

論 文

大 韓 造 船 學 會 論 文 集
 第 35 卷 第 4 號 1998年 11月
 Journal of the Society of
 Naval Architects of Korea
 Vol. 35, No. 4, November 1998

경계요소-유한요소 혼합법에 의한 균열선단의 응력강도계수 계산 (제1보)

노인식*, 임채환**

Stress Intensity Factor Calculation Using the Hybrid Formulation
 of Boundary and Finite Element Method (1st Report)

by

In Sik Nho* and Chae Whan Rim**

요 약

균열의 선단 부근에 대한 응력분포를 합리적으로 예측하기 위해서는 균열을 포함하는 구조물의 국부적인 형상을 정밀하게 모델링해야 하며 이것은 상당한 시간이 요구되는 어려운 작업이 될 수 밖에 없다. 따라서, 본 연구에서는 영역 내부의 요소분할이 필요 없는 경계요소법을 적용하여 균열 선단 부근의 복잡한 형상을 좀더 손쉽게 모델링하는 한편 나머지 부분은 기존의 유한요소법으로 모델링하여 이를 결합하는 해석할 수 있는 수치적 알고리즘을 연구하였다.

균열 선단 부근의 특이점 거동을 처리하기 위하여 다영역 경계요소법을 적용하고, 나머지 원방을 유한요소법을 적용하여 해석할 수 있도록 기존의 연성해석 기법을 수정, 발전시켜 다영역 경계요소-유한요소 혼합형 정식화를 수행하였으며, 이를 바탕으로 2차원 탄성문제에 대한 수치계산을 수행함으로써 개발된 알고리즘의 타당성을 검토하였다.

Abstract

It is a tedious and excessive time consuming process to model the local area of crack tip part of structures in calculation of the stress intensity factors by FEM. So, in this paper, the hybrid method of FEM and BEM approach was formulated to overcome this type of problems. The multi-domain BEM was adopted to simplify the modelling process of complex geometry and singularity characteristics of crack tip part and the ordinary FEM modelling was

발 표 : 1998년도 대한조선학회 춘계학술대회('98. 4. 24)

접수일자 : 1998년 7월 29일, 재접수일자 : 1998년 9월 10일

* 정회원, 충남대학교 공과대학

** 정회원, 한국기계연구원 구조시스템연구부

used in the rest part. The example calculations shows very good results compared with analytic solutions and other numerical method.

1. 서언

구조물의 손상은 부재의 소성대변형, 좌굴 등에 기인하는 붕괴현상 뿐만 아니라 구조재료의 급속 취성파괴, 피로균열의 전파에 의한 파단 등이 그 원인이 될 수 있다. 전자의 경우 종래의 재료역학적 접근방법에 따라 구조안전성을 평가할 수 있으나 후자의 문제는 재료의 파괴인성치와 균열주위의 국부적인 응력분포에 주안점을 둔 "파괴역학"의 개념을 도입함으로써 접근 가능하다. 특히 선박, 항공기, 교량 등 정밀한 구조안전성평가 과정이 요구되고 있는 대형구조물에서는 이미 이러한 피로강도의 검토 및 파괴역학적인 안전성 평가방법의 필요성이 광범위하게 인식되고 있다. 이때, 가장 핵심적인 부분은 균열선단의 응력강도계수(stress intensity factor, SIF)를 구하는 과정이 되는데, 이것은 균열 및 구조물의 형상 그리고 작용 외력의 크기에 따라 달라진다. 단순한 형상의 구조부재에 존재하는 균열의 응력강도계수는 응력함수를 이용하는 이론적인 접근방법에 의해 정해를 구할 수 있다. 그러나 실제 구조물에 존재하는 복잡한 형상의 3차원 균열에 대한 응력강도계수는 형상 및 하중상태를 이상화한 경험적인 수식에 따르거나 혹은 유한요소법 등 수치해석법에 의존해야 한다. 유한요소법을 이용하는 경우에도 3차원 균열의 선단 부근에 대한 응력분포를 합리적으로 예측하기 위해서는 균열을 포함하는 부분구조의 국부적인 형상을 정밀하게 모델링해야 하는 바 이것은 최신의 pre-processor를 사용하더라도 상당한 시간이 요구되는 어려운 작업이 될 수밖에 없다. 따라서, 본 연구에서는 파괴 파라미터인 응력강도계수를 비교적 간편하게 계산하기 위하여 균열선단 부근은 영역 내부의 요소분할이 필요 없는 경계요소법을 적용하여 복잡한 형상을 좀더 손쉽게 모델링하는 한편, 나머지 부분은 기존의 유한요소법으로 모델링하여 이를 결합하여 해석할 수

있는 수치적 알고리즘을 연구하였다.

균열을 포함하는 구조물의 거동을 정확하게 추정하기 위하여 균열 선단 부근을 다영역 경계요소법을 적용 모델링하고, 나머지 원방을 유한요소법으로 모델링하여 해석하기 위하여 기존의 연성해석 기법을 수정, 발전시켜 정식화하였으며, 이를 바탕으로 2차원 탄성문제에 대한 수치계산을 수행함으로써 개발된 알고리즘의 타당성을 검토하였다.

2. 경계요소법에 의한 탄성변형문제의 해석

경계요소법은 영역내의 요소 분할이 불필요하기 때문에 유한요소법에 비하여 입력자료의 준비에 소요되는 노력을 대폭적으로 절감할 수 있으며 계산시간과 기억용량 측면에서도 상당한 절감효과를 거둘 수 있다. 일반적인 경계요소법의 정식화 과정에 따라 경계적분방정식(boundary integral equation, BIE)을 이산화하게 되면 결국 전체계의 시스템 방정식이 다음과 같은 형태로 얻어진다.

$$[\mathbf{A}]\{\mathbf{u}\} = [\mathbf{B}]\{\mathbf{t}\} \quad (1)$$

이 식에서 $[\mathbf{A}], [\mathbf{B}]$ 는 비대칭인 상수행렬이다. 절점변위 및 표면력 벡터 $\{\mathbf{u}\}, \{\mathbf{t}\}$ 는 하나의 자유도에서 둘 중 한 개가 경계조건으로 주어지므로 미지수인 변수를 좌변으로 이항하고 미지수가 아닌 나머지 하나를 우변으로 이항하면 결국 우변은 행벡터로 표현 가능하다. 따라서 최종적으로 (1)식은 선형 연립방정식으로 귀착될 수 있다.

3. 균열선단의 응력강도계수 계산

3.1 개요

선형 파괴역학에서는 탄성해석에 기본을 둔 응

력강도계수 K 에 의해 재료의 파괴조건을 기술한다. 고전적인 탄성해석법 만으로도 단순한 형상의 구조부재에 존재하는 균열의 응력강도계수는 유도 가능하며 기하학적 형상을 수학적으로 표현하기 어려운 대부분의 일반적인 구조물에서는 유한요소법과 같은 수치적 해석법을 이용할 수 있다. 그러나, 실제 구조물에서 문제시되는 곳은 복잡한 형상의 노치 부근에 존재하는 균열이므로 이러한 균열을 포함하는 부위의 기하학적 형상을 유한요소법으로 완벽하게 모델링하기에는 엄청난 노력이 필요하다는 문제점이 지적되고 있다. 따라서, 본 연구에서는 기하학적 형상이 복잡한 균열 선단 부근은 영역 내부의 요소분할이 필요 없는 경계요소를 적용하여 비교적 손쉽게 모델링하고, 나머지 부분은 기존의 유한요소법을 사용하여 이를 서로 결합하는 방법을 채택함으로써 응력강도계수를 간편하게 계산할 수 있는 알고리즘을 개발하고자 한다.

3.2 균열 선단의 특이요소

응력강도계수를 구하기 위해서는 먼저 균열선단 부근의 응력과 변위분포를 비교적 정확하게 예측할 수 있어야 한다. 균열선단에서는 기하학적 불연속성으로 인하여 응력의 탄성해가 무한대에 이르는 특이점 거동을 보이며, 따라서 응력구배가 급격히 변화하므로 기존의 유한요소법 또는 경계요소법으로는 아무리 요소분할을 세밀하게 하여도 변위의 특이점 거동을 충분히 표현하기 어려우며 상당한 오차가 발생될 뿐만 아니라 엄청난 계산시간이 요구되기 때문에 합리적인 방법이 아님이 입증되고 있다. 그러나, 1970년대 이후, 변위장에 대한 보간함수를 균열선단 부근에서의 특이점 거동을 고려할 수 있도록 수정한 특이요소가 개발되어 널리 활용되고 있다. 최근까지 여러 가지 형태의 경계요소 및 유한요소 계열의 특이요소가 개발되어 있으나, Henshell and Shaw, Barsoum 등이 제안한 quarter-node 요소가 가장 쉽게 적용가능하기 때문에 보편적으로 사용되고 있다[3-6].

이 방법은 quadratic isoparametric 요소를 사용하는 경우, Fig. 1에서 보는 것처럼 단순히 균열선

단에 인접하는 경계요소의 중간절점을 균열선단에서 요소길이의 $1/4$ 위치로 이동함으로써 균열선단 부근 변위장의 특이점 거동을 표현할 수 있다는 특성을 이용한 것으로서 특별한 요소를 따로 개발할 필요 없이 입력자료의 수정만으로 간단히 해결 가능하다는 장점이 있다. 균열 선단 특이요소의 절점변위와 응력이 계산되면 응력강도계수는 균열개구변위(crack opening displacement)를 이용하여 다음과 같은 2가지 방법으로 계산 가능하다[2].

1-point rule

$$K_I = \frac{2\mu}{\alpha+1} \sqrt{\frac{2\pi}{l}} (v_B - v_D) \quad (2)$$

$$K_{II} = \frac{2\mu}{\alpha+1} \sqrt{\frac{2\pi}{l}} (u_B - u_D) \quad (2)$$

2-point rule

$$K_I = \frac{\mu}{\alpha+1} \sqrt{\frac{2\pi}{l}} [4(v_B - v_D) + v_E - v_C] \quad (3)$$

$$K_{II} = \frac{\mu}{\alpha+1} \sqrt{\frac{2\pi}{l}} [4(u_B - u_D) + u_E - u_C]$$

여기서,

μ : 전단계수(shear modulus)

$\alpha = 3 - 4\nu$: 평면변형율

$= \frac{3-\nu}{1+\nu}$: 평면응력

K_I, K_{II} : 개구형, 면내전단형 응력강도계수

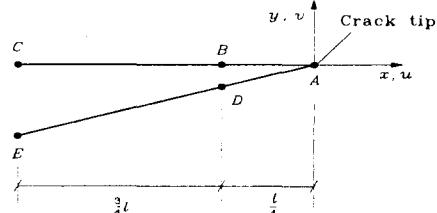


Fig. 1 Crack tip modeling with quadratic quarter-node (or node shifted) element

3.3 다영역 경계요소법

경계요소법으로 탄성체 내부에 균열이 존재하는 문제를 해석하는 경우, 먼저 가장 통상적인 방법

으로서 균열자체를 경계면으로 모델링하게 되면 두 경계면 즉 균열의 상하 양면이 거의 접촉되는 형태가 될 수밖에 없다. 그러나 이러한 상태에서는 경계요소법의 자체적인 특성으로 인하여 전체 계의 강성방정식이 불안정하여 신뢰도 높은 해를 주지 못한다는 문제점이 있다. 이와 같은 문제점을 해결하기 위하여 전체 영역을 균열면을 경계로 두 영역으로 분리하여 해석한 후 분리된 면의 적합조건을 이용하여 최종 해를 구하는 방법이 계산 절차의 복잡성에도 불구하고 가장 합리적인 결과를 주는 것으로 평가되고 있다[3][4].

4. 다영역 경계요소법과 유한요소법의 혼합형 정식화

4.1 다영역 경계요소법

경계요소법에 의한 경계절점 변위 및 표면력간의 연립방정식은 앞서 언급한 (1)식으로 표현된다.

만일, Fig. 2 처럼 구조물 내부에 균열이 포함되어 있을 경우 균열부근과 나머지 부분을 각각 경계요소와 유한요소로 분할할 수 있고, 균열을 포함하고 있는 경계요소 영역은 다시 균열면을 따라 2개의 영역으로 분할하는 다영역법을 적용할 수 있다. 이때, 각 행렬과 벡터들을 절점들의 특성에 따라 분류하여 분할하면 두 영역 Sub 1과 Sub 2에 대한 경계요소 방정식은 각각 다음과 같이 표현될 수 있다.

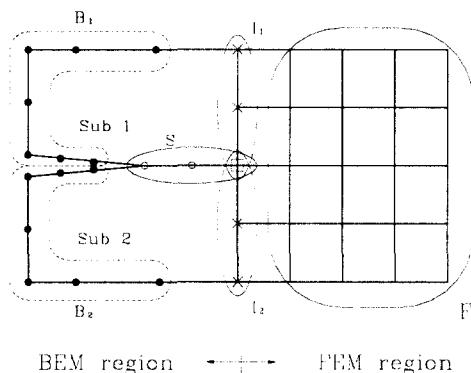


Fig. 2 Mixed modeling of a domain with BEM and FEM

$$\begin{aligned} [\mathbf{A}_1] \{ \mathbf{u}_1 \} &= [\mathbf{B}_1] \{ \mathbf{t}_1 \} \\ [\mathbf{A}_2] \{ \mathbf{u}_2 \} &= [\mathbf{B}_2] \{ \mathbf{t}_2 \} \end{aligned} \quad (4)$$

즉,

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_{B_1} & \mathbf{A}_{S_1} & \mathbf{A}_{I_1} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{u}_{B_1} \\ \mathbf{u}_{S_1} \\ \mathbf{u}_{I_1} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{t}_{B_1} \\ \mathbf{t}_{S_1} \\ \mathbf{t}_{I_1} \end{bmatrix} \quad (5.a)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_{B_2} & \mathbf{A}_{S_2} & \mathbf{A}_{I_2} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{u}_{B_2} \\ \mathbf{u}_{S_2} \\ \mathbf{u}_{I_2} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{t}_{B_2} \\ \mathbf{t}_{S_2} \\ \mathbf{t}_{I_2} \end{bmatrix} \quad (5.b)$$

여기서, 첨자 B는 경계요소 영역, S는 두 경계요소 영역의 접합부, F는 유한요소 영역, I는 경계요소와 유한요소 영역의 접합부를 의미하며, 첨자 1, 2는 각각 두 영역 Sub 1과 Sub 2에 대한 항임을 나타내고 있다. 두 식을 합하여 하나의 식으로 표현하면 다음 식과 같이 쓸 수 있으며

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_{B_1} & 0 & \mathbf{A}_{S_1} & 0 & \mathbf{A}_{I_1} & 0 \\ 0 & \mathbf{A}_{B_2} & 0 & \mathbf{A}_{S_2} & 0 & \mathbf{A}_{I_2} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{u}_{B_1} \\ \mathbf{u}_{B_2} \\ \mathbf{u}_{S_1} \\ \mathbf{u}_{S_2} \\ \mathbf{u}_{I_1} \\ \mathbf{u}_{I_2} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{t}_{B_1} \\ \mathbf{t}_{B_2} \\ \mathbf{t}_{S_1} \\ \mathbf{t}_{S_2} \\ \mathbf{t}_{I_1} \\ \mathbf{t}_{I_2} \end{bmatrix} \quad (6)$$

이때 접합면 S에서의 다음과 같은 변위와 표면력의 적합조건식을 적용하고

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_{S_1} &= \mathbf{u}_{S_2} = \mathbf{u}_S \\ \mathbf{t}_{S_1} &= -\mathbf{t}_{S_2} = \mathbf{t}_S \end{aligned} \quad (7)$$

미지벡터 \mathbf{t}_S , \mathbf{t}_{I_1} , \mathbf{t}_{I_2} 를 우변으로 이항하여 정리하면 최종적으로 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$[\mathbf{A}_B \ \mathbf{A}_S - \mathbf{B}_S \ \mathbf{A}_I \ \mathbf{B}_I] \begin{pmatrix} \mathbf{u}_B \\ \mathbf{u}_S \\ \mathbf{t}_S \\ \mathbf{u}_I \\ \mathbf{t}_I \end{pmatrix} = [\mathbf{B}_B] \{ \mathbf{t}_B \} \quad (8)$$

여기서, 각 요소 행렬과 벡터들은 다음 식들을 의미한다..

$$\begin{aligned} [\mathbf{A}_B] &= \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{B_1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_{B_2} \end{bmatrix}, \quad \{ \mathbf{u}_B \} = \begin{pmatrix} \mathbf{u}_{B_1} \\ \mathbf{u}_{B_2} \end{pmatrix} \\ [\mathbf{B}_B] &= \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{B_1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{B}_{B_2} \end{bmatrix}, \quad \{ \mathbf{t}_B \} = \begin{pmatrix} \mathbf{t}_{B_1} \\ \mathbf{t}_{B_2} \end{pmatrix} \\ [\mathbf{A}_S] &= \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{S_1} \\ \mathbf{A}_{S_2} \end{bmatrix}, \quad [\mathbf{B}_S] = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{S_1} \\ -\mathbf{B}_{S_2} \end{bmatrix} \quad (9) \\ [\mathbf{A}_I] &= \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{I_1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_{I_2} \end{bmatrix}, \quad \{ \mathbf{u}_I \} = \begin{pmatrix} \mathbf{u}_{I_1} \\ \mathbf{u}_{I_2} \end{pmatrix} \\ [\mathbf{B}_I] &= \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{I_1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{B}_{I_2} \end{bmatrix}, \quad \{ \mathbf{t}_I \} = \begin{pmatrix} \mathbf{t}_{I_1} \\ \mathbf{t}_{I_2} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

4.2 경계요소법-유한요소법의 결합
한편, 유한요소 영역의 강성방정식은 다음과 같아 쓸 수 있다.

$$[\mathbf{K}] [\mathbf{u}] = \{ \mathbf{R} \} \quad (10)$$

이때 강성행렬, 변위벡터, 절점력을 각각 유한요소 내부영역 F와 경계요소와의 접합부 I에 대한 자유도로 분할하여 나타내면 다음 식과 같이 된다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{II} & \mathbf{K}_{IF} \\ \mathbf{K}_{FI} & \mathbf{K}_{FF} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{u}_{I_F} \\ \mathbf{u}_F \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{R}_I \\ \mathbf{R}_F \end{pmatrix} \quad (11)$$

여기서, \mathbf{u}_{I_F} 는 FEM 모델에서 접합부의 변위성분을 의미한다. 이식을 정적축약(static condensation) 원리를 이용하여 정리하면, 유한요소 영역의 강성방정식을 접합부 I에 대한 식으로 다음 식과 같이 정리할 수 있다.

$$\overline{\mathbf{K}}_I \mathbf{u}_{I_F} = \mathbf{R}_I + \overline{\mathbf{R}}_F \quad (12)$$

이 식에서,

$$\overline{\mathbf{K}}_I = \mathbf{K}_{II} - \mathbf{K}_{IF} \mathbf{K}_{FF}^{-1} \mathbf{K}_{FI} \quad (13)$$

$$\overline{\mathbf{R}}_F = -\mathbf{K}_{IF} \mathbf{K}_{FF}^{-1} \mathbf{R}_F \quad (14)$$

로 정의된다. 경계력 \mathbf{R}_I 는 하중 항으로 표시되는 반면, 경계요소에서 이에 대응되는 항은 단위 면적당 힘을 표시하는 표면력으로 표시되므로 이를 서로 적당한 방법으로 조정할 필요가 있다. 가장 일반적으로 사용되는 방법은 에너지 원리로부터 접합면의 절점변위 \mathbf{u}_{I_F} 가 경계력 \mathbf{R}_I 와 한 일과 경계면의 변위 $\mathbf{u}(A)$ 와 표면력 $\mathbf{t}(A)$ 와 한 일이 같다는 조건에, 다음 식과 같이

$$\mathbf{u}(A) = \mathbf{N} \mathbf{u}_{I_F}, \quad \mathbf{t}(A) = \mathbf{N} \mathbf{t}_{I_F} \quad (15)$$

보간함수 \mathbf{N} 과 절점변위 및 절점표면력의 곱으로 표현된 접합면 I에서의 변위와 표면력을 대입한 다음, (여기서 \mathbf{u}_{I_F} , \mathbf{t}_{I_F} 는 FEM 모델에서 접합부의 변위와 표면력 성분을 의미한다.) 유한요소와 경계요소 영역의 접합면에서 변위와 표면력에 대

한 다음과 같은 적합조건으로부터

$$\mathbf{u}_{I_F} = \mathbf{u}_I, \quad t_{I_F} = -t_F \quad (16)$$

(12)식은 다음과 같이 변환된다.

$$\overline{\mathbf{K}}_I \mathbf{u}_I + \mathbf{M}_I t_I = \overline{\mathbf{R}}_F \quad (17)$$

이때,

$$\mathbf{M} = \int_A \mathbf{N}^T \mathbf{N} dA \quad (18)$$

이 된다. (17)식을 경계요소 영역에서 유도된 강성방정식 (8)식과 동시에 하나의 식으로 표현하면 최종적으로 다음과 같은 방정식으로 귀착된다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_B & \mathbf{A}_S & -\mathbf{B}_S & \mathbf{A}_I & -\mathbf{B}_I \\ 0 & 0 & 0 & \overline{\mathbf{K}}_I & \mathbf{M}_I \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{u}_B \\ \mathbf{u}_S \\ t_S \\ \mathbf{u}_I \\ t_I \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{B}_B t_B \\ \overline{\mathbf{R}}_F \end{pmatrix} \quad (19)$$

5. 수치계산 및 고찰

정식화 과정에 대한 이론적 타당성을 수치계산을 통하여 확인하기 위하여 2차원 평면문제에 대한 전산프로그램을 작성하였다. 유한요소 영역은 8절점 quadratic isoparametric 요소로 정식화하였고 경계요소도 3절점 quadratic 요소로 정식화하여 접합부에서 변위함수가 서로 일치되도록 하였다. 정식화 과정의 타당성과 개발된 전산프로그램의 정도를 검토하기 위하여 다음과 같은 2가지 예제에 대한 수치계산을 수행하였다.

5.1 가운데 균열을 갖는 평판

Fig. 3과 같이 가운데 균열을 갖는 평판의 양단에 균일한 인장응력이 작용하는 경우를 경계요소

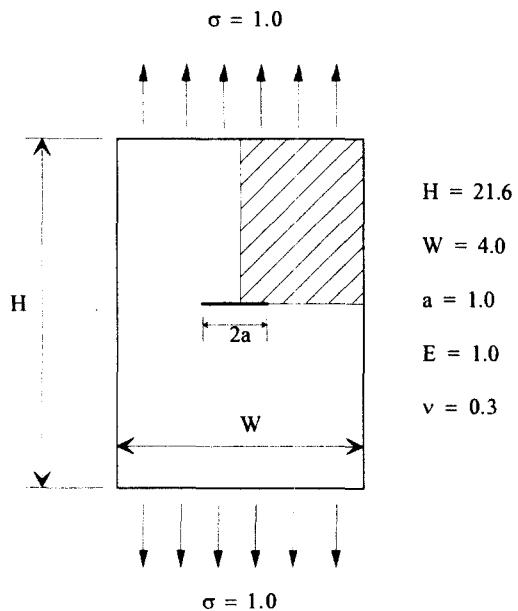


Fig. 3 Plate with a central crack and range of modeling

법과 경계요소와 유한요소 혼합형으로 모델링하여 해석한 다음 1-point 및 2-point rule로써 각각 계산된 응력강도계수를 이론치와 비교하였다. 대상 평판의 기하학적 대칭성을 고려하여 1/4 만을 모델링하였으며 대칭면에서 대칭경계조건을 부여하여 계산하였다. 경계요소와 유한요소 혼합형 모델링은 Fig. 4에서 보는 바와 같이 균열선단의 주위 부분은 경계요소로, 나머지 영역은 유한요소로 모델링하였다. 대상평판의 형상 및 하중의 대칭성으로 인하여 균열의 변형은 opening mode 인 Mode I만 발생된다. 두 가지 방법으로 계산된 응력강도계수 K_I 를 Table 1에 비교하였다.

전체적으로 정해에 비교하여 5%이내의 근접한 값을 보이고 있으며, 1-point rule로써 계산한 값이 2-point rule의 경우보다 오히려 약간 좋은 결과를 보이고 있다.

혼합형 모델이 경계요소 모델보다 약간 정확한 결과를 주고 있어, 본 논문에서 제안된 정식화 방법의 타당성과 정확도를 확인할 수 있다.

Table 1 Calculated stress intensity factor K_I of central crack

	1-point rule (error %)	2-point rule (error %)
FEM+BEM model	2.874 (3.6)	2.854 (4.3)
BEM model	2.852 (4.3)	2.823 (5.3)

(exact solution :

$$K_I = \sqrt{\sec \frac{\pi a}{W} \cdot \sigma \cdot \sqrt{\pi a}} = 2.981$$

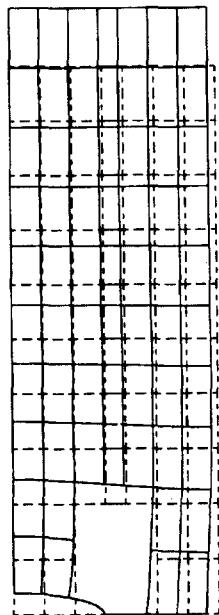


Fig. 4 Deformed shape of plate with a central crack(FEM+BEM model)

5.2 경사 균열을 갖는 평판

평판의 중앙에 45° 경사된 균열이 Fig. 5와 같이 존재하는 경우를 경계요소법과 경계요소+유한요소 혼합형 두 가지 방법으로 모델링하여 해석하였다. 두 방법 모두 경계요소 영역에서는 균열면을 중심으로 2 영역으로 분리하여 모델링하는 다영역 경계요소법을 이용하였다.

이 문제에서는 균열의 비대칭성으로 인하여 균열의 변형은 opening mode(Model) 뿐만 아니라 균열의 아래 윗면이 서로 미끄러지는 sliding

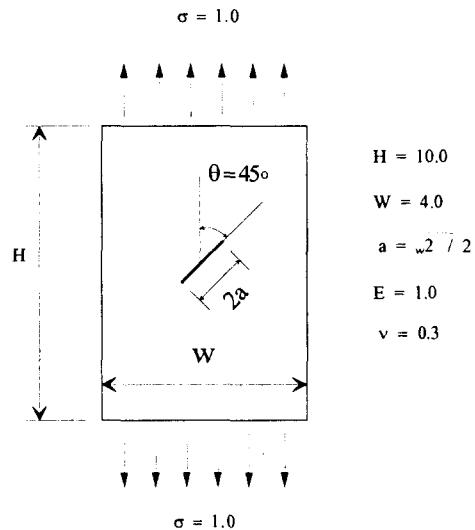


Fig. 5 Plate with a slanted crack

모드(Mode II)도 동시에 발생된다. 혼합형 모델링의 형상과 각각의 변형형상을 Fig. 6에 보였다. 경계요소법과 경계요소+유한요소 혼합형 두 가지 방법으로 계산된 응력강도계수 K_I 및 K_{II} 를 Table 2에서 정해와 비교하였다.

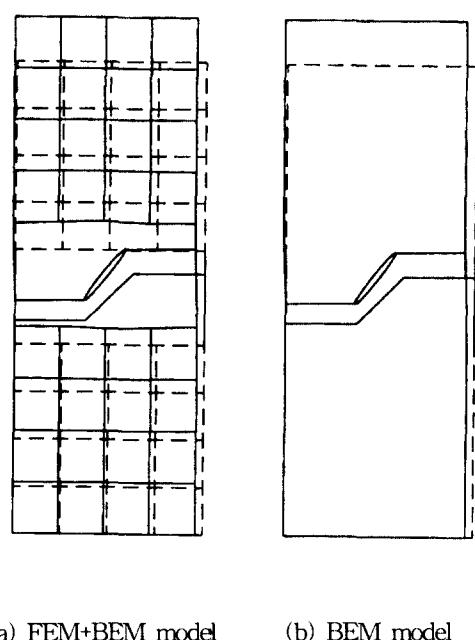
Table 2 Stress intensity factors of a slanted crack in a rectangular plate

		1-point rule (error %)	2-point rule (error %)
FEM+BEM model	K_I	0.800 (3.7)	0.812 (2.3)
	K_{II}	0.750 (3.8)	0.755 (3.2)
BEM model	K_I	0.806 (3.0)	0.811 (2.5)
	K_{II}	0.750 (3.8)	0.758 (2.8)

(Reference solution :

$$K_I = 0.831, K_{II} = 0.780[8]$$

참고 문헌[8]에 비교하여 3%내외의 상당히 근접한 값을 보이고 있어 본 연구의 타당성을 다시 한번 확인하고 있다. 큰 차이는 아니지만 2-point rule로써 계산한 값이 1-point rule의 경우보다 약간 좋은 결과를 보이고 있고, 경계요소모델과 경계요소+유한요소 혼합형 모델은 거의 유사한 결과를 보여주고 있다.



(a) FEM+BEM model (b) BEM model

Fig. 6 Deformed shape of the plate with a slanted crack

6. 결 론

본 연구에서는 영역 내부의 요소분할이 필요 없는 경계요소법을 적용하여 균열 선단 부근의 복잡한 형상을 좀더 손쉽게 모델링하는 한편 나머지 부분은 기존의 유한요소법을 적용, 결합하여 해석 할 수 있는 수치적 알고리즘을 연구하였다. 또한, 여러 가지 수치계산에 대한 결과를 고찰함으로써 본 연구에서 제안된 방법의 타당성을 검토하였다.

다영역 경계요소법과 유한요소법의 혼합형 정식화는 본 논문에서 처음으로 시도되었고, 정식화의 복잡성에도 불구하고 만족스러운 해석결과를 얻을 수 있었다. 이어지는 제 2보에서는 유한요소와 경계요소의 경계면에서의 적합조건을 반복법을 통하여 만족시키는 알고리즘의 개발과정과 그 효율성 및 정도에 대하여 다룰 예정이다.

앞으로 본 연구의 결과가 3차원 문제로 확장된다면, 대형 구조물에 대한 선형파괴 파라미터(응력

강도계수)의 계산과 균열의 안정성 및 전파특성 평가를 위한 좀더 효율적이며 정확한 해석결과를 제시할 수 있는 하나의 방안으로 발전 가능할 것으로 기대된다.

후기

본 연구는 한국기계연구원에서 수행한 ‘해양공간 이용 대형복합플랜트 개발’ 과제의 위탁과제로서 지원 받아 수행한 연구의 일부입니다. 관계자 여러분께 감사드립니다.

참 고 문 헌

- [1] 金在律, 金土洙, 鄭紀台, "基本數值計算力學," 文運堂, 1995.
- [2] Aliabadi, M. H. and Rooke, D. P., Numerical Fracture Mechanics, Computational Mechanics Publications and Kluwer Academic Publishers, 1991.
- [3] Banerjee, P. K., The Boundary Element Methods in Engineering, McGraw-Hill Book Company, 1994.
- [4] Becker, A. A. The Boundary Element Method in Engineering, McGraw-Hill Book Company, 1992.
- [5] Blandford, G. E., Ingraffea, A. R. and Liggett, J. A., "Two-Dimensional Stress Intensity Factors Using the Boundary Element Method," International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 17, pp. 387-404, 1981.
- [6] Jia, Z. H., Shippy, D. J. and Rizzo, F. J., "On the Computation of Two-Dimensional Stress Intensity Factors Using the Boundary Element Method," International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 26, pp. 2739-2753, 1988.
- [7] Lin, C.-C., Lawton, E. C., Caliendo, J. A. and Anderson, L. R., "An Iterative Finite Element - Boundary Element Algorithm," Computer & Structures, Vol. 59, No. 5, pp. 899-909, 1996.
- [8] Murakami, Y., Stress Intensity Factors Handbook, Pergamon Press, 1987.