

局部異常腐蝕을 가진 船體板의 壓壞強度에 관한 研究

고 재 용* · 남 정 길**

A Study on the Ultimate Compressive Strength of Ship Plate with Local Corrosion

Jae-Yong Ko · Jeong-Kil Nam***

目 次	
1. 序言	4.2 局部腐蝕部の 판두께 감소량의 影響
2. 彈塑性大變形 有限要素法の 概要	4.3 局部腐蝕 영역크기의 影響
3. 局部異常腐蝕을 가진 板의 해석모델링	4.4 細長比의 影響
4. 計算結果 및 考察	5. 結論
4.1 局部腐蝕의 影響	參考文獻

Abstract

The use of high tensile steel plates is increasing in the fabrication of ship and offshore structures. In usual, plate element contributes to inplane stiffness against the action of inplane load. If the plate element has local corrosion, its load carrying capacity under inplane load is expected to be reduced. Until now, however, the research report concerned with this topic has not seen. In this study, a basic study which clarifies the influence of local corrosion on the ultimate collapse strength of plate element subjected to axial compression is carried out by using elasto-plastic large deformation finite element analysis. In particular, influence of corrosive area, corrosive thickness and slenderness ratio of dented plate is investigated.

要 約

최근에는 高張力鋼의 사용증대와 함께 구조부재가 경량화추세에 있으며 이상부식이 발생한 구조부재는 강도가 크게 저하되리라 예상되지만 지금까지 이에 관한 연구가 거의 없는 상태이다. 본 연구에서는 彈塑性大

* 목포해양대학교 해양및조선공학부 교수

** 현대자동차 설계실

變形有限要素法를 적용하여 국부이상부식을 가진 판이 면내압축하중을 받을 경우에 壓縮最終強度에 미치는 부식부영역의 크기, 부식부의 판두께 감소량 및 세장비의 영향에 대하여 연구하였다.

1. 序 言

機械構造物, 船體構造物, 海洋構造物 등 각종 구조물의 재료로 사용되고 있는 금속은 사용 환경에 따라 局部異常腐蝕現象이 생기며, 그 결과 腐蝕이 생긴 주위의 국부구조뿐만 아니라 심지어는 구조 전체적인 안전성에 심각한 영향을 미친다. 특히 최근에는 高張力鋼의 사용증대와 함께 구조부재가 경량화 추세에 있으며 異常腐蝕이 발생한 구조부재는 강도가 크게 저하할 위험이 있다.

금속재료의 부식은 금속표면을 흐르는 국부전류의 활동과 이에 따른 화학적반응에 의해 발생한다. 따라서, 局部電流의 활동이 활발해 질 수 있는 환경, 즉 해수중이나 산성 또는 강 알칼리성환경, 건조하지만 고온환경등에서는 금속재료에 급격한 腐蝕現象이 일어나서 구조부재의 강도를 약화시킨다. 부식의 분류방법에는 여러 가지가 있으나 보통 全面腐蝕, 국부부식, 부식균열, 입계부식 및 탈성분부식 등으로 분류하고 있다[1]. 특히, 구조강도 측면에서는 정적 하중하의 局部腐蝕된 구조부재강도와 피로하중하의 부식균열현상의 규명이 필요하다.

지금까지 구조부재의 치수 결정시에는 구조 안전성 확보를 위해 대상 구조물의 일생에 걸친 부식 현상과 그 영향을 검토하여 적절한 부식여유를 고려해 주고 있다. 그러나, 부식에 영향을 미치는 인자는 다종다양하며, 부식이 발생하기까지의 腐蝕環境을 엄밀히 파악하는 것은 극히 곤란하다. 또한, 구조부재의 강도에 대한 부식부의 영향이 명확히 규명되어 있지 않은 상태이기 때문에 합리적인 구조설계의 측면에서 많은 어려움이 있다. 그러나, 일반적으로 局部異常腐蝕이 존재하지 않는 판의 壓縮最終強度에 관한 연구는 수 없이 많다[2-9].

이상의 관점에서 본 연구에서는 선체구조물을 구성하는 기본구조부재인 판부재를 대상으로 국부적인 異常腐蝕領域이 존재하면 壓壞強度에 어떠한 영향을 미치는가를 彈性大變形 有限要素解析을 통하여 고

찰함으로써 판부재의 구조설계시 異常腐蝕現象을 고려하기 위한 기초자료를 제시하고자 한다[10,11].

2. 彈塑性大變形 有限要素法の 概要

본 연구에서는 彈塑性大變形 有限要素法을 적용하여 局部異常腐蝕을 가진 板의 壓縮最終強度를 해석한다. 본 해석이론의 정식화는 參考文獻[12]에 상세하게 설명하고 있으므로 여기서는 그 개요만을 간단히 要約한다.

본 해석법에서는 Fig. 1에 나타내는 바와 같은 사절점 사각형요소를 사용하고 面內 및 面外變形은 각 모서리의 판두께 중심에 설정된 4절점에서 각각 5개의 節點力과 節點變位로서 나타낼 수 있다. 變位函數로서 面內變位 u, v 에 대해서는 1차식을, 面外變位 w 에 대해서는 Bazeley등이 개발한 非適合(Non-Conforming)函數를 채용하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} u &= a_1 + a_2x + a_3y + a_4xy \\ v &= b_1 + b_2x + b_3y + b_4xy \\ w &= c_1 + c_2x + c_3y + c_4x^2 + c_5xy + c_6y^2 + c_7x^3 \\ &\quad + c_8x^2y + c_9xy^2 + c_{10}y^3 + c_{11}x^3y + c_{12}xy^3 \\ &\quad \dots\dots\dots (1) \end{aligned}$$

여기서, a_1, \dots, c_{12} 는 미정계수이다.

Fig. 1과 같은 직교 좌표계에서 2차원 平面應力 상태하에 있는 板要素의 變位-變形率關係는 다음 식으로 나타내어진다.

$$\begin{aligned} \epsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} - z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \\ \epsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} - z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \\ \gamma_{xy} &= \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) - 2z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right) \\ &\quad \dots\dots\dots (2) \end{aligned}$$

여기서, $\epsilon_x, \epsilon_y, \gamma_{xy}$ 는 平面應力 狀態下에서의 變形率 成分을 나타내며, 첫째항은 면내미소변위, 둘째항은 굽힘변위, 셋째항은 면외대변형을 나타내는 항이다.

탄성상태에서의 膜應力增分 $\{\Delta\sigma\}$ 와 變形率增分 $\{\Delta\epsilon\}$ 의 관계식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\{\Delta\sigma\} = [D]^e \{\Delta\epsilon\} \quad \dots\dots\dots (3)$$

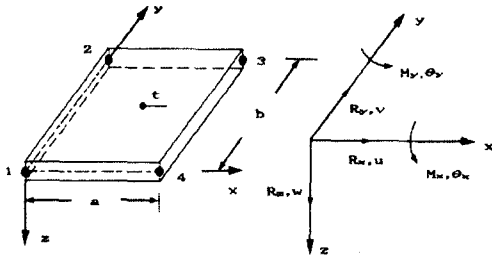


Fig. 1 The local coordinate of the rectangular plate element and its nodal force and displacement used in the present analysis

여기서, $\{\Delta\sigma\} = \{\Delta\sigma_x \ \Delta\sigma_y \ \Delta\tau_{xy}\}^T$

: 平均應力의 增分

$\{\Delta\epsilon\} = \{\Delta\epsilon_x \ \Delta\epsilon_y \ \Delta\gamma_{xy}\}^T$

: 平均變形率의 增分

$[D]^e$: 彈性狀態에서의 應力-變形率行列

$$= \frac{E}{(1-\nu^2)} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{(1-\nu)}{2} \end{bmatrix}$$

E : Young係數

ν : Poisson比

판요소 的 彈性 接線剛性行列은 가상일의 원리를 적용하여 구한다. 판요소에 外力 $\{R\}$ 이 작용하여 내부응력 $\{\sigma\}$ 가 생겨있는 상태에서 가상변위증분 $\delta\{\Delta U\}$ 의 부가적인 작용하에서도 판요소가 平衡을 유지하기 위해서는 다음 식이 성립한다.

$$\delta\{\Delta U\}^T \{R + \Delta R\} = \int_v \delta\{\Delta\epsilon\}^T (\sigma + \Delta\sigma) dV$$

여기서, 좌변은 假想變位增분에 의한 외부일, 우변은 假想變形率增분에 의한 요소내부에 축적된 변형률에너지를 나타낸다.

要素의 剛性方程式은 다음과 같다.

$$\{L\} + \{\Delta R\} = [K]^e \{\Delta U\} \quad \dots\dots\dots (4)$$

여기서, $[K]^e = [K_p] + [K_b] + [K_0]$

: 要素의 接線彈性剛性行列

$\{L\} = \{R\} - \{r\}$

: 總外力 $\{R\}$ 과 總內力 $\{r\}$ 사이 에 발생한 不平衡力

$[K_p]$: 面內 微小變形에 관한 剛性行列

$[K_b]$: 面外 微小變形에 관한 剛性行列

$[K_0]$: 初期應力 剛性行列

要素의 塑性發生은 각 모서리의 두께방향 중앙부에 설정된 節點에서 판단한다. 또한 面內 및 面外組合荷重의 작용하에서 요소의 全斷面塑性條件을 항복조건으로 채용하여 막응력성분과 굽힘응력성분의 함수로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\Gamma_P = f(\{\sigma_m\}, \{\sigma_b\}) = n_i^2 + |m_i| - 1 = 0 \quad \dots\dots\dots (5)$$

여기서,

$$n_i^2 = n_{xi}^2 - n_{xi}n_{yi} + n_{yi}^2 + 3n_{xyi}^2$$

$$m_i^2 = m_{xi}^2 - m_{xi}m_{yi} + m_{yi}^2 + 3m_{xyi}^2$$

$$n_{xi} = \frac{\sigma_{xi}}{\sigma_0}, \quad n_{yi} = \frac{\sigma_{yi}}{\sigma_0}, \quad n_{xyi} = \frac{\tau_{xyi}}{\sigma_0}$$

$$m_{xi} = \frac{2\sigma_{xbi}}{3\sigma_0}, \quad m_{yi} = \frac{2\sigma_{ybi}}{3\sigma_0}, \quad m_{xyi} = \frac{2\tau_{xybi}}{3\sigma_0}$$

$$\{\sigma_i\} = \{\sigma_{xi} \ \sigma_{yi} \ \tau_{xyi}\}^T$$

: 節點 膜應力 成分

$$\{\sigma_{bi}\} = \{\sigma_{xbi} \ \sigma_{ybi} \ \tau_{xybi}\}^T$$

: 節點 最大 굽힘응력성분

σ_0 : 要素의 降伏應力

본 연구에서는 節點에서의 應力이 塑性條件을 만족하면 塑性節點을 삽입하여 彈塑性變형을 평가

하는데, 이때의 彈塑性 剛性行列은 塑性條件을 소성포텐셜로 간주하여 Ueda 등이 제안한 塑性節點法[13,14]을 적용하여 다루고 있다. 要素의 塑性節點에 있어서 負荷(loading)가 계속되기 위하여는 變形率 硬化效果(Strain Hardening Effect)가 없다고 가정하면 다음 식을 만족하여야 한다.

$$\Delta \Gamma_{p_i} = \{\phi_i\}^T \{\Delta R\} = 0 \dots\dots\dots (6)$$

여기서, $\{\phi_i\}$ 는 항복곡면의 바깥으로 향하는 법선벡터이다.

따라서, 要素의 彈塑性 剛性方程式은 다음과 같이 된다.

$$\{\Delta R\} = [K]^P \{\Delta U\} \dots\dots\dots (7)$$

여기서,

$$[K]^P = [K]^e - \sum_{i=1}^m [K]^e \{\phi_i\} \{\phi_i\}^T$$

$$[K]^e (\{\phi_i\}^T [K]^e \{\phi_i\})^{-1}$$

: 要素의 彈塑性 接線剛性行列

$$\{\phi_i\} = \left\{ \frac{\partial \Gamma_{p_i}}{\partial R} \right\}, m=1 \sim 4 : \text{塑性節點數}$$

剛性方程式에 대한 각 하중중분 단계에서 외력과 내력간의 不平衡力을 수정하기 위하여는 기본적으로 不平衡力이 없어질 때까지 반복하중을 수행해야 한다.

본 연구에서는 국부좌표계로부터 전체좌표계의 좌표변환행렬을 매하중중분단계마다 다시계산하는 Updated Lagrangian 技法을 바탕으로 幾何學的 非線形性을 정식화하였다.

또한, 본 연구에서는 修正反復 계산횟수가 증가하더라도 각 하중중분 단계에서 필요한 剛性行列은 첫번째 반복계산시의 것을 그대로 적용하는 修正Newton-Raphson 法을 사용한다. 즉, n번째 하중중분 단계에서의 j번째 반복계산시의 剛性方程式은 다음과 같이 된다[15].

$$\{\Delta R\}^{n,j} = [K]^n \{\Delta U\}^{n,j} \dots\dots\dots (8)$$

$$\text{여기서, } \{\Delta R\}^{n,j} = \{R\}^n - \{r\}^{n,j-1}$$

$\{R\}^n$: n번째 荷重增分段階까지의 누

적 하중벡터

$\{r\}^{n,j-1}$: n번째 荷重增分段階의 j-1번째 반복계산시까지의 누적내력벡터

$[K]^n$: n번째 荷重增分段階에서의 接線剛性行列

$$\{U\}^{n,j} = \{U\}^{n,j-1} + \{\Delta U\}^{n,j}$$

또한, 非線形解析에 있어서는 수정반복 계산에 대한 收斂度의 精度가 해석정도에 직접적으로 影響을 미친다.

본 연구에서 收斂條件은 내력과 외력간 不平衡力의 크기를 기준으로 다음과 같은 收斂條件을 설정하였다.

$$\frac{\|R-r\|^{n,j}}{\|\Delta R\|^n} = \frac{\|L\|^{n,j}}{\|\Delta R\|^n} < \zeta \dots\dots (9)$$

여기서, $\|\Delta R\|^n$: n번째 荷重增分段階에서의 절점외력벡터 norm

$\|L\|^{n,j} = \|R-r\|^{n,j}$: n번째 하중중분단계에서의 j번째 반복계산후의 不平衡力norm

ζ : 임의의 收斂判定 기준치

3. 局部異常腐蝕을 가진 판의 해석모델링

본 연구에서는 彈塑性大變形有限要素法[12]을 적용하여 局部異常腐蝕을 가진 판의 壓縮最終強度를 해석한다.

판의 주변은 단순지지되어 있고 비하중변의 面內舉動은 자유이며, 하중은 하중제어방식으로 중분적으로 증가시켰다. Fig. 2 및 Fig. 3에 나타내는 바와 같이 변형거동의 대칭성을 고려하여 판의 1/4만을 사절점 4각형판요소로 모델링하였으며, 彈塑性舉動은 塑性節點法을 적용하게 되므로 판두께 방향의 중요소분할은 행하지 않았고, 절점은 판두께 방향의 중앙위치에 설정하였다. 국부이상부식부에 대해서는 부식부이외의 영역보다 다소 작은

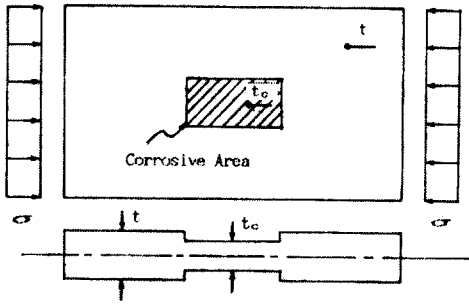


Fig. 2 Geometric configuration of a plate with local corrosion

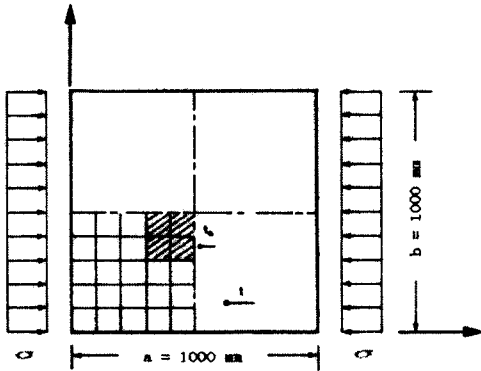


Fig. 3 The finite element modelling plate with local corrosion subjected to uniaxial compression

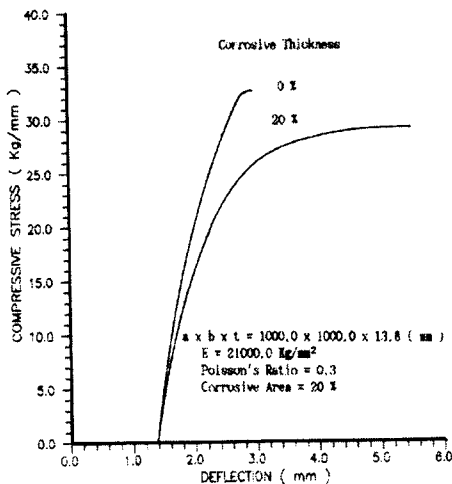


Fig. 4 The load-deflection curve of compressed plates with two corrosive thickness ($t = 13.8 \text{ mm}$)

크기의 有限要素로 모델링하였다. 실제 판 부재에는 초기처짐이 sin곡면 형상으로 존재한다고 생각하였다. 局部異常腐蝕은 판의 중앙부에 있다고 가정하였다.

판의 降伏應力은 $\sigma_0 = 36.0 \text{ kg/mm}^2$ 이고, 彈性係數는 $E = 21,000 \text{ kg/mm}^2$, 포아송비=0.3을 설정하였다. Fig. 2는 판의 중앙부에 局部異常腐蝕으로 판두께가 감소되었음을 나타내고 있다. 그리고, Fig. 3에서는 局部異常腐蝕을 갖는 판의 有限요소 모델링을 나타내고 있다.

4. 計算結果 및 考察

4.1 局部腐蝕의 影響

Fig. 4에는 국부부식이 없는 판과 局部腐蝕이 있는 판의 응력-처짐관계를 나타내고 있다. 局部異常腐蝕이 있는 판의 경우, 국부부식영역의 크기는 판 전체의 20%이고 국부부식부의 두께는 판두께의 20%가 부식한 것으로 가정하였다. 세장비 ($b/t\sqrt{\sigma_0/E}$)=1.5인 비교적 두꺼운 판의 壓縮最終強度까지의 彈塑性變動을 나타내고 있다. 이 그림으로부터 알 수 있는 바와 같이 국부이상부식이 있는 경우에는 局部異常腐蝕이 없는 경우보다 초기부터 면내강성이 저하되어 압축최종강도치가 크게 저하됨을 알 수 있다. 본 해석의 경우 즉, 局部腐蝕領域의 크기가 판 전체의 20%이고 局部腐蝕部の 두께가 판 두께의 20%인 경우 압축최종강도치가 약10%정도 감소하였다.

4.2 局部腐蝕部の 판두께 감소량의 影響

Fig. 5와 6은 局部腐蝕部の 판두께 감소에 따른 壓縮最終強度의 영향을 파악하기 위해 시리즈해석을 행한 결과를 나타내고 있다. 국부이상부식의 영향으로 局部腐蝕部の 판두께가 원래의 판두께보다 0%, 10%, 20%, 30%, 40% 및 50% 감소한 6가지 경우에 대해 해석하였다. 이때, 국부부식영역의 크기는 모두 판 전체의 20%동일하게 설정하였다. Fig. 5에서 알 수 있는 바와 같이 국부부식부의 판

두께 감소량에 따라 초기부터 면내강성이 크게 저하되어 壓縮最終強度值가 크게 저하됨을 알 수 있다. 좀 더 구체적으로 알아보기 위해 국부부식부의 판두께 감소량과 壓縮最終強度와의 관계를 Fig. 6에 나타내었다. 이 그림에서 알 수 있는 바와 같이 局部腐蝕部の 판두께 감소량이 커짐에 따라 선형적으로 壓縮最終強度가 크게 감소하고 있음을 알 수 있다.

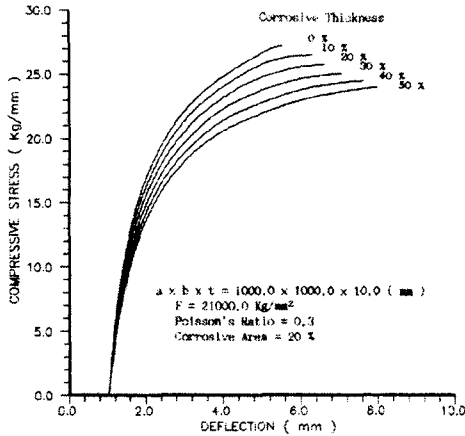


Fig. 5 The load-deflection curve of compressed plates with varying corrosive thickness ($t = 10.0 \text{ mm}$)

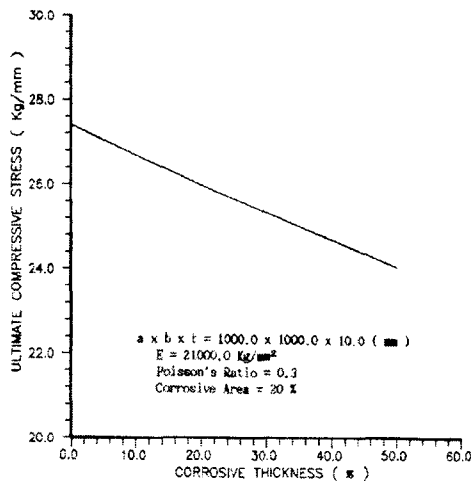


Fig. 6 The influence of the local corrosion on the ultimate compressive strength of plates

4.3 局部腐蝕 영역크기의 影響

Fig. 7과 8에서는 판부재의 壓縮最終強度에 대한 국부부식 영역크기의 영향을 나타내고 있다. 局部異常腐蝕의 영향으로 局部腐蝕部の 영역크기가 판 전체에 대하여 0%, 20%, 40%, 60% 및 100% 부식한 경우의 5 case에 대해 시리즈해석하였다. 이때, 局部腐蝕部の 판두께 감소량은 원래 판두께의 20% 감소한 것으로 동일하게 설정하였다. Fig. 7에서 알 수 있는 바와 같이 局部腐蝕部の 영역크기가 커짐에 따라 초기부터 面內剛性이 크게 저하되어 壓縮最終強度值가 크게 저하됨을 알 수 있다. 구체적으로 알아 보기 위해 국부부식의 영역크기와 壓縮最終強度와의 관계를 Fig. 8에 나타내었다. 이 그림에서 알 수 있는 바와 같이 局部腐蝕部の 영역크기가 커짐에 따라 선형적으로 壓縮最終強度가 크게 감소하고 있음을 알 수 있다. 또한, 局部腐蝕部の 판두께 감소량보다 국부부식영역크기의 변화가 壓縮最終強度를 더욱 더 저하시킴을 알 수 있다.

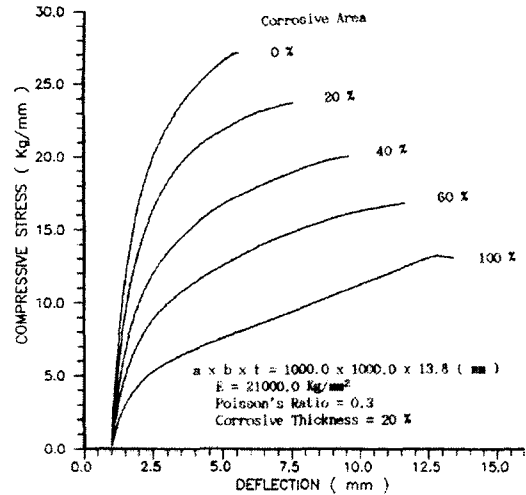


Fig. 7 The load-deflection curve of compressed plates with varying corrosive area

4.4 細長比의 影響

임의 크기의 局部異常腐蝕을 가진 판의 壓縮最

終強度에 대한 세장비의 영향을 파악하기 위해 3 종류의 細長比($b/t\sqrt{\sigma_0/E}=1.5, 2.0, 3.0$)의 판에 대한 壓縮最終強度解析을 수행하였으며 그 결과를 Fig. 9에 보여주고 있다. 이때, 局部異常腐蝕部の 영역크기는 판전체의 20%로 설정하였고, 局部異常腐蝕部の 판두께의 감소량은 원래 판 두께의 20%인 것으로 가정하여 해석하였다. 이 그림으로 알 수 있는 바와 같이 두꺼운 판에 비해 세장비가 커질수록 즉, 판두께가 얇아질수록 局部異常腐蝕의 존재에 따른 壓縮最終強度值의 저하경향이 감소하고 있음을 알 수 있다.

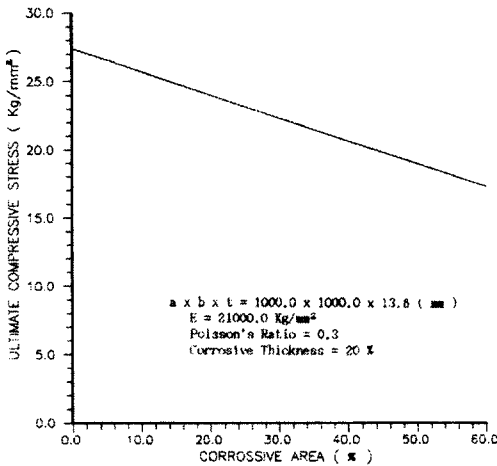


Fig. 8 The influence of the corrosive area on the ultimate compressive strength of plates

5. 結 論

본 연구에서는 彈塑性大變形 有限要素法을 적용하여 局部異常腐蝕領域을 가진 선체 판부재의 壓壞強度를 부식부 영역의 크기, 부식부의 판두께 감소량 및 세장비 등을 변화시켜 시리즈 해석하였다. 이상의 해석결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 1) 局部異常腐蝕이 없는 경우보다 局部異常腐蝕이 있는 경우에는 초기부터 면내강성이 저하되어 壓縮最終強度值가 크게 저하한다.

- 2) 局部腐蝕部の 판두께감소량이 증가하면 면내강성이 저하하여 壓縮最終強度值가 선형적으로 크게 감소한다.
- 3) 局部腐蝕領域의 크기가 증가하면 壓縮最終強度值가 크게 저하한다. 또한, 局部腐蝕部の 판두께 감소량보다 국부부식 영역크기의 변화가 壓縮最終強度를 더욱 더 저하시킨다.
- 4) 壓縮最終強度에 대한 局部異常腐蝕의 영향은 박판보다 후판인 경우가 더 크게 나타나 壓縮最終強度值를 크게 저하시킨다.

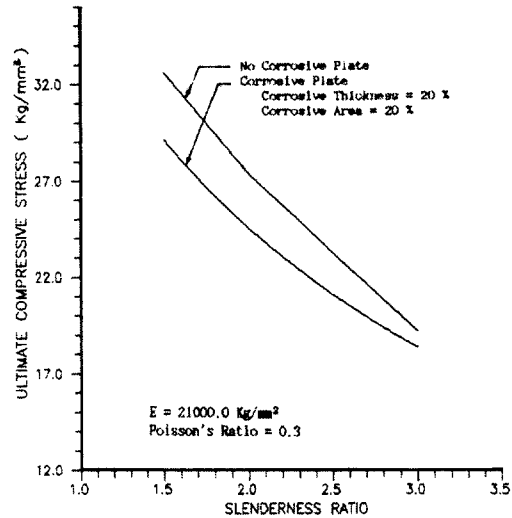


Fig. 9 The influence of the slenderness ratio on the ultimate compressive strength of plates

參考文獻

- 1) 松島, 金属材料の腐蝕, 日本造船學會誌, 第627號, pp.413-419, 1981
- 2) Y. Ueda and T. Yao, The Influence of Complex Initial Deflection Modes on the Behaviour and Ultimate Strength of Rectangular Plates in Compression, J. of Construction Steel Research, Vol. 5, 1985.
- 3) Shen, H. : Postbuckling Behaviour of

- Rectangular Plates under Combined Loading, Thin-Walled Structures, Vol. 8, pp.203-216, 1989.
- 4) Bathe, K. J. and Bolourchi, S. : A Geometric and Material Nonlinear Plate and Shell Element, Computers and Structures, Vol. 11, pp.23-48, 1979.
 - 5) Faulkner, D. : A Review of Effective Plating for Use in the Analysis of Stiffened Plating in Bending and Compression, J. Ship Research, Vol. 19, No.1, pp.1-17, 1975.
 - 6) Gradzki, R. and Kowal-Michalska, K. : Collapse Behaviour of Plates, Thin-Walled Structures, Vol.6, pp.1-17, 1988.
 - 7) Gradzki, R. and Kowal-Michalska, K. : Influence of Strain Hardening and Initial Imperfections on the Collapse Behaviour of Plates, Thin-Walled Structures, Vol.12, pp.129-144, 1991.
 - 8) Yao, T. and Nikolov, P.I. : Buckling/Plastic Collapse of Plates under Cyclic Loading, 日本造船學會論文集, 第168號, pp449-462, 1990.
 - 9) Yao, T., Fujikubo, M. and Nie, C. : Buckling/Plastic Behaviour of Plates under Inplane Cyclic Loading, Structural Dynamics-EURODYN'93,(Eds.) Moan, T., et.al., Balkema, pp.787-794, 1993.
 - 10) 船體構造委員會西部地區部會, 船體構造部材の局部異常腐蝕に對する檢討, (その1) 日本造船學會誌, 第622號, pp.169-173, 1981.
 - 11) 船體構造委員會西部地區部會, 船體構造部材の局部異常腐蝕に對する檢討, (その2) 日本造船學會誌, 第622號, pp.226-229, 1981.
 - 12) J.K. Paik and C.Y. Kim, A Simplified Finite Element Method for the Ultimate Strength Analysis of Plates with Initial Imperfections, J. of the Society of Naval Architects of Korea, Vol. 26, No.1, pp24-38, 1989.
 - 13) Y. Ueda and T. Yao, The Plastic Node Method : A New Method of Plastic Analysis, J. of Computer Methods in Applied Mechanics and Engineers, Vol.34, No. 1-3, pp1089-1104, 1982.
 - 14) Y. Ueda, T. Yao and M. Fujikubo, Generalization of the Plastic Hinge Method, J. of Society of Naval Architects of Japan, Vol. 146, 1979(in Japanese).
 - 15) 백접기 외, 판부재의 탄소성대변형 유한요소 해석 문제에서의 수렴기법에 관한 고찰, 한국전산구조공학회, 제2권, 제3호, pp97-103, 1989.