

---

 論 文
 

---

大韓造船學會論文集  
 第 35 卷 第 1 號 1998年 2月  
 Journal of the Society of  
 Naval Architects of Korea  
 Vol. 35, No. 1, February 1998

## 정현파중에서의 잠수된 원형실린더의 비선형 운동에 관한 연구

이호영\*, 황종흠\*\*

### A Study on Nonlinear Motions of Submerged Circular Cylinder in Regular Wave

by

Ho-Young Lee\* and Jong-Heul Hwang\*\*

#### 요 약

잠수된 원형실린더의 대진폭운동에 대한 수치해석이 제시된다. 방법은 포텐셜이론에 근간을 두고 정현파중에서 2차원 운동은 초기치 문제로 귀결된다. 완전한 비선형자유표면 조건은 수치 계산영역에서 적용되고, 비선형 수치해는 수치계산의 임의의 가정된 경계를 따라 외부영역에서의 선형해로서 부과된다.

잠수된 원형실린더의 대진폭운동의 계산은 직접적으로 시간영역에서 시뮬레이션된다. 계산결과로 부터 물체와 유체입자의 상호 운동은 부양운동과 표류운동에 중요한 효과를 준다.

#### Abstract

A numerical analysis for large amplitude motions of submerged circular cylinder is presented. The method is based on potential theory and two-dimensional motions in regular harmonic waves are treated as an initial value problem. The fully nonlinear free surface boundary condition is assumed in an inner domain and this solution is matched along an assumed common boundary to a linear solution in outer domain.

Calculations of the large amplitude motion of a submerged circular cylinder are directly simulated in time domain. It is shown that relative motion between the body and fluid particle gives a significant effect on the lift and drift motions.

---

접수일자 : 1997년 8월 13일, 재접수일자 : 1997년 11월 20일

\* 정회원, 현대중공업(주) 선박해양연구소

\*\* 정회원, 서울대학교

1. 서론

자유수면과 관련된 물체의 운동에 있어 물리적 현상을 시간영역에서 해석하는 방법은 주파수영역의 해석 방법들에 비해 광범위한 적용성을 갖는 강력한 수단이다. 수치계산법으로 시간영역 그린(Green) 함수를 이용한 방법이 있고, 물체표면에 소오스를 분포시키고 자유표면을 스펙트럴 방법(spectral method)를 사용하여 나타내는 수치계산법이 있다. 이방법은 선형자유표면 조건과 완전한 물체표면 경계조건을 만족시키는 중간적 경계치 문제를 다룰 수 있으며, 수치계산시 기억용량, 계산시간 및 안정성면에서 다른 방법보다 우수한 것으로 생각된다[1]. 이외에, 물체표면 경계조건과 자유표면 경계조건 모두 비선형으로 취급할 수 있는 semi-Lagrangian time stepping method 등이 있다[2,3,4]. 이 방법은 물체표면과 자유표면에 소오스나 singularity를 분포하여 완전한 물체표면조건과 자유표면 조건을 만족시키며, 외부영역에서 선형해와의 정합[5,6]이나 파동을 억제하여 계산영역에 파의 반사를 억제하는 방법이 반드시 사용되어야 한다.

본 저자는 후자의 코시(Cauchy)이론을 사용하여 진진속도를 갖는 실린더의 대진폭 운동문제와 진진속도문제와 관련된 조파저항 문제를 다룬바 있다[5,6,7]. 본 논문에서는 이러한 방법을 파중에서 운동응답 계산에 확장 하였다.

잠수 주상체에 작용하는 운동응답에 관한 연구로서 시간영역에서 김[8]의 연구가 있으나, 김은 물체표면은 완전한 조건을 사용했으나, 자유표면을 선형화하였고 불완전한 초기조건을 부과하였다.

본 논문에서는 완전한 초기조건을 부과하여 대진폭 운동시 물체의 운동진폭, 위상 등이 운동응답에 미치는 영향을 다루었다. 계산결과로 부터 유체입자와 물체와의 상대운동이 표류력 및 부양력에 큰 영향을 미침을 알 수 있었고, 운동응답에 비선형 효과도 알 수 있었다.

2. 문제의 정식화 및 수치계산

2.1 문제의 정식화

본 논문은 규칙파중에서의 시간영역 이차원 경계치 문제의 해를 비선형 자유표면 경계조건과 완전한 물체표면 경계조건을 만족하도록 구하였다.

문제는 mixed Eulerian/Lagrangian 정식화에 의해 기술된 초기치 문제로 귀결된다. 좌표계는 Fig.1 에서와 같이 x 축을 정수면에 두고 y축은 윗방향으로 하는 공간고정 좌표계이다.

수심은 무한하며 표면장력은 무시하고, 유체는 비점성, 비압축성 유체이며 유체입자의 비회전 운동을 가정하여 복소포텐셜이 존재한다.

$$\beta(z, t) = \Phi(x, y; t) + i\Psi(x, y; t) \tag{1}$$

where  $z = x + iy$

속도포텐셜  $\Phi(x, y, t)$ , 그리고 유동함수  $\Psi(x, y, t)$ , 둘다 Laplace 방정식을 만족하고 결과적으로  $\beta$  는 유체 영역에서 해석적이다. 따라서 코시이론이 유효하다.

$$\oint_C \frac{\Phi + i\Psi}{z - z_0} dz = 0 \tag{2}$$

경계 C 는 자유표면, 물체표면과 정합면으로 구성된다. C 는  $\Phi$ 가 주어진  $C_\phi$ , 자유표면과 정합면,  $\Psi$ 가 주어진  $C_\psi$ , 물체표면으로 구성된다. 식(2)로부터 Fredholm 제 2종 적분방정식을 다음과 같이 도출할 수 있다.

$$\alpha\Psi(x_0, y_0; t) + \text{Re} \left[ \int_C \frac{\Phi + i\Psi}{z - z_0} dz \right] = 0 \tag{3}$$

, for  $z_0$  on  $C_\phi$

$$\alpha\Phi(x_0, y_0; t) + \text{Im} \left[ i \int_C \frac{\Phi + i\Psi}{z - z_0} dz \right] = 0 \tag{4}$$

, for  $z_0$  on  $C_\psi$

$\alpha$  는  $z_0$  에서 C의 두 tangent 사이의 각(solid angle)이다.

운동하는 실린더의 대한 물체에 대한 운동학적

조건은 다음과 같다.

$$\Psi = \dot{x}_G(y - y_0) - \dot{y}_G(x - x_0) - \frac{1}{2} \dot{\theta} R^2 \quad (5)$$

$(x_G, y_G)$  는 실린더의 중력중심의 좌표이며,  $\cdot$  는 시간미분을 표시하며,  $\dot{\theta}$  는 물체의 각속도이고,  $R^2 = (x - x_G)^2 + (y - y_G)^2$  이다.

자유표면의 운동학적 조건은 다음과 같다.

$$\frac{Dz}{Dt} = u + iv = w^*, \quad y = \eta(x) \quad (6)$$

$$w(z, t) = u(x, y; t) - iv(x, y; t) = \frac{\partial \beta(z, t)}{\partial z} \quad (7)$$

\*는 켈레복소수를 나타내고  $w$ 는 복소 속도이다. 자유표면의 운동학적 조건은 베르누이 방정식으로 부터 다음과 같다.

$$\frac{D\phi}{Dt} = \frac{1}{2} ww^* - gy - \frac{p_s}{\rho}, \quad y = \eta(x) \quad (8)$$

$p_s$  ; 대기압

### 2.2 선형해의 형태

외부영역의 해는 Wehausen and Laitone[9]의 2차원 파도 그린함수를 사용하여 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$G(P, Q, t - \tau) = Re[\delta(t - \tau) \log(P - Q)] + Re[\delta(t - \tau) \log(P - \bar{Q}) - 2gH(t - \tau) Re \int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{gk}} e^{-i(P - \bar{Q})} \sin[\sqrt{gk}(t - \tau)] dk] \quad (9)$$

그런 제 2정리를 도입하여 델타함수의 성질을 이용하고 코시리만관계를 사용하면 정합면에서의 외부영역의 해는 다음과 같이 표현된다[5,6].

$$2\pi\phi(P, t) = \int_0^t d\tau \int_{C_0} dC (\phi \frac{\partial G}{\partial n} - \psi \frac{\partial G}{\partial s}) + \int_0^t d\tau [G\psi]_{s_1}^{s_2} \quad (10)$$

$C_0$ 는 정합면이고,  $s_1$  과  $s_2$  는 자유표면과 정

합면의 교차점이다.  $s$  는 정합면에서 접선 방향의 단위벡터를 나타내고,  $n$  은 정합면에서 유체영역안으로 향하는 법선방향의 단위벡터이다.

정합면에서의 정합조건은 아래와 같다.

$$\phi = \phi, \quad \phi_n = \phi_n \quad (11)$$

$\phi$ 는 외부영역에서의 속도포텐셜이다. 자세한 식의 유도과 정합절차는 문헌[5,6]에 나타나 있다.

### 2.3 수치계산방법

물체의 운동은 뉴톤의 제 2법칙에의해 기술되므로 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$m \dot{x}_G = \int_{C_B} p n_x dC$$

$$m \dot{y}_G = \int_{C_B} p n_y dC - mg \quad (12)$$

$$I \dot{\theta} = \int_{C_B} p [-(y - y_G)n_x + (x - x_G)n_y] dC$$

$m$ 은 실린더의 질량이고,  $I$ 는 각운동과 관련된 질량 관성모멘트이다. 경계  $C_B$ 는 실린더의 물체표면을 표시하고,  $p$  는 압력인데 베르누이 방정식으로 부터 다음과 같다.

$$-\frac{p}{\rho} = \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2} w \cdot w^* + gy \quad (13)$$

물체표면에서  $\partial \phi / \partial t$ 를 계산하기 위해  $\partial \Psi / \partial t$  를 다음과 같이 표현하자.

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} = (y - y_G) \dot{x}_G - (x - x_G) \dot{y}_G - \frac{1}{2} R^2 \dot{\theta} + u_G v - v_G u + [(u_G - u)(x - x_G) + (v_G - v)(y - y_G)] \dot{\theta} \quad (14)$$

물체표면은  $\partial \Psi / \partial t$ 가 주어지고, 자유표면은  $\partial \phi / \partial t$ 가 주어지며, 정합면에서는  $\partial \phi / \partial t$ 와  $\partial \Psi / \partial t$ 의 관계식에서  $\partial \phi / \partial t$ 가 주어진다고 생각하자. 식 (14)를 간략하게 표현하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} = \frac{\partial \Psi_1}{\partial t} \dot{x}_G + \frac{\partial \Psi_2}{\partial t} \dot{y}_G + \frac{\partial \Psi_3}{\partial t} \dot{\theta} + \frac{\partial \Psi_4}{\partial t} \quad (15)$$

자유표면에서의  $\partial \Phi / \partial t$ 는 다음과 같다.

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = -\frac{1}{2} \mathbf{w} \cdot \mathbf{w}^* - gy = \frac{\partial \Phi_4}{\partial t} \quad (16)$$

경계 C 에서 해를 복소포텐셜의 시간에 대한 미분의 형태로 표현하자.

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + i \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \beta_{1t} \dot{x}_G + \beta_{2t} \dot{y}_G + \beta_{3t} \dot{\theta} + \beta_{4t} \quad (17)$$

$\beta_{ji}$  는  $\beta_j$  를 시간으로 미분한 것을 나타낸다.  $\beta_{ji}(j=1,2,3)$  에 대한 경계조건은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi}{\partial t} &= 0, & \text{on the free surface} \\ \frac{\partial \Phi}{\partial t} &= 0, & \text{on the matching surface} \\ \frac{\partial \Psi}{\partial t} &= \frac{\partial \Psi_j}{\partial t} & \text{on the body surface} \end{aligned} \quad (18)$$

$\beta_{4t}$  에 대한 경계조건은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi}{\partial t} &= \frac{\partial \Phi_4}{\partial t} & \text{on the free surface} \\ \frac{\partial \Phi}{\partial t} &= \frac{\partial \Phi_4}{\partial t} & \text{on the matching surface} \\ \frac{\partial \Psi}{\partial t} &= \frac{\partial \Psi_4}{\partial t} & \text{on the body surface} \end{aligned} \quad (19)$$

물체표면에서  $\partial \Phi / \partial t$ 를 구하기 위해 경계조건 식(18), (19)를 이용하여 식(2)에서  $\Phi$ 와  $\Psi$  대신  $\Phi_4$ 와  $\Psi_4$ 로 치환한 행렬방정식을 4번 풀면  $\partial \Phi_4 / \partial t$ 를 구할 수 있고  $\partial \Phi / \partial t$ 는 다음과 같다.

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = \frac{\partial \Phi_1}{\partial t} \dot{x}_G + \frac{\partial \Phi_2}{\partial t} \dot{y}_G + \frac{\partial \Phi_3}{\partial t} \dot{\theta} + \frac{\partial \Phi_4}{\partial t} \quad (20)$$

식(20)을 식(13)에 대입하고 식(13)을 식(12)에 대입하여 정리하면 다음과 같은 행렬방정식이 도출된다.

$$\begin{aligned} (m + A_{xx}) \dot{x}_G + A_{xy} \dot{y}_G + A_{x\theta} \dot{\theta} &= F_x \\ A_{yx} \dot{x}_G + (m + A_{yy}) \dot{y}_G + A_{y\theta} \dot{\theta} &= F_y - mg \\ A_{\alpha x} \dot{x}_G + A_{\alpha y} \dot{y}_G + (I + A_{\theta\theta}) \dot{\theta} &= F_\theta \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} A_{pq} &= \int_{C_n} \rho \frac{\partial \Phi_q}{\partial t} n_p dC \\ F_p &= \int_{C_n} \rho \left[ \frac{\partial \Phi_4}{\partial t} + \frac{1}{2} \mathbf{w} \cdot \mathbf{w}^* + gy \right] n_p dC \end{aligned} \quad (22)$$

식(22)의  $A_{pq}$ 는 동유체력 계수를 나타내고,  $F_p$ 는 감쇠계수와 정력학적인 힘 항을 모두 나타낸다. 식(21)로 부터  $3 \times 3$  행렬방정식을 풀면  $\dot{x}_G, \dot{y}_G, \dot{\theta}$ 를 구할 수 있다. 연이어 일관성을 유지하기 위해 자유표면을 추적하는 방법과 같이 Runge-Kutta-4th order 방법과 Hamming's predictor-corrector 방법을 적용하여 변위, 속도를 구하였다[5].

### 3. 계산결과 및 고찰

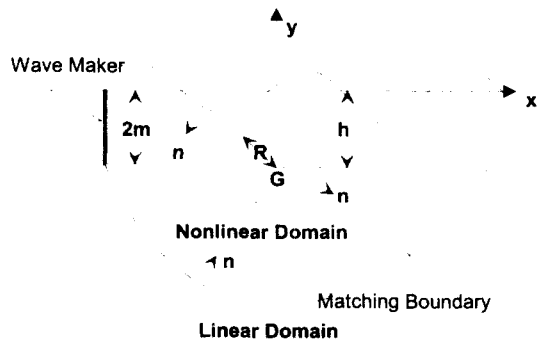


Fig.1 Coordinate system

운동응답 계산은 Fig.1의 잠수 원형실린더(반폭 1m, 잠수깊이 2m)에 대해 대진폭 운동시 물체의 운동진폭 및 위상등에 의한 영향을 검토하였다. 수치계산은 와도효과가 충분히 소멸되도록 파주의 7번째 주기의 운동을 Fourier 변환하여 운동 응답, 위상차 및 한주기동안 시간평균된 운동을 계산하였다. 입사파는 plunger 형태의 조파기(깊이 2m)를 좌측의 2파장정도에 설치하였고 조파기의 속도는 아래와 같이 여현 위상으로 주었다.

$$u(y,t) = A \omega \cos(\omega t), \quad t \geq 0 \quad (23)$$

정합면의 반경은 2파장되는 곳에 설치한 반원형태이며, 따라서 수치계산 영역은 약 4파장 정도의 길이를 가진다.

Fig.2는 무차원화된 파수,  $K_R (= \omega^2 R/g)$ 가 0.5에 대해 진폭비(=A/R) 0.2, 0.3인 경우의 파형을 보여주고 있다. 정합면에서의 파의반사는 보이지 않으며 선형해와의 정합이 순조롭게 진행됨을 알 수 있다.

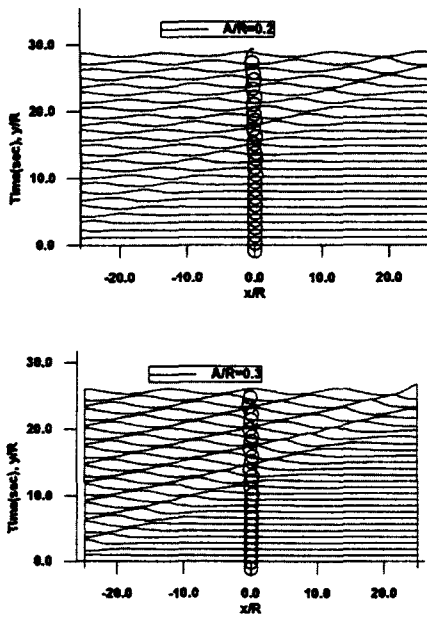


Fig.2 Wave profiles and body motions generated by wave maker ( $K_R=0.5$ )

Fig.3은 원형실린더 중심위치, 좌우 1파장 위치의 파고를 보여주고 있다. 3곳에서 파의 위상은 같음을 알 수 있고 우측 한파장 지점의 파가 산란파의 영향에 의해 파고가 가장 크다.

Fig.4는 부가질량 ( $A_{11}, A_{22}$ )를 보여주고 있다. 시간평균된 부양력에 의해 일정하게 증가하며, 동시에 진동하는 것을 알 수 있다. Fig.5, Fig.6은 식(22)에서  $F_p$ 에 대한 계산결과를 나타내었으며, 진폭비에 따른 sway 및 heave 방향의 감쇠력과 정력학적 힘을 보여주고 있다.

Fig.7은 수평운동, 상하운동 및 각운동을 보여주고 있다. 그림으로 부터 알 수 있듯이 각운동은 거의 발생하지 않고 있다.

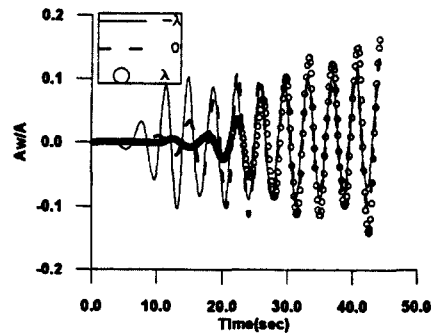


Fig.3 Free surface elevation at  $x = -\lambda, 0, \lambda$  ( $K_R=0.3$ )

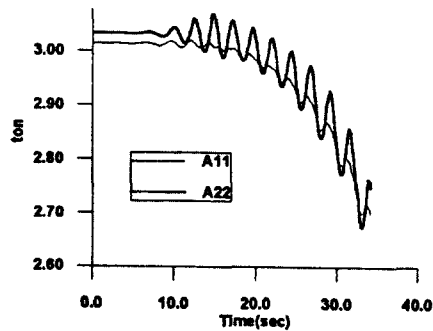


Fig.4 Added mass of submerged circular cylinder ( $K_R=0.7$ )

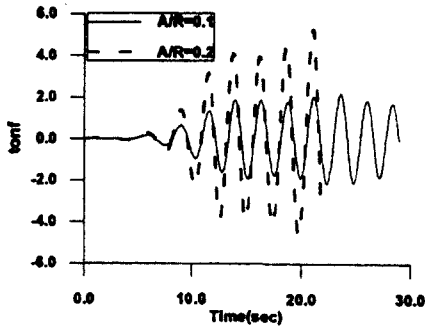


Fig.5 Damping force and hydrostatic force of sway-direction(  $K_R=0.7$  )

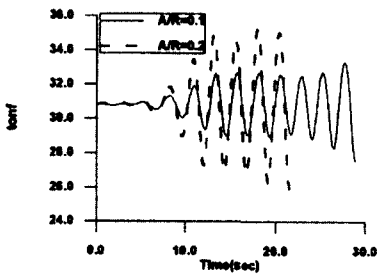


Fig.6 Damping force and hydrostatic force of heave-direction(  $K_R=0.7$  )

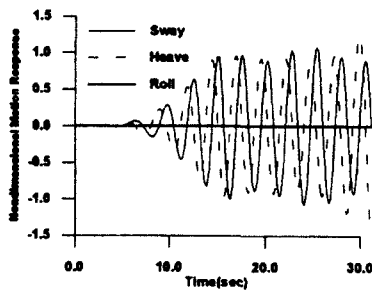


Fig.7 Time history motion generated by wave maker(  $K_R=0.6$  )

Fig.8은  $K_R=0.1, 0.5, 1$  에서 진폭비가 변함에 따라 원형실린더의 운동패적을 보여주고 있다. 이로부터 파수와 진폭비가 커짐에 따라 부양운동 커진다.

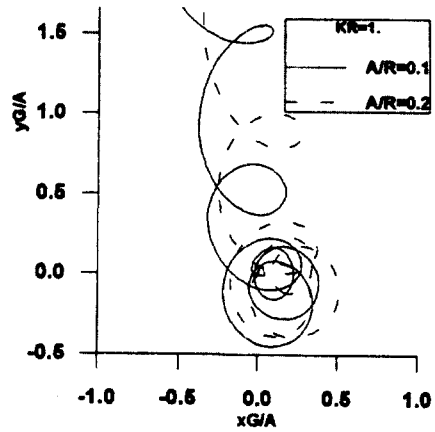
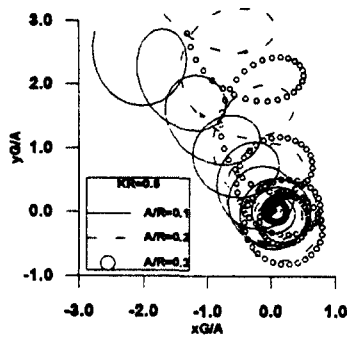
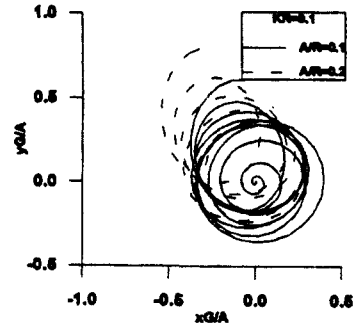


Fig.8 Trace of circular cylinder generated by wave maker

Fig.9, Fig.10, Fig.11은 수평운동, 위상차 및 한 주기 동안 시간평균된 표류운동을 보여주고 있다. 수평운동의 진폭은  $K_R$ 이 약 0.5에서 가장 크며, 진폭비가 커질수록 약간 커진다. Fig.10에서의 위상차는 조파기와의 상대 위상차이며,  $K_R$ 이 0.5에서 절대치가 가장 크다. 한주기동안 시간평균

된 표류운동은 진폭비가 0.1인 경우에 파의 진행 방향과 반대가 됨을 알 수 있고, 진폭비가 0.2인 경우 고주파수에서 파의 진행방향과 동일하게 작용한다. 파의 진행방향과 반대의 표류운동이 발생하는 이유는 부양운동과의 연성작용 때문에 발생된다고 생각된다.

Fig.12, Fig.13, Fig.14은 상하운동, 위상차 및 시간평균된 부양운동을 보여주고 있다. 상하운동 응답의 최대치는 수평운동과 마찬가지로  $K_R$ 이 0.5 일 때 이고, 위상차는 수평운동과 반대로  $K_R$ 이 0.5인 경우에 최소치가 된다. 한주기 동안 시간평균된 부양운동은  $K_R$ 과 진폭비가 커질수록 표류운동에 비하여 상당히 커진다.

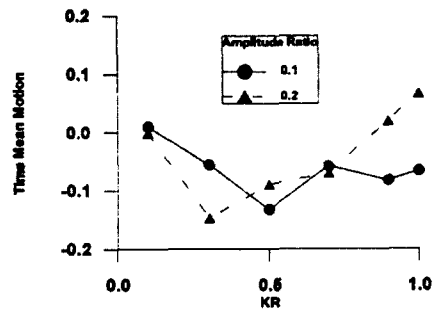


Fig.11 Time mean motion of sway-direction for submerged circular cylinder

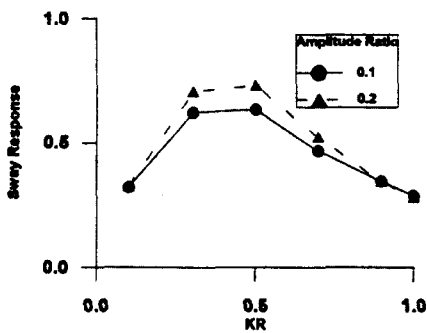


Fig.9 Sway response for submerged circular cylinder

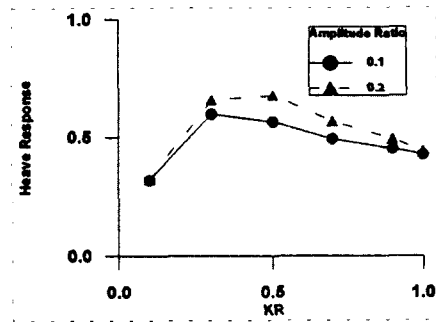


Fig.12 Heave response for submerged circular cylinder

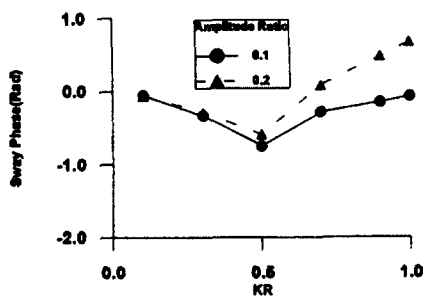


Fig.10 Sway phase for submerged circular cylinder

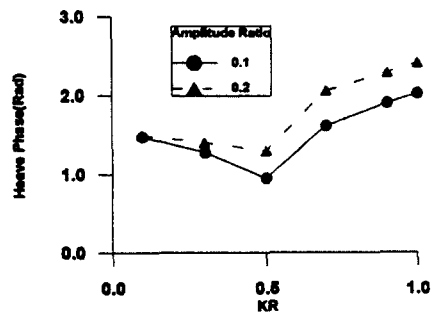


Fig.13 Heave phase for submerged circular cylinder

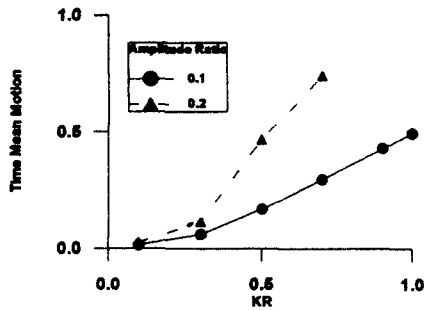


Fig.14 Time mean motion of heave-direction for submerged circular cylinder

4. 결론

실린더의 대진폭 운동응답이 시간영역 해법으로 계산되었다. Vinje[4]에 의해 단순강제 동요문제에 적용되었던 코시이론에 의한 수치 계산법을 입사파중에서의 운동응답 계산에 확장하였다.

규칙파중에서의 물체의 대진폭 운동을 직접 시뮬레이션할 수 있는 프로그램이 개발되었고, 계산예로서 중립부양상태인 잠수 원형 실린더의 자유수면 근처에서의 대진폭 운동응답이 계산되었다.

계산결과 진폭비가 증가할수록 표류운동이 커진다. 또한 시간이 진행될수록 상방향의 부양력에 의한 시간평균된 부양운동이 증가하였다.

참 고 문 헌

- [1] Chapman, R.B., "Large-Amplitude Transient Motion of Two-Dimensional Floating Bodies", J. of Ship Research, Vol.23, 1979.
- [2] Longuet-Higgins, M.S. and Cokelet, E.D., "The Deformation of Steep Surface Waves on Water : I. A Numerical Method of Computation", Proc. Soc. London A.350, 1976.
- [3] Faltinsen, O.M., "Numerical Solution of Transient Nonlinear Free-Surface Motion Outside Inside Moving Bodies", Proc. 2nd Int. Conf. on Num. Ship Hydrodyn., 1977
- [4] Vinje, T. and Brevig, P., "Nonlinear Ship Motion", Proc. 3rd Int. on Num. Ship Hydrodyn., 1981.
- [5] 이호영, "수중의 물체운동에 연관된 2차원 비선형 경계치문제의 해석", 서울대학교, 박사학위논문, 1992.
- [6] 이호영, 황종홍, "주상체의 비선형운동(I)", 대한조선학회논문집, 제 29권 제 4호, 1992.
- [7] 이호영, 황종홍, "주상체의 비선형운동(II)-전진동요 문제, 파랑중의 운동-", 대한조선학회논문집, 제 30권 제 1호, 1993.
- [8] 김용직, "규칙파중에서의 주상체의 대진폭운동에 관한 연구", 대한조선학회지, 제26권 제2호, 1989.
- [9] Wehausen, J.V. and Laitone, E.V., "Surface Waves", Encyclopedia of Physics, Vol.9 Springer-Verlag, 1960.