⊠연구논문

로버스트 설계에 대한 최적화 방안+

권용만
조선대학교 전산통계학과
홍연웅
동양대학교 산업공학과

An Optimization Procedure for Robust Design

Yong Man Kwon
Dept. of Computer Science & Statistics, Chosun University
Yeon Woong Hong
Dept. of Industrial Engineering, Dongyang University

Abstract

Robust design in industry is an approach to reducing performance variation of quality characteristic value in products and processes. Taguchi has used the signal-to-noise ratio(SN) to achieve the appropriate set of operating conditions where variability around target is low in the Taguchi parameter design. Taguchi has dealt with having constraints on both the mean and variability of a characteristic (the dual response problem) by combining information on both mean and variability into an SN. Many Statisticians criticize the Taguchi techniques of analysis, particularly those based on the SN. In this paper we propose a substantially simpler optimization procedure for robust design to solve the dual response problems without resorting to SN. Two examples illustrate this procedure in the two different experimental design(product array, combined array) approaches.

+ 본 논문은 1996년도 조선대학교 학술연구비의 지원을 받아 연구되었음.

1. 서론

다구찌 품질공학(Taguchi [1987])은 통계학 분야가 제품설계단계에서 품질관리의 전 분야에 걸쳐서 품질을 개선하는데 있어서 광범위하게 활용되는데 큰 기여를 하였다. 이에 관련된 소개서가 염봉진(1988)과 박성현(1990)등에 의해 출간되었다.

이전의 실험계획법에서는 단지 품질특성치의 평균를 개선하는데 초점을 두고 최적조건을 찾는 경향이 있었으나 다구찌 품질공학에서는 품질특성의 평균뿐만 아니라 변동(분산 혹은 표준편차)을 가능한 줄이는 것을 목적으로 한다는 점에서 차이가 있다. 다구찌 파라미터 설계에서 직교배열표를 이용한 교차배열(product array)은 제어인자와 잡음인자의 모든 교호작용을 고려한 실험배치를 하여 SN을 이용한 자료분석을 하였다. 교차배열에서 잡음인자는 품질특성치의 품질변동을 유발시키는 역할을 함으로써 변동에 둔감하면서 동시에 품질특성치의 평균을 목표치에 접근하는 제어인자의 최적조건을 찾을 수 있는 로버스트 설계를 가능하게 한다.

다구찌 품질공학은 품질을 개선하는데 있어서 큰 기여를 하였으나 자료 분석하는데 있어서 망목특성에서의 SN의 사용은 많은 문제점이 지적되었고 여러 학자들에 의하여 대체방안 연구되었다. 이와 관련하여 Box(1986, 1988), Leon과 그외(1987), Nair 와 Pregibon(1986)등의 학자들은 자료변환을 통한 분석방법을 제안하였고 Nelder 와 Lee(1991)는 일반화선형모형을 이용한 분석방법을 제안하였다. 특히 이영조(1993)는 종합적으로 간략하게 비교연구 하였다.

다구찌는 망목특성에서의 SN을 다음과 같이 정의하였다.

$$\mathrm{SN} = 10\log((\overline{y})^2/s^2)$$

Box(1986, 1988)는 $Z=\log y$가 합당한 자료변환일 때만 앞서 SN이 타당하다고 하였다. 즉, 자료 y가 Log-Normal 분포를 따를 때만 SN이 합당한 분산측도라 했다. Leon과 그외(1987)는 자료 y가 감마분포를 할 때 SN은 PerMIA(Performance Measure Independent of Adjustment)라고 하였다. 따라서 SN을 일반적인 모든 자료에 적용하는 것은 적합하지 않다고 하였다.

파라미터 설계에서 자료를 분석하는데 있어서 평균과 변동을 하나로 묶은 수행측도(performance measure)인 SN을 사용함에 따라 문제가 발생하였다. 따라서 본 논문에서는 SN을 사용하는 대신에 반복 측정된 자료로부터 회귀분석을 통하여 적합된 평균모형과 표준편차모형을 분리해서 품질특성의 최적조건을 구하는 대체방안을 이용하기로 한다. 이러한 방안은 Vining과 Myers(1990)가 처음으로 시도하였다. 그들은 Myers와 Carter(1973)의 이중반응(dual response)함수에 대한 최적화기법을 사용하여 실험자료를 분석하였다. 그 이후로 Del Castillo와 Montgomery(1993), Lin과 Tu(1995) 그리고 Copeland와 Nelson(1996) 등의 학자들은 망목특성, 망대특성, 그리고 망소특성별로 각기 다른 최적화 방안을 제시하였다.

파라미터 설계에서 교차배열은 제어인자와 잡음인자의 모든 교호작용을 고려함으로써 실험수가 지나치게 많을 뿐 아니라 축차실험을 고려하지 않는 등 많은 단점을 가지고 있다. 따라서 실험수를 줄일 수 있을 뿐 아니라 기존의 잘 정립된 실험계획법 이론을 이용한 대체방안이 연구되고 있다. 그 중에서 통합배열접근법(combined array approach)이 Welch, Yu, Kang와 Sacks(1990)에 의해 처음으로 제안되었다. 그 이후로 Box와 Jones(1992), Myers, Khuri와 Vining(1992) 그리고 권용만(1994)등에 의하여 연구되었다. 통합배열이란 잡음인자를 제어인자와 같이 하나의 실험배열에 배치하는 실험방법을 말한다.

Box와 Jones(1992)은 제어인자($\underline{x}$)와 잡음인자($\underline{z}$)의 함수로 되어있는 하나의 반응함수에서 평균모형과 분산모형으로 분리하였다. 적합된 2차회귀모형은 다음과 같다.

$$\hat{y}(\underline{x}, \underline{z}) = b_0 + \underline{x}'\underline{b} + \underline{x}'\hat{B}\underline{x} + \underline{z}'\underline{\gamma} + \underline{z}'\hat{R}\underline{z} + \underline{z}'\hat{D}\underline{x}$$

잡음인자는 실험할 때는 제어할 수 있으나 실제로는 제어할 수 없는 확률변수이다. 잡음인자에 관한 지식이 없는 경우 홍미영역에서 일양분포 한다고 가정하자. 어떤 $\underline{x}$에서 반응함수의 평균모형 $\hat{\mu}(\underline{x})$는 다음과 같다.

$$\hat{\mu}(\underline{x}) = \int_{R_z} \hat{y}(\underline{x}, \underline{z}) p(\underline{z}) d\underline{z}$$

여기서 $p(\underline{z})$는 $\underline{z}$의 확률밀도함수이고 $\underline{z}$는 잡음인자의 홍미영역 R_z에서 일양분포를 한다. 따라서 평균모형은 다음과 같다.

$$\hat{\mu}(\underline{x}) = b_0 + \underline{x}'\underline{b} + \underline{x}'\hat{B}\underline{x} + tr\,(\hat{R})/3 \tag{1.1}$$

여기서 $tr(\hat{R})$는 행렬 $\hat{R}$의 대각선 원소들의 합이다. 어떤 $\underline{x}$에서 추정된 평균모형에 대한 평균제곱변동 $\hat{\sigma}^2(\underline{x})$는 다음과 같다.

$$\hat{\sigma}^2(\underline{x}) = \int_{R_z} (\hat{y}(\underline{x}, \underline{z}) - \hat{\mu}(\underline{x}))^2 p(\underline{z}) d\underline{z}$$

따라서 분산모형은 다음과 같다.

$$\hat{\sigma}^2(\underline{x}) = (\underline{\gamma} + \hat{D}\underline{x})'(\underline{\gamma} + \hat{D}\underline{x})/3 + \hat{A} \tag{1.2}$$

여기서 $\widehat{A}=[4\,\Sigma_{j=1}^{m}(\gamma_{jj})^2 \;+\; 5\,\Sigma_{j=1}^{m-1}\Sigma_{k=j+1}^{m}(\gamma_{jk})^2\,]/45$이고 γ_{jk}는 $\widehat{R}$의 j번째 행과 k 번째 열의 원소이다.

본 논문의 목적은 로버스트 설계에서 자료분석에 대한 합리적인 최적화 공식을 제안하고 최적화 방안을 찾는 것이며 아울러 본 논문에서 제안한 새로운 최적화 공식을 이용하여 앞서 지적한 다구찌 방법에서 문제점을 개선한 대체방안에 적용할 수 있음을 보이는데 있다. 4장에서는 2장과 3장 내용을 바탕으로 하여 본 논문의 이점을 제시하였다.

2. 최적화 방안

제품이나 공정설계에서 기대손실을 줄이기 위해서는 품질평균을 목표치에 근접하게 하는 동시에 품질변동을 줄이도록 해야 한다. 로버스트 설계는 기대손실을 줄이기 위한 실험배치 및 분석방안이다. 제품의 평균을 측정하는 평균모형과 제품의 변동을 측정하는 표준편차모형을 결정한 후 이 두 가지 모형들의 분석을 통해 각 제어인자들이 평균과 분산에 미치는 영향을 파악하여 평균을 목표치에 가능한 범위에 두면서 분산을 최대한 줄이는 최적공정과정을 찾아내는 방법이라 할 수 있다.

로버스트 설계를 위한 실험배치 방법은 교차배열과 통합배열이 있다. 실험배치 방법에 따라서 평균모형과 표준편차모형을 추정하는 방식에 차이가 있다. 교차배열에서는 제어인자는 내측배열(inner array)에 변동을 유발시키는 잡음인자는 외측배열(outer array)에 배치하는 교차실험을 함으로써 각기 서로 다른 제어인자의 실험조건에서 잡음인자에 의한 반복된 자료를 얻을 수 있으며 이러한 자료로부터 표본평균과 표본표준편차를 구할 수 있으며 그들로부터 회귀분석에 의한 추정된 평균모형식과 표준편차모형식($\hat{\sigma}(x)$)을 구할 수 있다. 통합배열에서는 제어인자와 잡음인자의 함수로 이루어진 적합된 회귀모형을 구할 수 있으며 Box와 Jones(1992)은 적합된 모형으로부터 평균모형식과 분산모형식을 분리하여 구하였다. 따라서 우리는 품질변동과 품질평균에 대한 추정된 모형식을 이용하여 로버스트 설계에 대한 최적화 방안을 찾아보기로 하자.

Copeland와 Nelson(1996)은 망목특성인 경우 최적화 공식을

$$\min_{x\in R_x}\ \hat{\sigma}(x)$$

$$\text{such that}\quad (\hat{\mu}(x)-T\,)^2 \le \triangle^2$$

와 같이 제시하였다. 여기서 R_x는 제어인자들의 흥미영역이다. 망대특성인 경우 최적화 공식을

$$\max_{\underset{\sim}{x} \in R_x} \hat{\mu}(\underset{\sim}{x})$$

$$\text{such that } \hat{\sigma}(\underset{\sim}{x}) \le \sigma_T$$

와 같이 제시하였다. 여기서 σ_T는 상수이다. 한편 망소특성인 경우 최적화 공식을

$$\min_{\underset{\sim}{x} \in R_x} \hat{\mu}(\underset{\sim}{x})$$

$$\text{such that } \hat{\sigma}(\underset{\sim}{x}) \le \sigma_T$$

와 같이 제시하면서 기존 여러 가지 방법 보다 나은 최적화 공식이라고 하였다. 그러나 권용만(1994)은 동시에 고려해야할 품질특성이 두 개 이상인 경우 모든 종류의 품질특성을 최적화 하는데 있어서 평균을 제한하면서 표준편차를 최소화하는 최적화 공식을 이미 제시한 바 있다. 또한 Copeland와 Nelson(1996)이 제시한 망대특성과 망소특성에서의 최적화 공식은 표준편차모형에 제한조건을 주면서 동시에 평균모형을 최대화 혹은 최소화시키는 방안이라면 망목특성에서의 최적화 공식은 평균모형에 제한조건을 주면서 동시에 표준편차모형을 최소화시키는 방안을 사용하여 품질특성에 따라 제한조건이 달라지는 문제점을 가지고 있다. 이러한 절차상 문제는 제한조건을 변동에 먼저 주는가 아니면 평균에 주는가 하는 차이점이다. 로버스트 설계에서 제품의 품질변동이나 품질평균은 동시에 고려해야할 사항이지 어떤 것을 먼저 고려하든지(혹은 제한조건을 두든지) 큰 문제점은 없다. 그러나 최적화 공식을 사용하는데 있어서 제한조건에 대한 일관성을 유지하는 것이 제어인자들의 최적해를 구하는데 있어서 도움이 된다. 왜냐하면 모든 품질특성에 대하여 일관성 있게 적용할 수 있어 자료분석을 할 때 도움이 되기 때문이다. 특히 동시에 고려되어야 할 품질특성이 두 개 이상인 경우 모든 종류의 품질특성을 최적화 하는데 있어서 서로 다른 종류의 품질특성이 섞여 있는 경우 동시 최적화 하는데 있어서 Copeland와 Nelson(1996)이 제안한 최적화 공식을 사용하는 것은 여러 종류의 품질특성에 대하여 일관성 없기 때문에 적용하는데 있어서 많은 어려움이 따른다. 또한 그들은 망대특성과 망소특성인 경우에서 표준편차모형에 제한조건으로 특정한 상수 σ_T로 하거나 σ_T를 상한으로 둔다고 하였는데 σ_T를 구체적으로 어떻게 설정한다는 것인지 방법이 전혀 기술되어 있지 않다.

우리는 Copeland와 Nelson(1996)이 제안한 최적화 공식의 문제점을 보완한 새로운 공식을 다음과 같이 제안하고자 한다. 세상의 모든 품질특성들은 어떤 특정한 목표치(Target value; T)를 갖는다. 따라서 우리는 세 가지 품질특성에 대한 목표치를 다음과 같이 설정하고자 한다.

$$
\begin{aligned}
&(1)\ \text{망목특성}: \ T = \ \text{특정한 상수} \\
&(2)\ \text{망대특성}: \ T = \max_{\underset{\sim}{x} \in R_x} \hat{\mu}(\underset{\sim}{x}) \\
&(3)\ \text{망소특성}: \ T = \min_{\underset{\sim}{x} \in R_x} \hat{\mu}(\underset{\sim}{x})
\end{aligned}
\tag{2.1}
$$

이상으로부터 모든 품질특성들은 제어인자들의 흥미영역에서 어떤 특정한 목표치 T 를 갖는다는 점에서 망목특성이라고 보아도 아무런 문제가 없다. 따라서 자료분석에 의한 최적공정을 찾는 방법은 모든 품질특성에 대하여 망목특성처럼 동일하게 적용할 수 있다. 따라서 로버스트 설계에서 모든 품질특성에 대한 최적화 공식을 다음과 같이 제안하고자 한다.

$$
\begin{aligned}
&\min_{\underset{\sim}{x} \in R_x} \hat{\sigma}(\underset{\sim}{x}) \\
&\text{such that} \ \ |\hat{\mu}(\underset{\sim}{x}) - \mathrm{T}| \leq \triangle
\end{aligned}
\tag{2.2}
$$

여기서 허용범위 $\triangle$은 임의의 상수가 될 수 있으며 T는 품질특성치 별로 식 (2.1)에서 정의하였다. 위에서 제안한 최적화 공식은 누구나 쉽게 접근할 수 있는 간단하고 알기 쉬운 방안이라 할 수 있을 것이다. 한편으로 제한조건 $|\hat{\mu}(\underset{\sim}{x}) - T| \leq \triangle$를 품질특성별로 구체적으로 살펴보면 다음과 같다.

$$
\begin{aligned}
&\text{망목특성}: \ |\hat{\mu}(\underset{\sim}{x}) - T| \leq \triangle \\
&\text{망소특성}: \ (\hat{\mu}(\underset{\sim}{x}) - T) \leq \triangle \\
&\text{망대특성}: \ (T - \hat{\mu}(\underset{\sim}{x})) \leq \triangle
\end{aligned}
\tag{2.3}
$$

$\triangle$를 정하는 방법은 신뢰구간을 이용하거나 여러 가지 방안이 있을 수 있으나 근본취지는 품질평균을 목표치에서 가능한 범위 내에 두는데 있으므로 여러 가지 범위에서 제어인자들의 거동을 살펴보는 것이 제어인자들의 최적점들을 구하는 방법이 될 것이다. 더욱이 평균모형과 표준편차모형은 회귀분석에 의한 적합된 모형이기 때문에 최적공정을 찾는데 있어서는 품질특성의 추정된 평균모형과 목표치의 허용범위는 여러 가지로 고려하여야 할 것이다.

본 논문에서 제안한 최적화 공식에 의한 제어인자들의 최적해를 찾는 방법으로 제어인자들의 흥미영역의 범위 내에서 격자탐색(grid search)을 한다. 예를 들면 제어인자의 흥미영역이 -1에서 1사이일 때, 제어인자의 개수가 세 개이고 격자간격이 0.01인 경우 격자점은 201^3개 발생하고 제어인자의 개수가 두 개이고 격자간격이 0.10인 경우

격자점은 21^3개 발생한다. 격자탐색 방법을 이용하여 최적화하는 경우 모든 계산은 모든 격자점에서만 이루어진다. 즉, 제어인자의 최적해는 모든 격자점 중에서 선택된다. 다양한 제한조건에서 최대값 혹은 최소값을 구할 때 프로그램화가 쉬운 장점이 있으나 제어인자의 수가 많아지고 격자간격이 좁은 경우 격자점이 많아져서 계산횟수가 많아지는 단점이 있다. 그러나 대부분의 실험계획에서 제어인자의 흥미영역은 그다지 넓지 않으며 제어인자의 수가 많아지더라도 격자간격을 넓은데서 관찰한 다음 특정지역에서 격자간격을 좁여가면서 최적해를 관찰하는 방법을 사용한다면 어떠한 환경에서도 이용이 가능할 것이다. 자세한 최적화 과정은 다음 장에서 살펴보도록 하자.

3. 예제

이 장에서는 각 각 교차배열과 통합배열에서 새로이 제안한 최적화 공식과 최적화 방안을 이용한 최적화 과정을 소개하기로 한다.

3.1 교차배열

Box와 Draper(1987, p. 247)는 인쇄공정에 관한 실험을 하였다. <표 1>은 3^3 요인 실험을 각기 다른 위치에서 세 번 반복 실험한 자료이다. 이 실험은 엄밀하게 파라미터 설계를 하기 위하여 설계된 것은 아니나 각기 다른 위치에서 세 번 반복 실험한 것을 3 수준의 잡음인자 즉, n_1, n_2 그리고 n_3에 의한 반복측정으로 보아서 교차배열에 의한 자료로 볼 수 있다.

인쇄공정에 관한 실험자료로부터 품질특성치의 표본평균($\overline{x}$)에 대하여 최소제곱법에 의하여 추정된 평균모형식은

$$\begin{aligned}\hat{\mu}(\underline{x}) = &\ 327.6 + 117.0x_1 + 109.4x_2 + 131.5x_3 + 32.0x_1^2 \\ &- 22.4x_2^2 - 29.1x_3^2 + 66.0x_1x_2 + 75.5x_1x_3 + 43.6x_2x_3\end{aligned} \tag{3.1}$$

이고 품질특성치의 표본표준편차(s)에 대한 추정된 표준편차모형식은

$$\begin{aligned}\hat{\sigma}(\underline{x}) = &\ 34.9 + 11.5x_1 + 15.3x_2 + 29.2x_3 + 4.2x_1^2 \\ &- 1.3x_2^2 + 16.8x_3^2 + 7.7x_1x_2 + 5.1x_1x_3 + 14.1x_2x_3\end{aligned} \tag{3.2}$$

이다. 한편 세 개의 제어인자들의 흥미영역은 $-1 \le x_1, x_2, x_3 \le 1$으로 한다.

< 표 1 > 교차배열

실험수	x_1	x_2	x_3	y_{n_1}	y_{n_2}	y_{n_3}	$\bar{x}$	s
1	-1	-1	-1	34	10	28	24.0	12.49
2	0	-1	-1	115	116	130	120.3	8.39
3	1	-1	-1	192	186	263	213.7	42.80
4	-1	0	-1	82	88	88	86.0	3.46
5	0	0	-1	44	178	188	136.7	80.41
6	1	0	-1	322	350	350	340.7	16.17
7	-1	1	-1	141	110	86	112.3	27.57
8	0	1	-1	259	251	259	256.3	4.62
9	1	1	-1	290	280	245	271.7	23.63
10	-1	-1	0	81	81	81	81.0	0.00
11	0	-1	0	90	122	93	101.7	17.67
12	1	-1	0	319	376	376	357.0	32.91
13	-1	0	0	180	180	154	171.3	15.01
14	0	0	0	372	372	372	372.0	0.00
15	1	0	0	541	568	396	501.7	92.50
16	-1	1	0	288	192	312	264.0	63.50
17	0	1	0	432	336	513	427.0	88.61
18	1	1	0	713	725	754	730.7	21.08
19	-1	-1	1	364	99	199	220.7	133.80
20	0	-1	1	232	221	266	239.7	23.46
21	1	-1	1	408	415	443	422.0	18.52
22	-1	0	1	182	233	182	199.0	29.45
23	0	0	1	507	515	434	485.3	44.64
24	1	0	1	846	535	640	673.7	158.20
25	-1	1	1	236	126	168	176.7	55.51
26	0	1	1	660	440	403	501.0	138.90
27	1	1	1	878	991	1161	1010.0	142.50

우리는 두 개의 적합된 모형으로부터 제어인자의 최적점을 찾는데 있어서 세 개의 제어인자들의 홍미영역의 범위 내에서 격자간격을 0.01로 하는 격자탐색 방법을 사용하기로 한다. 이런 경우 격자점은 201^3개 발생하고 발생된 격자점에서만 최적화가 이루어진다.

우리는 앞서 제안한 최적화 공식인 식(2.1), 식(2.2)와 식(2.3)을 식(3.1)과 식(3.2)에 적용해 보기로 하자. <표 2>에서 $\hat{\mu}$와 $\hat{\sigma}$는 허용범위 $\triangle$내에서 구하여진 제어인자들의 최적점에서 $\hat{\mu}(x)$와 $\hat{\sigma}(x)$의 값을 나타낸다. <표 2>는 망목특성인 경우로 목표치가 500일 때 제한조건 $|\hat{\mu}(x)-500| \leq \triangle$에서 $\hat{\sigma}(x)$를 최소화하는 제어인자의 최적점을 201^3개의 격자점에서 격자탐색을 통하여 찾아보았다. 최적화 결과를 보면 허용범위 $\triangle$가 0.10에서 10.00으로 증가하여도 x_1은 1.00에서 변화가 없으며 x_2는 0.03에서 0.15사이에서 x_3는 -0.29에서 -0.22사이에서 조금씩 변화하는 경향을 알 수 있다.

<표 3>은 망대특성인 경우로 먼저 $\hat{\mu}(\underline{x})$의 최대값, 911.10을 구하여 목표치로 두고 제한조건 $(911.10-\hat{\mu}(\underline{x}))\le\triangle$에서 $\hat{\sigma}(\underline{x})$를 최소화하는 제어인자의 최적점을 찾아보았다. 최적화 결과 허용범위 △가 0.10에서 20.00으로 증가하여도 x_1과 x_2는 1.00에서 변화가 없으며 x_3는 1.00에서 0.90으로 조금씩 작아지는 경향을 볼 수 있다. <표 4>는 망소특성인 경우로 목표치는 $\hat{\mu}(\underline{x})$의 최소값인 69.96이며 제한조건 $(\hat{\mu}(\underline{x})-68.96)\le\triangle$에서 $\hat{\sigma}(\underline{x})$를 최소화하는 제어인자의 최적점을 찾아보았다. 최적화 결과 허용범위 △가 5내에서 증가하여도 x_1과 x_2는 -1.00에서 변화가 없으며 x_3는 -0.55에서 -0.21로 조금씩 커지는 경향을 볼 수 있다. 아울러, 허용범위 △가 6에서 아무리 크게 증가하여도 x_1는 -1.00, x_2는 1.00 그리고 x_3는 -1.00이 됨을 볼 수 있다.

< 표 2 > 망목특성의 최적화

△	$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}$	x_1	x_2	x_3
0.10 ~ 0.40	499.91	45.09	1.00	0.09	-0.24
0.50	499.52	45.06	1.00	0.06	-0.22
0.60 ~ 0.70	499.48	45.04	1.00	0.13	-0.27
0.80 ~ 1.00	499.26	45.01	1.00	0.10	-0.25
2.00	498.03	44.87	1.00	0.15	-0.29
4.00	496.05	44.62	1.00	0.08	-0.25
6.00	494.03	44.39	1.00	0.04	-0.23
7.00	493.13	44.28	1.00	0.09	-0.27
8.00	492.19	44.16	1.00	0.07	-0.26
9.00	491.20	44.05	1.00	0.05	-0.25
10.00	490.17	43.92	1.00	0.03	-0.24

< 표 3 > 망대특성의 최적화

△	$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}$	x_1	x_2	x_3
0.10 ~ 1.00	911.10	137.50	1.00	1.00	1.00
2.00 ~ 3.00	909.17	136.68	1.00	1.00	0.99
4.00 ~ 5.00	907.24	135.87	1.00	1.00	0.98
6.00 ~ 7.00	905.30	135.06	1.00	1.00	0.97
8.00 ~ 9.00	903.36	134.25	1.00	1.00	0.96
10.00	901.41	133.44	1.00	1.00	0.95
12.00	899.45	132.64	1.00	1.00	0.94
14.00	897.49	131.84	1.00	1.00	0.93
16.00	895.52	131.05	1.00	1.00	0.92
18.00	893.55	130.26	1.00	1.00	0.91
20.00	891.57	129.47	1.00	1.00	0.90

< 표 4 > 망소특성의 최적화

$\triangle$	$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}$	x_1	x_2	x_3
0.00	68.96	21.99	-0.55	-1.00	-1.00
0.10	69.05	21.70	-0.50	-1.00	-1.00
0.30	69.24	21.49	-0.46	-1.00	-1.00
0.50	69.45	21.34	-0.43	-1.00	-1.00
0.70	69.62	21.24	-0.41	-1.00	-1.00
0.90	69.82	21.15	-0.39	-1.00	-1.00
1.00	69.93	21.10	-0.38	-1.00	-1.00
2.00	70.87	20.81	-0.31	-1.00	-1.00
3.00	71.92	20.59	-0.25	-1.00	-1.00
4.00	72.76	20.46	-0.21	-1.00	-1.00
5.00	73.83	20.29	-0.22	-1.00	-0.99
6.00 ~ 99.99	74.90	12.50	-1.00	1.00	-1.00

따라서 다양한 허용범위 $\triangle$에서 새로이 제안한 최적화 공식을 격자탐색 방법을 통하여 최적화하여 제어인자의 최적해를 관찰해 봄으로써 일정한 경향을 발견할 수 있다. 또한, 이러한 경향에 대한 원인을 규명하고 분석함으로써 보다 나은 로버스트 설계를 할 수 있다.

3.2 통합배열

Box와 Jones(1992)가 제시한 통합배열접근법은 서론에서 이미 언급한 바 있다. 여기서는 그들이 제시한 방법을 이용하여 본 논문에서 제안한 최적화 방안을 적용해 보도록 하자. <표 5>는 통합배열에서 잡음인자 z를 세 개의 제어인자 x_1, x_2 그리고 x_3와 똑같이 하나의 직교배열 $L_{18}(2^1 \times 3^7)$에 실험배치한 경우이며 자료는 예를 들기 위한 가상적인 것이다.

품질특성치에 대한 추정된 회귀모형식은 다음과 같다.

$$\hat{y}(x, z) = 53.15 + 1.24x_1 + 7.88x_2 - 0.87x_3 + 6.28x_1^2 + 11.04x_2^2 + 0.05x_3^2 - 7.93x_1x_2 - 3.12x_1x_3 - 0.15x_2x_3 - 1.10z + 2.37zx_1 + 1.46zx_2 - 3.40zx_3 - 7.60z^2$$

식(1.1)과 식(1.2)를 이용하여 위 식을 평균모형식과 분산모형식으로 분리하면 각 각

$$\hat{\mu}(x) = 1.24x_1 + 7.88x_2 - 0.87x_3 + 6.28x_1^2 + 11.04x_2^2 + 0.05x_3^2 - 7.93x_1x_2 - 3.12x_1x_3 - 0.15x_2x_3 + 48.09$$

와

$$\widehat{\sigma^2}(\underset{\sim}{x}) = (2.37x_1 + 1.46x_2 - 3.40x_3 - 1.10)^2/3 + 5.13$$

이 된다.

통합배열에서 최적화 과정은 분산모형식 $\widehat{\sigma^2}(\underset{\sim}{x})$을 표준편차모형식 $\hat{\sigma}(\underset{\sim}{x}) = \sqrt{\widehat{\sigma^2}(\underset{\sim}{x})}$으로 대체한다면 이미 3.1절에서 소개한 교차배열에서 최적화 과정과 동일함으로 본 논문에서는 생략하기로 한다.

< 표 5 > 통합배열

요인배치	e	x_1	x_2	x_3	e	z	e	e	자료
열번호 / 실험수	1	2	3	4	5	6	7	8	y_1
1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	45
2	-1	-1	0	0	0	0	0	0	64
3	-1	-1	1	1	1	1	1	1	75
4	-1	0	-1	-1	0	0	1	1	60
5	-1	0	0	0	1	1	-1	-1	49
6	-1	0	1	1	-1	-1	0	0	68
7	-1	1	-1	0	-1	1	0	1	61
8	-1	1	0	1	0	-1	1	-1	55
9	-1	1	1	-1	1	0	-1	0	80
10	1	-1	-1	1	1	0	0	-1	55
11	1	-1	0	-1	-1	1	1	0	44
12	1	-1	1	0	0	-1	-1	1	78
13	1	0	-1	0	1	-1	1	0	50
14	1	0	0	1	-1	0	-1	1	45
15	1	0	1	-1	0	1	0	-1	69
16	1	1	-1	1	0	1	-1	0	59
17	1	1	0	-1	1	-1	0	1	50
18	1	1	1	0	-1	0	1	-1	67

4. 결론

본 논문은 로버스트 설계에 대한 새로운 최적화 방안을 제안하고 적용하는 방법을

찾는 것이다. 다구찌 파라미터 설계에서 자료분석에 사용되는 망목특성의 수행척도인 SN은 여러 학자로부터 문제점이 지적되었다. 따라서 본 논문에서는 실험자료로부터 평균모형과 표준편차(혹은 분산)모형을 분리 추정한 모형식을 사용하여 로버스트 설계를 하기 위한 최적화 공식을 제안하였다. 이전까지는 로버스트 설계에서 수행척도를 세 가지 품질특성별로 달리 적용하였으나 제안한 최적화 방안에서는 모든 품질특성들은 흥미영역 내에서 어떤 특정한 목표치를 갖는다는 점에서 망목특성이라 하였으며 자료분석을 하기 위한 최적화 공식을 모든 품질특성에 동일하게 적용하였다. 로버스트 설계에서 실험배치 방법은 크게 교차배열과 통합배열이 있는데 새로이 제안한 최적화 공식을 이용한 최적화 방안은 모든 실험배치 방법을 이용할 수 있다. 특히 통합배열을 이용한 로버스트 설계는 기존의 잘 정립된 실험계획법 이론을 활용할 수 있어 다구찌 파라미터 설계에서 단점으로 지적된 제반 문제점을 해결할 수 있는 대체방안이 될 수 있을 것이다. 또한 새로이 제안한 최적화 공식을 다양한 허용범위에서 격자탐색 방법을 통하여 최적화하여 제어인자의 최적해를 관찰해 봄으로써 일정한 경향을 발견할 수 있었으며 또한, 이러한 경향에 대한 원인을 규명하고 분석함으로써 보다 나은 로버스트 설계를 할 수 있음을 알 수 있었다. 아울러 제안한 최적화 방안은 격자탐색 방법을 통하여 제어인자의 최적해를 구하였는데 격자탐색 방법은 사용자의 용도에 맞게 프로그램화하기가 용이하므로 누구나 쉽게 이용할 수 있을 것이다.

참고문헌

[1] 권용만(1994), "로버스트 설계를 위한 다특성 동시 최적화에 관한 연구,"박사 학위 논문, 서울대학교.

[2] 박성현(1990), 「응용실험계획법, 영지문화사」, 서울.

[3] 염봉진(1988), 「제품 및 공정설계를 위한 다구찌 방법」, 산학협동교재, 생산성본부, 서울.

[4] 이영조(1993), "다구찌 실험분석에 있어서 일반화선형모형 대 자료변환," 「응용통계연구」, 6권, 2호, pp. 253-263.

[5] Box, G.E.P.(1986), "Studies in Quality Improvement: Signal to Noise Ratios, Performance Criteria and Statistical Analysis: Part I," Technical Report 11, University of Wisconsin-Madison, Center for Quality and Productivity Improvement.

[6] Box, G.E.P.(1988), "Signal-to-Noise Ratios, Performance Criteria and Transformations," *Technometrics*, Vol. 30, pp. 1-17.

[7] Box, G.E.P. and Draper, N.R.(1987), *Empirical Model-Building and Response Surfaces*, John Wiley & Sons, New York, NY.

[8] Box, G.E.P. and Jones, S.P.(1992), "Designing Products That Are Robust to

the Environment," *Total Quality Management*, Vol. 3, pp. 265-282.
[9] Copeland, K.A.F. and Nelson P.R.(1996), "Dual Response Optimization via Direct Function Minimization," *Journal of Quality Technology*, Vol. 28, pp. 331-336.
[10] Del Castillo, E. and Montgomery, D.C.(1993), "A Nonlinear Programming Solution to the Dual Response Problem," *Journal of Quality Technology*, Vol. 25, pp. 199-204.
[11] Leon, R.V., Shoemaker, A.C., and Kackar, R.N.(1987), "Performance Measures Independent of Adjustment (with discussion)," *Technometrics*, Vol. 29, pp. 253-285.
[12] Lin, D.K.J. and Tu, W.(1995), "Dual Response Surface Optimization," *Journal of Quality Technology*, Vol. 27, pp. 34-39.
[13] Myers, R.H. and Cater, W.H. Jr.(1973), "Dual Response Surface Techniques for Dual Response Systems," *Technometrics*, Vol. 15, pp. 301-317.
[14] Myers, R.H., Khuri, A.I. and Vining, G.G.(1992), "Response Surface Alternative to the Taguchi Robust Parameter Design Approach," *The American Statistician*, Vol. 46, pp. 131-139.
[15] Nair, V.N. and Pregibon, D.(1986), "Data Analysis Strategy for Quality Engineering Experiments," *AT&T Technical*, Vol. 65, pp. 73-84.
[16] Nelder, J.A. and Lee, Y.(1992), "Likelihood, Quasi-likelihood and Pseudo-likelihood: Some Comparisons," *Journal of the Royal Statistical Society, B*, Vol. 54, pp. 273-284.
[17] Taguchi, G.(1987), *System of Experimental Design: Engineering Methods to Optimize Quality and Minimize Cost*, White Plains, NY: UNIPUB / Kraus International.
[18] Vining, G.G. and Myers, R.H.(1990), "Combining Taguchi and Response Surface Philosophies: A Dual Response Approach," *Journal of Quality Technology*, Vol. 22, pp. 38-45.
[19] Welch, W.J., Yu, T.K., Kang, S.M. and Sacks, J. (1990), "Computer Experiments for Quality Control by Parameter Design," *Journal of Quality Technology*, Vol. 22, pp. 15-22.