

비다양체 모델의 오프셋 기능 개발

이 상 현*

Offsetting Operations in Non-manifold Geometric Modeling

Sang Hun Lee*

ABSTRACT

This paper introduces non-manifold offsetting operations, which add or remove a uniform thickness from a given non-manifold model. Since these operations can be applied to not only solids but also wireframe or sheet objects, they are potentially useful for pipeline modeling, sheet metal and plastic part modeling, tolerance analysis, clearance checking, constant-radius rounding and filleting of solids, converting of abstracted models to solids, NC tool path generation and so on. This paper describes mathematical properties and algorithms for non-manifold offsetting. In this algorithm, a sufficient set of tentative faces are generated first by offsetting all or a subset of the vertices, edges and faces of the non-manifold model. And then they are merged into a model using the Boolean operations. Finally topological entities which are within offset distance are removed. The partially modified offsetting algorithms for wireframes or sheets are also discussed in order to provide more practical offset models.

Key words : CAD, Geometric modeling, Non-manifold, Offset

1. 서 론

1.1 연구의 필요성

오프셋 작업(offsetting operation)은 주어진 물체에 일정한 두께의 살을 덧붙이거나 빼는 작업이다. 즉, 어떤 물체에 대해서 양의 방향으로 거리 r 만큼 오프셋을 시키면 물체의 경계로부터 거리 r 이내에 놓여있는 모든 점들을 원래 물체에 더해 주는 것이고, 음의 방향으로 오프셋을 시키면 경계로부터 거리 r 이내의 모든 점들을 제거한 형상이 된다.

이러한 오프셋 작업은 솔리드 모델뿐만 아니라, 박판 모델이나 와이어프레임(wireframe) 모델에도 적용시킬 수 있다. 여기서 말하는 박판 모델은 곡면 모델로서 하나의 모서리에 3개 이상의 곡면도 인접해 있을 수 있는 구조로 되어있는 것을 뜻한다. 와이어프레임 물체에 대한 오프셋 작업은 플랜트나 선박등에서의 배관 설계 시 배관의 3차원 모델을 얻

고자 할 때 유용하며, 박판 모델에 대한 오프셋은 얇고 두께가 일정한 판금 제품이나 플라스틱 사출품 등을 설계할 때 효과적으로 사용될 수 있다^[1,2]. 또한 솔리드 모델에 대한 오프셋 작업은 공차 해석, 틈새 검사, NC 공구 경로 계산, 충돌을 피하는 로봇트 동작 경로 계획, 일정한 반경의 라운딩(rounding)과 필렛팅(filleting) 등에 응용될 수 있다^[3]. 나아가 와이어프레임과 곡면 모델이 혼합되어 있는 축약 모델로부터 솔리드 모델을 생성시키고자 할 때도 오프셋 작업이 사용될 수 있다^[4].

그러나 기존의 형상 모델링 시스템에서는 와이어프레임, 박판, 또는 솔리드 가운데 한 가지만이 표현 가능했으므로 이들에 대한 오프셋 작업들은 각각 개별적으로 개발될 수 밖에 없었고, 따라서 각각은 한정된 응용 분야에 대해서만 그 해를 제공하였다. 그러나 최근 들어 와이어프레임, 박판 그리고 솔리드가 하나의 자료 구조로 표현될 수 있는 비다양체 형상 모델러가 개발됨으로써 이들 각각에 대한 오프셋 작업들을 하나의 모델링 환경 내에서 수행할 수 있게 되

*중진회원, 국민대학교 기계·자동차공학부

었다. 이에 본 논문에서는 비다양체 모델의 옹셋 작업을 수학적으로 정의하고, 비다양체 모델러에서 이를 구현할 수 있는 알고리즘에 대하여 소개하고자 한다.

제 1장에서는 비다양체 옹셋 작업의 필요성과 관련된 연구를 소개하며, 제 2장에서는 비다양체 옹셋 작업을 정의하고 그에 대한 수학적 특성을 살펴보도록 하겠다. 제 3장에서는 본 논문의 옹셋 작업을 구현한 비다양체 형상 모델링 시스템에 대한 간략한 소개가 있으며, 제 4장에서는 비다양체 옹셋 작업의 내부 알고리즘에 대하여 소개하고, 제 5장에서는 본 옹셋 작업을 적용시킨 예와 나아가 와이어프레임과 박판 모델에 대하여 이 알고리즘을 일부 수정함으로써 실용적인 결과를 손쉽게 얻을 수 있음을 보여 주도록 하겠다.

1.2 관련 연구

먼저, 솔리드 모델의 옹셋 작업에 관한 연구를 먼저 살펴 보도록 하겠다. Rossignac과 Requicha^[1]는 CSG 표현 방식의 솔리드 모델러에서 옹셋 작업이 CSG 트리내의 비단말 노드(non-terminal node)로 들어가는 CSGO(CSG with offsetting)를 정의함으로써 옹셋된 솔리드를 표현하도록 하였다. 그럼으로써 CSG 방식의 문제점, 즉 솔리드 모델이 어떤 기본 입체들의 불리안 조합으로 표현될 때, 이 기본 입체들을 각각 옹셋시켜 동일한 불리안 조합으로 형상을 만들더라도 이는 옹셋 솔리드 형상과는 다르다는 것을 극복할 수 있었다.

Farouki^[2]는 경계 표현 방식을 사용하는 솔리드 모델러에서 간단한 유형의 솔리드에 대하여 옹셋 솔리드를 만드는 과정을 제안하였다. 여기서의 옹셋 과정은 먼저 면, 모서리, 꼭지점에 대해 각각의 옹셋 곡면 조각들을 만든 다음, 이들을 이어 붙여서 새로운 옹셋 솔리드를 만드는 것이었다. 그러나 이 알고리즘은 단지 불록한 솔리드 형상에 대해서만 적용시킬 수 있는 것으로서 오목한 모서리나 꼭지점이 있는 경우에는 사용할 수 없는 한계를 가지고 있다.

Chiyokura와 Satoh^[3]는 먼저 Winged-edge data structure내에서 geometric face와 non-geometric face로 이루어진 박판 면(lamina face)으로 open set을 정의하고, open set들 간의 불리안 작업을 먼저 개발한 다음, 이 불리안 작업을 사용하여 옹셋 솔리드 생성 기능과 자기 간섭을 일으키는 솔리드를 수정하는 방법을 개발하였다. 옹셋 솔리드의 생성 과정은 먼저 각 면들에 대한 옹셋 곡면을 갖는 open set들을 생성시

킨 다음, 이들 간의 불리안 합집합 작업을 행하고, 끝으로 불록한 모서리(convex edge)에 기인한 open set들 간의 틈을 오일러 작업을 사용하여 적당히 배워줌으로써 이루어진다. 그러나 그 틈을 구체적으로 어떻게 배워 줄 것인가에 대한 구체적인 언급이 없다.

Forsyth^[7]는 모델의 모든 면의 꼭면들에 대한 옹셋 꼭면들을 구하고, 이들 옹셋 꼭면을 교차하여 모서리의 옹셋 곡선들을 구하고, 이 곡선들을 다시 교차시켜 옹셋 꼭지점의 좌표를 구한다. 다음, 이들 옹셋된 곡면, 곡선, 꼭지점 좌표들로 원래의 것들을 치환한다. 끝으로 각진 모서리와 꼭지점을 라운딩하여 일정한 반경의 옹셋 솔리드 모델을 만들도록 하였다. 또한 이 솔리드 옹셋 알고리즘을 원용하여 솔리드 모델에 대한 셸링(shelling) 작업을 제시하였다.

한편, 꼭면 모델을 옹셋시켜 얇은 두께의 솔리드를 만드는 방법에 대한 연구가 솔리드의 옹셋과는 별도로 진행되어 왔다. 기본적으로 이 방법은 먼저 물체의 외곽 혹은 내곽의 형상을 두께가 0인 박판 모델을 만든 후 이를 옹셋시켜 솔리드를 만드는 것이다.

Stroud^[8]는 BUILD에서 사용한 솔리드의 경계 표현 방식의 자료 구조를 사용하여 박판 모델을 양쪽 면들이 같은 곡면을 갖는 두께가 없는 솔리드로 나타내고, 이로부터 두께를 갖는 솔리드 모델로 변환시키는 과정을 개발하였다. 변환 과정은 먼저 박판의 바깥쪽 경계 모서리인 sharp edge를 쪼개서 두께면의 위상 요소들을 만드는 등, 솔리드에 나타날 위상 요소들을 먼저 만들어 둔다. 그 다음 솔리드의 각 꼭지점의 좌표, 각 모서리의 곡선, 그리고 각 면의 곡면들을 계산하여 모델의 기하학적인 정보를 계산된 값으로 치환시킨다. 이 방법은 수학적으로 완전한 박판의 옹셋 솔리드를 구한 것은 아니며, 따라서 두께면이나 불록한 모서리등에 튜브 형상의 곡면을 쓰지 않음으로써 발생하는 실제 제품과는 거리가 먼 현상들이 발생했을 때, 이를 적절히 보정해 주지 못한다.

Lee와 Kwon^[2] 그리고 Lim과 Lee^[9]의 박판 모델러는 자료 구조를 솔리드 모델을 위한 자료 구조인 Winged-edge data structure를 사용한다는 점에서 Stroud와 유사하나, 여기서는 박판 모델이 두께를 갖는 솔리드 모델의 위상 정보를 고스란히 가지고 있다는 점에서 다르다. 따라서 박판 모델의 솔리드로의 변환 과정은 개념상으로는 단지 기하학적인 정보

만 대치함으로써 이루어 질 수 있도록 하였다. 또한 Stroud와 달리 솔리드 변환 과정에서 퇴화된 두께면들을 회복시킬 때 발생하는 위상의 변화에 대한 처리 방법을 제시하였다.

그러나 이상과 같이 솔리드의 경계 표현을 박판에 까지 확장 적용시키고 박판 모델로부터 읍셋 된 솔리드를 얻는 방식에는 많은 문제점이 있다. 먼저 비다양체 물체인 박판을 다양체 자료 구조로 표현함으로써 위상 요소들간의 인접 관계에 대한 적절한 정보를 가지고 있지 않고, 이로 말미암아 박판 모델링 기능의 개발에 어려움이 많게 되고, 솔리드로의 변환 알고리즘이 복잡하게 되었다.

이러한 문제를 해결하기 위하여 이상현¹¹⁾은 비다양체 자료 구조를 사용한 박판 모델러와 솔리드로의 변환 과정을 제안하였다. 여기에서의 솔리드 변환 과정은 먼저 모든 부분면과 모서리 및 꼭지점에 대하여 읍셋 박판 모델들을 생성하고 이들을 불리안 합 작업으로 합친 다음, 불필요한 면들을 소거시키는 방법을 사용하였다. 두께면의 형상은 실용적인 이유로 앞의 연구들과 마찬가지로 직선 단면을 모서리를 따라 스윙핑한 곡면을 사용하였다.

한편, 와이어프레임의 읍셋에 관한 논문은 아직 발표된 바가 없으나, 기존 솔리드 모델러에서 스윙핑 작업들을 조합하여 이를 구현할 수도 있을 것이다. 즉, 스윙핑할 대상을 원이나 구로 하고, 스윙핑 경로를 와이어프레임의 각 모서리로 한 후 이를 합치면 와이어프레임의 읍셋 모델이 만들어 질 것이다. 그러나 솔리드 모델러에서는 와이어프레임 형상이 표현 저장될 수 있는 것은 아니고 단지 스윙핑의 입력과정에서 일시적으로 사용되는 것이라 할 수 있다. 또한 비다양체 모델의 읍셋에 관한 논문도 아직 발표된 바가 없다.

2. 읍셋의 수학적 정의

2.1 비다양체 모델의 수학적 정의

본 연구의 대상은 비다양체 물체이며, 이에 대한 적절한 수학적인 모델로서 유클리드 포복체(Euclidean cell complex)를 도입하였다. n 차원 유클리드 공간 E^n 에서 유한개의 포복체들의 집합이 다음의 세 가지 조건을 만족시킬 때, X 를 유클리드 포복체라고 정의한다¹²⁾. 여기서 n 차원 포복체(n -cell)는 n 차원 열린 구(open sphere)와 동위상(homeomorphic)인 E^n 의 부분 집합으로 정의한다. 이를 기하학적 형상 모델러에서 사용되는 위상 요소들과 비교해 보면, 0차원 포

복체(0-cell)는 꼭지점(vertex), 1차원 포복체(1-cell)는 모서리(edge), 2차원 포복체(2-cell)는 면(face), 그리고 3차원 포복체(3-cell)는 영역(region)에 각각 해당된다. 또 포복체 e 의 경계까지 포함하는 것을 e 의 폐포(closure)라고 정의하고 $[e]$ 라고 쓰도록 하겠다. 본 논문에서는 E^3 에 존재하는 물체를 대상으로 하기 때문에 3차원 유클리드 포복체를 사용하여 이를 표현하였다.

$$X = \bigcup_{\lambda \in A} e_\lambda, \quad A = \{0, 1, 2, \dots, n\}$$

$$[e_\lambda] - e_\lambda \subset \{e_\mu \mid \dim(e_\mu) < \dim(e_\lambda)\} \quad \mu \in A, \lambda \in A$$

$$e_\lambda \cap e_\mu = \emptyset, \quad \lambda \neq \mu, \mu \in A, \lambda \in A$$

첫번째 조건의 의미는 n 차원 포복체는 0차원부터 n 차원까지의 유클리드 포복체(Euclidean cell)들의 집합으로 이루어 진다는 것이다. 두번째 조건은 각 포복체들의 경계는 그보다 낮은 차원의 포복체들으로써 이루어 진다는 것이다. 따라서 어떠한 포복체도 항상 닫혀 있으며, 경계가 없이 열려 있는 위상 요소들은 포함하고 있지 않다. 세번째 조건은 어떠한 위상 요소도 서로 교차하지 않는다는 것을 뜻한다.

3차원 공간인 영역은 보통 비다양체 모델러에서는 볼륨(volume)과 캐비티(cavity) 영역으로 분류한다. 볼륨은 물질에 의해 채워져 있는 공간을, 캐비티는 비어있는 공간을 뜻한다. 보통 자료 구조에서는 이를 영역의 특성치(attribute) 저장 부분에 둘 중 어느 쪽인지를 표시해 둔다.

2.2 읍셋의 수학적 정의 및 특성

2.2.1 읍셋의 정의

3차원 포복체로 정의되는 비다양체 물체를 X 라 하면, X 를 양의 방향으로 거리 r 만큼 읍셋시키는 작업을 연산자 \oplus 로써 나타내면 읍셋 작업의 결과 X_r 는 다음과 같다¹³⁾.

$$X_r = X \oplus r = \{p_r \mid \exists p \in X, \|p_r - p\| \leq r\}$$

여기서 만일 X 가 비어 있으면, X_r 또한 공집합이 된다. 또한 이와 동등한 정의는 다음과 같다.

$$X \oplus r = \bigcup_{p \in X} B^*(p, r)$$

단, 여기서 $B^*(p, r) = \{p_r \mid \|p_r - p\| \leq r\}$ 이고, 이는 p 를 중심으로 반경이 r 인 구를 나타낸다. 즉, 읍셋 X_r 는 반경이 r 인 솔리드 구를 만들어, 그 구의 중점을 X 의 모든 점들에 대하여 움직여 지나갔을 때 쓸려

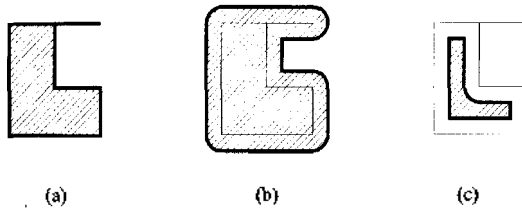


Fig. 1. Non-manifold offsetting operations (a) a simple non-manifold object composed of a sheet and a L-shaped solid (b) a positive offset (c) a negative offset.

지나간 볼륨이라고 할 수 있다.

한편, X 에 대한 음의 방향으로의 오프셋은 X 의 여집합(complement)을 취하여, 이를 양의 방향으로 오프셋한 후, 다시 여집합을 취함으로써 얻을 수 있다. X 의 여집합을 c^*X 로 나타내고, 음의 오프셋 작업에 대한 연산자를 \ominus 로 표시하면 음의 오프셋에 대한 정의를 다음 식으로 표현할 수 있다.

$$X \ominus r = c^*((c^*X) \oplus r)$$

여기서 3차원 포복체의 여집합은 영역의 볼륨과 케비티를 서로 바꿈으로써 간단히 구해진다.

예를 들어 Fig. 1(a)에서처럼 박판과 슬리드가 결합된 간단한 비다양체 모델에 대하여 앞의 정의에 따라 양의 방향으로 오프셋시키면 Fig. 1(b)와 같이 되며, 음의 방향으로 오프셋시키면 Fig. 1(c)와 같은 결과가 얻어진다.

2.2.2 동등과 포함 관계

위의 오프셋에 대한 정의로부터 바로 다음과 같은 관계를 구할 수 있다. 첫째, 만일 두 개의 포복체 A 와 B 가 같다면, 그들의 오프셋 결과도 같다. 즉, $A=B$ 이면, $A \oplus r = B \oplus r$ 이고, $A \ominus r = B \ominus r$ 이다. 그러나 여기서 주의해야 할 것은 $A \oplus r = B \oplus r$ 이거나 $A \ominus r = B \ominus r$ 라고 해서 $A=B$ 라는 것은 아니다.

또한 모델들간의 포함 관계는 오프셋 작업 후에도 그대로 유지된다. 즉, 만일 $A \subset B$ 이면, $A \oplus r \subset B \oplus r$ 이고 $A \ominus r \subset B \ominus r$ 이다.

2.2.3 오프셋 작업에 대하여 닫혀 있음

만일 X 가 3차원 유클리드 포복체이면 이것의 오프셋 $X \oplus r$ 과 $X \ominus r$ 도 3차원 유클리드 포복체이다. 따라서 3차원 유클리드 포복체로 표현되는 비다양체 모델은 오프셋 작업에 대하여 닫혀있다고 할 수 있다. 그럼으로써 오프셋 작업을 비다양체 모델링 시스템에 추가시킬 수 있으며, 오프셋 작업 결과에 모델링 시스템의 다른 작업들을 적용시킬 수 있게 되었다.

2.2.4 연속적인 오프셋 작업

물체가 확장되는 양의 오프셋 작업들은 다음과 같이 서로 결합과 교환 법칙이 성립한다.

$$(X \oplus a) \oplus b = X \oplus (a+b) = (X \oplus b) \oplus a$$

이는 물체가 축소되는 음의 오프셋 작업들에 대해서도 마찬가지로 성립한다.

$$(X \ominus a) \ominus b = X \ominus (a+b) = (X \ominus b) \ominus a$$

하지만 일반적으로 양의 오프셋 작업과 음의 오프셋 작업은 서로 교환 법칙이 성립하지 않으며, 다음과 같은 관계를 갖고 있기 때문에 서로 역의 관계라고도 할 수 없다.

$$(X \ominus a) \oplus b \subset X \subset (X \oplus b) \ominus a$$

실제로 비다양체 모델에 대하여 양과 음의 오프셋 작업을 조합함으로써 라운딩(rounding)과 필렛팅(filleting) 효과를 볼 수가 있다. 즉, $(X \ominus a) \oplus b$ 는 볼록한 모서리와 꼭지점을 라운딩시키는 효과를, $(X \oplus b) \ominus a$ 는 오목한 모서리나 꼭지점을 필렛팅시키는 효과를 나타낸다^[1].

2.2.5 오프셋 모델의 경계

오프셋에 의해 확장된 물체 $X \oplus r$ 또는 축소된 물체 $X \ominus r$ 의 위상학적 경계는 X 로부터 거리 r 만큼 떨어진 점들의 집합에 된다. 즉,

$$\partial(X \oplus a) = \{p_0 \mid d(p_0, X) = r\}$$

$$\partial(X \ominus a) = \{p_0 \mid d(p_0, c^*X) = r\}$$

여기서

$$d(p_0, X) = \min \| p_0 - p \|, p \in X$$

로서 X 에 가장 가까운 점까지의 거리를 뜻하며, 또한

$$d(q, X) = d(q, \partial X), q \in X$$

의 관계가 성립한다.

한편, 오프셋 경계에 대해서는 다음과 같은 관계를 가지고 있다.

$$\partial(X \oplus r) \subset \partial(\partial X \oplus r)$$

이러한 성질은 오프셋 모델의 경계에 대한 전체 집합(superset)을 생성시키는데 유용하다. 즉, 비다양체 모델의 경계를 이루는 면, 모서리, 꼭지점들에 대하여 각각 오프셋시킨 것들의 집합에 대한 경계가 이 오프셋 모델의 경계를 충분히 포함하고 있으므로, 그것들

가운데 불필요한 것들을 소거함으로써 읍셋 모델의 경계를 구할 수 있다. 이상과 같은 수학적 성질들을 이용하여 다음과 같이 비다양체 모델에 대한 읍셋 알고리즘을 개발하였다.

3. 비다양체 모델링 환경

본 논문에서 읍셋 작업의 구현을 위해 이상현의 부분 요소 자료 구조^[11]를 바탕으로 한 객체 지향형 비다양체 형상 모델링 커널인 ANYSHAPE을 사용하였다. 이상현의 자료 구조에서 사용되는 위상 요소들은 크게 일반적인 비다양체 모델러들에서 공통적으로 사용되는 기본 위상 요소들과 이 자료 구조에서만 특별히 사용되는 부분 위상 요소들로 구분할 수 있다. 먼저 기본 위상 요소들로서는 꼭지점, 모서리, 면, 영역, 루프(loop)와 셸(shell)이 있으며, 부분 위상 요소로는 부분 면(partial face), 부분 모서리(partial edge), 부분 꼭지점(partial vertex)의 3가지가 정의되어 사용된다. 이 부분 위상 요소들은 기본 위상 요소들간의 인접 관계를 효과적으로 나타내기 위하여 도입된 가상적인 요소들이다. 이 가운데 영역은 특성치(attribute)에 값을 주어 볼륨과 캐비티로 구분하도록 되어 있으며, 영역의 경계는 부분면들의 집합인 셸로 이루어져 있다. 각 부분면은 일반적으로 자신이 유래한 면에 대한 포인터를 가지고 있으며, 예외적인 경우로서 외꼭지점 셸이나 와이어 모서리인 경우에는 꼭지점 또는 모서리에 대한 포인터를 가지고 있다. 한편, ANYSHAPE에서는 일반적인 모델러들이 제공하는 기본 모델링 작업들, 즉, 오일러 작업(Euler operators), 기본 입체 생성 작업, 불리안 작업, 스윙핑 작업들을 갖추고 있으며, 읍셋 작업들은 이들을 사용하여 구현되었다.

4. 읍셋 알고리즘

본 장에서는 2장에 소개한 비다양체 읍셋에 대한 수학적 정의를 앞의 비다양체 모델링 환경 내에서 실제로 구현하기 위한 구체적인 알고리즘들을 소개하도록 하겠다. 여기에서는 주로 양의 읍셋에 대한 알고리즘에 대하여 설명되어 있으며, 만일 음의 읍셋인 경우에는 2장의 읍셋 정의에 입각하여 먼저 주어진 모델에 대한 여집합을 구하고, 그에 대해 양의 읍셋 과정을 그대로 적용시킨 후, 그 결과에 대해 다시 여집합을 구하면 그것이 곧 음의 읍셋 결과가 된다. 그러면 읍셋 알고리즘에 대하여 보다 상세히 설

명하도록 하겠다.

비다양체 모델의 읍셋 알고리즘

1. 만일 음의 방향의 읍셋이면 주어진 모델 X 의 여집합 $c*X$ 를 구하여 (즉, $X \leftarrow c*X$) 그것에 대해 다음 과정을 수행한다. 여기서 $c*X$ 는 X 의 영역들의 볼륨과 캐비티를 서로 맞바꿈으로서 쉽게 구할 수 있다.
2. X 의 경계 요소들 가운데 읍셋에 필요한 꼭지점, 모서리, 면들을 추출한다.
3. 각 꼭지점에 대한 읍셋 모델(X_v)을 만든다.
4. 각 모서리에 대한 읍셋 모델(X_e)을 만든다.
5. 각 면에 대한 읍셋 모델(X_f)을 만든다.
6. 읍셋 모델들간의 불리안 합집합을 수행하여 하나의 모델 X_0 을 만든다. 즉,

$$X_0 \leftarrow X_v's \cup X_e's \cup X_f's$$
7. X_0 의 위상 요소들 가운데, X 로부터 읍셋 거리 r 보다 가까이 있는 모든 위상 요소들을 소거한다.
8. 만일 음의 방향의 읍셋이었으면, 읍셋 모델의 여집합을 취한다. 즉,

$$X_0 \leftarrow c*X_0$$

그러면 위의 알고리즘의 여러 단계들 가운데에서 2부터 7까지를 다음의 4.1장부터 4.6장까지에서 보다 상세히 설명하도록 하겠다.

4.1 읍셋 대상 위상 요소들의 추출

대상 모델 X 의 경계 요소들 가운데 장차 읍셋 모델의 경계에 영향을 줄 가능성이 있는 모든 면, 모서

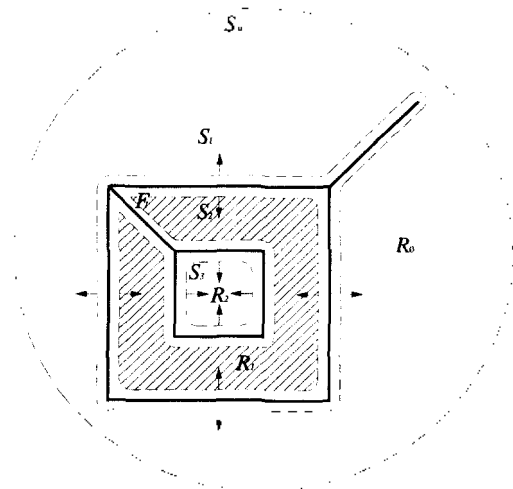


Fig. 2. A simple non-manifold model.

리, 꼭지점들을 추출하여 저장시킨다. 이를 위해 먼저 X 의 모든 영역들 중 캐비티에 해당되는 것들의 경계 셀들을 모두 추출한다. 다음, 그 셀들에 인접한 모든 면, 모서리, 꼭지점들을 추출하여 저장시킨다. Fig. 2에서와 같은 모델의 경우, 캐비티 영역 R_0 와 R_2 의 경계를 이루는 셀들 S_0, S_3 에 인접한 모든 면, 모서리, 꼭지점들이 이들에 해당된다. 따라서 S_1 에만 인접해 있는 F_1 과 같은 면은 오프셋의 대상에서 제외된다. 부분 요소 자료 구조에서 셀들은 법선이 영역의 내부를 향하도록 되어 있는데, 앞서 추출한 요소들을 바로 자신과 인접한 캐비티 영역의 셀들의 법선 방향으로 오프셋을 시키게 된다.

4.2 꼭지점의 오프셋 모델 생성

앞의 4.1장에서 추출한 꼭지점들에 대하여 오프셋 모델들을 생성시킨다. 꼭지점에 대한 거리 r 만큼의 양의 오프셋은, 반경이 r 이고 중심이 꼭지점의 좌표가 되는 구(sphere)로 정의할 수 있다. 그러나 오프셋 작업을 구현할 때 모든 꼭지점에 대하여 구를 생성시킬 필요는 없다. 꼭지점을 적절히 분류하여 필요한 경우에만 구 또는 구의 일부 조각에 해당하는 모델을 생성시키는 것이 전체 수행 시간을 줄이는 데 도움이 된다. 이에 대한 분류가 다음의 Table 1에 나타나 있다.

위의 표에서 구를 생성시키되, 굳이 구 전체를 만들지 않고 필요한 만큼의 구의 조각을 생성시켜도 되는 경우에 대해서 보다 상세히 설명하도록 하겠다.

4.2.1 와이어 모서리의 맨끝 꼭지점

위 표의 2. wire-edge vertex 인 경우로서 Fig. 3에서와 같이 꼭지점이 와이어 모서리의 맨 끝점인 경

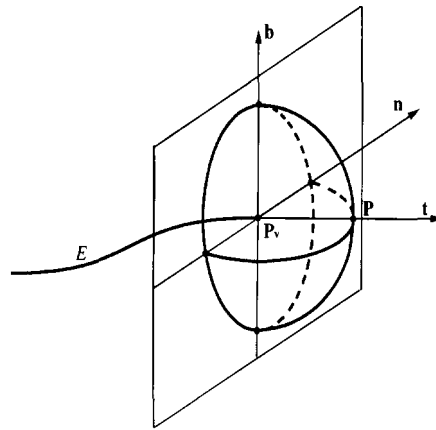


Fig. 3. Creating a hemisphere for a vertex offset.

우에는 반구의 박판 모델만 만들면 된다. 이때 반구의 경계가 되는 원의 방정식은 다음과 같다.

$$C(t) = p_v + r (\cos(t)n + \sin(t)b), \quad 0 \leq t \leq 2\pi$$

여기서 p_v 는 꼭지점의 좌표 벡터이며, t 는 꼭지점에서의 곡선의 단위 접선 벡터, n 은 단위 법선 벡터, b 는 배법선(binormal) 벡터로서 $b = t \times n$ 로 구해질 수 있다. 위의 원을 경계로 t 의 방향에 있는 반구를 선택하면 된다.

실제로 이 반구를 만들 때에는 모델러내에서 여러 가지 계산을 손쉽게 하기위해 Fig. 3에 나타난 것처럼 4개의 구 조각들을 붙여서 하나의 반구로 만든다. 그것에 대한 구체적인 알고리즘은 다음과 같다.

Table 1. Positive vertex offsets

Classification	Example	Condition	Positive offset result
1. Single-vertex shell		Always	Sphere
2. Wire-edge vertex		If two edges join smoothly (G^1 cont.)	ϕ
		In the case of an end vertex	Sphere (hemi)
3. Single-vertex loop		Otherwise	Sphere (partial)
		In the case of a singular point	ϕ
4. Sharp-edge vertex		Otherwise	Sphere (partial)
		If two edges join smoothly	ϕ
5. Inner vertex		If smooth	ϕ
		If concave	ϕ
		Otherwise	Sphere (partial)

반구 생성 알고리즘

1. 먼저 $C(t)$ 를 4등분한 $C(0), C(\pi/2), C(\pi), C(3\pi/2)$ 인 점들과 정점인 $\mathbf{p}=\mathbf{p}_v+r\mathbf{t}$ 의 좌표를 계산해 둔다.

2. 원을 와이어프레임 모델로 만든다. 이를 위해서 $\text{MMR} \rightarrow \text{MVS} \rightarrow 3*\text{MEV} \rightarrow \text{MEC}$ 의 순서로 오퍼러 작업을 수행시킨다. 여기에서 필요한 신생 꼭지점들의 좌표는 1.에서 계산해 둔 것을 쓴다.

3. 1.에서 구한 원상의4개의 꼭지점들과 정점인 \mathbf{p} 를 연결시킨다. 이때 과정은 $\text{MEV} \rightarrow \text{MEC} \rightarrow \text{MEC} \rightarrow \text{MEC}$ 의 순서로 진행되며, 그 결과는 새장과 같은 와이어프레임 모델이 되었다.

4. 끝으로 와이어프레임에 MFKC를 사용하여 면을 만들면서 구면을 곡면으로 지정하면 된다.

4.2.2 두 모서리가 부드럽게 만나지 않는 꼭지점

다음 2. wire-edge vertex와 3. sharp-edge vertex인 경우에 Fig. 4에서의 같이 꼭지점이 두 개의 모서리와 인접해 있고 그 두 모서리가 매끈하게 만나지 않는다면, 즉, G^1 연속성을 만족시키지 않는다면, 그 꼭지점에서의 양의 육섯은 구 전체를 만들 필요없이, 구의 일부 조각만을 만들면 된다. 이 경우 구 조각은 Fig. 4에 나타난 바와 같이 반원 단면을 꼭지점에서의 두 모서리의 접선 벡터들의 회전각(θ)만큼 회전

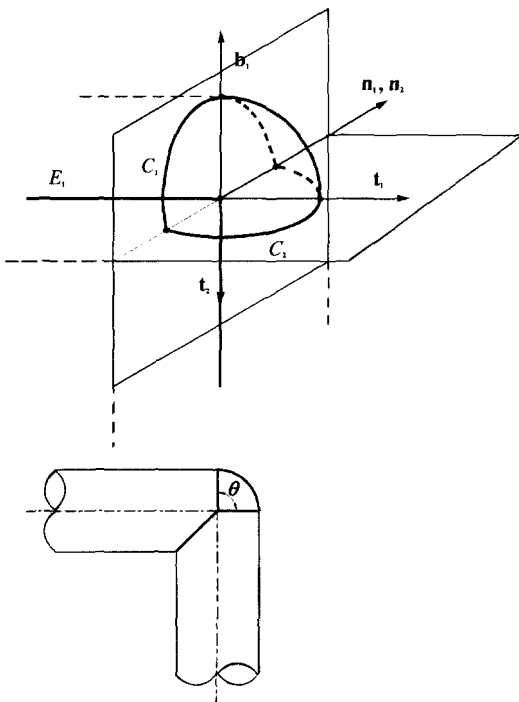


Fig. 4. Creating a spherical patch for a vertex offset.

시킨 형상이 된다. 이때 E_1 과 E_2 쪽의 반원에 대한 곡선 방정식 C_1 과 C_2 는 각각 다음과 같고, 두 곡선의 교차점은 $C_1(0), C_1(\pi)$ 이 된다.

$$C_1(t) = \mathbf{p}_v + r(\cos(t)\mathbf{n}_1 + \sin(t)\mathbf{b}_1), \quad 0 \leq t \leq \pi$$

$$C_2(t) = \mathbf{p}_v + r(\cos(t)\mathbf{n}_2 + \sin(t)\mathbf{b}_2), \quad 0 \leq t \leq \pi$$

여기서 \mathbf{p}_v 는 꼭지점의 좌표이며, \mathbf{t}_1 과 \mathbf{t}_2 는 각각 꼭지점에서의 E_1 과 E_2 의 단위 접선 벡터, \mathbf{n}_1 과 \mathbf{n}_2 는 각각 꼭지점에서의 E_1 과 E_2 의 단위 법선 벡터, \mathbf{b}_1 과 \mathbf{b}_2 는 각각 꼭지점에서의 E_1 과 E_2 의 배법선(binormal) 벡터로서 다음의 식으로 계산된다.

$$\mathbf{n}_1 = \mathbf{n}_2 = \mathbf{t}_1 \times \mathbf{t}_2$$

$$\mathbf{b}_1 = \mathbf{t}_1 \times \mathbf{n}_1$$

$$\mathbf{b}_2 = \mathbf{t}_2 \times \mathbf{n}_2$$

실제로 이 구 조각을 만들 때에는 ANYSHAPE에서 제공하는 회전 스위핑 기능을 사용한다.

구 조각 생성 알고리즘

1. 먼저 C_1 의 C_2 의 양 끝점과 2등분점인 $C_1(0), C_1(\pi), C_1(\pi/2), C_2(\pi/2)$ 인 점들을 계산해 둔다.

2. 반원 C_1 과 C_2 에 대해 두 개의 모서리로 이루어진 와이어프레임 모델을 각각 만든다. 이를 위해서 각각 $\text{MMR} \rightarrow \text{MVS} \rightarrow 2*\text{MEV}$ 의 순서로 오퍼러 작업을 수행한다. 여기에서 새 꼭지점들의 좌표는 1.에서 계산해 둔 것을 사용한다.

3. 반원 C_1 과 C_2 의 중점을 연결하는 원호 C_3 를 생성한다. 이때 C_3 의 방정식은 다음과 같다.

$$C_3(t) = \mathbf{p}_v + r(\cos(t)\mathbf{b}_1 + \sin(t)\mathbf{t}_1),$$

$$0 \leq t \leq \theta, \quad 0 \leq \theta < \pi$$

4. 끝으로 와이어프레임 모델에 곡면을 붙여 박판 모델로 만든다. 이를 위해서 $2*\text{MFKC}$ 를 수행하며, 여기에 사용된 곡면은 중심이 \mathbf{p}_v 이고, 반경이 r 인 구면이다.

4.2.3 세 개 이상의 모서리가 만나는 곡면 내부의 꼭지점

끝으로 5. Inner vertex인 경우, 꼭지점에 인접한 면들이 부드럽게 만나거나 특이점이면서 인접한 모든 모서리들이 오목한 경우를 제외하고 그 나머지 경우에 대해서 구를 생성시킨다. 이때 만일 꼭지점에서 만나는 모든 모서리가 볼록한 경우는 구 조각 모델을 만든다. 즉, 인접한 모서리에 대하여 각각 원

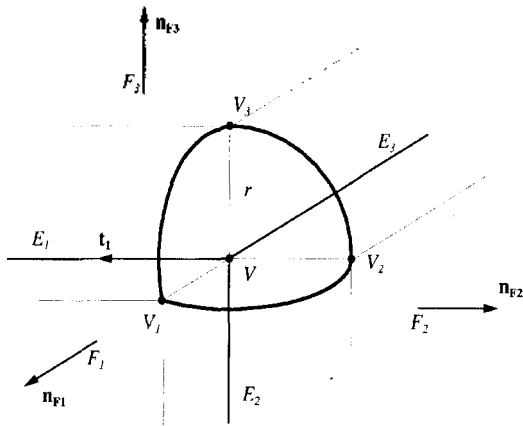


Fig. 5. Creating a spherical patch for a vertex offset.

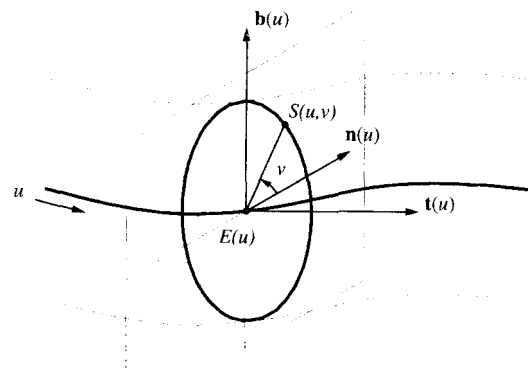


Fig. 7. Creating a tubular surface for an edge offset.

호의 모서리를 만들고 그 내부를 구면으로 채움으로써 구 조각에 해당하는 박판 모델을 만든다.

Fig. 5에서는 한 꼭지점에서 3개의 모서리가 만난 경우의 예를 보여 주고 있다. 이때 이 세 원호의 교차점은 $p_{V1} = p_V + r \cdot n_{F1}$, $p_{V2} = p_V + r \cdot n_{F2}$, $p_{V3} = p_V + r \cdot n_{F3}$ 가 된다. 어떤 원호를 유일하게 정의하기 위해 필요한 자료로서는 원호의 중심점, 시작점, 끝점, 그리고 원호가 놓이는 평면의 법선 벡터가 필요하다. 이들 자료가 있으면 앞의 (2)에서 유도한 것과 같은 원호 식들의 표현이 가능하다. E1에 대한 원호를 살펴보면, V가 E1의 시작점이라면 접선 벡터 t_1 이 원호가 놓일 평면의 법선 벡터가 되고, 그 벡터의 왼편에 놓인 면쪽의 교차점, 즉, p_{V1} 이 시작점이 되고, 오른편에 놓인 면쪽의 교차점, 즉, p_{V2} 가 끝점이 된다. 마찬가지로 방법으로 나머지 2개의 원호를 결정할 수 있다. 이와 같이 기하학적인 자료가 준비되면, 오일러 작업자를 사용하여 구의 조각인 박판 모델을 만든다. Fig. 5와 같은 경우에는 MMR → MVS → 2*MEV → MEC → MFKC를 순차적으로 수행시키면 된다.

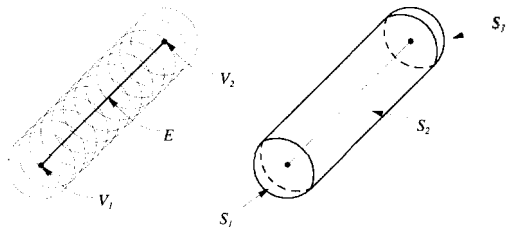


Fig. 6. Offsetting an edge by rolling a ball along the edge.

4.3 모서리의 읍셋 모델 생성

어떤 한 모서리를 양의 방향으로 읍셋을 시키는 것은 구를 모서리를 따라 굴렸을 때 구가 쓸고 지나가는 볼륨을 구하는 것과 같다. 이 볼륨의 경계는 Fig. 6에 나타난 바와 같이 크게 두 부분으로 나눌 수 있다. 즉, 양 끝점에서의 구면(S_1, S_2)과 중간에서의 관형상의 곡면(S_3)으로 나눌 수 있다. 양 끝점에서의 구면 S_1, S_2 에 해당하는 것은 이미 앞의 4.2장에서 꼭지점들에 대한 읍셋 모델을 만들 때 만들어졌기 때문에, 중간의 관상 곡면(tubular or canal surface)에 해당하는 박판 모델만 만들면 모서리에 대한 읍셋은 완료된다. 그러면 먼저 이 관상 곡면의 식에 대하여 살펴 보고, 이를 박판 모델로 만드는 알고리즘에 대해서 설명하도록 하겠다.

관상 곡면은 반경이 r인 원을 그 중심을 모서리의 곡선을 따라 움직였을 때 쓸고 지나가는 곡면으로 생각할 수 있다. Fig. 7에 나타난 바와 같이, 모서리의 곡선을 $E(u)$ 라 하고, 읍셋 거리를 r이라고 하면 관상 곡면 S는 다음과 같이 된다.




$$S(u, v) = E(u) + r(\cos(v) \mathbf{n}(u) + \sin(v) \mathbf{b}(u))$$

여기서, $t(u)$ 는 모서리 곡선 $E(u)$ 의 단위 접선 벡터로서 $t = E'(u)$ 으로 계산되고, $n(u)$ 는 $E(u)$ 의 단위 법선 벡터이며, $b(u)$ 는 $E(u)$ 의 단위 배법선 벡터로서 $b(u) = t(u) \times n(u)$ 로 구해질 수 있다. 이 관상 곡면은 자신과 서로 교차할 수가 있는데, 다음과 같은 경우에는 이러한 교차가 발생하지 않는다.

$$r < \min |1/\kappa(u)|$$

여기서 $\kappa(u)$ 는 $E(u)$ 의 곡률(curvature)이다.

Table 2. Positive edge offsets

Classification	Example	Condition	Positive offset result
1. Wire edge		Always	Tubular surface
2. Sharp edge		Always	Half tubular surface
3. Inner edge		For convex wedge	Partial tubular surface
		For concave wedge	∅
		For smooth wedge (G^1 cont.)	∅

그러나 경우에 따라 어떤 모서리에 대한 오프셋은 비다양체 모델에 대한 최종 오프셋 형상에 영향을 주지 않는 것이 있으며, 또한 어떤 모서리에 대한 오프셋은 관상 곡면의 일부만이 최종 오프셋 형상에 기여하는 경우가 있다. 이러한 경우들을 미리 고려하여 프로그래밍하면 오프셋 작업의 효율을 보다 높일 수 있다. 이와 같이 모서리의 각 경우를 분류하여 그 처리 방법을 표시한 것이 Table 2에 나타나 있다.

Table 2에 나타난 바와 같이 1. Wire edge인 경우에는 전체 관상 모델이 필요한 반면, 2. Sharp edge와 3. Inner edge인 경우에는 관상 박판 모델의 일부만 만들어도 된다. 그런데 비다양체 모델에서는 3. Inner edge에서는 인접한 면의 개수가 3개 이상이 될 수 있으므로 모서리에 대하여 요철성을 정의하는 것이 불가능하며, 오히려 면과 면사이의 각 갈피에 대한 요철성을 판단하여 그에 대한 관상 모델을 만들 것인가를 판별해야 한다. 본 논문에서는 각 갈피에 대한 정보를 표현하기 위해 wedge라는 임시 자료 구조를 정의하여 사용하고 있다. 즉, wedge는 하나의 모서리와 그것에 인접해 있는 2개의 부분면으로 이루어진 자료 구조로서, 그 유형은 요철성에 따라 convex, concave, smooth로 분류된다. 어떤 모서리에 대하여 convex한 wedge가 존재하면 그것에 대하여 적절한 관상 박판 모델을 생성시켜 준다.

그러면 위 표의 각각의 경우에 대해 관상 곡면을 생성시키는 방법을 설명하도록 하겠다. 관상 곡면을 가진 박판 모델은 ANYSHAPE의 비다양체 모델링 기능들 가운데 와이어프레임의 스윙킹 기능을 사용하여 만들어 진다. 먼저 단면 형상에 해당하는 원호를 와이어프레임으로 만들고 오프셋시키고자 하는 모서리의 곡선을 경로로 하여 이를 스윙킹시키면 원하는 튜브 형상의 박판 모델이 만들어 진다. 그러면 여기에서는 각각의 경우에 대한 단면 형상을 만드는 방법을 설명하도록 하겠다.

4.3.1 Wire edge인 경우

단면 형상으로서 완전한 원에 대한 와이어프레임 모델을 생성시킨다. 이때 원은 다음과 같이 정의된다.

$$C(t) = E(0) + r(\cos(t)\mathbf{n} + \sin(t)\mathbf{b}), \quad 0 \leq t \leq 2\pi$$

여기서 $E(0)$ 는 모서리의 시작점이며, \mathbf{t} 는 $E(0)$ 에서의 곡선의 단위 접선 벡터로서 $\mathbf{t} = E'(0)$ 으로 계산되고, \mathbf{n} 은 단위 법선 벡터, \mathbf{b} 는 배법선 벡터로서 $\mathbf{b} = \mathbf{t} \times \mathbf{n}$ 로 구해질 수 있다.

이론 모델링 할 때는 실제로는 4조각의 90° 원호의 집합으로 원을 구성한다. 이를 위해서 먼저 MMR을 수행시켜 초기 모델을 만든 후, 원상의 환점을 선택하여 MVS를 수행하고, 그 점으로부터 90° 간격으로 연이어 3회의 MEV를 수행한 후, 마지막으로 MEC를 수행하여 다음으로써, 하나의 와이어 모델을 만든다.

4.3.2 Sharp edge인 경우

스윙킹에 대한 단면 형상으로서 Fig. 8에서와 같이 180° 반원의 와이어프레임 모델을 생성시킨다. 이때

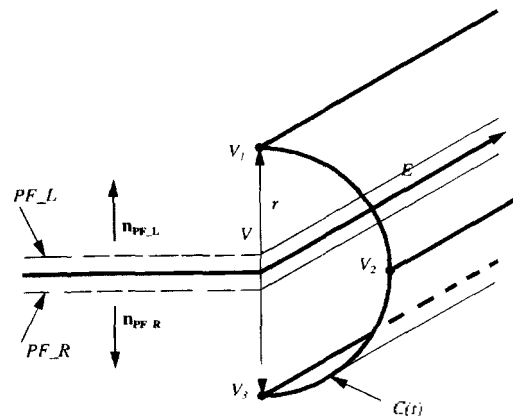


Fig. 8. An edge offset for a sharp edge.

원은 다음과 같이 정의된다.

$$C(t) = E(0) + r(\cos(t) \mathbf{n}_{PF_L} + \sin(t) \mathbf{b}), \quad 0 \leq t \leq \pi$$

여기서 \mathbf{n}_{PF_L} 은 wedge에서 모서리의 왼쪽 부분면의 법선 벡터이고, \mathbf{b} 는 배법선 벡터이다.

와이어프레임 모델을 만들 때, 실제로는 반원을 2개의 90° 원호로 생성시킨다. 이를 위해 먼저 MMR로 초기 모델을 만든 후, C(0)점에 MVS를 수행하여 꼭지점을 만들고, 2*MEV를 수행하여 2개의 원호를 만든다.

4.3.3 Inner edge인 경우

앞에서 설명한 바와 같이 convex wedge가 존재하는 경우 그 wedge에 대하여 180° 이내의 원호를 생성시킨다. 이때 원호는 다음과 같이 정의된다.

$$C(t) = E(0) + r(\cos(t) \mathbf{n}_{PF_L} + \sin(t) \mathbf{b}), \quad 0 \leq t \leq \theta$$

여기서 \mathbf{n}_{PF_L} 은 wedge에서 모서리의 왼쪽 부분면의 법선 벡터이고, \mathbf{b} 는 배법선 벡터이며, θ 는 \mathbf{n}_{PF_L} 에서 \mathbf{n}_{PF_R} 까지의 회전각에 해당된다.

와이어프레임 모델을 만들기 위해서 먼저 MMR로 초기 모델을 만든 후, C(0)점에 MVS를 수행하여 꼭지점을 만들고, MEV를 수행하여 원호를 만든다.

4.4 면의 오프셋 모델 생성

앞의 4.1에서 추출한 면들에 대하여 오프셋 모델을 생성시킨다. 어떤 한 면을 양의 방향으로 오프셋시키는 것은 구불 면 상의 모든 점을 따라 그 중심을 움직였을 때 구가 쓸고 지나가는 볼륨을 구하는 것

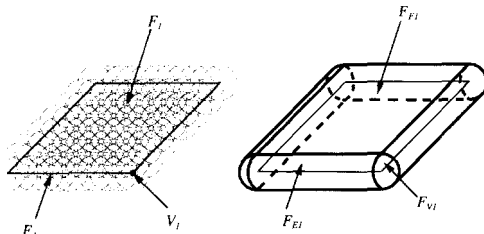


Fig. 9. A positive face offset.

Table 3. Positive face offsets

Classification	Example	Positive offset result
1. Laminar face		Two offset faces
2. Normal face		One offset face

과 같다. Fig. 9에 나타난 바와 같이 이 분류의 경계를 이루는 면들에서 원래 면의 모서리에서 유래한 관상 곡면 (예: $E_i \rightarrow F_{E_i}$)과 꼭지점에서 유래한 구면 (예: $V_i \rightarrow F_{V_i}$)을 빼면, 나머지는 원래 면을 면의 법선 방향으로 거리 r만큼 오프셋시킨 면 (예: $F_i \rightarrow F_{F_i}$)만 남게 된다. 이처럼 면을 법선 방향으로 오프셋시키는 것을 면의 정규 오프셋(normal offsetting)이라고 정의하면, 관상 곡면과 구면은 이미 3.2와 3.3에서 만들어 졌기 때문에 면에 대한 오프셋으로는 면의 정규 오프셋에 해당하는 박판 모델만 만들면 된다.

이 오프셋 박판 모델은 2개가 필요하나 경우에 따라서는 1개만 만들어도 된다. 이에 대한 분류가 다음의 Table 3에 나타나 있다. 1. Laminar face는 면의 두 부분면이 모두 캐비티 영역의 셀에 속해 있는 경우로서 양쪽으로 정규 오프셋 박판 모델을 만들어야 하며, 2. Normal face는 면의 한쪽 부분면은 볼륨 영역의 셀에, 다른 한쪽 부분면은 캐비티 영역의 셀에 속해 있는 경우로서, 캐비티 영역쪽에서만 정규 오프셋 박판 모델을 만들면 된다. 그러면 먼저 면의 정규 오프셋에 필요한 식과 면의 오프셋 박판을 생성시키는 알고리즘에 대해서 설명하도록 하겠다.

면 F의 단위 법선을 \mathbf{n} 이라 하고, 오프셋 거리를 r이라 하면, 이에 대한 정규 오프셋 면 F_o 는 다음과 같이 된다.

$$F_o = \{p_o \mid \exists p \in F, p_o = p + r\mathbf{n}\}$$

만일 면의 곡면 S가 매개 변수 u, v에 대한 함수라면, 그에 대한 오프셋 곡면 S_o 는 다음과 같이 된다.

$$S_o(u, v) = S(u, v) + r \mathbf{n}(u, v)$$

$$\text{여기서 } \mathbf{n}(u, v) = \frac{S_u \times S_v}{\|S_u \times S_v\|}$$

한편, 면의 경계가 되는 모서리의 곡선을 C(t)라 하면,

$$C(t) = S(u(t), v(t)),$$

$$\mathbf{n}(t) = \frac{S_u(u(t), v(t)) \times S_v(u(t), v(t))}{\|S_u(u(t), v(t)) \times S_v(u(t), v(t))\|}$$

이므로, 오프셋 곡선 $C_o(t)$ 는 다음과 같이 된다.

$$C_o(t) = C(t) + r \mathbf{n}(t)$$

가 된다. 또한 면의 경계에 있는 꼭지점 $V(S(u, v))$ 의 정규 오프셋 결과 V_o 는 다음과 같이 된다.

$$V_o = S_o(u, v) = V + r \mathbf{n}(u, v)$$

그런데 때로는 면을 오프셋 시켰을 때 그 위상 정보가 바뀌는 경우가 있다. 즉, 면이 자체적으로 교차함으로써 새로운 모서리나 꼭지점이 발생할 수 있고, 오프셋 결과가 면이 아니라 와이어 모서리나 꼭지점으로 수축될 수도 있다. 예를 들어, 면이 관상 곡면을 가지면서 오프셋을 곡면 내부쪽으로 시킬 경우 관의 곡률 반경과 오프셋 거리가 같은 경우에는 하나의 와이어프레임 모서리로 정규 오프셋 모델이 만들어지고, 면이 구면이면서 오프셋이 구의 내부로 구의 반경 만큼 진행되는 경우에는 하나의 꼭지점으로 오프셋 모델이 만들어 지게 된다. 그러나 이러한 경우들에 대해 완벽하게 지원하는 프로그램을 구현하기란 현실적으로 어려운 점이 많다. 따라서 본 논문에서는 구, 실린더의 경우와 같이 해석적인 곡면 식을 사용하는 경우에 대해서만 위와 같이 위상이 바뀌는 경우를 고려하여 알고리즘을 개발하였다.

면의 오프셋 모델 생성 알고리즘

1. 먼저 MMR을 수행하여 하나의 모델을 생성시킨다.
2. 곡면이 구면으로서 한 점으로 수축되는지 판정하여, 그런 경우에는 MVS를 사용하여 하나의 꼭지점으로 된 모델을 만든다. 수행 끝.
3. 곡면이 원통면으로서 하나의 모서리로 수축된다면, MVS와 MEV를 사용하여 와이어 모서리를 갖는 모델을 만든다. 수행 끝.
4. 그 외의 경우에는 다음의 과정을 통해 박판 모델을 만든다.
 - 4.1 먼저 면의 경계를 이루는 모서리와 꼭지점의 오프셋 후의 기하학적 형상들을 계산해 둔다.
 - 4.2 대상 면 F 의 외곽 루프 L_1 상의 한 점에 대하여 오프셋 후의 위치에 MVS를 수행한다.
 - 4.3 외곽 루프 L_1 에 속한 n 개의 모서리들에 대하여 오프셋 후의 위치에 $(n-1)$ 번의 MEV들을 수행하고, 마지막으로 MEC를 수행한다.
 - 4.4 MFKC를 수행하여 박판 모델을 만든다. 이때 곡면의 방정식은 오프셋 후의 곡면식을 대입한다.
 - 4.5 만일 내부 루프가 존재하면 다음의 과정을 수행하고, 없으면 수행을 끝낸다.
 - 4.5.1 외부 루프상의 한 꼭지점과 내부 루프상의 한 꼭지점을 연결하는 교량 모서리 (bridge edge)를 임시로 만든다. 이때 교량 모서리가 장치 만들어질 내부 루프와 교차가 이루어지지 않도록 잘 선택하여

야 한다.

- 4.5.2 MEV와 MEF를 사용하여 내부 루프의 오프셋 위치에 모서리들을 만들어 나간다.
- 4.5.3 만일 내부 루프의 안쪽이 구멍이라면 KFMC를 사용하여 원상대로 구멍을 생성시켜 준다.
- 4.5.4 교량 모서리를 KEML을 사용하여 제거한다.

4.5 오프셋 박판 모델의 불리안 합집합 작업 수행

4.2부터 4.4까지를 수행하여 만들어진 각 꼭지점, 모서리, 면들에 대한 오프셋 모델들을 비다양체 모델에 대한 불리안 작업을 사용하여 합친다. 비다양체 불리안 작업에 관한 연구는 Crocker, Gursoz, Masuda, 김성환등에 의하여 행해졌으며, 본 논문에서는 김성환^[12]이 제시한 불리안 작업의 알고리즘을 사용하였다. 이에 대한 자세한 내용은 참고 문헌^[12]를 참조하기 바란다.

4.6 오프셋 거리보다 가까운 위상 요소들의 소거

앞의 4.5에서 불리안 합 작업의 결과로 하나가 된 비다양체 모델의 위상 요소들 가운데는 원래의 모델로부터 오프셋 거리보다 더 가까운 것들이 있을 수 있다. 이러한 요소들은 최종적인 솔리드를 구성할 때

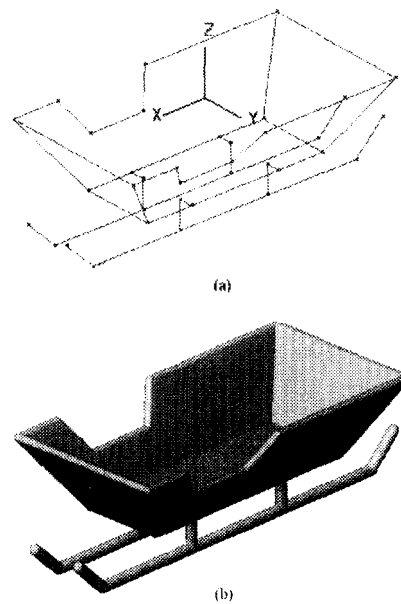


Fig. 10. Offsetting a non-manifold model composed of wireframe and sheet objects (a) A simple non-manifold object (b) A positive offset model.

불필요한 것들로서 이들을 오일러 작업들을 사용하여 소거하여야 한다. 이를 위하여 참고 문헌^[1]에서 개발한 다음의 알고리즘을 사용하였다.

1. 먼저 없어져야 할 면, 모서리, 꼭지점들을 찾아내서 저장해둔다.
2. 없어져야 할 면들을 KFMC 또는 KFR을 사용하여 소거한다.
3. 없어져야 할 모서리들을 KEC, KEV 및 KEMS를 적절히 사용하여 없앤다. 모서리를 없앨 때 삭제될 꼭지점들 가운데 일부는 KEV에 의하여 삭제될 수 있다.
4. 3에서 소거되지 못한 꼭지점들을 KVS를 사용하여 소거시킨다.

5. 적용 예

다음 그림은 위의 비다양체 오프셋 알고리즘을 와이어프레임과 박판 형상이 복합된 비다양체 모델에 대하여 적용시킨 예를 보여 주고 있다.

6. 오프셋 알고리즘의 응용

앞에서 개발된 비다양체 모델의 오프셋 알고리즘을 기본으로 하여, 여기에 약간의 수정을 가하면 다양한 응용 분야에 맞는 보다 실용적으로 오프셋 결과를 얻을 수 있다. 이 장에서는 순수한 와이어프레임 또는 박판 모델을 오프셋시킬 때, 실용적인 결과를 얻기 위하여 어떠한 작업이 더 필요한 지에 대하여 토의 하도록 하겠다.

6.1 와이어프레임 모델의 오프셋

설계의 대상이 파이프 라인일 때는 보통 와이어프

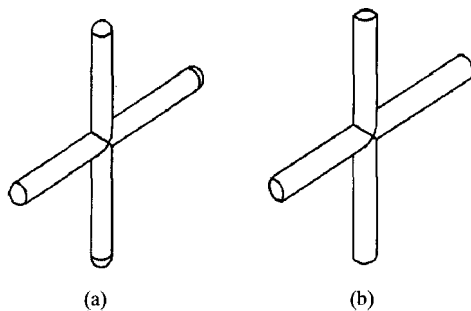


Fig. 11. Wireframe offsets for pipe modeling (a) Applying the algorithm based on the pure mathematical definition (b) Applying the modified algorithm for practical pipe modeling.

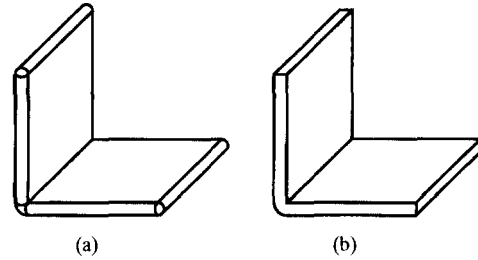


Fig. 12. Sheet offsets for thin-part modeling (a) Applying the algorithm based on the mathematical definition (b) Applying the modified algorithm for practical thin-part modeling.

레이م 형태로 설계한 후 필요에 따라 솔리드 모델을 얻고 싶은 경우 위의 일반적인 오프셋 알고리즘을 적용시킬 수 있다. 그러나 그럴 경우 Fig. 11(a)에서와 같이 파이프의 맨 끝 단에 구멍이 생성되게 되는데, 이는 실제 물체 형상과는 거리가 멀다. 따라서 끝 단의 형상이 평면인 솔리드 형상을 원할 경우에는 4.2의 꼭지점의 오프셋을 수행할 때 wire-edge vertex의 맨 끝점에서 반구 대신 원판을 만들도록 하면 Fig. 11(b)와 같은 모델이 된다. 한편, 파이프의 형상을 솔리드가 아닌 곡면 모델로 만들고 싶은 경우에는 와이어프레임의 맨 끝점에 아무것도 만들지 않도록 하면 된다.

6.2 박판 모델의 오프셋

얇고 일정한 두께의 프레스물이나 플라스틱 사출 성형 제품을 손쉽게 모델링하기 위하여 두께가 없는 박판으로 주 형상을 모델링한 후 이를 오프셋시켜 솔리드 형상을 얻는 연구들이 수행되어 왔다. 위의 알고리즘은 이에 대해서도 적용시킬 수 있다. 그러나 이 방법을 사용할 경우 Fig. 12(a)에 나타난 바와 같이 두께면이 모두 관상 곡면이 되는데 이는 실제 제품 형상에서는 그다지 많이 나타나지 않는다. 따라서 이는 Fig. 12(b)에서와 같이 원호 대신에 직선 단면을 두께면 모서리들을 따라서 스유펙한 면으로 바꾸는 것이 더 바람직하다. 이를 위해서는 4.3장의 모서리에서의 오프셋을 수행할 때, sharp edge들에 대해 직선 단면을 만든 후 이를 모서리를 따라 스유펙시켜 박판 모델을 만들도록 한다. 이때, 직선 단면의 양 끝점에 대한 식은 다음과 같다.

$$V_1 = E(0) + r \mathbf{n}$$

$$V_2 = E(0) - r \mathbf{n}$$

이와 같이 비다양체 오프셋을 이용한 얇은 두께 물

체의 모델링 방법은 기존의 솔리드 자료 구조를 사용하여 개발된 Stroud^[8]나 Lee^[2] 또는 Lim^[9]의 방식에 비하여 그 알고리즘이 보다 논리적이고 일반화 시킬 수 있는 장점을 가지고 있다. 그러나 이와 같이 두께 모서리를 직선 단면에 대한 스윙핑 곡면으로 바꿀 경우, 두께 모서리상의 꼭지점에서 직선 단면을 회전 스윙핑시켜야 하는 등 여러 가지 특수한 경우에 대한 고려를 해야하며, 이를 위해 Lee^[2]와 Lim^[9]의 연구 성과를 참조하여 이를 반영한 알고리즘을 개발할 필요가 있다.

7. 결 론

본 논문에서는 다양한 분야에 응용될 수 있는 경제 표현 방식의 비다양체 형상 모델링 시스템에서의 오프셋 작업을 제안하였다. 이를 위해서 먼저 비다양체 물체의 오프셋에 대한 수학적인 정의를 내리고 그 특성들을 살펴 보았으며, 구체적인 오프셋 알고리즘을 제안하였다. 이 알고리즘을 사용함으로써 기존에 개별적으로 개발되어 응용되었던 박판 및 솔리드 모델에 대한 오프셋을 하나의 통합된 환경내에서 지원할 수 있게 되었으며, 오프셋시 자기 자신과 간섭을 일으키는 경우에 대한 별도의 처리 작업을 생략할 수 있게 되었다. 또한 와이어프레임과 박판 모델에 대하여 이 알고리즘을 일부 수정함으로써 실용적인 결과를 손쉽게 얻을 수 있는 가능성을 보여 주었다.

본 비다양체 오프셋 작업은 플랜트나 선박등에서의 배관 설계 시 배관의 3차원 모델을 얻고자 하는 경우, 얇고 두께가 일정한 판금 제품이나 플라스틱 사출품 등을 설계하고자 하는 경우에 효과적으로 사용될 수 있으며, 또한 공차 해석, 틈새 검사, NC 공구 경로 계산, 충돌을 피하는 로봇트 동작 경로 계획, 일정한 반경의 라운딩(rounding) 또는 필렛팅(filleting)을 하고자 하는 경우와 와이어프레임 및 박판 모델이 혼합되어 있는 축약 모델로부터 솔리드 모델을 생성시키고자 하는 경우등에도 응용될 수 있다.

본 논문에서는 비다양체 오프셋 알고리즘을 평면 다면체 모델에 대하여 적용시켜 보았으며, 그밖에 2차 이상의 곡면을 갖는 모델에 대한 구현 작업은 계속되고 있다. 또한 위의 알고리즘을 바탕으로 솔리드 형상으로부터 내부를 일정한 두께만 남기고 파내는 셸링 작업과 순수한 와이어프레임 및 박판 모델에

대해 실용적인 오프셋 결과를 얻기 위한 수정 알고리즘을 손쉽게 구현할 수 있으며, 이는 향후 수행되어야 할 과제가 될 수 있을 것이다.

참고문헌

1. 이상현, 이견우, "비다양체 위상 표현을 바탕으로 한 박판 형상 모델링 및 솔리드로의 변환", 한국정밀 공학회지, 제 13권, 제 7호, pp. 100-113, 1996.
2. Lee, K. and Kwon, B.W., "Efficient Modeling Method of Sheet Objects", *Proc. ASME Computers in Engineering Conference*, San Francisco, CA, Vol. 1, pp. 437-446, August 2-6, 1992.
3. Rossignac, J.R. and Requicha, A.A.E., "Offsetting Operations in Solid Modelling", *Computer Aided Geometric Design*, Vol. 3, pp. 129-148, 1986.
4. 김성환, "하향 설계 방식의 조립체 모델링을 지원하는 특징 형상 기반의 비다양체 CAD 시스템의 개발", 박사 학위 논문, 서울대학교, 1994.
5. Farouki, R.T., "Exact Offset Procedures for Simple Solids", *Computer Aided Geometric Design*, Vol. 2, pp. 257-279, 1985.
6. Satoh, T. and Chiyokura, H., "Boolean Operations on Sets Using Surface Data", *ACM SIGGRAPH: Symposium on Solid Modeling Foundations and CAD/CAM Applications*, Austin, Texas, USA, pp. 119-127, June 5-7, 1991.
7. Forsyth, M., "Shelling and Offsetting Bodies", *Proceedings of Third Symposium on Solid Modeling and Applications*, Salt Lake City, Utah, USA, pp. 373-381, May 17-19, 1995.
8. Stroud, I., "Modeling with Degenerate Objects", *Computer Aided Design*, Vol. 22, No. 6, pp. 344-351, 1990.
9. Lim, H.S. and Lee, K., "Efficient Solid Modeling via Sheet Modeling", *Computer Aided Design*, Vol. 27, No. 4, pp. 255-262, 1995.
10. Masuda, H., "Topological operators and Boolean operations for complex-based non-manifold geometric models", *Computer Aided Design*, Vol. 25, No. 2, pp. 119-129, 1993.
11. 이상현, 이견우 "비다양체 형상 모델링을 위한 간결한 경계 표현 및 확장된 오일러 작업자", 한국 CAD/CAM 학회지, Vol. 1, No. 1, pp. 1-19, 1996.
12. 김성환, 이견우, 김영진, "비다양체 모델을 수용하는 CAD 시스템 커널을 위한 불리언 조작의 개발", 한국 CAD/CAM 학회 논문집, Vol. 1, No. 1, pp. 20-32, 1996.



이 상 현

1986년 서울대학교 공과대학 기계설계
학과 공학사

1988년 서울대학교 공과대학 기계설계
학과 공학석사

1993년 서울대학교 공과대학 기계설계
학과 공학박사

1993년 ~ 1995년 (주)신도리코 기술연구
소 책임연구원

1996년 ~ 현재 국민대학교 기계·자동차
공학부 전임강사

관심분야: CAD/CAM, Solid Modeling,
Non-manifold Modeling, Com-
puter-Aided Auto-Body De-
sign and Manufacturing, Die
Design