
 論 文

大韓造船學會論文集
 第 35 卷 第 4 號 1998年 11月
 Journal of the Society of
 Naval Architects of Korea
 Vol. 35, No. 4, November 1998

혼합 곡선 근사법을 이용한 선형 표현

김현철*, 이경선*, 김수영**

Hull Form Representation using a Hybrid Curve Approximation

by

Hyuncheol Kim**, Kyungsun Lee* and Sooyoung Kim**

요 약

본 연구는 B-spline 근사법과 유전자 알고리즘을 이용하여 기하학적 경계 조건 - 양끝점의 위치 벡터 및 접선 벡터 - 을 만족하는 혼합 곡선 근사법에 의한 선형 표현을 내용으로 한다. B-spline 근사법을 이용하여 선형을 표현하고, 이들 곡선을 제어하는 조정점들이 기하학적 경계 조건을 만족하도록 유전자 알고리즘으로 조정한다. 이 방법은 선형 생성시 순정 작업을 동시에 수행하므로 효율적인 선형 설계를 가능하게 한다.

Abstract

This paper presents the hybrid curve approximation with geometric boundary conditions as position vector and tangent vector of start and end point using a B-spline approximation and a genetic algorithm. First, B-spline approximation generates control points to fit B-spline curves through specified data points. Second, these control points are modified by genetic algorithm(with floating point representation) under geometric boundary conditions. This method would be able to execute the efficient design work without fairing.

접수일자: 1997년 12월 6일. 재접수일자: 1998년 9월 3일

* 학생회원, 부산대학교 조선해양공학과

** 정회원, 부산대학교 조선해양공학과/부산대학교 기계기술연구소

1. 서론

전산기 내의 선형 표현 방법은 주어진 데이터 (offsets)를 지나는 곡선을 정의하는 방법에 따라 달라진다. 주어진 데이터로 곡선을 생성하는 방법에는 크게 보간법과 근사법을 생각해 볼 수 있다.

보간법(interpolation)은 주어진 데이터를 지나는 연속적인 곡선을 생성하는 방법으로, 보간에 사용되는 곡선식은 선택하는 함수 형태 및 각 데이터에 대응하는 매개변수의 결정 방법과 끝점 경계 조건에 따라 서로 다른 곡선을 생성할 수 있다.

근사법(approximation)은 주어진 데이터를 근사적으로 지나게 되는 매끈한 곡선을 생성하는 방법으로, 주어진 데이터를 지나지 않을 수 있다는 단점이 있는 반면에 주어진 모든 데이터를 통과할 때 나타날 수 있는 곡선상의 혹(bump)이나 C^1 급 또는 C^2 급 불연속성을 제거할 수 있다는 장점을 갖는다. 특히 B-spline 근사법은 B-spline 역변환에 의해 조정점을 정의하고, 이들 조정점들로부터 주어진 데이터를 근사하게 지나는 B-spline 곡선을 생성하는 것[1][2][3]으로, 생성되는 곡선은 B-spline 곡선이 가지는 장점들을 가진다. 따라서 이를 선형 설계에 적용할 경우 반복되는 순정(fairing) 작업을 최소화할 수 있으며, 국부적인 선형 변환을 쉽게 수행할 수 있다[4][5][6].

한편, 전역적 탐색에 효율적인 유전자 알고리즘은 개체를 부동 소수점(floating point)으로 표현함으로써 국부적 탐색 능력을 강화하여 후보점들이 최적점 근방에서 진동하는 단점을 보완하였다[7][8][9][10].

본 연구에서는 B-spline 근사법과 유전자 알고리즘을 결합한 혼합 근사법을 사용하여 선형 설계에서 요구되는 경계 조건(양끝점의 접선 벡터)을 만족하는 선형 표현 방법을 제안하였다.

즉, B-spline 근사법으로 선형을 나타내고자 할 때는 주어진 데이터를 지나는 B-spline 곡선의 조정점을 생성한다. 이때 끝점의 접선 벡터(tangent vector)는 시점과 다음 번 조정점(혹은 종점과 그 앞의 조정점)을 연결하는 방향을 가진다. 그리고

어떤 특정 형상을 나타내는 곡선을 B-spline 곡선으로 나타내고자 할 때에는 같은 곡선에 대해서도 서로 다양한 조정점과 오더(order)의 조합이 가능하다.

따라서 B-spline 근사법에 의해 생성되는 초기 조정점들은 선형 설계시 요구될 수 있는 끝점에서의 특정 벡터 값을 갖기 않을 수 있다. 선형을 나타내는 곡선을 B-spline 곡선으로 표현할 경우(ex. 정면도) 시점이나 종점은 접선 벡터가 0° 또는 90° 을 갖거나, 특정각을 갖게 할 필요가 있다. 유전자 알고리즘은 B-spline 근사법에 의한 초기 조정점을 입력으로 하여 선형 설계시 요구되는 끝점의 접선 벡터를 만족하는 조정점의 위치들을 효율적으로 찾아준다.

그리고 이 방법은 다양한 선형 특성 곡선 - 횡단면적 곡선(sectional area curve), 계획 흘수선(design waterline curve), 선저 접선(bottom tangent line), 선측 접선(side tangent line), 선체 중심선(center profile line) - 들에 대해서도 동일한 방법으로 적용할 수 있다[11][12].

2. B-spline 근사법

B-spline 근사법은 $(m+1)$ 개의 데이터를 일정한 허용 오차 범위 내에서 지나도록 $(n+1)$ ($k \leq n \leq m$) 개의 조정점(control point)을 결정하여, 이를 B-spline 곡선으로 근사하는 곡선 표현 방법이다. 이 방법은 전체적으로 조정점을 파악·결정한 후 주어진 데이터에 근사하는 B-spline 곡선을 생성하여 B-spline 곡선의 정의에 의해 형상 수정 작업을 한다[2][3].

(1) 절점벡터의 결정

주어진 $(m+1)$ 개의 데이터 P_i 를 근사하는 $(n+1)$ 개의 조정점을 갖는 B-spline 곡선의 절점벡터를 식(1)과 같이 결정하였다.

$$0.0 = t_0 = t_1 = \dots = t_k < t_{k+1} \dots < t_n < t_{n+1} = t_{n+2} = \dots = t_{n+k+1} = 1.0$$

$$t_i - t_{i-1} = \frac{\sum_{j=i-k-1}^{i+m-n-2} \sqrt{|P_{j+1} - P_j|}}{\sum_{l=k+1}^{n+1} \sum_{j=l-k-1}^{l+m-n-2} \sqrt{|P_{j+1} - P_j|}} \quad i = k+1, \dots, n \quad (1)$$

(2) 주어진 데이터에 대응하는 매개변수 (parameter)의 결정

(m+1)개의 데이터에 대응하는 매개변수는 식(2)와 같은 현길이(chord length) 근사법으로 결정하였다.

$$u_0 = 0.0, \quad u_m = 1.0, \quad (2)$$

$$u_i = \frac{\sum_{j=0}^{i-1} |P_{j+1} - P_j|}{\sum_{j=0}^{m-1} |P_{j+1} - P_j|} \quad i = 1, \dots, m-1$$

(3) 조정점의 계산

주어진 데이터 P_i 와 조정점 Q_j 와의 관계는 B-spline 곡선식에 의해 식(3)과 같이 표현된다.

$$P_i(u_i) = \sum_{j=0}^m Q_j N_j^k(u_i) \quad i=0, \dots, m \quad (3)$$

식(3)을 풀어쓰면 식(4)와 같다.

$$\begin{aligned} P_0(u_0) &= N_0^k(u_0)Q_0 + \dots + N_n^k(u_0)Q_n \\ P_1(u_1) &= N_0^k(u_1)Q_0 + \dots + N_n^k(u_1)Q_n \\ &\vdots \\ P_m(u_m) &= N_0^k(u_m)Q_0 + \dots + N_n^k(u_m)Q_n \end{aligned} \quad (4)$$

식(4)을 행렬식으로 표현하면 식(5)와 같다.

$$[P]_{(m+1) \times 1} = [M]_{(m+1) \times (n+1)} [Q]_{(n+1) \times 1} \quad (5)$$

여기서

$$\begin{aligned} [P]^T &= [P_0(u_0) \quad P_1(u_1) \quad \dots \quad P_m(u_m)] \\ [Q]^T &= [Q_0 \quad Q_1 \quad \dots \quad Q_m] \\ [M] &= \begin{bmatrix} N_0^k(u_0) & \dots & N_n^k(u_0) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ N_0^k(u_m) & \dots & N_n^k(u_m) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

만일 $m = n$ 이면 식(5)에서 $[N]$ 은 정방행렬이 되므로, 식(6)과 같은 역변환에 의해 B-spline 곡선을 제어하는 조정점이 결정된다.

$$[Q] = [M]^{-1}[P] \quad 2 \leq k \leq n+1 = m \quad (6)$$

만일 $m > n$ 이면 식(5)에서 $[N]$ 은 정방행렬이 아니므로, 전치행렬 $[M]^T$ 을 이용하여 식(7)과 같이 정방행렬로 변환하여 조정점을 구한다.

$$\begin{aligned} [P] &= [M][Q] \\ [M]^T[P] &= [M]^T[M][Q] \\ [Q] &= [[M]^T[M]]^{-1}[M]^T[P] \end{aligned} \quad (7)$$

이렇게 결정된 조정점에 의해 주어진 데이터를 근사하는 B-spline 곡선을 얻을 수 있다.

Fig.1은 B-spline 역변환에 의해 형성된 조정점과, 주어진 곡선상의 점을 근사적으로 지나는 오더 4, 조정점 8인 B-spline 곡선을 나타낸다. 오더가 4인 생성된 곡선은 C^2 급 B-spline으로서 주어진 곡선상의 점들을 매끄럽게 근사하고 있다.

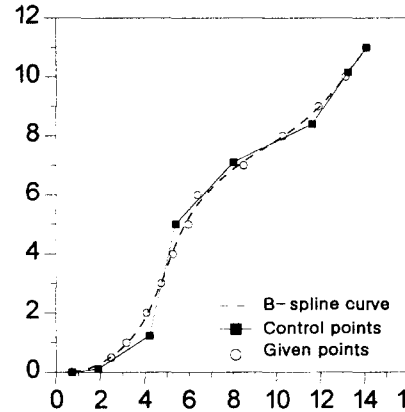


Fig.1 Generated curve by B-spline approximation

3. 유전자 알고리즘을 이용한 선형 표현

B-spline 근사법은 주어진 데이터를 지나는 조정점을 생성하지만 선형의 기하학적 경계 조건 - 양끝점의 위치 벡터 및 접선 벡터 - 을 아직 만족시키지는 않는다. 그러므로 경계 조건을 고려하여 조정점을 조정할 필요가 있다.

본 연구에서는 B-spline의 조정점 조정을 위해 각 개체(individual)가 부동 소수점으로 표현되는

유전자 알고리즘을 사용하여 기하학적 경계 조건을 만족하도록 하였다. 유전 연산자로는 단순 교배(simple crossover)와 균등 돌연변이(uniform mutation)을 통해 엘리트 보존 전략(elitist method)을 사용하였다[7]. 그리고 유전자 알고리즘을 위한 초기 시작점은 B-spline 근사법에 의해 생성된 조정점을 설정하였다.

유전자 알고리즘 수행을 위한 선형의 기하학적 경계 조건으로는 끝점의 접선 벡터를 한 개 고려할 때와 양끝점의 2개를 고려할 때로 나누어 개체를 표현할 수 있다. 또한 B-spline 근사법에 의해 구해진 곡선의 변화 없이 경계 조건을 만족하는 조정점을 결정할 때, 원래 곡선과의 변화를 제어하기 위한 목적 함수는 오프셋(Offsets)과 유전자 알고리즘에 의해 수행되는 곡선과의 차이의 합을 최소로 하는 값이며, 설계 변수는 조정점의 위치가 된다. Fig.2는 곡선의 양끝단에 경계 조건을 부여한 경우와 한쪽 끝단만 경계 조건을 주었을 경우 선형 단면을 나타낸 것이다. 선미부(stern part)의 횡단면 번호 1과 횡단면 번호 2의 절단면 형상과 B-spline 조정점을 보여준다. 경계 조건의 경사는 Fig.2와 같이 수직(혹은 수평)으로 정의할 수 있지만 선수미부에서는 설계자에 의해 임의로 설정할 수도 있다.

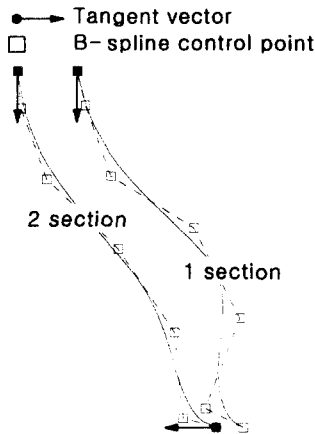


Fig.2 The geometry and boundary conditions of a hull form

식(8)은 Fig.2에서 양끝단에 경계 조건을 부여할 경우(횡단면 번호 2)에 대한 유전자 알고리즘

내의 조정점 개체 표현식의 예를 나타낸 것이다.

$$\begin{aligned}
 newVerx_0 &= oldVerx_0 \\
 newVery_0 &= newVery_1 = oldVery_0 \\
 newVerx_1 &= oldVerx_1 + randVar_0 * |oldVerx_1 - oldVerx_0| \\
 newVerx_2 &= oldVerx_2 + randVar_1 * |oldVerx_2 - oldVerx_1| \\
 newVery_2 &= oldVery_2 + randVar_2 * |oldVery_2 - oldVery_1| \\
 newVerx_3 &= oldVerx_3 + randVar_3 * |oldVerx_3 - oldVerx_2| \\
 newVery_3 &= oldVery_3 + randVar_4 * |oldVery_3 - oldVery_2| \\
 newVerx_4 &= oldVerx_4 + randVar_5 * |oldVerx_4 - oldVerx_3| \\
 newVery_4 &= oldVery_4 + randVar_6 * |oldVery_4 - oldVery_3| \\
 newVery_5 &= oldVery_5 + randVar_7 * |oldVery_5 - oldVery_4| \\
 newVerx_6 &= newVerx_5 = oldVerx_6 \\
 newVery_6 &= oldVery_6
 \end{aligned} \tag{8}$$

여기서 $randVar_i$ 는 진화 프로그램에서 개체의 표현에 사용되며, 초기 값은 무작위로 “-1”에서 “1”사이의 값을 선택했다. 그리고 $oldVerx_i$ 와 $oldVery_i$ 는 B-spline 근사법에 의한 조정점의 x 와 y 좌표이고, $newVerx_i$ 와 $newVery_i$ 는 유전자 알고리즘에 의해 수정될 조정점의 x 와 y 좌표이다.

식(8)에서 $newVery_0$ 와 $newVery_1$ 을 동일하게 설정하여 선저에서 x 방향의 수정만 이루어지도록 하였다. 이는 수평 접선을 나타낸다. 그리고 $newVerx_5$ 와 $newVerx_6$ 을 동일하게 설정하여 y 방향의 수정만 이루어지도록 함으로써 흡수선 부근의 수직 접선을 나타내었다. 이러한 접선 표현은 설계자에 의해 임의의 각도로 정의할 수 있다. 한쪽 끝단만 경계 조건을 주었을 경우도 동일한 방법으로 적용할 수 있다.

Fig.3은 식(8)의 개체 표현을 연결하여 도식화한 것이다.

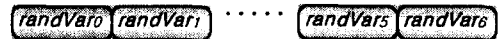


Fig.3 Individual representation of equation (8)

Fig.4는 유전자 알고리즘을 사용하여 Fig.2의 조정점을 수정한 결과를 나타낸다.

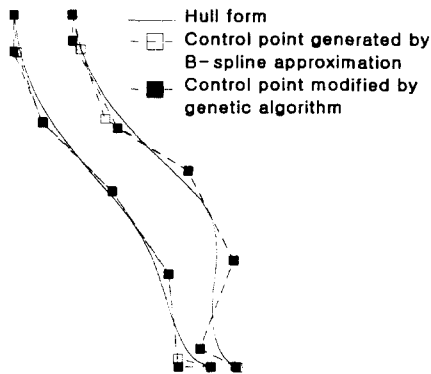


Fig.4 Comparison of control points by B-spline approximation and by genetic algorithm

4. 혼합 근사법의 선형 표현 알고리즘

혼합 근사법은 B-spline 근사법과 유전자 알고

리즘을 결합하여 C^1 급 이상의 연속성을 가지는 B-spline 곡선을 생성하는 방법으로, 기하학적 경계조건을 만족시키는 선형 표현 알고리즘은 2단계 과정으로 수행된다.

첫 번째 단계 : 전역적 조정점 결정 단계로서, 주어진 선형 곡선 상의 점들을 근사하게 지나도록 B-spline 근사법을 사용하여 조정점들을 결정한다.

두 번째 단계 : 국부적 조정점 결정 단계로서, 첫 번째 방법에서 결정된 조정점들을 초기 점으로 하여 유전자 알고리즘을 사용하여 선형의 기하학적 경계 조건을 만족시키는 새로운 조정점을 찾아서 B-spline 곡선을 생성한다.

Fig.5는 혼합 근사법에 의한 선형 표현 알고리즘의 개념도를 나타낸다.

5. 적용 예

본 연구에서는 $L/B= 5.5230$, $B/d=3.2740$, $C_b=0.8137$ 인 유조선(oil tanker)의 선형을 표현에 혼합 근사법을 사용하였고, 횡단면 번호 1, 2, 4, 6, 16, 18, 18.5, 19에 적용하였다(Fig.6). 그리고 각 횡단면에 대한 조정점 및 B-spline 곡선 정의의

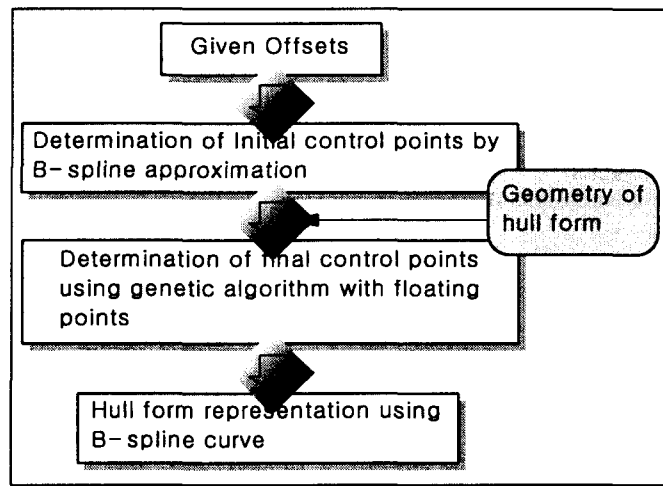


Fig.5 Hull form representation using hybrid curve approximation

위해 설정한 B-spline 조건은 Table 1과 같다.

Fig.7은 B-spline 근사법에 의한 조정점 생성 예이고, Fig.8은 각 횡단면의 기하학적 경계 조건을 나타낸 것이다. 각 횡단면은 x축은 -1에서 1로,



Fig.6 The ship profile

Table 1 B-spline control points and orders of each section

Section No.	B-spline definition	Control point No.	Order
1		7	4
2		7	4
4		6	4
6		4	4
16		4	4
18		4	4
18.5		6	4
19		7	4

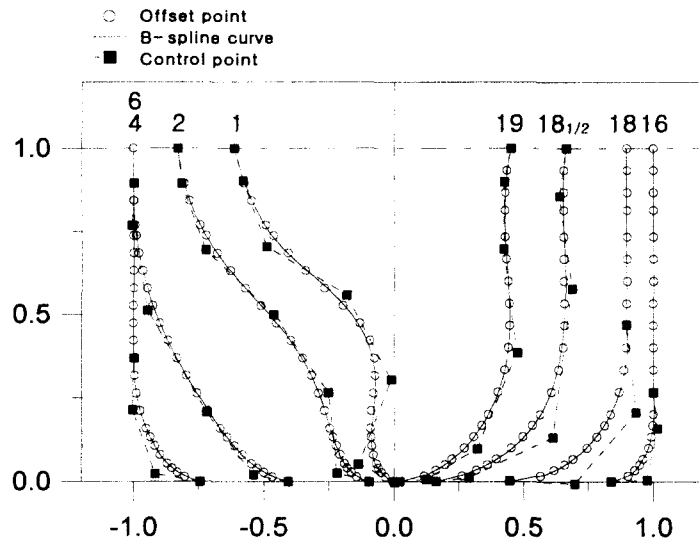


Fig.7 Comparison of Offsets and B-spline curves regenerated by B-spline approximation

y축은 0에서 1로 무차원화하였다. Fig.9는 Fig.8에 서처럼 기하학적 경계 조건을 만족시키도록 수정 된 결과를 나타내고 있다.

6. 결 론

이상의 연구로부터 다음의 결론을 얻었다.

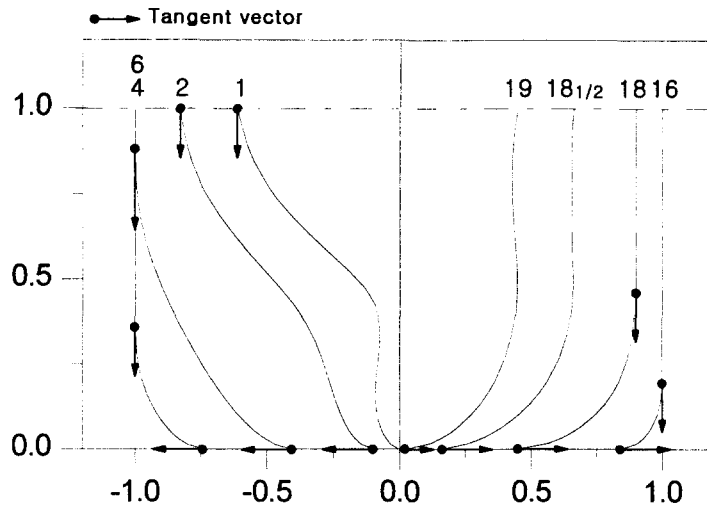


Fig.8 Geometrical boundary conditions of hull form

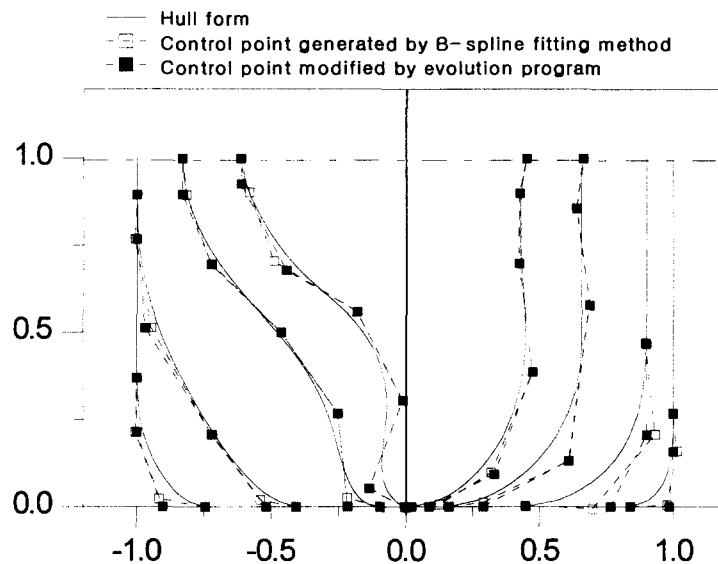


Fig.9 Modification of control points using genetic algorithm

- 1) B-spline 근사법과 유전자 알고리즘을 결합한 혼합 근사법의 선형 표현 방법은 선형의 경계 조건(끝점의 접선 벡터)을 만족하는 조정점 생성이 가능하다.
- 2) 혼합 근사법은 B-spline 곡선으로 표현되므로 항상 C^2 급 순정도를 포함한다. 따라서 편리하고 신속한 초기 선형 표현에 이용할 수 있다.
- 3) B-spline 곡선의 장점을 활용한 선형의 국부적 변화가 가능하다.

참 고 문 헌

- [1] 이상찬, "자동차 외형설계를 위한 CAD 시스템의 개발", 박사학위논문, 서울대학교, 1992
- [2] D.F.Rogers and J.A.Adams "Mathematical Elements for Computer Graphics", McGraw-Hill, 2nd Ed, 1990
- [3] 김현철, "SAC와 NURBS 곡선을 이용한 초기 선형 생성에 관한 연구", 석사학위논문, 부산대학교, 1995
- [4] 김현철, 김수영, "NURBS 곡선을 이용한 선형의 수치적 표현", 대한 조선 학회 논문집, Vol.32, No.1, 1995
- [5] 김현철, 김수영 외, "NURBS 곡선을 이용한 수중 운동체의 선형 정의", 대한 조선 학회 논문집, Vol.32, No.2, 1995
- [6] 김현철, 김수영 외, "횡단면적 곡선과 NURBS 곡선을 이용한 선형 변화", 대한 조선 학회 논문집, Vol.32, No.3, 1995
- [7] Z.Michalewicz, "Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs", Springer-Verlag, 1992
- [8] L.Chambers, "Practical handbook of Genetic Algorithms", New Frontiers Volume II, CRC Press, Inc., 1995
- [9] A.M.S.Zalzala and P.J.Flemming, "Genetic algorithms in engineering systems", The Institution of Electrical Engineering, London, United Kingdom, 1997
- [10] R.L.Haupt and S.E.Haupt, "Practical Genetic Algorithms", John Willy & Sons, Inc., 1998
- [11] 우일국 외, "조선 CIM을 위한 선형 설계 시스템에 관한 연구", 대한 조선 학회 논문집, Vol.33, No.1, 1996
- [12] 김수영, 신수철 외, "비대 선형을 위한 초기 선도 생성에 관한 연구(I)", 대한 조선 학회 춘계 연구 발표회, 1995