^{[8] [9]}은 3차원 물체를 검출하기 위하여 KL 변환으로 정의되는 고유공간 상에 물체를 투영하여 즉, principal components를 구하여 영상의 정합을 빠르고 효율적으로 수행하였다. 그러나 KL 변환은 고차원의 패턴을 저차원으로 변환할 때 '표현'의 측면에서 최적이지만 패턴 인식 문제에 적용될 때 서로 다른 클래스에서의 '분별'을 위한 어떠한 정보도 이용하지 않으므로 보다 효율적인 패턴간의 분별을 위해서는 다른 클래스의 정보를 인식기에 도입하는 것이 바람직하다. 또한 유사한 패턴들간에서는 상위 principal components가 비슷하게 나타나서 분별력이 떨어지는 단점이 발생할 수 있다^[2]. 이러한 문제점들을 해결하기 위하여 Oja 등^{[7] [10]}은 KL 변환의 기저 벡터들인 각 패턴클래스의 공분산 행렬의 고유벡터들을 학습을 통하여 회전함으로써 클래스간의 분별능력을 높이고자 하였다. 또한 양보승 등^[5]은 후처리 단계로 검증용 신경망을 구현하여 부분공간 인식기의 단점을 보완하였다.

본 논문에서는 부분공간 인식기의 이러한 단점을 해결하기 위하여 기존의 방법에서 보통 사용되지 않는 minor components로 표현되는 노벨티 벡터를 사용하는 한 방법을 제안하고 부분공간 인식기와 결합을 통해 고차원 공간의 패턴을 인식하는 방법을 제안한다. 부분공간 인식기는 L 개의 패턴 클래스가 있을 때 각 클래스마다 공분산 행렬의 상위 고유치에 해당하는 고

유벡터들로서 L 개의 부분공간을 만든다. 사용되는 고유벡터의 수가 부분공간의 차원이 되며 입력된 패턴은 이러한 각 부분공간에 투영되어 principal components가 만들어진다. 이때 만약 부분공간의 차원이 충분치 못할 정도로 작다면 비슷한 패턴에 대해서 principal components가 유사하게 나타나게 되어 분별력이 떨어질 수 있다. 본 논문에서는 이러한 경우 하위 고유벡터들에 투영된 minor components를 보완적으로 사용하여 인식률을 제고하고자 한다. 우리는 이를 위하여 각 부분공간에서 정의되는 minor components로 표현되는 노벨티를 입력 패턴에 대한 새로운 특징으로 사용하여 다층퍼셉트론 (multilayer perceptrons:MLP)으로 인식기를 구현한다. 노벨티가 각 클래스의 부분공간에 대해서 서로 다르게 나타나므로 노벨티 입력 신경망은 클래스의 수만큼 구현되어 독립적으로 인식을 할 수 있다. 우리는 다중 노벨티 인식기의 결과들을 결합하기 위하여 각 노벨티 인식기들의 출력값들을 다시 MLP로 결합하여 최종 인식을 한다. 본 논문에서는 이러한 결합된 다중 노벨티 인식기와 부분공간 인식기를 보완적으로 사용하여 인식률을 제고하였다. 즉, 제안된 인식기는 principal components 정보를 사용하는 부분공간 인식기로서 일차적으로 인식을 행한 다음 인식이 곤란할 때 minor components로 표현되는 노벨티들을 사용하는 결합된 다중 노벨티 인식기로 인식을 한다.

제안하는 방법을 필기체 숫자 데이터 베이스에 대해 구현하여 성능을 분석하고 다른 방법들과 인식률을 비교하였다. 실험 결과 한 개의 노벨티 인식기는 다른 인식기에 비해 인식 성능이 떨어지지만 다중 노벨티 인식기를 결합하였을 경우 우수한 인식률을 보여 노벨티 정보가 특징으로서 유용함을 알 수 있었다. 또한 부분공간 인식기와 결합된 다중 노벨티 인식기들을 연동하였을 경우 가장 우수한 인식 성능을 나타내어 제안한 방법의 유용성을 보여주었다.

II. KL 변환을 이용한 부분공간 인식기

전체 패턴집합에 존재하는 N 차원의 입력 패턴벡터를 다음과 같이 나타내면,

$$\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_N]^T \quad (1)$$

전체 집합의 평균벡터 \mathbf{m} 과 공분산행렬 \mathbf{C} 은 다음과

같다.

$$m = E[x] \tag{2}$$

$$C = E[(x - m)(x - m)^T] \tag{3}$$

x 가 N 차원이므로 공분산 행렬 C 는 $N \times N$ 의 행렬이 된다. 이때 C 가 실수 대칭행렬이므로 N 개의 고유치 ($\lambda_i, i=1, 2, \dots, N$)와 고유벡터($e_i, i=1, 2, \dots, N$)가 존재하며 각각의 서로 다른 고유치에 대한 고유벡터들은 직교한다. $\lambda_j \geq \lambda_{j+1}, j=1, 2, \dots, N-1$ 가 되도록 고유치를 정렬하고 각 고유치에 대응하는 고유벡터들이 각 행을 이루도록 새로운 변환 행렬 A 을 만든다. 즉, 변환 행렬 A 의 첫 번째 행에는 가장 큰 고유치에 해당하는 고유벡터, 마지막 행인 N 번째 행에는 가장 작은 고유치에 해당하는 고유벡터들이 위치하게 한다. 그러면 이 변환 행렬 A 은 입력 벡터 x 를 다음과 같이 변환시켜준다.

$$g = A(x - m) \tag{4}$$

이와 같은 식(4)를 KL 변환^[3]이라 이른다. 실제로 입력 패턴들은 N 개의 고유 벡터들로 표현할 수 있으나 입력 패턴의 주요한 특성들은 k ($k \ll N$)개의 고유벡터만으로도 충분히 나타낼 수 있다. 여기서 k 개의 고유벡터들은 k -차원의 부분공간을 구성하며 이 공간은 평균 자승 에러의 측면에서 최적의 부분공간이다. 여기서 g 의 k 상위 요소, 즉, $(x - m)$ 과 상위 k 고유벡터들과의 투영값을 principal components라하고 하위 $N - k$ 고유벡터들과의 투영값을 minor components라 부른다. 또한 x 는 다음 식과 같이 표현될 수 있다.

$$x = \sum_{i=1}^N g_i e_i + m \tag{5}$$

$$x = \sum_{i=1}^k g_i e_i + m + \sum_{i=k+1}^N g_i e_i \tag{6}$$

다시 principal components로 표현될 수 있는 \hat{x} 와 minor components로 표현되는 \tilde{x} 로 나눌 수 있다.

$$x = \hat{x} + \tilde{x} \tag{7}$$

$$\hat{x} = \sum_{i=1}^k g_i e_i + m \tag{8}$$

$$\tilde{x} = \sum_{i=k+1}^N g_i e_i \tag{9}$$

여기서 \hat{x} 를 x 의 노벨티라 부른다. 이러한 변환이 패턴인식에 적용될 때는 모든 클래스별로 부분공간 모델이 만들어져서 인식을 하게 된다. 동일한 클래스를 가지는 패턴 집합내의 패턴들은 서로 비슷한 통계적 특성을 갖고, 반면에 서로 다른 클래스의 패턴 집합들은 서로 다른 통계적 특성을 갖게 된다. 그러므로 각 패턴 집합은 그 집합에 속하는 패턴들의 통계에 의해서 유일하게 결정되는 평균 벡터와 부분공간을 갖는다. 결국 각 패턴 집합들은 자신의 평균 벡터와 부분공간에 의해 가장 잘 나타내어지므로 $\|x - \hat{x}_c\|$ 는 패턴의 클래스를 구분하는 척도가 된다. 부분공간 인식기의 결정규칙은 그림 1과 같으며 다음 식으로 표현된다.

$$\arg \min (\|x - \hat{x}_c\| = \|\tilde{x}_c\|), c=1, 2, \dots, L \quad (L: \text{전체 클래스수}) \tag{10}$$

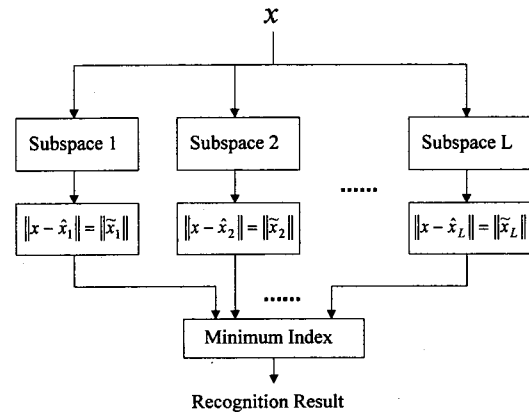


그림 1. 부분공간 인식기
Fig. 1. Subspace classifier.

III. 제안하는 결합된 다중 노벨티 인식기

1. 제안된 노벨티 입력 신경회로망

고차원 공간의 패턴을 principal components로 차원 감축된 형태로 표현해서 인식을 할 경우 서로 다른 클래스의 상위 principal components가 유사할 때는 분별력이 현저히 떨어진다^[2]. 또한 KL 변환을 이용한 부분공간 모델 인식기는 학습데이터에 대한 최적의 모델은 만들 수 있지만 각 클래스에 대한 부분공간 모델을 만들 때 다른 클래스의 정보를 도입하지 않으므로 클래스간의 분별에 있어서는 문제점이 있을 수 있다. 본 논문에서는 이러한 문제점을 해결하기 위하

여 기존의 논문들에서 사용되지 않는 minor components들로 표현되는 노벨티 벡터 자체를 입력으로 하는 다층퍼셉트론 신경망을 제안한다. 이러한 신경망은 부분공간 인식기와 같은 모델기반의 인식기가 해당 클래스의 데이터만으로 학습하는데 비해 다른 클래스의 데이터들도 출력노드에 하나의 노드를 할당받음으로써 부분공간 인식기의 단점을 보완해준다. 각 부분공간에 대해서 노벨티 벡터들이 정의되므로 신경회로망은 각 노벨티 벡터들에 대해 구현된다. 이는 그림 2와 같으며 각 신경망의 입력은 각 부분공간에서의 노벨티 벡터가 되고 출력 벡터의 각 성분은 클래스의 신뢰도를 나타낸다. 본 논문에서는 이를 노벨티 인식기라 부른다. 그림 1의 부분공간 인식기가 각 클래스에 대한 소속 정도를 스칼라값으로 표현하는데 비해 노벨티 인식기는 각 클래스에 대한 신뢰도를 신경망의 출력값들로 구성된 신뢰도 벡터의 형태로 나타낸다. 노벨티 입력 신경망의 동작은 다음 식과 같다.

$$y_i = f\left\{\sum_k w_{ik} f\left(\sum_j w_{kj} \tilde{x}_j\right)\right\} \quad (11)$$

이때 w_{kj} 는 j 번째 입력 노드와 k 번째 은닉노드 사이의 가중치이고 w_{ik} 는 k 번째 은닉 노드와 i 번째 출력 노드에서의 가중치이다. f 는 $f(w) = 1/(1 + e^{-w})$ 의 시그모이드 함수이며 y_i 는 i 클래스에 할당된 출력노드의 출력값이다. 그러므로 최종 인식은 $\arg \max y_i, i = 1, 2, \dots, L$ 이 된다. 각 MLP의 학습에 있어서 목표출력 벡터는 현재 입력 노벨티벡터가 속하는 클래스에 할당된 노드를 '1'로 두고 나머지 클래스에 해당하는 노드는 '0'의 성분이 된다.

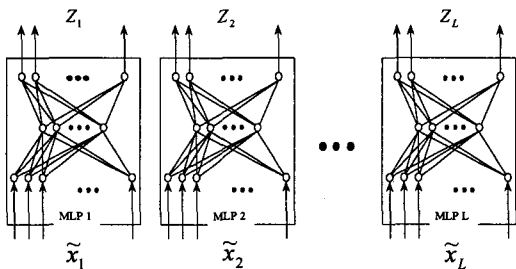


그림 2. 노벨티를 입력으로 하는 신경회로망: 노벨티 인식기
Fig. 2. Novelty driven neural networks: novelty classifiers.

2. 다중 노벨티 인식기들의 결합
입력 패턴 벡터에 대한 각 부분공간은 서로 다른

노벨티를 출력하게 되어 각각의 신경망은 서로 다른 특징을 입력으로 하는 인식기가 된다. 즉, 한가지 종류의 입력 패턴 벡터는 구현된 부분공간의 수만큼의 새로운 특징이 만들어질 수 있는 것이다. 또한 각각의 노벨티 인식기는 현재의 입력 패턴에 대한 신뢰도들을 서로 다르게 출력하므로 각 인식기들의 인식결과를 결합함으로써 보다 향상된 인식 성능을 얻을 수 있다. 본 논문에서는 이러한 각 노벨티 인식기들이 신경망으로 결합된 다중 노벨티 인식기를 그림 3과 제안한다. 인식 결과는 결합 신경망의 출력노드 중 가장 큰 값을 가지는 노드에 할당된 클래스가 입력패턴이 속한 클래스가 된다.

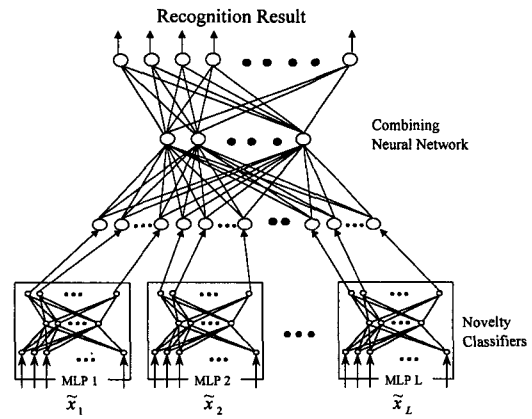


그림 3. 결합된 다중 노벨티 인식기
Fig. 3. Combined multiple novelty classifiers.

IV. 부분공간 인식기와 결합된 다중 노벨티 인식기들의 결합

부분공간 인식기와 결합된 다중 노벨티 인식기는 서로 보완적인 역할을 하도록 한다. 즉, 일차적으로 입력된 패턴에 대해 부분공간 인식기가 인식을 수행하고 인식의 신뢰도가 높지 않을 때는 결합된 다중 노벨티 인식기가 인식을 하게 된다. 이를 위해서 본 논문에서는 부분공간 인식기와 결합된 다중 노벨티 인식기 사이에 그림 4에서와 같이 게이팅 기능을 하는 부분을 둔다. 게이팅 기능은 입력패턴에 대한 부분공간 인식기의 승자 클래스와 차승자 클래스의 오차 비로써 구현된다. 즉, 입력 패턴을 승자 클래스 모델로 나타내었을 때 발생하는 오차, $\|\hat{x}_w\|$ 와 차승자 클래스 모델로 나타내었을 때 발생하는 오차, $\|\hat{x}_l\|$ 의 비로써 두 인식

기를 연동하게 된다.

$$f(x, \hat{x}_r, \hat{x}_w) = \frac{\|x - \hat{x}_w\|}{\|x - \hat{x}_r\|} = \frac{\|\tilde{x}_w\|}{\|\tilde{x}_r\|} = a \quad (12)$$

여기서 아래 첨자 w 는 승자클래스를 나타내며 r 은 차승자 클래스를 나타낸다. 식 (12)의 오차비 a 값이 특정 임계값보다 작으면 부분공간 인식기의 인식이 최종 인식결과가 되고 임계값보다 크면 결합된 노벨티 인식기로 인식을 하게된다.

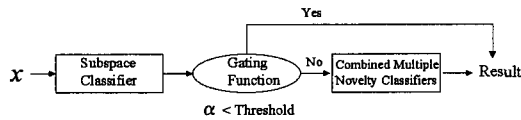


그림 4. 인식 흐름도
Fig. 4. Recognition flow.

V. 실험 및 고찰

본 논문에서의 실험은 Concordia 대학의 필기체 숫자에 대해서 수행하였다. 이 데이터베이스는 북미인들이 자유 필체로 필기한 0에서 9까지의 숫자 데이터베이스로 각 2000자로 구성된 세 종류의 집합이 있으며 각 집합은 각 클래스당 200자씩으로 구성되어 전체 6000자로 이루어져 있다. 본 연구에서는 상위 두 개의 집합에 포함된 4000자를 학습에 사용하고 나머지 집합 2000자에 대해 상위 1000자는 다중 노벨티 인식기들을 결합할 때 사용되며 하위 1000자를 테스트로 사용하였다.

숫자 영상은 다양한 크기로 되어있는데 인식기의 입력으로 사용하기 위하여 적절한 특징으로 변환된다. 본 논문에서는 우선 16×16의 메쉬특징을 추출하였다. 그림 5에 이를 나타내었는데 이 특징은 원래의 이진 숫자 영상을 차원 감소된 명도 영상으로 변환된 값이 된다.

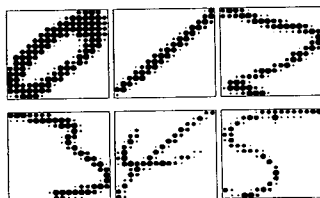


그림 5. 메쉬특징의 예
Fig. 5. Samples of mesh features.

1. 고유치와 고유벡터

우리는 각 숫자 클래스당 400개의 데이터들로 각 클래스의 부분공간과 평균벡터를 구현하였다. 표 1에 '0'클래스에 대한 고유치를 나타내었다. 여기에서 J_{ck} 와 T_{ck} 는 다음과 같이 표현된다.

$$J_{ck} = \lambda_{ck} \times 100 / \sum_{i=1}^{256} \lambda_{ci} \quad (13)$$

$$T_{ck} = \sum_{j=1}^k \lambda_{cj} \times 100 / \sum_{i=1}^{256} \lambda_{ci} \quad (14)$$

J_{ck} 는 c 클래스의 k 번째 고유치와 전체 고유치의 비로서 k 번째 고유벡터가 입력 패턴을 표현하는데 기여하는 정도를 나타내며 T_{ck} 는 c 클래스의 k 이하의 모든 기여도를 합한 값이다. 실험에서는 각 클래스의 부분공간을 나타내는데 사용되는 고유벡터의 수 K_c 를 식 15와 같이 T_{ck} 로 결정하였다. 즉, K_c 는 입력 패턴을 유한개의 고유벡터로 나타낼 때 전체 기여도의 B퍼센트 이상이 되게하는 최소의 고유벡터의 수가 된다.

$$K_c = \min_k [T_{ck} > B], k=1,2,\dots,256 \quad (15)$$

그림 6에는 '0' 클래스에 대해 상위 3개의 고유치에 대한 고유벡터들의 예로서 '0'클래스 부분공간의 주요한 축들을 나타낸다. 이들은 서로 직교하는 정규화된 벡터들이다. 여기서 검은 원부분은 양의 값을 나타내고 흰 원부분은 음의 값을 나타내는데 숫자 0의 형태를 대략적으로 볼 수 있다.

표 1. '0' 클래스에서의 고유치와 J_{0k} , T_{0k}
Table 1. eigenvalues, J_{0k} , and T_{0k} for '0' class.

Index(k)	eigen value: λ_{0k}	J_{0k}	T_{0k}	$\sum_{i=1}^k \lambda_{0i}$
1	7.056921	22.949587	22.949587	7.056921
2	4.744389	15.429076	38.378662	11.801310
3	2.679252	8.713109	47.091770	14.480561
4	2.169216	7.054438	54.146206	16.649776
11	0.459979	1.495883	71.411404	21.958767
20	0.226570	0.736821	80.638432	24.796047
44	0.070444	0.229089	90.043110	27.687954
68	0.038092	0.123878	94.025312	28.912468
89	0.023889	0.077689	96.062234	29.538815
103	0.019098	0.062108	97.023058	29.834265
122	0.013281	0.043191	98.006250	30.136593
152	0.007812	0.025405	99.007051	30.444336
242	0.000507	0.001649	99.990311	30.746685
256	0.000022	0.000072	100.000000	30.749664

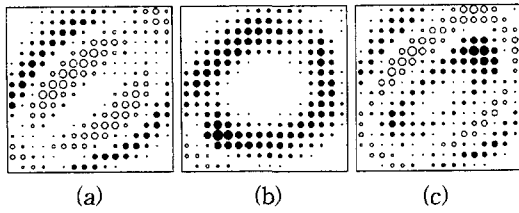


그림 6. '0'클래스의 상위 세 개의 고유치에 해당하는 고유벡터들

Fig. 6. Eigen vectors corresponding to the three largest eigen values, computed for '0' class (black: positive, white: negative).

(a) $e_1(\lambda_1=7.057, J_1=22.95)$, (b) $e_2(\lambda_2=4.744, J_2=15.43)$, and (c) $e_3(\lambda_3=2.679, J_3=8.71)$

2. 부분공간 인식기와 결합된 다중 노벨티 인식기
 실제로 어떤 패턴이 입력되었을 때 부분공간 인식기에서 어떤 형태로 나타나는가를 보기 위하여 그림 7에 그 예를 나타내었다. 이는 B 가 50%인 경우에 '0'클래스의 부분공간모델을 입력 패턴에 적용했을 때의 \hat{x} 와 \hat{x} 를 나타내는 것이다. 그림 7의 (a)는 '0'클래스의 패턴이 입력되었을 때 x 와 \hat{x} 가 거의 유사하게 나타나 오차가 거의 없고 노벨티도 약하게 나타남을 볼 수 있다. 반면에 (b),(c) 그리고 (d)의 '1','2', 그리고 '3'클래스의 패턴들에 대해서는 오차가 매우 크게 나타나며 노벨티도 강하게 나타남을 볼 수 있다. 우리는 이러한 부분공간 인식기가 B 에 따라서 즉, 사용된 고유벡터의 수에 따라서 인식률이 어떻게 변화하는 가를 측정해보았다. 실제 식(10)의 적용에 있어서는 x 의 크기에 따른 영향을 줄이기 위해 $\|\cdot\|$ 로 정규화된다. 즉, 메쉬특징에 있어서는 문자획의 굵기 변화에 둔감하도록 하는 작용을 한다. 그림 8을 보면 B 가 커짐에 따라 즉, 부분공간의 차원이 증가함에 따라 인식률이 어느 정도 증가를 하다가 다시 감소하며 99%의 B 에서는 현저히 인식률이 떨어지게 됨을 볼 수 있다. 이는 부분공간의 차원이 매우 낮을 때는 x 와 \hat{x} 의 차이가 모든 부분공간에 대해서 커지게 되어 분별력이 약하고 반대로 부분공간 차원이 매우 클 때는 x 와 \hat{x} 의 차이가 작아서 분별력이 떨어지기 때문이다. 그러므로 부분공간 인식기에서는 최적의 차원을 결정하는 것이 쉽지 않은 단점이 있다. 그리고 부분공간 인식기의 인식 결과가 올바르게 인식할 때와 오인식했을 때의 a 값의 분포를 살펴보기 위하여 B 를 50%로 한 상태에서 히스토그램을 0.05단위로 구하여 그림 9에 나타내었다.

그림을 보면 오차비 a 가 클수록 오인식이 많이 일어나며 a 가 0.7보다 작을 때에는 오인식이 일어나지 않음을 볼 수 있다. 즉, 차승자의 클래스 모델로 입력을 나타내었을 때의 오차가 승자 클래스 모델로 입력을 나타내었을 때의 오차와 유사할수록 오인식이 많이 일어난다.

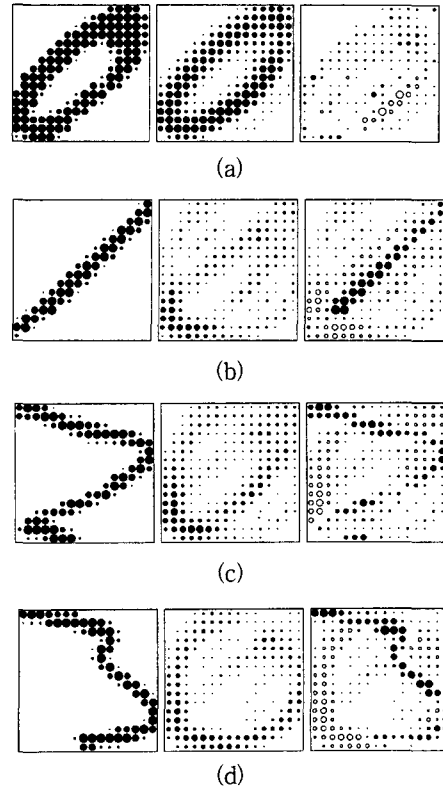


그림 7. '0' 부분공간에서의 x, \hat{x} 와 \tilde{x} . (좌: x , 중: \hat{x} , 우: \tilde{x}) (a)'0', (b)'1', (c)'2', (d)'3'

Fig. 7. Samples of x, \hat{x} , and \tilde{x} (left: x , middle: \hat{x} , right: \tilde{x}) for subspace '0'. (black: positive, white: negative) (a)'0', (b)'1', (c)'2', and (d)'3'

부분공간 인식기와 결합된 다중 노벨티 인식기를 결합하였을 때 게이팅 함수의 임계값의 변화에 따른 인식률의 변화를 표 2에 나타내었는데 B 를 50%로 하였다. 여기서 전체 인식률은 부분공간 인식기와 결합된 다중 노벨티 인식기를 연동했을 때를 나타낸다. 임계값이 0.0일 경우는 다중 노벨티 인식기의 결합망만이 동작하게 되고 임계값이 높아질수록 부분공간 인식기의 인식 시도가 많아지게 된다. 그림 9에서 살펴본 바와 같이 표 2에서 임계값이 작은 경우에 인식기의

신뢰도는 매우 높아진다.

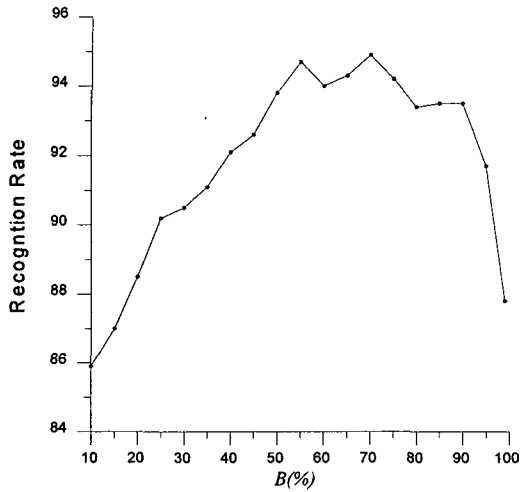


그림 8. B의 변화에 따른 부분공간 인식기의 인식률

Fig. 8. Recognition rates with respect to B.

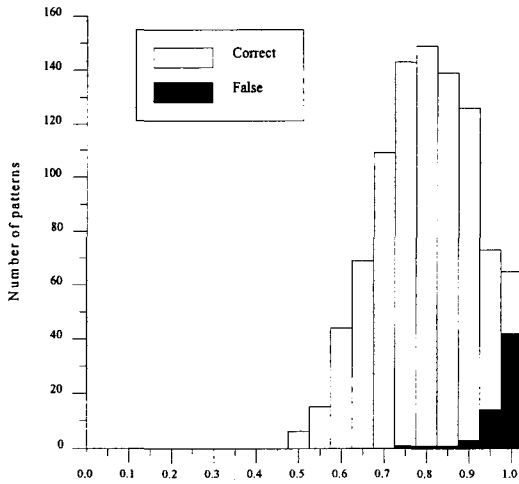
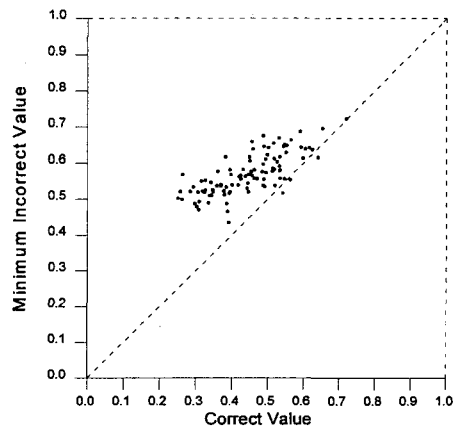


그림 9. 정인식과 오인식의 α 히스토그램 ($B=50\%$)
Fig. 9. The correct and incorrect pattern histogram of α ($B=50\%$).

부분공간 인식기에 비해서 다중 노벨티 인식기의 결합망은 게이팅 함수의 임계값이 높을 경우 인식률이 낮는데 이는 부분공간 인식기에서 인식을 못할 경우의 입력 패턴이 매우 유사한 특징을 나타내기 때문이다. 임계값이 0.93인 경우 전체 인식률이 최고가 되는데 각 인식기들의 인식률은 각각 98.62와 77.27로 최상이 아님을 볼 수 있다. 게이팅의 임계값이 0.91 이하일 때 부분공간 인식기는 인식 시도한 것에 대해서는 최

소 99.15%이상의 안정된 인식률을 보인다. 그러므로 식 (12)의 게이팅 기능은 적절한 임계값에서 거절 (rejection) 방법으로 사용된다면 효율적임을 알 수 있다. 이에 반해 결합된 다중 노벨티 인식기는 인식 신뢰도가 높지 않다. 그러나 이는 임계값의 설정이 부분공간 인식기에서의 오차비에 의해 구해져서 부분공간 인식기에서 인식이 곤란한 것들에 대해 인식을 하므로 직접적인 비교는 곤란하다. 두 인식기의 출력 특성을 보기 위해 그림 10에 자신의 클래스에 해당하는 인식기의 출력값과 그 외의 다른 클래스의 출력값들 중 최저 및 최고값을 나타내는 인식기의 출력값을 나타내었다. 테스트된 클래스는 '0'클래스의 패턴 200개이다. 즉, 각 그림의 수평축은 '0'클래스에 할당된 인식기의 출력값이고 수직축은 '0' 클래스를 제외한 다른 클래스들 가장 그럴듯한 클래스의 출력값이다. 각 그림의 (0,0)과 (1,1)을 연결하는 사선은 두 값이 동일한 경우로서 부분공간 인식기의 경우 사선의 아랫부분, 그리고 결합된 다중 노벨티인식기의 경우에는 윗부분에 위치한 패턴들이 오인식된 것이다. 그러므로 출력값의 분포들이 가능한 한 많이 사선에서 아래위로 멀리 떨어져 있을수록 바람직하다. 이러한 관점에서 제안된 다중 노벨티 인식기의 결합망은 부분공간 인식기에 비해서 우수하다. 그러나 오인식된 패턴들에서 출력값의 위치는 부분공간 인식기는 거의 사선 부근에 위치하는데 다중 노벨티 인식기들의 결합망은 그러하지 못하다. 이러한 다중 노벨티 인식기의 결합망의 분포 특성은 충분치 못한 학습 데이터의 수로 인해 패턴들의 확률 분포를 제대로 추정하지 못했거나 과적합 (over-fitting)이 일어난 것이 원인으로 보인다.



(a)

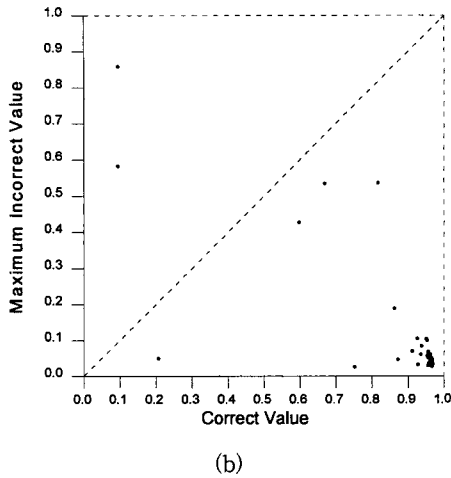


그림 10. 부분공간 인식기와 결합된 다중 노벨티 인식기들의 출력값 분포: '0' 클래스 패턴들에 대해 올바른 값과 최소 또는 최대의 틀린 값 (a) 부분공간 인식기 (b) 결합된 다중 노벨티 인식기

Fig. 10. The out plots of subspace and combined multiple novelty classifiers: correct value versus minimum or maximum incorrect value for the patterns in class '0'. (a) subspace classifier and (b) combined multiple novelty classifiers

표 2. 부분공간 인식기와 결합된 다중 노벨티 인식기 ($B=50$, 메쉬특징)

Table 2. Recognition rates of subspace and combined multiple novelty classifiers. ($B=50\%$, mesh feature)

Threshold	Total(%)	Subspace Classifier	Combined Multiple Novelty Classifiers
0.00	94.70	0/0(0.00)	947/1000(94.70)
0.50	94.70	6/6(100.00)	941/994(94.67)
0.70	94.70	243/243(100.00)	704/757(93.00)
0.77	94.80	433/434(99.77)	515/566(90.99)
0.83	95.20	617/619(99.68)	335/381(87.93)
0.91	95.70	820/827(99.15)	137/173(79.19)
0.93	95.80	856/868(98.62)	102/132(77.27)
1.00	93.80	938/1000(93.80)	0/0(0.00)

3. 인식 성능 비교

제안한 인식기와 다른 인식기들과의 인식 성능을 비교하여 표 3에 나타내었다. 표 3에서 결합된 전문가 다층퍼셉트론이 비교를 위해 구현되었다. 전문가 다층퍼셉트론은 출력노드가 한 개로 되어있고 각 클래스마다 구현된다^[5]. 이때 자신의 클래스에 속한 입력은 '1', 아닌 경우에는 '0'을 출력하도록 학습되었다. 이들

10개의 전문가 다층퍼셉트론의 결합을 다중 노벨티 인식기의 결합과 동일한 방법으로 하였다. 결합망은 각 전문가망의 전체 출력 10개가 입력으로 되고 10개의 출력노드로 되어있다. 은닉층의 노드수는 7개로 설정하였다. 그리고 기본 다층퍼셉트론망과 노벨티 다층퍼셉트론들의 구조는 모두 동일한 것으로 256개의 입력 노드와 한 개의 은닉층에 30개의 은닉노드 그리고 10개의 출력 노드로 되어있다. 학습 반복횟수는 200회이며 학습률과 관성항은 각각 0.1과 0.7로 두고 실험을 하였다. 여기서 부분공간 인식기에서의 B 는 50%이다. 표에서 보면 원래의 메쉬특징을 단독으로 사용하는 다층퍼셉트론의 경우 94%의 인식률이고 10개의 노벨티 인식기는 평균 91.38%의 인식 성능으로 노벨티 인식기들의 인식률이 상대적으로 낮다는 것을 알 수 있다. 이는 원래의 메쉬특징에서 50% 정도의 정보들이 없어졌기 때문이다. 그러나 이들 다중 노벨티 인식기들을 결합하였을 경우는 보다 나은 인식 성능을 보인다. 이는 서로 다른 특징을 나타내는 노벨티들이 상호 보완적으로 동작하여 인식률이 향상된 것으로 생각할 수 있다. 부분공간 인식기와 결합된 다중 노벨티 인식기들을 결합하였을 경우에는 가장 우수한 성능을 보여 상호 보완적으로 동작함을 알 수 있다. 노벨티의 minor components가 줄어들 때 인식률의 변화를 살펴보기 위해 B 를 75로 하여 테스트한 인식률을 표 4에 나타내었다. 이 경우 당연히 1-NN과 다층퍼셉트론, 그리고 결합된 전문가망의 경우 인식률이 동일하다. 부분공간 인식기의 경우는 인식률이 증가하였고 반대로 노벨티 인식기들과 그 결합의 경우 인식률이 감소하였다. 이는 어느 정도 예측 가능한 것으로 원래의 메쉬특징에서 25%정도의 정보가 감소되었기 때문이다. 그러나 부분공간 인식기와 다중 노벨티 인식기를 결합하였을 경우는 인식률이 보다 향상하였음을 볼 수 있다. 일반적으로 메쉬특징에 비해 기울기 특징은 보다 나은 인식률을 나타내는데 기울기 특징을 사용하였을 경우 인식률이 어떻게 변하는가를 표 5에 나타내었는데 모든 인식기가 메쉬특징을 사용하였을 때 보다 높은 인식률을 보였다. 그러나 전반적인 상대적 인식률의 차이는 메쉬특징과 비슷하였다.

표 3,4,5에 나타난 부분공간 인식기와 결합된 다중 노벨티 인식기를 결합하였을 때의 인식률은 최상의 인식률을 보일 때를 나타낸 것이다. 이들의 결합이 계이팅의 임계값의 변화에 따라서 어떻게 변하는가를 메쉬

특징에 대해 B 가 50%인 경우에 대해서 그림 11에 나타내었다. 그림에서 부분공간 인식기와 다층퍼셉트론 그리고 결합된 전문가망들과의 결합 실험도 동시에 나타내었는데 제안된 부분공간 인식기와 결합된 다중 노벨티 인식기의 결합이 가장 좋은 인식성능을 보여준다. 전반적으로 게이팅에서의 임계값이 증가함에 따라 인식률이 상승되나 0.93을 정점으로 다시 인식률이 떨어진다. 그림 9를 참조해서 보면 부분공간 인식기에서 오인식은 a 가 0.7이하인 경우에 일어나지 않는다. 그러나 게이팅에서의 임계값을 0.7로 했을 때는 인식률이 약간 향상될 뿐이지만, 부분공간 인식기의 오인식을 어느 정도 허용한 0.93에서 최고 인식률을 보였다. 본 연구에서는 최고의 인식 성능을 얻기 위한 게이팅 기능에서의 임계값을 구하기 위해서 별도의 방법을 적용하지 않았으나 cross-validation과 같은 방법을 사용하는 것도 최적의 임계값을 구하는 한 방법으로 고려될 수 있을 것이다. 인식기의 성능을 판단하는 중요한 요소로 단순 인식률뿐만 아니라 거절을 도입했을 때의 인식률과 신뢰도를 들 수 있다. 표 2에 나타났듯이 부분공간 인식기는 적절한 거절이 도입된다면 매우 높은 신뢰도의 인식기가 될 수 있다. 부분공간 인식기의 인식은 거리를 기반으로 결정되고 노벨티 인식기들의 결합망의 경우는 현재 입력이 각 클래스에 속하는 정도를 0과 1사이의 값으로 나타내어 인식을 하므로 각 인식부들이 서로 다른 형태의 출력 공간을 가지게 된다. 따라서 서로 위와 같은 다른 성격의 인식기들이 결합된 경우에서 적절한 거절을 위한 별도의 연구가 향후에 수반되어야한다고 사료된다.

표 6에는 메쉬특징을 이용할 때 각 인식기에 사용된 다층퍼셉트론들의 가중치 수를 나타내었다. 각 괄호 안의 '1'은 바이어스에 해당하는 노드를 나타낸다. 가중치의 수는 가장 우수한 인식 성능을 보이는 다중 노벨티 인식기를 결합한 제안한 인식기가 가장 많고 결합된 전문가 다층퍼셉트론이 제안한 경우의 93%의 가중치가 사용되었다. 또한 상대적으로 낮은 인식률을 보이는 일반 MLP의 경우는 9.6%의 가중치가 사용되었다. 인식 속도의 측면에서는 부분공간 인식기는 매우 빠른 속도로 인식을 수행하므로 빠른 인식 속도를 요구하는 경우에 있어서 매우 효율적으로 쓰여질 수 있다^{[4] [5]}. 반면에 전문가 신경망 및 노벨티 인식기들의 결합망의 경우 많은 가중치 수로 인하여 인식 속도가 떨어진다는 것을 알 수 있다. 그러나 표 2를 참

조해보면 최고의 인식률을 보이는 경우 부분공간 인식기의 상위에 위치하는 결합된 다중 노벨티 인식기의 인식시도는 전체의 13.2%이다. 이는 결합된 전문가 신경망도 마찬가지이다. 그러므로 이러한 경우에는서보다 나은 인식률을 위해서 인식속도의 저하가 감수되어야하는데 상호간에 어느 정도 절충이 있어야 할 것이다.

표 3. 다양한 인식기의 인식률 ($B=50\%$, 메쉬 특징)

Table 3. The recognition rates of various classifiers ($B=50$, mesh feature).

	1-NN	MLP	subspace	combined expert	novelty (average)	combined novelty	subspace + combined novelty
recognition (%)	93.40	94.00	93.80	94.0	91.38	94.70	95.80

표 4. 다양한 인식기의 인식률 ($B=75\%$, 메쉬 특징)

Table 4. The recognition rates of various classifiers ($B=75$, mesh feature).

	1-NN	MLP	subspace	combined expert	novelty (average)	combined novelty	subspace + combined novelty
recognition (%)	93.40	94.00	94.20	94.0	88.58	94.40	96.00

표 5. 다양한 인식기의 인식률 ($B=75\%$, 기울기 특징)

Table 5. The recognition rates of various classifiers ($B=75$, gradient feature).

	1-NN	MLP	subspace	combined expert	novelty (average)	combined novelty	subspace + combined novelty
recognition (%)	94.70	95.50	96.50	94.8	92.96	96.80	97.60

표 6. 사용된 다층퍼셉트론 인식기의 가중치의 수

Table 6. The number of weight links of MLP classifiers used.

	number of weight links
standard MLP	$(256+1) \times 30 + (30+1) \times 10 = 8020$
expert MLP	$(256+1) \times 30 + (30+1) \times 1 = 7741$
combined expert	$7741 \times 10 + (10+1) \times 7 + (8+1) \times 10 = 77567$
novelty MLP	$(256+1) \times 30 + (30+1) \times 10 = 8020$
combined novelty	$8020 \times 10 + (100+1) \times 30 + (30+1) \times 10 = 83540$

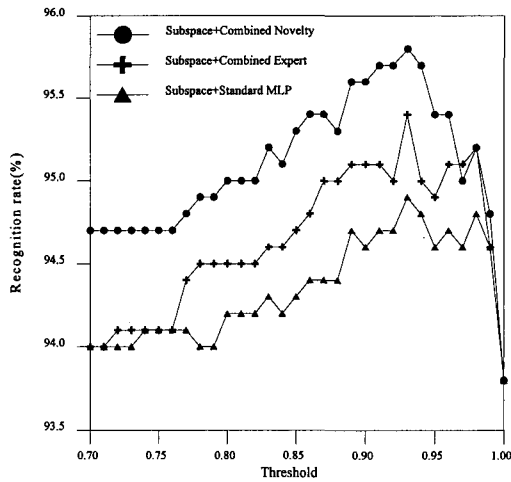


그림 11. 임계값에 대한 인식률의 변화
Fig. 11. Recognition rates with respect to threshold of gating function.

VI. 결 론

본 논문에서는 부분공간 인식기와 결합된 다중 노벨티 인식기들을 결합하여 필기체 숫자인식을 하였다. 이 부분공간 인식기는 고차원의 패턴을 저차원의 부분공간에 나타내어 인식을 하는데 차원 감축으로 인한 정보의 손실로 principal components가 유사하게 나타나는 패턴간의 분별이 어려워지는 단점이 있다. 본 논문에서는 이러한 부분공간 인식기의 단점을 해결하기 위해 기존의 방법들에서 사용되지않는 패턴의 노벨티 성분을 이용하는 한 방법으로서 결합된 다중 노벨티 신경망 인식기를 제안하였고 부분공간 인식기와 결합함으로써 우수한 성능의 인식률을 얻을 수 있었다. 한 개의 노벨티 인식기는 원래의 입력 특징에서 주요한 정보가 손실된 노벨티를 입력으로 하므로 인식 성능이 좋지 않았다. 그러나 이들을 다시 신경망으로 결합하였을 때에는 다른 인식기에 비해 높은 인식률을 나타내어 노벨티 정보들이 좋은 특징으로 사용될 수 있음을 보였다. 또한 부분공간 인식기의 신뢰도가 낮을 때 결합된 다중노벨티 인식기를 보완적으로 사용함으로써 인식률을 향상시킬 수 있었다. 부분공간 인식기와 다른 신경망 인식기와의 결합 비교에서는 제안된 인식 방법이 가중치의 수는 많지만 가장 우수한 인식 성능을 보였다.

참 고 문 헌

- [1] R. Duda and P. Hart, *Pattern Classification and Scene Analysis*, Wiley, pp. 114-118, 1973.
- [2] K. Diamantaras and S. Kung, *Principal Component Neural Networks*, Wiley, pp. 193-194, 1996.
- [3] R. Gonzalez and R. Woods, *Digital Image Processing*, Addison Wesley, pp. 148-156, 1989.
- [4] 구정희, 장정훈, 홍기상, "KL변환을 이용한 옥외 환경에서의 화차번호 인식 시스템 설계," 제 7회 영상처리 및 이해에 관한 워크샵 발표 논문집, pp. 109-115, 1995
- [5] 양보승, 김재광, 공성필, 최환수, "한국 자동차 번호판 용도문자 인식에 관한 연구," 제9회 영상 처리 및 이해에 관한 워크샵 발표 논문집, pp. 227-233, 1997
- [6] E. Oja, *Subspace Methods for Pattern Recognition*, Research Studies Press, Hertfordshire, 1983.
- [7] E. Oja and T. Kohonen, "The Subspace learning algorithm as a formalism for pattern recognition and neural networks," *Proceedings of the International Conference on Neural Networks*, vol. 1, pp. 277-284, 1988.
- [8] H. Murase and S. Nayar, "Detection of 3D objects in cluttered scenes using hierarchical eigenspace," *Pattern Recognition Letters* 18, pp. 375-384, 1997.
- [9] H. Murase and S. Nayar, "Illumination planning for object recognition using parametric Eigenspaces," *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 16, no. 12, pp. 1219-1227, 1994.
- [10] E. Oja and M. Kuusela, "The ALSM algorithm-an improved subspace method of classification," *Pattern Recognition*, vol. 16, no. 4, pp. 421-427, 1983.

저 자 소 개



林吉澤(正會員)

1969년 12월 25일생. 1993년 2월 경북대학교 전자공학과 졸업(공학사). 1995년 2월 경북대학교 대학원 전자공학과 졸업(공학석사). 1995년 3월 ~ 현재 경북대학교 대학원 전자공학과 박사과정. 주관심분야는 패턴인식,

신경회로망, 컴퓨터 시각

秦成一(正會員) 第32卷 S編 第9號 參照