

닫혀진 단일 등고선 내부점의 보간법

고광현 · 구자영

단국대학교 전산통계학과

An Interpolation Method for Internal Points of a Single Closed Contour Line

Kwang-Hyun Ko and Ja Young Koo

Department of Computer Science and Statistics, Dankook University

Abstract

This paper deals with a problem encountered in the course of constructing digital elevation model from a contour map. Deficiencies of widely used linear interpolation method is described, and an interpolation method for internal points of a single closed contour is proposed. Control points not on a plane are searched and interpolated. The method is applied to an artificial contour lines and real contour lines. The result shows natural and accurate reconstruction.

Keyword : contour interpolation, digital elevation model(DEM), GIS

요 약

지형도를 입력하여 추출된 등고선으로부터 수치고도모델을 생성하는 과정에서 발생하는 문제를 다루고 있다. 흔히 사용되는 선형보간법의 문제점을 지적하고 닫혀진 단일 등고선 내부의 고도 보간방법을 제시한다. 단일 평면상에 제어점이 있어야한다는 제약점을 없애고 공간 상에서 제어점을 찾아낸후 3차곡선으로 보간하는 방법을 기술하고 있다. 인위적인 등고선과 실제의 등고선에 대해서 적용한 결과 자연스럽게 정확한 복원이 이루어졌다.

1998년 4월 6일 접수 ; 1998년 9월 11일 수리.

I. 서론

지리정보를 전산화하고 종합관리하는 지리정보시스템(Geographical Information System: GIS)의 필요성에 대한 관심이 높아가고 있다. 지리정보시스템은 지리 및 지형에 관련된 데이터를 수집하고, 저장, 관리하며 적절하게 처리하여 원하는 정보를 원하는 형태로 출력할 수 있는 시스템으로서 대표적인 응용분야로서는 도시계획, 환경계획, 기상예측, 국방 계획들을 들 수 있다. 이러한 응용을 위해서는 대상 지역 전체의 개략적인 지형 및 세부 지역에 대한 상세한 지형정보의 수집, 저장, 관리, 분석, 및 처리가 필요하다. 예를 들어, GIS를 이용해서 이동통신 기지국 설계를 하고자할 때, 전파예측을 위해서 지형정보를 기본적으로 필요로 한다.

본 논문은 3차원 지형정보를 획득하는 한 방법으로서 등고선도를 스캐너로 입력하여 등고선을 추출하여 그 것을 보간하여 수치고도모델을 제작할 때 발생하는 문제점에 관한 것이다. 등고선 사이의 높이를 보간하는 방법은 다수 알려져 있으나(이, 1994; 이, 1995; Barrett et al.,1994; Cheng and Idesawa,1986) 이 방법들은 봉우리와 같이 하나의 등고선에 의해 닫혀 있는 영역의 높이를 보간하는 데는 적용되지 못한다. 본 논문에서는 하나의 등고선에 의해 닫혀 있는 영역의 높이를 합리적이고 자연스럽게 보간하는 방법을 제안한다.

II. 등고선 보간의 문제점

입력된 등고선 정보로부터 등고선이 아닌 영역의 높이를 추정하는 데는 중간선방법(Barrett et al., 1994), 선형보간법(이, 1994)을 비롯한 다양한 방법이 제안되었다. 등고선 보간의 유일한 정답은 없으나 몇가지 중요한 성질을 만족해야하는데, 첫째로 등고선 사이에 있는 점의 높이는 그 점이 안쪽 등고선과 바깥쪽 등고선에 얼마나 가까운가에 의해서 결정되어야한다. 예를 들어, 하나의 점이 안쪽 등고선에 아주 가깝고 바깥쪽 등고선에서 멀다면 그 점의 높이는 안쪽 등고선 높이에 가까워야한다. 둘째, 복원된 지형은 자연스러워야 한다. 즉 이웃한 점간의 큰 높이 차가 없어야 하고 갑자기 솟은 점이나 들어간 점이 존재하지 않아야 한다. 셋째, 바깥쪽 등고선에서 시작하여 안쪽 등고선으로 진행할 때 높이가 일정한 양만큼씩 일정한 경향을 가지고 점진적으로 증가 또는 감소하여야 한다. 예를 들어서 선형 보간식의 경우 다음과 같은 보간식을 사용하는데 위의 세 가지 조건을 만족한다. Fig. 1에서 등고선 A, B의 높이를 각각 h_1, h_2 ($h_1 > h_2$)라고 하고 각 등고선과 점 p의 최단거리를 각각 d_1, d_2 라고 할 때 사이의 점 p의 고도 H는 다음과 같다.

$$H = h_2 + (h_1 - h_2) * d_2 / (d_1 + d_2) \dots\dots\dots (1)$$

선형 보간식은 등고선 사이의 높이를 합리적으로 보간하지만 하나의 등고선만으로 닫혀있는 영역의 고도계산에는 적용될 수 없다는 단점이 있다(Fig. 2-(a)). 선형 보간식을 적용하기 위해서는 반드시 서로 다른 고도를 갖는 두 등고선의 고도와 거리가 참조되어야 하기 때문이다. 예를 들어, Fig. 2-(b)에서 보이는 바와 같이 보간할 때 아주 부자연한 모습으로 보간이 된다. 이 그림에서 p,

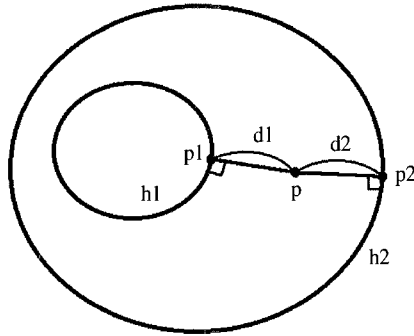


Fig. 1. Interpolation of a point between two contour lines.

p_4 는 점 p 의 높이를 구하기 위해서 투영면에 그린 보조선이 내부 등고선과 만나는 점이고, q_1, q_2 는 외부 등고선과 만나는 점이다.

이러한 문제점을 해결하기 위해서 이(1994)의 연구에서는 단일 등고선의 내부점 높이 계산에 스플라인 곡선을 사용한 방법을 제안하였다(Fig. 2-(c)). 그러나 이 방법 또한 Fig. 3의 예에서 보이는 것과 같이 잘못된 높이 계산을 할 수 있다는 문제점이 있다.

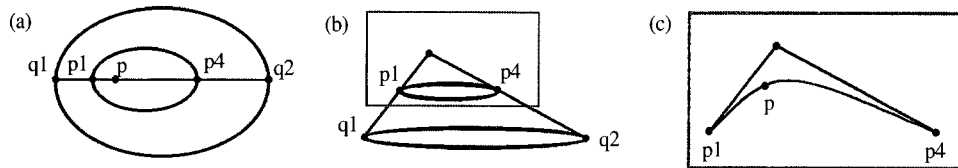


Fig. 2. Interpolation of a point in a single closed contour line.

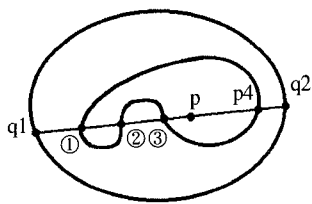


Fig. 3. A case with which the spline interpolation method cannot deal properly; neither point of ①, ②, ③ cannot produce correct height of point P.

III. 단일 등고선 내부점의 보간

2차원 등고선도를 살펴보면 대부분의 영역은 서로 다른 높이를 갖는 두 개의 등고선으로 둘러싸인 영역으로 존재한다. 이러한 영역은 앞에서 살펴본 선형 보간법을 사용하여 합리적인 고도를 추정해 낼 수 있으나 산의 봉우리 부분과 같은 하나의 등고선으로 닫혀있는 영역의 보간은 불가

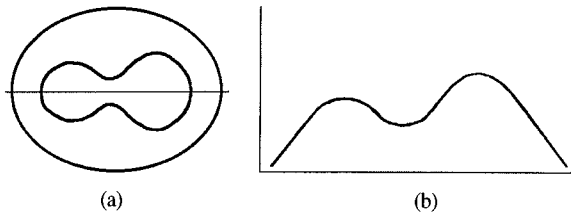


Fig. 4. A natural interpolation in a single contour line; given contour lines of (a), the cross section of the height along the straight line should be like (b).

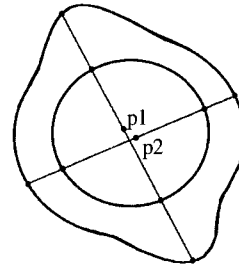


Fig. 5. According to the different control lines selected, the heights of P1 and P2 exhibit great difference, which is unnatural.

능하다. 때문에 선형 보간법을 사용하는 시스템에 있어서 이러한 부분의 보간은 보통 가상의 등고선을 봉우리의 정상이라 추정되는 부분에 임의로 입력해 넣어 보간작업을 하고있다.

본 논문에서는 이러한 임의의 등고선 추가작업 없이도 닫힌 영역을 둘러싸고 있는 등고선 하나만으로 내부영역의 고도를 복원하는 방법을 제안한다. 복원된 내부점의 높이는 유일한 정답은 없지만 앞서 언급된 몇가지 중요한 성질을 만족해야 하고 Fig. 4의 예에 보이는 바와 같이 자연스러운 복원이 이루어져야한다.

이(1994)의 내부점 보간 방식에는 두 가지 문제점이 있는데 하나는 이미 살펴본 잘못 설정된 제어선에 의한 것이고(Fig. 3) 또다른 하나의 문제점은 Fig. 5에서 보이는 경우와 같이 인접하는 점과의 큰 높이 차이가 발생할 수 있어서 자연스러운 지형이 생성되지 않는다는 점이다.

1. 제어점의 선택

Fig. 3의 경우와 같이 제어점 선택의 오류로 인해 잘못된 고도가 계산되는 것은 내측 등고선을 횡단해서까지 외측 등고선을 찾아야 한다는 점과 제어점들을 단일 평면상에서 구해내는 알고리즘의 문제점에서 비롯된다. 이러한 점을 해결하기 위해서 본 연구에서는 Fig. 6에 보이는 것과 같은 방식으로 제어점을 선택한다. 즉, 3차곡선 계산을 위한 제어점을 외측 등고선에서 구하는 것이 아니라, 내측 등고선과 제어선이 교차한 지점의 접선과 직교하는 선의 바깥 영역 쪽으로 임계치 만큼 떨어진 점에서 구하는 방법이다. q_1, q_2 와 같은 점의 고도는 선형 보간법에 의해서 구할 수 있으므로 Fig. 3의 예와 같은 경우에도 잘못된 제어점 설정으로 인한 고도계산의 오류를 발생시키지 않는다. 그러나 이러한 방법으로 구한 제어점들은 단일 평면상에 존재하지만은 않으므로 이(1994)의 스플라인 곡선 계산에는 직접적으로 사용될 수 없다. 본 논문에서는 단일 평면상에 존재하지 않는 제어점들로 3차 곡선식을 계산하는 방법을 다음 절에서 보인다.

위의 방법으로 제어점을 선택하여도 자연스러운 지형을 보간해 내기에는 아직 부족하다. 하나의 3차곡선만을 이용하여 고도를 보간할 경우 인접하는 점들과의 부드러운 연결성이 보장될 수 없다. 왜냐하면 인접한 점이라 하더라도 제어선과 제어점이 어떻게 설정되느냐에 따라 급격한 고도차이

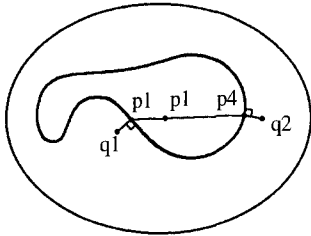


Fig. 6. A new selection of a control line.

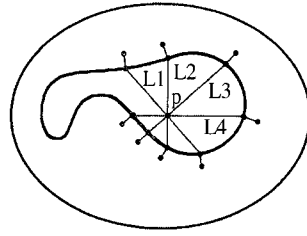


Fig. 7. Interpolation of a point P using the average of the results by multiple control lines.

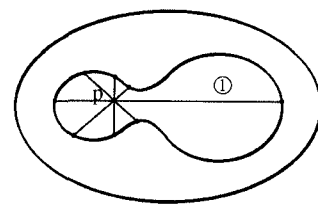


Fig. 8. A control line which contributes to the error: control line ① is not proper for the calculation of the average.

가 발생할 수 있기 때문이다(Fig. 5).

이러한 점을 보완하기 위해 본 논문에서는 평균법을 사용하였다. 하나의 3차 곡선만으로 고도를 계산하는 것이 아니라, 임의의 점 P를 중심으로 같은 각도만큼 회전하며 그어진 제어선들과 각각의 제어점들로 구성되는 3차곡선들로서 계산해 낸 모든 고도값들의 평균을 고도로 사용하는 것이다(Fig. 7).

그러나 모든 제어선들의 값을 평균계산에 포함시킬 경우 잘못된 고도계산이 이루어 질 수 있다. Fig. 8의 경우에서와 같이 평균계산에 오류를 유발할 수 있는 제어선들은 제외시켜야만 한다.

이러한 계산에 오류를 발생시킬 수 있는 제어선들을 제거하기 위해 다음과 같은 방법을 사용한다. Fig.에서 가장 긴 제어선의 길이를 L_{max} , 가장 짧은 제어선의 길이를 L_{min} 이라고 할 때 다음과 같이 정규화된 길이 d 를 계산해서 그것이 미리 정해진 임계값 T 보다 큰 제어선들은 계산에서 제외한다.

$$d = (L - L_{min}) / (L_{max} - L_{min}) \dots\dots\dots (2)$$

2. 3차곡선의 계산

본 논문에서는 단일 평면상에 존재하지 않는 제어점들을 통해 3차 곡선을 계산하여 고도보간에 사용한다. 3차곡선을 계산하는 방법은 다음과 같다.

Fig. 9에서 점 P_A, P_B, P_C, P_D 는 Fig. 6의 방법으로 얻어진 제어점들이다. 점 P의 고도를 구하기 위해 제어점 P_A 와 P_B 를 지나는 3차 곡선의 xy 평면상에 투영된 함수를 다음과 같다고 할 때,

$$Y(x) = Ax^3 + Bx^2 + Cx + D \dots\dots\dots (3)$$

Fig. 10에서 d_1 은 점 P_A 에서 점P 방향으로의 접선의 기울기이며, d_2 는 점 P_C 에서 점 P방향으로의 접선 기울기이다. d_1 과 d_2 를 알고 있다고 가정할 때, 다음 네 다항식을 연립 방정식으로 풀면 $Y(x)$ 를 얻어낼 수 있다.

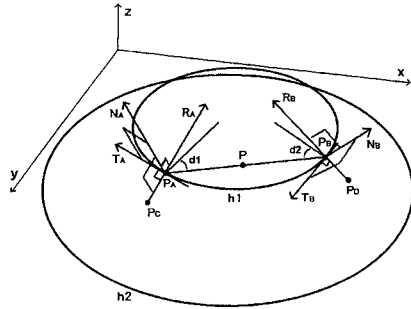


Fig. 9. A schematic for the calculation of a cubic curve.

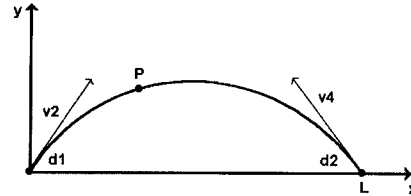


Fig. 10. Projection of the cubic curve through PA and PB on xy plane.

$$\begin{aligned}
 Y(0) &= D & &= 0 \\
 Y(L) &= AL^3 + BL^2 + CL + D & &= 0 \dots\dots\dots (4) \\
 Y'(0) &= C & &= d1 \\
 Y'(L) &= 3AL^2 + 2BL + C & &= d2
 \end{aligned}$$

따라서 점 P의 높이는 $Y(P) + h1$ 이 된다.

기울기 d1과 d2를 구하는 방법은 다음과 같다. Fig. 9의 PA에서 접선방향으로 가장 큰 경사를 갖는 접선 벡터를 RA라고 할 때 그것은 $(x_A - x_C, y_A - y_C, h)$, $h = h1 - z_C$ 이다.

PA에서의 법선 벡터 NA는 다음과 같이 구할 수 있다. 여기서 TA는 PA에서 수평방향으로의 접선 벡터로서 등고선으로부터 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}
 N_A &= R_A \times T_A = \begin{vmatrix} x & y & z \\ R_{Ax} & R_{Ay} & R_{Az} \\ T_{Ax} & T_{Ay} & 0 \end{vmatrix} \\
 &= (-R_{Az} \cdot T_{Ay}, R_{Az} T_{Ax} - R_{Ax} T_{Ay}, R_{Ax} T_{Ay}) \dots\dots\dots (5) \\
 &= (-h T_{Ay}, h T_{Ax} - (x_A - x_C) T_{Ay}, (y_A - y_C) T_{Ax})
 \end{aligned}$$

PA에서 PB방향으로의 접선 벡터를 구하기 위해 PA에서의 tangent plane과 직선 P_AP_B를 포함하고 xy평면에 수직인 면과의 교차직선을 구한다. PA에서의 tangent plane의 식은

$$(x-x_A)N_{Ax} + (y-y_A)N_{Ay} + (z-z_A)N_{Az} = 0 \dots\dots\dots (6)$$

직선 P_AP_B를 포함하고 xy평면에 수직인 면의 식은

$$y = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} x + (y_A - \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \cdot x_A) = mx + b \dots\dots\dots (7)$$

(7)을 (6)에 대입하면

$$\begin{aligned}
 (x-x_A) N_{Ax} + (mx + b - y_A) N_{Ay} + (z-z_A) N_{Az} &= 0 \\
 (N_{Ax} + mN_{Ay})x + N_{Az}z + (-x_A N_{Ax} + (b-y_A) N_{Ay} - z_A N_{Az}) &= 0 \dots\dots\dots (8)
 \end{aligned}$$

따라서 P_A 에서 P_B 방향으로의 접선 벡터에서

$$d1 = \frac{dz}{dx}_{x=x_A} = \frac{-(N_{Ax} + mN_{Ay})}{N_{Az}} = \frac{h(T_{Ay} - mT_{Ax})}{(x_A - x_C)T_{Ay} - (y_A - y_C)T_{Ax}} \dots\dots\dots (9)$$

$$d2 = \frac{dz}{dx}_{x=x_B} = \frac{-(N_{Bx} + mN_{By})}{N_{Bz}} = \frac{h(T_{By} - mT_{Bx})}{(x_B - x_D)T_{By} - (y_B - y_D)T_{Bx}} \dots\dots\dots (10)$$

즉 $d1$ 은 점 P_A 를 포함하고 벡터 N_A 와 수직인 평면과, 선분 P_AP_B 를 포함하고 xy 평면과 수직인 평면과의 교차직선의 기울기이며, $d2$ 는 점 P_B 를 포함하고 벡터 N_B 와 수직인 평면과, 선분 P_AP_B 를 포함하고 xy 평면과 수직인 평면과의 교차직선의 기울기이다.

이상과 같은 방법으로 단일 평면상에 존재하지 않는 제어점 P_A, P_B, P_C, P_D 를 이용하여 3차곡선을 구성, 점 P 의 고도를 계산해 낼 수 있다.

IV. 실험 결과

본 논문에서 제안된 방법을 인위적 등고선과 실제 등고선에 대해서 적용하였다. 실험환경은 펜티엄 166/64MB 에서 Visual c++ 5.0 을 사용하였다. 그 결과 Fig. 11에 보이는 인위적 등고선에 대해서도 정상외의 모양이 두 개의 봉우리를 갖고 자연스러운 모양으로 복원됨을 볼 수 있고, Fig. 12에 보이는 실제 등고선의 경우에도 정상외가 자연스럽게 보간 되었음을 알 수 있었으며 실제 높이와 비교한 결과 94.53%의 정확성을 보였다. 여기서 정확성은 높이를 알고있는 점들, 즉 고도 보간에 사용되지 않은 세부 등고선의 데이터를 사용해서 측정된 것이다. 소요 시간은 Fig. 12의 경우 40초 정도 걸렸는데, 알고리즘의 최적화를 염두에 둔 프로그램이 아니므로 개선의 여지는 존재한다.

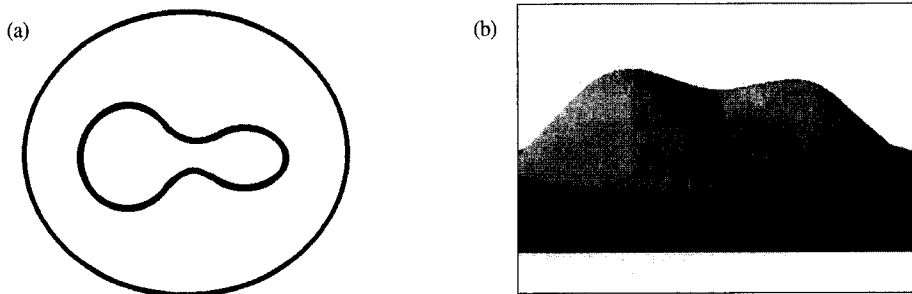


Fig. 11. Artificial contour lines and the interpolation.

V. 결론

시중에서 구할 수 있는 지형도를 스캐너로 입력받아 이미지를 바탕으로 사용자 인터페이스를

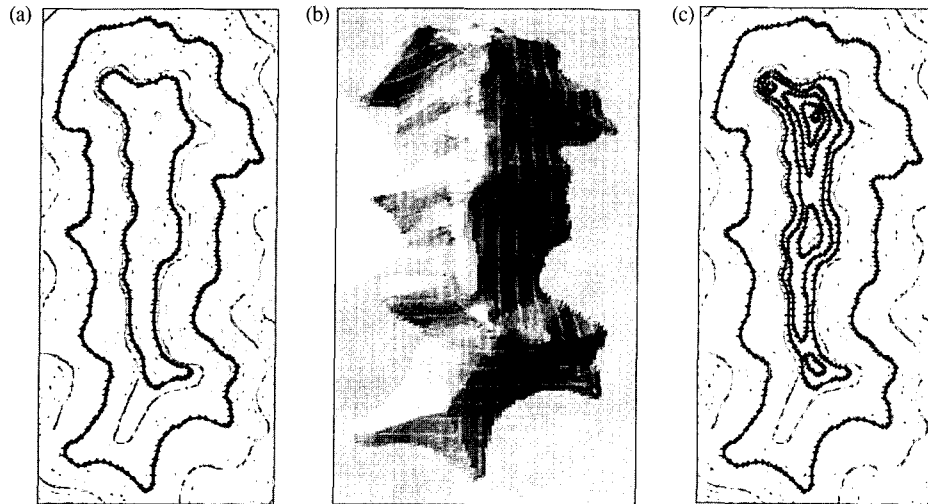


Fig. 12. Real contour lines and the interpolation:(a)contour lines used for interpolation (b)result of the interpolation (c)points for the evaluation of the accuracy.

통해 등고선 정보를 구축한 후, 그 정보를 바탕으로 수치고도모델을 생성하는 과정에 있어서 발생하는 문제점에 대한 해법을 제시하였다. 산봉우리와 같이 참조해야 할 등고선이 하나밖에 없는 영역에 대해 외곽의 두 등고선의 궤적을 참조하여 자연스러운 모양으로 보간하는 알고리즘을 제시하였다. 이러한 보간법은 완만한 굴곡을 갖는 산등성이의 묘사에 있어서 효과적으로 사용될 수 있다. 인위적인 등고선과 실제의 등고선에 대해서 적용한 결과 자연스러우며 비교적 정확하게 산봉우리를 복원할 수 있었다.

사 사

이 논문은 단국대학교 대학연구비 지원에 의해 연구되었음.

참고문헌

- 이우진, 1994. "2차원 지형도를 이용한 수치고도모델(DEM)의 자동 생성", 단국대학교(석사학위논문).
이종선, 1995. "고도행렬과 등고선도간의 효율적인 변환을 위한 영상공간 알고리즘", 전북대학교(박사학위논문).
W. B Barrett, E. Mortensen, and D. Taylor, 1994. "An image space algorithm for morphological contour interpolation" *Proceedings of graphics interface '94*, pp.16-24.
K. Cheng and M. Idesawa, 1986. "A simplified method of data form conversion from contour line surface model to mesh surface model" *Proceedings of ICPR*, pp.582-585