

비정규 공정에 대한 공정능력의 새로운 측도:  $C_{psk}$ 

김홍준

대구산업전문대학 산업안전과

송서일

동아대학교 산업공학과

A New Measure of Process Capability  
for Non-Normal Process :  $C_{psk}$ 

Kim Hong-Jun

Dept. of Industrial Safety, Taeku College

Song Suh-Il

Dept. of Industrial Engineering, Dong-A University

## Abstract

This paper proposes a fourth generation index  $C_{psk}$ , constructed from  $C_{pmk}$ , by introducing the factor  $|\mu - T|$  in the numerator as an extra penalty for the departure of the process mean from the preassigned target value  $T$ . The motivation behind the introduction of  $C_{psk}$  is that when  $T \neq M$  process shifts away from target are evaluated without respect to direction. All indices that are now in use assume normally distributed data, and any use of the indices on non-normal data results in inaccurate capability measurements.

In this paper, a new process capability index  $C_{psk}$  is introduced for non-normal process. The Pearson curve and the Johnson curve are selected for capability index calculation and data modeling the normal-based index  $C_{psk}$  is used as the model for non-normal process.

A significant result of this research find that the ranking of the six indices,  $C_p$ ,  $C_{pk}$ ,  $C_{pm}$ ,  $C_{pm}^*$ ,  $C_{pmk}$ ,  $C_{psk}$  in terms of sensitivity to departure of the process

median from the target value from the most sensitive one up to the least sensitive are  $C_{psk}$ ,  $C_{pmk}$ ,  $C_{pm}^*$ ,  $C_{pm}$ ,  $C_{pk}$ ,  $C_p$ .

## I. 서론

공정능력 지수는 공정에 부가된 요구사항에 통계적으로 관리될 공정의 성질을 빠르게 비교할 목적으로 개발되어, 구매 결정시 공정의 잠재력과 성능을 보여주는 단위 없는 측도로 널리 사용되고 있다.

이러한 공정능력 지수들은 계산이 용이하고 이해하기 쉬운 형태로 발전되어가기 때문에 매우 빠르게 전 제조업에 폭넓게 사용되어지고 있다.

공정능력을 나타내는데 공정능력 지수를 사용하는 것은 품질목표의 설정과 정보소통을 훨씬 단순하게 하기 때문이며, 따라서 이것의 사용은 계속 증가될 것이다. 그러나 공정능력 지수를 사용할 때 주의해야 할 것은 공정은 공정능력이 평가되기 전에 통계적 관리상태라야 한다.

공정이 정규 분포를 따른다는 가정하에서 개발되어온 현 공정능력 지수들은 표본 표준 편차  $s$ 에 의해 추정되며, 이  $s$ 분포는 비정규 분포에 대해서는 강건하지 못하다는 성질이 잘 알려져 있다[Benson, 1994].

따라서 현 공정능력 지수들은 비정규 공정에 대해서는 정확한 공정능력을 반영시키지 못하는 약점을 지니기 때문에 이러한 비정규 분포의 공정능력을 반영시킬 수 있는 공정능력 지수의 개발을 필요로 한다.

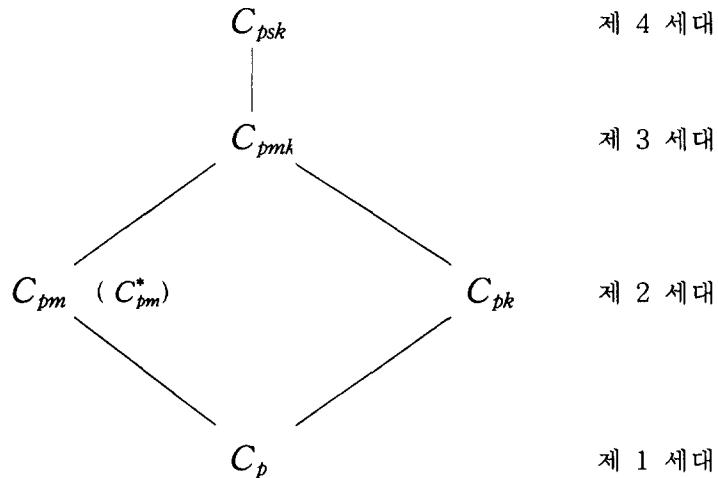
최근에 Lovelace(1994)에 의하여 0한계 공정에 대한 공정능력 지수  $C_{pb}$ 가 개발되었다. 비정규 공정데이터의 일반적인 데이터 변환에 대한 이론적 분포는 최근 문헌에서 소개되고 있는데 Lognormal, Gamma, Weibull, 및 Johnson 시스템 분포들이 그 예이다.

따라서 본 연구에서는 비정규 공정 데이터를 나타내는데 가장 보편적으로 사용되고 있는 Pearson과 Johnson곡선족을 이용하여, 비정규 공정의 사례에 적용시켜, 보다 공정에 강건한 공정능력 지수를 개발하려는 것을 주목적으로 한다. 비정규 분포에 대한 공정능력 지수 계산은 Clements(1989)에 의해 최초로 소개되었다. 그 후 비정규 Pearson 모집단에 대한 Clements방법을 적용한 제 2·제 3세대 공정능력 지수 계산은 Pearn과 Kotz(1994~5)에 의해 실시되어 왔다.

그러므로 본 연구에서는 제 4세대 공정능력 지수 계산에까지 Clements방법을 확장시키고, 또한 Pearson 시스템 곡선의 대안으로 개발된 Johnson 곡선을 이용한 공정능력 지수와 현 공정능력 지수와도 비교하고자 한다.

## II. 현 공정능력 지수

현 공정능력 지수들의 체계적 관계는 <그림 2.1>과 같다.



< 그림 2.1 > 현 공정능력 지수들의 체계적 관계

<그림 2.1>의 공정능력 지수들을 식으로 나타내면 식(2.1)~식(2.6)과 같다.

$$C_p = \frac{USL - LSL}{6\sigma} \quad (2.1)$$

$$C_{pk} = \min\left(\frac{USL - \mu}{3\sigma}, \frac{\mu - LSL}{3\sigma}\right) = \min(C_{pu}, C_{pl}) \quad (2.2)$$

$$C_{pm} = \frac{USL - LSL}{6\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}} \quad (2.3)$$

$$C_{pm}^* = \frac{\min(USL - T, T - LSL)}{3\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}} \quad (2.4)$$

$$C_{pmk} = \frac{\min(USL - \mu, \mu - LSL)}{3\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}} \quad (2.5)$$

$$C_{psk} = \frac{\min(USL - \mu - |\mu - T|, \mu - LSL - |\mu - T|)}{3\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}} \quad (2.6)$$

여기서  $\mu$ 는 공정의 평균,  $\sigma^2$ 은 공정의 분산,  $USL, LSL$  및  $T$ 는 각각 공정의 규격 상한치, 규격 하한치 및 목표치를 나타낸다.

산업체에서 사용되고 있는 제 1·2세대 지수들은 전통적 6 $\sigma$ 개념을 기초로 한다. 이러한 지수들은  $C_p, C_{pk}$  (Kane(1986)),  $C_{pm}$ 과  $C_{pm}^*$ (Chan *et al.*(1988))으로 부터 정의 되었고 Pearn, Kotz, Johnson(1992)은 제 3세대 지수  $C_{pmk}$ 를 제안하였으며,  $C_{pmk}$ 지수는 Choi와 Owen (1990)에 의해 제안된  $C_{pm}$  지수와 동일하다.

제 4세대 공정능력 지수인  $C_{psk}$ 가 도입된 동기는  $T \neq M$ 인 경우 공정이 목표치로 부터 변화할 때 방향에 관계없이 실행 될 수 있기 때문이다[Benson, 1994].

식(2.1)~식(2.6)을 단순화 시킨 형태로 나타내면 식(2.7)~식(2.12)와 같다.

$$C_p = \frac{d}{3\sigma} \quad (2.7)$$

$$C_{pk} = \frac{d - |\mu - M|}{3\sigma} \quad (2.8)$$

$$C_{pm} = \frac{d}{3\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}} \quad (2.9)$$

$$C_{pm}^* = \frac{d - |T - M|}{3\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}} \quad (2.10)$$

$$C_{pmk} = \frac{d - |\mu - M|}{3\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}} \quad (2.11)$$

$$C_{psk} = \frac{d - |\mu - T| - |M - \mu|}{3\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}} \quad (2.12)$$

여기서  $d = (USL - LSL)/2$ ,  $M = (USL + LSL)/2$

### III. 비정규 공정에 대한 공정능력 지수의 고찰

#### 3.1 Pearson 시스템에 의한 공정능력 지수

비정규 공정의 추정에 평균, 표준편차, 왜도, 첨도의 4가지 모수가 Pearson분포곡선의 형태를 결정한다는 가정하에서 Clements는 왜도 및 첨도의 함수로써 Pearson곡선

족의 분위수계산을 위해 Gruska *et al.*(1989)에 의해 제시된 표를 이용하여  $C_p$ 와  $C_{pk}$ 의 추정량을 계산하였다[5, 11]. 예를 들면,  $C_p$ 지수값을 추정하기 위해서 식(2.1)에서 Clements는  $6\sigma$ 대신  $U_p - L_p$ 로 교체하여 식(3.1)과 같이 나타낸다.

$$C_p = \frac{USL - LSL}{U_p - L_p} \quad (3.1)$$

여기서  $U_p$ 는 99.865백분위수이고,  $L_p$ 는 0.135백분위수인 점의 값을 나타낸다. 이 값은 추정되는 왜도( $S_K$ ) 및 첨도( $K_U$ )의 특정값이 주어지는 경우 Gruska *et al.*(1989)에 의해 제시된 표에서 구해진다.

식(3.1)에서  $U_p - L_p$ 를 취하는 이론적 근거는 공정이  $C_p = 1$ 일 때의 정규분포를 가정하면 평균으로부터  $\pm 3\sigma$ 를 벗어날 확률은 0.27%라는 것이다. 따라서  $C_p$ 는 식(3.2)와 같은 분위수로 나타낼 수 있다.

$$C_p = \frac{USL - LSL}{X_{0.99865} - X_{0.00135}} \quad (3.2)$$

여기서  $X_{0.99865}$ 와  $X_{0.00135}$ 는 각각  $U_p$ 와  $L_p$ 를 나타낸다.

$C_{pk}$ 도 동일한 접근으로 식(2.2)에서  $USL - \mu$  대신에  $USL - M_e$ 로,  $\mu - LSL$ 대신에  $M_e - LSL$ 로 변경되며,  $3\sigma$ 도 각각  $U_p - M_e$ ,  $M_e - L_p$ 로 되어 식(3.3)과 같다.

$\mu$ 대신에 메디안  $M_e$ 을 취하는 이유는 표본 평균 보다 표본 메디안이 중심 경향의 보다 강건한 추정량이기 때문이다.

$$C_{pk} = \min \left[ \frac{USL - M_e}{U_p - M_e}, \frac{M_e - LSL}{M_e - L_p} \right] = \min(C_{pu}, C_{pl}) \quad (3.3)$$

같은 방법으로 적용하면 식(3.4)~식(3.6)과 같이 된다[Clements, 1989].

$$C_{pm} = \frac{USL - LSL}{6\sqrt{\left(\frac{U_p - L_p}{6}\right)^2 + (M_e - T)^2}} \quad (3.4)$$

$$C_{pm}^* = \frac{\min[USL - T, T - LSL]}{3\sqrt{\left(\frac{U_p - L_p}{6}\right)^2 + (M_e - T)^2}} \quad (3.5)$$

$$C_{pmk} = \min \left[ \frac{USL - M_e}{3\sqrt{\left(\frac{U_p - M_e}{3}\right)^2 + (M_e - T)^2}}, \frac{M_e - LSL}{3\sqrt{\left(\frac{M_e - L_p}{3}\right)^2 + (M_e - T)^2}} \right] \quad (3.6)$$

본 연구에서는 Clements의 방법을 제 4세대 공정능력 지수에까지 확장시킨 결과, 새로운 공정능력 지수인  $C_{psk}$ 를 식(3.7)로 나타낼 수 있다.

$$C_{psk} = \min \left[ \frac{USL - M_e - |M_e - T|}{3\sqrt{\left(\frac{U_p - M_e}{3}\right)^2 + (M_e - T)^2}}, \frac{M_e - LSL - |M_e - T|}{3\sqrt{\left(\frac{M_e - L_p}{3}\right)^2 + (M_e - T)^2}} \right] \quad (3.7)$$

Pearn과 Kotz(1994~5)에 의하면 비정규 피어슨 모집단에 적용한 결과 목표치로부터 공정 메디안이 벗어남을 감지하는 감도는 가장 좋은 것으로 부터 (1)  $C_{pmk}$  (2)  $C_{pm}$  (3)  $C_{psk}$  (4)  $C_p$  순으로 나타난 것을 알 수 있다.

### 3.2 Johnson 시스템에 의한 공정능력 지수

Johnson(1949)에 의해 제시된 Johnson 시스템은 비정규 분포를 모형화 하는데 Pearson 시스템의 대안으로 제시되었다.

본 연구에서 Johnson 곡선을 공정능력 지수계산에 적용하게 된 배경은 Johnson 곡선은 Pearson 시스템 보다 나은 장점을 지니고 있기 때문이다. 즉 Johnson 곡선은 주어진 데이터 집합에 가장 좋은 Johnson 곡선을 선택하는데 단순한 구조를 보여주고, 표본 적률에 기초한 방법보다 더욱 신뢰할 수 있는 절차이고, 일반적으로 쉽다고 Farnum(1996~7)는 지적한다.

또한 Johnson 접근의 가장 현저한 특징 중의 하나는 표준정규 곡선으로 변환하여 사용하는 확률 계산이다. 이러한 Johnson 시스템은 식(3.8)의 변환식과 식(3.9)~식(3.11)인 3가지 분포족을 갖는다.

$$Z = \gamma + \eta K_i(x, \lambda, \epsilon) \quad i = 1, 2, 3 \quad (3.8)$$

$$K_1(x, \lambda, \epsilon) = \sin h^{-1} \left( \frac{x - \epsilon}{\lambda} \right) \quad (3.9)$$

$$K_2(x, \lambda, \epsilon) = \ln \left( \frac{x - \epsilon}{\lambda + \epsilon - x} \right) \quad (3.10)$$

$$K_3(x, \lambda, \epsilon) = \ln \left( \frac{x - \epsilon}{\lambda} \right) \quad (3.11)$$

식(3.9)~식(3.11)은  $\eta, \gamma, \lambda, \epsilon$ 의 적절한 모수선택에 의해 Z분포로 변환 시킬 수 있고  $\epsilon, \gamma$ 는 위치모수이며,  $\lambda, \eta$ 는 척도모수이다.

식(3.9)는  $S_U$ 곡선으로 정의역은 전 실직선이 되며, 식(3.10)은 개구간  $(\epsilon, \epsilon + \lambda)$ 에 대해 정의되는  $S_B$  곡선을 나타낸다. 식(3.11)은  $S_L$ (대수정규)곡선을 나타낸다.  $S_L$  곡선은 모수  $\lambda$ 를 소거함으로써 단순화시켜  $Z = r^* + \eta \ln(x - \epsilon)$ 로 나타낼 수 있다.

Johnson 곡선은 종전의 Pearson 곡선과 같이 적률법으로 추정되었지만, Slifker와 Shapiro(1980)는 표본 백분위수에 기초한 보다 신뢰할 만한 추정 방법과 주어진 데이터 집합의 Johnson 곡선의 분포족 형태를 결정하는 식 (3.12)와 같은 판별 함수를 제시했다.

$$\begin{aligned}
 (1) \quad \frac{mn}{p^2} > 1 & \quad : S_U \text{ 곡선} \\
 (2) \quad \frac{mn}{p^2} < 1 & \quad : S_B \text{ 곡선} \\
 (3) \quad \frac{mn}{p^2} = 1 & \quad : S_L \text{ 곡선}
 \end{aligned} \tag{3.12}$$

$$\text{여기서 } m = x_{3z} - x_z$$

$$n = x_{-z} - x_{-3z}$$

$$p = x_z - x_{-z}$$

이다. Slifker-Shapiro 방법은 적절한  $z$ 값을 택해서 표준정규표로부터  $-3z, -z, z, 3z$ 와 누적확률인  $P_{-3z}, P_{-z}, P_z, P_{3z}$ 를 찾는다. Slifker-Shapiro에 의해 추천되는 값은 0.524이다.

그리고 Johnson곡선에 대한 확률계산을 위하여 3가지 분포족에 관해 <표 3.1>과 같이  $Z$ 를  $x$ 로 나타내어 표준 정규분포와 동일한 계산을 할 수 있다.

< 표 3.1 >  $x$ 에 관한 Johnson 곡선의 형태별 등식

Johnson 곡선 형태	$Z$ 의 $x$ 에 관한 등식	비 고
(1) $S_U$	$x = \epsilon - \lambda \text{Sin } h\left(\frac{\gamma - z}{n}\right)$	$\text{Sin } h(u) = \frac{e^u + e^{-u}}{2}$
(2) $S_B$	$x = \epsilon + \frac{\lambda}{1 + \exp\left(\frac{\gamma - z}{\eta}\right)}$	—
(3) $S_L$	$x = \epsilon + \lambda \exp\left(\frac{z - \gamma}{\eta}\right)$ $= \epsilon + \exp\left(\frac{z - \gamma^*}{\eta}\right)$	$r^* = \eta \ln \left[ \frac{\frac{n}{p} - 1}{p \left(\frac{m}{p}\right)^{1/2}} \right]$

비정규 공정에 대한 공정능력 지수의 정의를 일반화 시킬 때의  $C_p$  지수는 식(3.1)과 같다.

$$C_p = \frac{USL - LSL}{U_p - L_p}$$

정규분포에 대해서는  $L_p = \mu - 3\sigma$ ,  $U_p = \mu + 3\sigma$ 가 되며, Johnson곡선에 의한 비정규 분포에 대한  $L_p$ 와  $U_p$ 는 <표 3.1>에서  $z = -3$  과  $z = 3$ 으로 치환하여 사용한다. 예를 들면  $S_U$ 곡선을 사용할때  $L_p, U_p$ 값은 식(3.13)과 같다.

$$\begin{aligned} L_p &= \varepsilon - \lambda \sinh\left(\frac{r+3}{\eta}\right) \\ U_p &= \varepsilon - \lambda \sinh\left(\frac{r-3}{\eta}\right) \end{aligned} \quad (3.13)$$

$C_{pk}$  지수인 경우의 일반화는 식(2.2)을 규격한계치인 LSL과 USL을 Johnson변환을 통하여  $Z_L$ 과  $Z_U$  값으로 치환하여 식(3.14)과 같이 나타낸다.

$$C_{pk} = \min\left(-\frac{Z_L}{3}, \frac{Z_U}{3}\right) \quad (3.14)$$

이 접근의 대안적인 방법은 Pearn과 Kotz에 의해 정의된 식(3.3)이 된다.

비정규 공정능력 지수 적용을 위한 Johnson방법의 실행단계는 다음과 같다.

- [단계 1] 적절한  $Z$ 값을 사용하여  $P_{-3z}$ ,  $P_{-z}$ ,  $P_z$ ,  $P_{3z}$ 에 일치하는 데이터의 분위수인  $x_{-3z}$ ,  $x_{-z}$ ,  $x_z$ ,  $x_{3z}$ 을 추정한다.(추정된 분위수에서 편의를 줄이기 위해 각 확률치에  $(i-1/2)N$ 과 같은 표준절차를 사용하여 분류된 데이터에서  $i$ 번째 값을 추정한다.)
- [단계 2] 판별력을 계산하고 곡선형태를 선택한다.
- [단계 3] 곡선 모수들을 추정한다.(모수들의 추정식은 참고문헌 6,13참조)
- [단계 4] 히스토그램으로 분포모양을 알아본다.
- [단계 5] 규격을 벗어난 비율을 계산한다.([단계3]으로 부터 추정된 모수를 사용하여 LSL과 USL에 해당하는  $Z_L$ 과  $Z_U$  값을 구하여 계산한다.)
- [단계 6] 공정능력 지수를 계산한다.(단계 3에서 추정된 모수들로 부터  $L_p$ 와  $U_p$  값을 구하여 계산한다.)



## IV. 비교분석 및 고찰

공정이 정규공정인 경우와 비정규공정인 경우 Pearson시스템(Clements방법)과 Johnson방법에 있어서 정규 및 비정규 공정능력 지수를 비교하기 위하여 Pearn과 Kotz(1994~5)의 예제를 인용하여 비교분석하기로 한다.

예제로 부터 신규생산라인의 품질개선을 하기 위해 고무전단 무게에 대한 100개의 측정 데이터를 얻은 결과는 <표 4.1>과 같다. 목표치는 8.7g이며, 규격 한계치는  $T \pm 3\% = 8.96, 8.44$ 이다.

< 표 4.1 > N=100 공정측정치

8.84,	8.84,	8.85,	8.85,	8.85,	8.85,	8.85,	8.86,	8.86,	8.86
8.86,	8.86,	8.86,	8.86,	8.87,	8.87,	8.87,	8.87,	8.87,	8.87
8.87,	8.87,	8.87,	8.87,	8.88,	8.88,	8.88,	8.88,	8.88,	8.88
8.88,	8.88,	8.88,	8.88,	8.88,	8.88,	8.89,	8.89,	8.89,	8.89
8.89,	8.89,	8.89,	8.89,	8.89,	8.89,	8.89,	8.89,	8.89,	8.89
8.89,	8.89,	8.89,	8.89,	8.89,	8.90,	8.90,	8.90,	8.90,	8.90
8.90,	8.90,	8.90,	8.90,	8.90,	8.90,	8.90,	8.90,	8.90,	8.90
8.90,	8.90,	8.90,	8.91,	8.91,	8.91,	8.91,	8.91,	8.91,	8.91
8.91,	8.91,	8.91,	8.91,	8.91,	8.91,	8.91,	8.91,	8.92,	8.92
8.92,	8.92,	8.92,	8.92,	8.92,	8.92,	8.93,	8.93,	8.93,	8.93

### 4.1 Pearson시스템(Clement방법)에 의한 공정능력 지수 계산

Clements 의해 제시된 작업용지에 의한 Pearson 공정능력 지수를 계산하기 위해서 측정데이터로 부터  $S_K = -0.24$ ,  $K_U = 2.43$ 이 구해졌다. 이 값에 의해  $U_p = 8.96$ ,  $L_p = 8.80$ ,  $M_e = 8.89$ 로 추정되었다. 상기 값들을 식(3.1), 식(3.3), 식(3.4), 식(3.5), 식(3.6), 식(3.7)에 대입하여 추정된 공정능력 지수  $C_p$ ,  $C_{pk}$ ,  $C_{pm}$ ,  $C_{pm}^*$ ,  $C_{pmk}$ ,  $C_{psk}$  값을 구한 결과는 <표 4.2>와 같다.

### 4.2 Johnson시스템에 의한 공정능력 지수 계산

Johnson방법의 실행단계에 따른 지수 계산을 실시하면 다음과 같다.

[단계 1]  $z = 0.524$ 를 적용하여  $x_{-3z} = 8.85$ ,  $x_{-z} = 8.88$ ,  $x_z = 8.90$ ,  $x_{3z} = 8.92$  값이 추정되었다.

[단계 2] 판별함수식  $mn/p^2 = (0.02)(0.03)/0.02^2 = 1.5$ 로  $S_U$ 곡선을 선택한다.

[단계 3] 곡선의 모수추정을 아래식에 의거 계산하면, 다음과 같다.

$$\textcircled{1} \quad \eta = \frac{2z}{\cos h^{-1} \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{m}{p} + \frac{n}{p} \right) \right]} = 1.512$$

$$\textcircled{2} \quad r = \eta \sin h^{-1} \left[ \frac{\frac{n}{p} - \frac{m}{p}}{2 \sqrt{\left( \frac{m}{p} \frac{n}{p} - 1 \right)}} \right] = 0.524$$

$$\textcircled{3} \quad \lambda = \frac{2p \sqrt{\left( \frac{m}{p} \frac{n}{p} - 1 \right)}}{\left( \frac{m}{p} + \frac{n}{p} - 2 \right) \sqrt{\left( \frac{m}{p} + \frac{n}{p} - 2 \right)}} = 0.027$$

$$\textcircled{4} \quad \varepsilon = \frac{x_z + x_{-z}}{2} + \frac{p \left( \frac{n}{p} - \frac{m}{p} \right)}{2 \left( \frac{m}{p} + \frac{n}{p} - 2 \right)} = 8.900$$

[단계 4] 분포형태는 좌측비대칭인 분포이다.

$$\text{[단계 5]} \quad Z_L = \gamma + \eta \sin h^{-1} \left( \frac{LSL - \varepsilon}{\lambda} \right) = -4.812$$

$$Z_U = \gamma + \eta \sin h^{-1} \left( \frac{USL - \varepsilon}{\lambda} \right) = 2.851$$

$$P(X < LSL) = P(Z < Z_L) = P(Z < -4.812) = 0.00000077868 \approx 0 \quad [1]$$

$$P(X > USL) = P(Z > Z_U) = P(Z > 2.851) = 0.0022$$

$$\text{[단계 6]} \quad L_P = \varepsilon - \lambda \sin h \left( \frac{\gamma - 3}{\eta} \right) = 8.76$$

$$U_P = \varepsilon - \lambda \sin h \left( \frac{\gamma - 3}{\eta} \right) = 8.97$$

$L_P$ 와  $U_P$  값을 식(3.1)에 대입해  $C_p$  값을 구하고, 식(3.14) 및 식(3.3)에 의해  $C_{pk}$ 를 구하고,  $C_{pm}$ ,  $C_{pm}^*$ ,  $C_{pmk}$ ,  $C_{psk}$  값은 식(3.4), (3.5), (3.6), (3.7)에 대입하여 구한 결과는 <표 4.2>와 같다. 끝으로 정규인 경우는 식 (2.1) ~ 식 (2.6)를 적용하여  $C_p$ ,  $C_{pk}$ ,  $C_{pm}$ ,  $C_{pm}^*$ ,  $C_{pmk}$ ,  $C_{psk}$  값을 구한 결과도 <표 4.2>에 정리되어 있다.

&lt; 표 4.2 &gt; 정규 및 비정규 공정능력 지수 계산 결과

분류 공정 및 적용구분		지수		$C_{pm}$	$C_{pm}^*$	$C_{pmk}$	$C_{psk}$	
		$C_p$	$C_{pk}$					
			$C_{pl}$	$C_{pu}$				
Normal		4.03	6.98	(1.09)	0.45	0.45	0.12	0
Non-Normal	Pearson (Clements)	3.25	5	(1)	0.45	0.45	0.12	0
	Johnson	2.48	1.60	(0.95)	0.45	0.45	0.12	0
			3.46	(0.88)				

이 공정은 규격을 벗어나는 불량은 없으나, 공정이 목표치를 매우 벗어나고 있어 품질개선이 요구되며, 이러한 내용을 반영시켜주는  $C_{psk}$ 의 값이 모두 0인 것을 알 수 있다. <표 4.2>에서 알 수 있듯이 목표치로부터 공정 메디안이 벗어남을 감지하는 감도는 Pearn과 Kotz가 지적한 것과 같이 (1)  $C_p$ , (2)  $C_{pk}$ , (3)  $C_{pm}$ , (4)  $C_{pm}^*$ , (5)  $C_{pmk}$  순으로 일치하고 있다.

본 연구에 있어 비정규 공정에 대한 새로운 공정능력 지수로 개발된  $C_{psk}$ 까지 고려하면, (1)  $C_p$ , (2)  $C_{pk}$ , (3)  $C_{pm}$ , (4)  $C_{pm}^*$ , (5)  $C_{pmk}$ , (6)  $C_{psk}$  순으로 되어  $C_{psk}$  지수가 가장 강건한 것임을 알 수 있다. 그리고 Pearson 방법과 Johnson 방법간의 차는 거의 없다고 판단된다.

따라서 비정규공정에 대한 새로운 공정능력 지수로 개발된  $C_{psk}$ 는 제 4세대 공정능력 지수에 대한 Clements의 단순한 확장으로, 비정규성이 쉽게 설명되어 이해하기 쉽고, 적용에 문제가 되지 않는다.

## V. 결론

정규공정에 있어서 제 4세대 지수  $C_{psk}$ 는 목표치로부터 공정의 벗어남에 대한 여분의 손실로서 분자에 인자  $|\mu - T|$ 를 도입함으로써,  $C_{pmk}$ 로부터 만들어졌다. 목표치로부터 동일하게 떨어진 공정이라하더라도 공정이 규격한계치 이내에 있는 경우와 그렇지 못한 경우를 식별하기 위해서  $C_{psk}$ 가 제시되어 대칭인 경우와 비대칭인 경우, 공정이 목표치로부터 변화할 때 방향에 관계없이 실행되는 지수로  $C_{psk}$ 는 평가 받고 있다.

현 공정능력 지수들은 정규분포의 가정하에 개발 되었기 때문에 비정규공정 데이터에 대해서는 적용하기가 힘들다 그래서 이러한 전통적 공정능력 지수들을 분위수들을 사용하여 재표현 함으로써 비정규 공정에 대한 공정능력 지수로 정의하는 것이다.

본 연구에서는 비정규공정에 대하여 Clements방법을 확장시켜 새로운 공정능력 지수인  $C_{psk}$ 를 개발하였다. Clement의 접근은 매우 작은 표본크기에 대해서는 다소 비신뢰적 일지는 모르나 일반적으로 표본의 크기가  $n \geq 20$ 이면 유용하다고 알려져 있어, 보다 진보된 공정능력 지수에까지 확장시킨 것이다. 또한 비정규 공정데이터를 모델화하는 유용한 방법인 Johnson 방법을 그 대안으로 적용시켜 사례를 통해 살펴본 결과, 유의한 차이가 없음을 알 수 있었다. 앞으로 비정규 공정에 대한 Johnson 시스템의  $S_B$ ,  $S_L$  과도 비교해서 변함없는 강건한 공정능력 지수임을 보여 주어야 한다.

## 참고문헌

- [1] 송서일(1997), “표준정규분포의 확률계산 프로그램 개발” 품질경영학회지, 제 25권, 제 1호, pp. 182 - 192.
- [2] Benson, E.D.(1994), “Statistical Properties of a System of Fourth-Generation Process Capability Indices  $C_{psk}(U,V,W)$ .” Ph. D. Dissertation. University of Maryland.
- [3] Chan, L.K., Cheng, S.W., and Spiring, F.A.(1988), “A New Measure of Process Capability:  $C_{pm}$ ” *Journal of Quality Technology*, 20(3), pp. 162 - 175.
- [4] Choi, B.C., and Owen, D.B.(1990), “A Study of New Process Capability Index” *Communication in Statistics.-Theory and Method*, 19(4), pp. 1231 - 1245.
- [5] Clements, J.A.(1989), “Process Capability Calculations for Non-Normal Distribution” *Quality Progress*, 22(9), pp. 95 - 100.
- [6] Farnum, N.R.(1996~7), “Using Johnson Curves to Describe Non-Normal Process Data” *Quality Engineering*, 9(2), pp. 329 - 336.
- [7] Gruska, G.F., Lamberson, L.R., and Mirkhani, K.(1989), *Non-Normal Data Analysis*, Multiface Publishing Co., Michigan.
- [8] Johnson, N.(1949), “Systems of Frequency Curves Generated by Translation” *Biometrika*, 36, pp. 149 - 176.
- [9] Johnson, N.L., Kotz, S., and Pearn, W.L.(1992), “Distibutional and Inferential Properties of Process Capability Indices” *Journal of Quality Technology*, 24(4), pp. 216 - 231.
- [10] Kane, V.(1986), “Process Capability Indices” *Journal of Quality Technology*, 18(1), pp. 41 - 52.

- 
- [11] Kotz, S., and Pearn, W.L.(1994~5), "Application of Clements' Method for Calculating Second-and-Third-Generation Process Capability Indices Non-Normal Pearsonian Population" *Quality Engineering*, 7(1), pp. 139 - 145.
- [12] Lovelace, C.R.(1994), "The Development of a Process Capability Index for Non-Normal Processes Naturally Bound at Zero." Ph. D. Dissertation. University of Alabama in Huntsville.
- [13] Slifker, J.F., and Shapiro, S.S.(1980), "The Johnson System: Selection and Parameter Estimation" *Technometrics*, 22(2), pp. 239 - 246.