

## NURBS Surface Global Interpolation에 대한 한 방법: II

정 형 배\*

### A New Method of the Global Interpolation in NURBS Surface: II

Hyung-Bae Jung\*

#### ABSTRACT

In parametric surface interpolation, the choice of the parameter values to the set of scattered points makes a great deal of difference in the resulting surface. A new method is developed and tested for the parametrization in NURBS surface global interpolation. This method uses the parameter value at the maximal value of relevant rational basis function, to assign the parameter values to the arbitrary set of design data. This method gives us several important advantages in geometric modeling, the freedom of the selection of knot values, the feasible transformation of the data set to the matrix, the possibility of affine transformation between the design data and generated surface, etc.

**Key words :** Global interpolation, NURBS surface, Rational basis function

#### 1. 서 론

데이터 피팅(data fitting)은 주어진 조건을 만족하며 주어진 설계 데이터를 통과하는 함수를 정의하는 분야로 대체로 근사법(approximation)과 보간법(interpolation)으로 나눌 수 있다. 이 중 보간법은 설계 데이터를 꼭 통과해야 하며, 근사법은 근사하게 통과해도 된다는 면에서 방법의 차이가 구별된다. 보간법은 또한 국부보간법(local interpolation)과 전체보간법(global interpolation)으로 나눌 수 있는데, 국부보간법은 주어진 조건이 로컬(local) 단위로 영향을 미치며, 전체보간법은 전체로 영향을 미친다. 그러므로 전체보간법에 비해 국부보간법은 로컬끼리의 경계에서 주어진 조건의 처리, 많은 경우에 연속성에 문제가 발생한다. NURBS(Non-Uniform Rational B-Spline) 곡면 전체보간법은 주어진 설계 데이터를 통과하는 곡면함수를 정의하기 위하여 NURBS를 통제하는 조정점(control point net)을 구하는 방식이다. 그동안 이 분야에 대한 많은 연구가 이루어져 수학적인 완전해를 구할 수 있는 여러 방법들이 소개되었다<sup>[1-3]</sup>.

근본적으로 함수의 차수가 한정된다 하더라도 주어진 설계 데이터를 통과하는 NURBS 곡면은 무한히 많으므로 완전해는 무한히 많다<sup>[4]</sup>. 이와같은 이유는 각 설계 데이터에 파라메타와 웨이트(weight), 노트(knot)의 값을 어떻게 할당하느냐에 따라 전혀 다른 곡면이 생성되기 때문이다. 여기서 웨이트는 사용자의 사용값(input value)으로 남겨두고, 파라메타값의 변화에 의하여 해를 찾는다. 노트값은 많은 방법들이 방법 자체의 제약성 때문에 구해지는 파라메타값에 연계하여 구한다. 즉, 설계 데이터에 어떻게 파라메타 값을 결정하느냐에 따라 여러방법이 구별될 수 있는데, 설계 관점에서 좋은 방법의 판별기준은 설계 특성에 맞는 얼마나 효율적인 곡면을 생성할 수 있느냐에 달려있다. 지금까지의 방법들은 각 설계점간의 거리에 기준을 두고 파라메타값들을 결정하였는데, 불행히도 이러한 방법들은 자동차, 선박 등 일반적인 물체의 설계에서 자주 나타나는 불균일한 배열의 설계 데이터들에서 효율적인 곡면을 생성하는 데 여러가지 문제점들을 발생시키고 있어 초기설계에 까지도 이용되지 못하고 있다. 따라서, 이러한 문제점들을 개선할 수 있는 새로운 해결 방법이 Jung에 의하여 모색되었는데, 이 방법은 각 설계점간의 거리에 기준을

\*중신회원, 목포대학교 선박해양공학과

두지않고 새로운 개념에 의해 파라메타값들을 구하고, 이를 이용하여 조정점들을 계산하였다<sup>1)</sup>. 그러나 이 방법은 풀이를 위하여 점진적인 접근을 하는 반복법을 사용하였는데, 실험적으로는 수렴하나 명확한 수렴에 대한 증명이 이루어지지 않았다. 본 연구에서는 Jung 이 사용하였던 새로운 개념을 반복법이 아닌 직접법에 응용하여 수학적인 완전해를 보장하는 새로운 방법을 개발하였다. 새로운 방법은 생성곡면에 안정적인 뿐만 아니라 형상모델링(geometric modeling) 작업측면에서 여러가지 중요한 장점들을 가지고 있다.

### 2. 직접법에 의한 NURBS 보간법

NURBS 곡선의 일반식은 다음과 같다.

$$C(u) = \sum_{i=0}^n P_i R_{i,p}(u) \tag{1}$$

여기서,  $P_i$ : 조정점

$R_{i,p}(u)$ : 유리기저함수(rational basis function)  
(degree:  $p$ )

$$R_{i,p}(u) = \frac{w_i N_{i,p}(u)}{\sum_{j=0}^n w_j N_{j,p}(u)} \tag{2}$$

$w_i$ : 웨이트(weight)

$N_{i,p}(u)$ : 기본 비스플라인 기저함수(normalized B-spline basis function)

곡선이 설계 데이터를 통과하기 위하여 각 설계점 은 어떤 파라메타값  $u_k$ 를 갖고 식 (1)을 만족하여야 한다. 설계 데이터를  $Q_k$ 로 나타내면 다음 식이 성립 된다.

$$Q_k = C(u_k) = \sum_{i=0}^n P_i R_{i,p}(u_k) \tag{3}$$

윗식에서  $Q$ 점 하나마다 1개의 식이 성립되므로,  $(n+1)$ 개의 미지수  $P$ 를 결정하기 위해서는  $(n+1)$ 개의 식이 필요하다. 즉 설계 데이터의 개수에 따라 조정점의 개수가 동일하게 결정된다. 이 식들은 미지수  $(n+1)$ 개, 식  $(n+1)$ 개의 선형연립방정식으로 행렬형식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \cdot & \cdot & R_{i,p}(u_0) & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & R_{i,p}(u_1) & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & R_{i,p}(u_n) & \cdot & \cdot \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_0 \\ P_1 \\ \cdot \\ P_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_0 \\ Q_1 \\ \cdot \\ Q_n \end{bmatrix} \tag{4}$$

여기에서  $u_0, u_1, \dots, u_n$ 은 각  $Q_i$ 점에 할당된 파라메타값이다. 조정점  $P_i$ 를 구하기 위해서는 (4)식에서  $R_{i,p}(u)$  행렬에 역행렬을 구하여 오른쪽에 곱하면 된다.

곡면을 표현하는 NURBS의 일반식은 다음과 같다.

$$S(u, v) = \sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^n P_{ij} R_{i,p}(u) R_{j,q}(v) \tag{5}$$

곡면의 보간법은 곡선의 경우를  $u, v$  두 방향의 파라메타에 적용하여 구할 수 있다. 첫번째 파라메타를 사용하여 (4)식을 여러번 적용하여 각 조정점들을 구하고 이들을 다시 설계 데이터로 이용하여 두번째 파라메타로 최종 조정점들을 구한다. 이 때 거리에 기준을 둔 방법들은 각 행이나 열의 파라메타의 값이 각기 다를 수 있으므로 각행이나 열의 대표값을 취한다. 파라메타의 대표값은 구해진 파라메타의 값들에서 다른 파라메타 방향으로 같은 행이나 열의 값들의 평균값을 택한다.

$$\begin{aligned} Q_{k,l} &= \sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^n P_{ij} R_{i,p}(u_k) R_{j,q}(v_l) \\ &= \sum_{i=0}^m \left[ \sum_{j=0}^n P_{ij} R_{j,q}(v_l) \right] R_{i,p}(u_k) \\ &= \sum_{i=0}^m C_i(v_l) R_{i,p}(u_k) \end{aligned} \tag{6}$$

### 3. 새로운 방법

본 연구에서는 다음과 같은 새로운 방법을 개발하였다:

"각 설계점에 파라메타값을 결정하는 데 있어서,  $i$ 번째 설계점의 파라메타값은  $i$ 번째 유리기저함수(rational basis function)의 최대값에서의 파라메타값과 일치시킨다."

비스플라인 전체보간법의 파라메타를 결정하는 방법의 발상 이유를 설명하는 일은 어렵다. 더구나 수학적인 전개는 실제적으로는 생각할 수 없다<sup>13,14)</sup>. 거리에 기준을 둔 이유도 구심력방법(centripetal method)의 이유도 모두 실험적인(heuristic) 이유이다. 한 예로 G. Farin이 설명한 거리에 기준을 두는 이유를 설명하면 다음과 같다<sup>14)</sup>.

"기하학적인 정보를 반영하는 거리에 기준을 둔 방법이 등간격방법(equally spaced method)에 비해 좋다는 이유는 다음과 같은 실험적 해석(heuristic explanation)이다. 곡선에 파라메타  $u$ 를 시간이라하자. 시간에

따라  $x(u)$ 가  $u_0$ 에서  $u_1$ 에  $x(u_0)$ 와  $x(u_1)$ 을 지난다 하자. 등간격방법에 의해서는  $x(u)$ 는 인접한 두 설계점 사이에 거리에 관계없이 같은 시간을 소비한다. 차로 드라이브하여 설계점을 통과 한다고 하자. 두 점 사이가 먼곳은 고속을 내야하고 거리가 짧은 곳은 지나치기 쉽다. 대체적으로 일정한 속력과 가속도로 운전자가 쉽게 통과해가기 위해서는 거리에 기준을 두어야 한다.

새로운 방법에 대한 발상의 이유에 대한 설명도 실험적(heuristic)이다. NURBS 곡면의 부드러움(smooth)의 판별은 조정점밀의 부드러움으로 대신할 수 있다. 조정점밀이 부드러우면 생성되는 곡면도 부드러울거고, 조정점밀이 요동치면 생성되는 곡면도 요동친다고 할 수 있다. 조정점을 결정하는 인자는 식 (4)에서 보는 것 처럼 설계점과 유리기저함수값으로 이루어진 역행렬이다. 설계점은 주어진 조건이므로 요동의 키는 역행렬에 달려있다 할 수 있다. 조정점을 결정하는 프로세스는 각 설계점에 역행렬의 해당 행의 각열의 인자를 곱하여 이루어진다. 역행렬의 인자는 매우 큰 수가 자주 발생한다. 요동을 억제하기 위해서는 역행렬의 인자들의 최대값이 가장 작을 때이다. 즉 어떤 설계점의 영향치가 너무 과도하지 않도록 최대한 억제 되어야만 요동이 적다. 100회 이상의 실험을 가져본 결과, 얼마나 파라메타가 유리기저함수의 최대치에 가까우느냐에 따라 반비례하여 요동이 일어났으며, 최대값이 가장 작을 때는 실험적으로 새로운 방법에 의하여 파라메타를 결정하였을 때이었다.

Fig. 1은 조정점 수: 9, 차수(degree): 3, 노트벡터:  $\{0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.5/6, 1.5/6, 2.0/6, 4.5/6, 5.0/6, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0\}$ , 웨이트:  $\{1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0\}$ 일 때 나타나는 유리기저함수  $R_{i,p}(u)$ 의 그래프이다. 최대치의 파라메타값은  $\{0.000000, 0.043620, 0.118350, 0.250000, 0.423190, 0.666667, 0.833333, 0.932882, 1.000000\}$  이고, 상응하는 최대치는  $\{1.000000, 0.681520, 0.554612, 0.750000, 0.576746, 0.576190, 0.722222, 0.535129, 1.000000\}$  이다. 최대치 및 상응 파라메타값은 수치적(numerical)으로 구하였다. Fig. 1에서 보는 것처럼 유리기저함수의 최대치는 하나 뿐이므로 뉴우튼-랩슨 방법(Newton Raphson method), 이등분법(bisection method) 등을 사용하여 최대치 및 해당 파라메타값을 수치적으로 구하는 데 분제가 없었다.

이 방법은 다음과 같은 중요한 장점들을 가지고 있다.

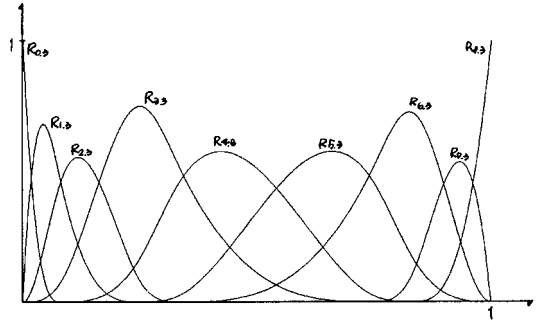


Fig. 1. Rational basis function.

- ① 노트벡터의 선택이 자유롭다.
- ② 설계점과 조정점 및 생성되는 곡면 사이의 어핀 트랜스폼(affine transformation)이 가능하다.
- ③ 설계 데이터의 중복 사용이 가능하다.
- ④ 설계 곡면이 안정적이다.

#### 4. 새로운 방법의 장점

아래에 새로운 방법의 장점들을 설명한다. 어떤 경우는 실험적(heuristic)인 증명이다. 가령 효율적인 곡면은 설계자마다 판단 관점이 다르므로, 원하는 곡면은 노트벡터와 웨이트 등을 고쳐 도달 할 수 있으리라 믿는다.

##### 4.1 노트 벡터의 선택이 자유롭다.

앞에서 본 행렬형식의 결정식을 다시한번 보자.

$$\begin{bmatrix} \cdot & \cdot & R_{i,p}(u_0) & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & R_{i,p}(u_1) & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & R_{i,p}(u_n) & \cdot & \cdot \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_0 \\ P_1 \\ \cdot \\ P_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_0 \\ Q_1 \\ \cdot \\ Q_n \end{bmatrix}$$

조정점을 구하기 위해서는 유리기저함수 행렬을 식의 오른쪽으로 이동시킬 수 있도록,  $R_{i,p}(u)$  행렬의 역행렬을 구하면 된다. 역행렬이 존재하기 위해서는 랭크(rank)의 수가 행의 수와 같아야 하는데, 거리에 기준을 둔 방법들에서 임의적으로 노트벡터를 결정하였을 때는 어떤 열의 인자가 모두 0이 되어 랭크의 수가 행의 수보다 적게 되는 경우가 자주 발생한다. 랭크의 수가 행의 수보다 적으면 상규라케이스(singular case)가 발생되어 역행렬을 구할 수 없다. 이와같은 경우의 원인은, 유리기저함수  $R_{i,p}(u)$ 를 결정하는 기본기저함수(normalized basis function)  $N_{i,p}(u)$ 의 정의에서 찾을 수 있다.  $N_{i,p}(u)$ 는 노트벡터와

|       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 0.164 | 0.598 | 0.223 | 0.015 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 0.000 | 0.177 | 0.597 | 0.226 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 0.000 | 0.000 | 0.167 | 0.667 | 0.177 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.167 | 0.667 | 0.177 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.226 | 0.597 | 0.177 | 0.000 | 0.000 |
| 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.016 | 0.223 | 0.598 | 0.164 | 0.000 |
| 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 1.000 |

Fig. 2. The matrix of the value of rational basis function.

연관되어 일정한 부분만 0이 아닌 값이 있다<sup>[1-3]</sup>. (2) 식에 따르면  $R_{i,p}(u)$ 도 일정한 부분만 0이 아닌 값이 있다. 즉, 파라메타값에 따라 정해지는 (4) 식의  $R_{i,p}(u)$  행렬이 노트벡터와 연관이 없이 정해진다면, 어떤 열의 인자가 모두 0이 되는 경우가 자주 발생될 수 있음을 알 수 있다. 그러므로 모든 열에 0이 아닌 값의 존재를 보증할 수 없는 거리에 기준을 둔 방법들은 아래 식 (7)와 같이 노트벡터 U를 파라메타값과 관련하여 구하므로써 모든 열에 0이 아닌 값을 확보한다<sup>[1]</sup>. 그러나 이와같은 제약은 사용자로부터 원하는 곡면을 생성하기 위하여 자유롭게 변화된 값을 사용값(input value)으로 사용할 수 있는 자유를 빼앗는 단점이 있다.

$$U = \{0, 0, \dots, 0, U_{p_1}, \dots, U_{n-1}, 1, \dots, 1\} \quad (7)$$

$$U_{j+p} = \frac{1}{p} \sum_{i=1}^{j+p-1} u_i \quad j = 1, \dots, n-p$$

Fig. 2는 식 (4)에 유리기저함수 행렬값의 한 예이다. 본 연구에서 개발된 새로운 방법은 Fig. 2에서 보는 것 처럼 각 열에 0이 아닌 해당 유리기저함수의 최대치가 존재하며, 최대치를 중심으로 p 또는 (p+1) 개 씩의 0이 아닌 값이 존재한다. 전체적인 행렬의 형상은 대각선 방향에 1보다 작은 실수의 인자들이 존재하고 나머지는 0인 행렬이 형성된다. 이런 경우 역행렬은 경험적으로 존재한다고 할 수 있다. 그러므로 새로운 방법은 노트벡터의 선택이 자유롭다.

4.2 어핀트랜스폼(affine transformation)이 가능하다

비스플라인에서 어핀트랜스폼은 곡선이 조정점의 변환(transformation: translation, rotation, scaling 등)에 따라서 유사하게 변한다는 것이다. 즉 곡선을 변환시키고 싶으면 조정점들만 변환시키면 된다. 이를 해석적으로 설명하자면 다음과 같다. 비스플라인은 조정점과 유리기저함수의 곱의 합으로 이루어지

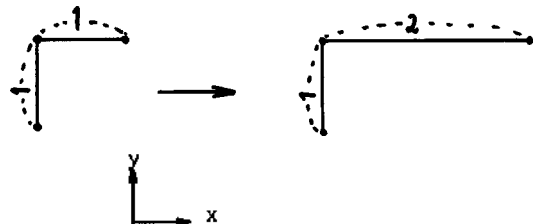


Fig. 3. The change of distance ratio by scaling on x-coordinate.

는데, 유리기저함수는 형상(geometry)과 상관없으므로 비스플라인의 형상변화는 곧 조정점의 형상 변화에 따른다.

이와같은 경우는 노트벡터가 변환의 전후를 통해 같을 경우에만 성립한다. 즉 노트벡터가 일정하면 유리기저함수는 고유하지만 노트벡터가 형상(geometry)에 따라 변하면 유리기저함수도 고유하지 않다. 거리에 기준을 둔 방법들은 Fig. 3에서 보여주는 데로 변환의 전과 후에 따라 거리 비율이 다를 수 있어 유리기저함수가 다를 수 있다. 그러므로 거리에 기준을 둔 방법들은 어핀트랜스폼(affine transformation)이 성립하지 않는다. 그러나 새로운 방법은 형상(geometry)과 노트벡터 사이의 연관관계가 없고 변환의 전후를 통하여 노트벡터가 일정하므로 어핀트랜스폼의 성립조건에 아무런 변화가 없다. Fig. 3에서 왼쪽 그림은 3개의 조정점들간의 거리 비율을 나타내며 오른쪽 그림은 x-좌표축을 기준으로 2배 확대(scaling)한 후의 그림이다.

4.3 설계 데이터의 중복사용이 가능하다

조정점  $P_{i,j}$ 를 계산하기 위해서는 주어진 설계 데이터  $T$ 를 가지고 (6)식과 같은  $Q_{k,i}$ 를 형성시켜야 하는데,  $Q_{k,i}$ 는 정방행렬이다. 주어진 설계 데이터를 정방행렬꼴로 정리하기 위해서는 보통의 경우 u, v 방향에서 주어진 데이터의 수가 같지 않으므로 데이터의 생성에 의하여 같게 만드는 조작이 필요하다. 거리에 기준을 둔 방법들은 중복을 하면 똑같은 파라메타의 존재로 (4)식에서 똑같은 행이 존재하여 풀이에 문제가 발생한다. 그러나 새로운 방법에서는 중복사용하더라도 Fig. 1에서 보는 것처럼 각 유리기저함수의 최대치 파라메타값이 다르므로 거의 문제가 없다. 이 점은 하나의 노트벡터를 (p+1)번 이상 겹쳐 사용하지 않는 이상은 성립한다. 여기에서 p는 차수를 나타낸다. 실제로 노트벡터를 p번 겹치면 그 점에서 곡선은 둘로 나뉘며 그 이상 겹치면 부드러운(smooth) 곡선은 생성되지 않으므로, 하나의 노트벡터

를  $(p+1)$ 번 이상 겹쳐 사용하는 것은 예외로 한다. 이와같은 데이터의 중복사용의 허용은 실제 설계자에게 편리함을 주고 알고리즘(algorithm)의 확장에 좋은(positive) 영향을 준다.

**4.4 설계곡면이 안정적이다**

NURBS 곡면 전체보간법(NURBS surface global interpolation)을 연구하다 보면, 각 설계점에 해당 파라메타를 결정하는 데 있어서 그 변화에 따라 곡선이나 곡면이 대단히 민감한 반응을 일으킴을 알 수 있다. 실제로 거리에 기준을 둔 방법들 간에는 결정되는 파라메타의 값들이 별로 큰 변화가 없으면서도 결과치는 대단히 다르다. 또한 거리에 기준을 둔 방법들은 각개 곡선에서는 곧장 만족할만 하다가도 곡면에서는 전혀 다름을 느낄 수 있다. 이와같은 이유는 대체로 다음과 같은 내재된 문제점에서 찾아 볼 수 있다. 곡면에서 각 설계점에 해당 파라메타값을 구할 때 거리에 기준을 둔 방법들에서는 같은 행이나 열의 평균값을 구하여 일률적으로 적용한다. 이와 같은 점은 사용한 방법의 기준을 애매모호하게 만들어 버린다. 한 예로 한 설계점의  $u$  파라메타값이 거리에 기준을 둔 방법에 의하여 0.1로 정하여졌다 고 하더라도 평균값이 0.7이면 0.7을 사용해야 한다. 이와같은 점은 비균일한 설계 데이터를 가지고 전체 보간법에 의하여 곡면을 설계할 때 자주 발생하여 요동치지 않는 안정적인 곡면을 얻기가 힘들다.

새로운 방법은  $u$  방향 하나,  $v$  방향 하나, 두 개의 노트벡터를 사용하는 것으로 가정하여 방법을 고안 하였다. 실제적으로  $u$  방향 다수,  $v$  방향 다수의 노트벡터를 사용하는 경우는 보간법을 떠나드래도 NURBS 학문의 수준에서 상상하기 힘들다.  $u, v$  방향 각 하나씩의 노트벡터를 가정할 때 새로운 방법에 의하여 구한 파라메타값들은 평균값이 아니드래도 열과 행 방향이 같다. 즉, 새로운 방법은 평균값과 상관 없으므로 곡선을 구할 때의 그 기준이 마찬가지로 곡면에도 적용되어 비 균일한 데이터에 대한 곡면 전체보간법에서 거리에 기준을 둔 방법들에 비해 안정적인 곡면을 얻을 수 있다고 할 수 있다.

다음절 실용예에서 보는것처럼 새로운 방법은 곡선에서나 곡면에서나 효율적이다. 또한 곡선에서는 거리에 기준을 둔 구심력방법(centripetal method)보다도 효율성에서 떨어지나 곡면에서는 다른 방법에 비해 효율적이다. 여기에서 효율성에 대한 엄격한 판단기준은 없다. 설계자가 원하는 곡선은 다 다를 것이며 각각이 수학적인 완전해이기 때문이다. 대체적으로 요동이 적다, 사람의 심리에 비슷하게 나오므로 신뢰할 수 있다는 뜻이다.

**5. 실용 예**

새로운 방법의 효율성을 보이기 위하여 이 방법을 등간격방법(equally spaced), 코드길이방법(chord

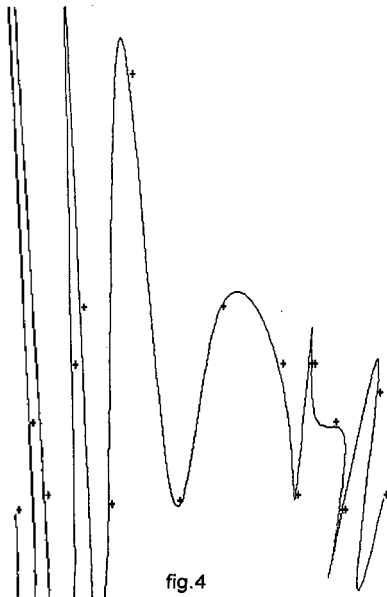


fig.4

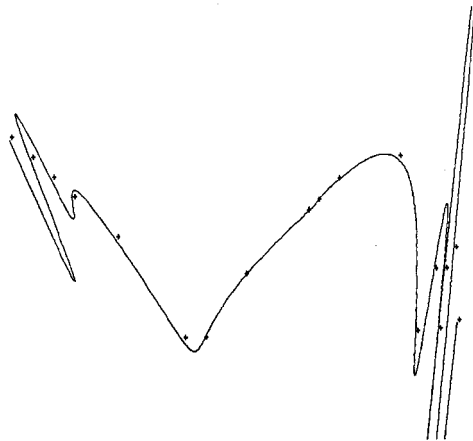


fig.5

Fig. 4. and Fig. 5. Equally spaced.

length) 및 구심력방법(centripetal method)와의 비교를 일반적인 비균일 데이터를 가지고 곡선과 곡면에 대하여 행하였다.

**5.1 곡선 보간법**

같은 데이터를 가지고 Fig. 4-5은 등간격방법, Fig. 6-7은 코드길이방법, Fig. 8-9은 구심력방법과 Fig. 10-11는 새로운 방법에 의하여 조정점들을 구한 다음 곡선을 가지화하였다. 차수(degree)는 3차를 사용하였다. "+"은 보간해야할 설계 데이터를 나타낸다. 중첩을 피하고 명확한 표시를 위하여 "+"을 문자스 트링(character string), 픽셀(pixel) 단위로 나타내어 조금의 차이가 발생하지만 "+" 표시로 나타난 설계 데이터의 정확한 위치는 "+"를 중앙에 두고 정사각형을 그려 왼쪽 밑 끝부분이다. 그림에서 보는 바와

같이 새로운 방법은 효율적인 곡선의 생성에서 대단히 요동이 심한 설계 데이터임에도 불구하고 곡선의 생성에 신뢰성을 주고 있다. 효율적인 면에서 구심력보다는 떨어지지만 등간격방법이나 코드길이방법 보다는 뛰어나다고 할 수 있다.

**5.2 곡면 보간법**

Fig. 12은 사용되어진 설계 데이터 및 생성된 행렬을 나타낸다. 이 데이터는 실제 선박에서 사용되었던 초기선박설계 과정의 옴셋데이터(offset data) 중의 일부이다. 설계 데이터의 전체적인 윤곽을 보여주기 위하여 14×10행렬로 만들었을 때의 인접 열과 행끼리 직선으로 연결하였다. 보여지는 것처럼 앞부분에 데이터들을 앞뒤방향(v-방향)에서 중첩하여 사용하였는 데 상하방향(u-방향)에서 먼저 조정점들을

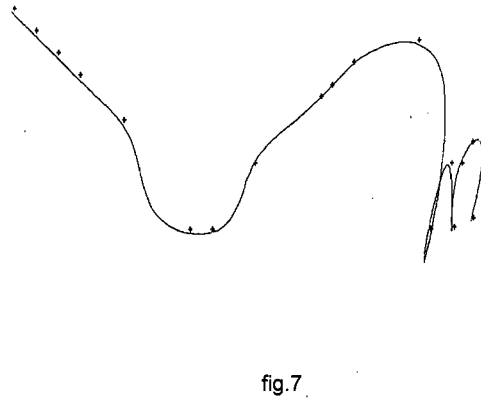
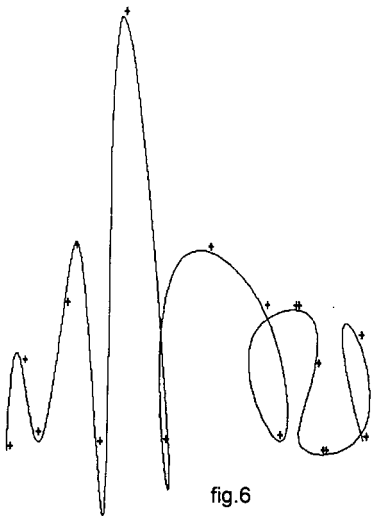


Fig. 6. and Fig. 7. Chord length.

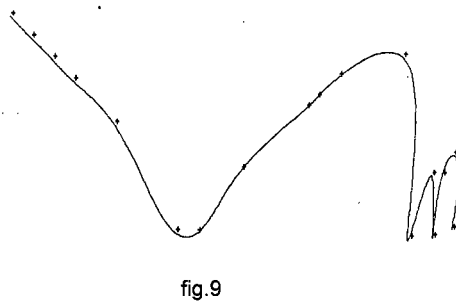
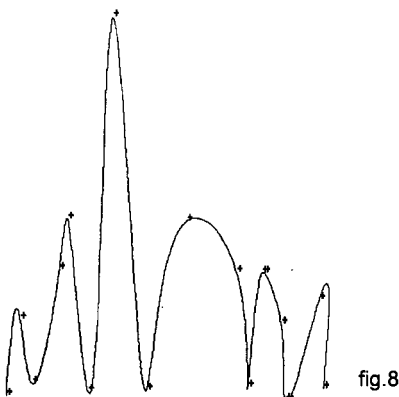


Fig. 8. and Fig. 9. Centripetal method.

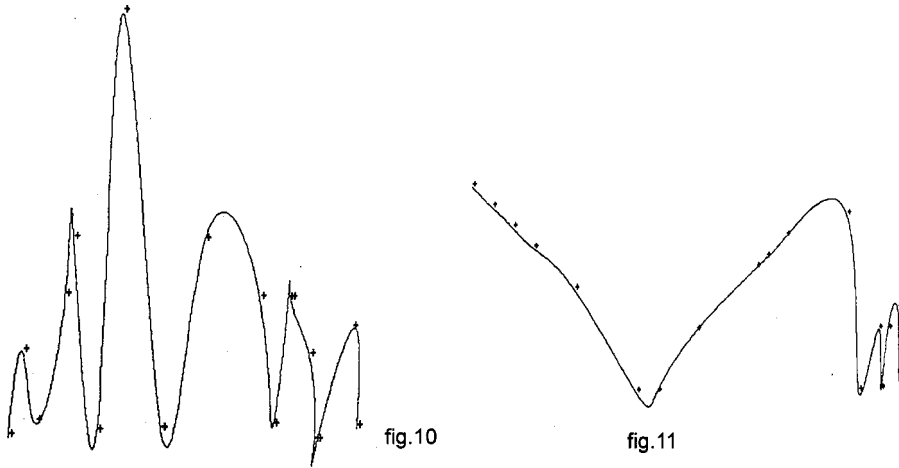


Fig. 10. and Fig. 11. New method.

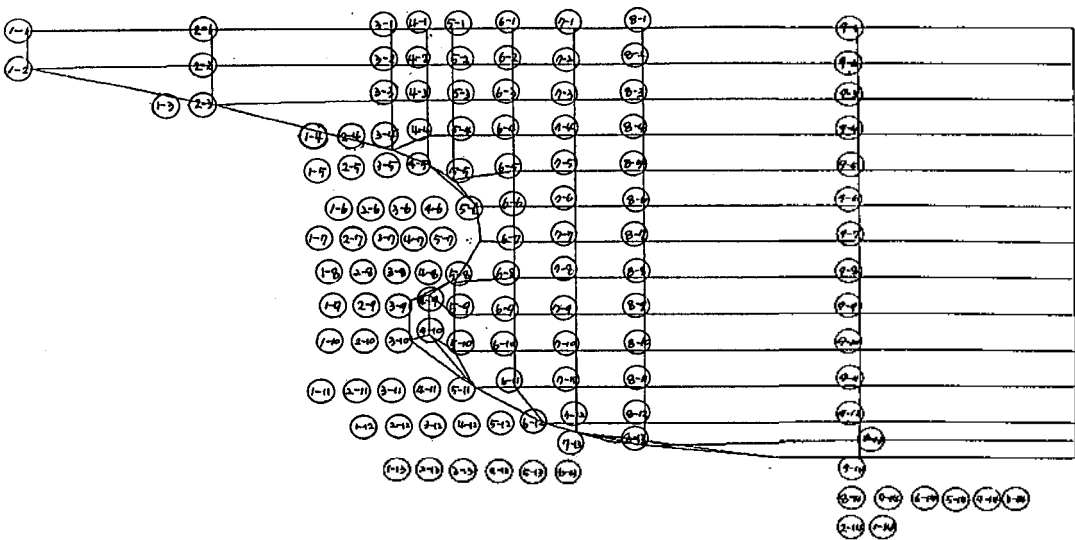
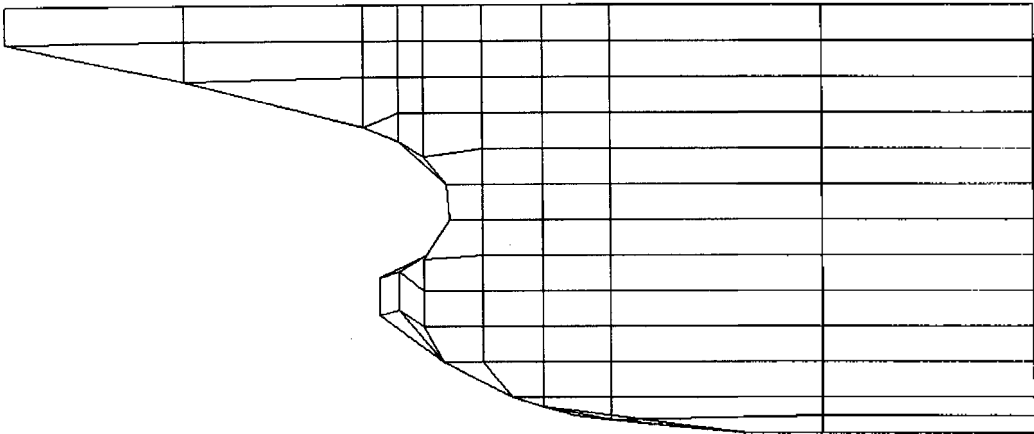


Fig. 12. Design data and matrix form.

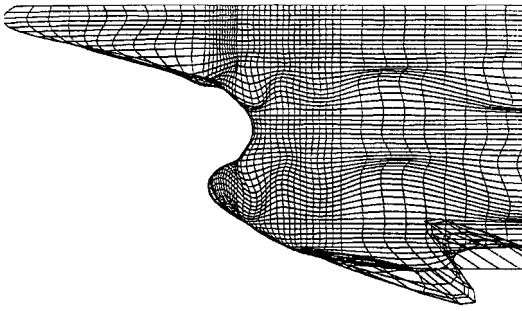


Fig. 13. Chord length.

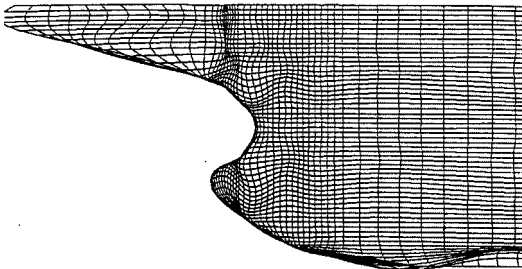


Fig. 14. Centripetal method.

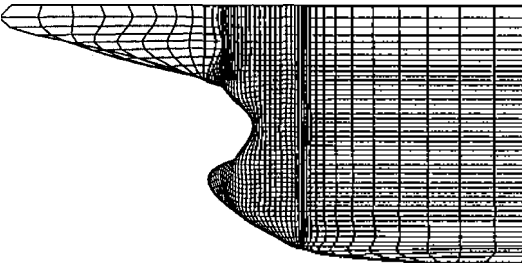


Fig. 15. New method.

계산하여 이를 다시  $v$ -방향에 사용하므로 중복사용은 아니다.  $u$ 와  $v$ 방향의 계산순서를 바꾸면 코드길이방법과 구심력방법으로는 해를 구할 수 없다. Fig. 13은 코드길이방법, Fig. 14은 구심력방법, Fig. 15는 새로운 방법에 의하여 생성된 곡면을 가시화하였다. 등간격방법에 의하여 생성되는 곡면은 형태를 구별하기 어렵게 부뒀으므로 생략하였다. 차수는 양3차(bicubic)가 사용되었다. 그림에서 보는바와 같이 새로운 방법은 일반적인 다른방법에 비해 곡면보간에서 우수하다고 할 수 있다.

## 6. 결 론

일반적으로 설계 수행시 자주 발생하는 불균일 배열의 설계 데이터를 이용한 NURBS 곡면 전체보간법을 위하여 새로운 방법을 제안하였다. 이 방법은 새로운 개념을 도입하여 설계 데이터에 할당되는 파라메타값들을 구한다. 이 방법은 여러 가지 중요한 특성을 가지고 있으며 특히나 곡면 보간에 적합하다. NURBS 보간법의 방법들은 논리적인 효율성의 증명이 어렵고 실험적(heuristic)이므로 새로운 방법에 대한 보다 깊은 연구 및 개선이 필요하다. 특히 역행렬의 존재 및 최대제어값 결론은 실험에 바탕을 두었으므로 그 증명은 아직도 숙제로 남아있다. 또한 노트 벡터의 변화에 따른 결과치 변화 추이에 대한 연구는 이 방법이 풀어야 할 제일의 숙제라 하겠다.

## 참고문헌

1. Piegl, L., "On NURBS: A Survey", *IEEE Computer Graphics and Applications*, Vol. 11, No. 1, pp. 55-71, 1991.
2. Piegl, L. and Tiller, W., *The NURBS Book*, Springer, Berlin, pp. 364-382, 1995.
3. Lee, E.T.Y., "Choosing nodes in parametric curve interpolation", *CAD*, Vol. 21, No. 6, pp. 363-370, 1989.
4. Farin, G., *Curves and Surfaces for Computer aided Geometric Design, A Practical Guide* Academic Press, Boston, pp. 144-148, 1993.
5. Jung, H.B., Na, S.S. and Park, J.H., "NURBS Surface Global Interpolation에 대한 한 방법", *한국 CAD/CAM 학회 논문집*, Vol. 2, NO. 4, pp.237-243, 1997.



## 정 형 배

1977년 서울대학교 공업교육과 학사  
 1990년 독일 베를린공대 석사  
 1992년 독일 베를린공대 박사  
 1992년 ~ 현재 목포대학교 선박해양공학  
 과 교수

관심분야 : Surface modeling