한국퍼지 및 지능 시스템학회 논문지 1998, Vol. 8, No. 5. (1998) 14~20

만족도 함수를 이용한 퍼지숫자의 퍼지비교에 관한 연구

A Study on Fuzzy Comparisons between Fuzzy Numbers Based on the Satisfaction Function

이지형 · 이광형

Jee-Hyong Lee and Kwang-Hyung Lee

한국과학기술원 전산학과

요 약

본 논문에서는 두 퍼지숫자를 비교하는 퍼지 만족도 함수(fuzzy satisfaction function)를 제안한다. 퍼지 만족도 함수는 두 퍼지숫자를 비교하여 그 비교결과로 0과 1 사이의 퍼지집합을 출력한다. 즉, 어느 숫자가 다른 숫자보다 클(작을) 가능성이 어느 정도인가를 0과 1사이의 퍼지집합으로 표현한다. 퍼지 만족도 함수는 이전에 제안된 만족도 함수(satisfaction function)를 이용하여 정의되었다. 본 논문에서는 만족도 함수를 간략히 소개하고, 이를 이용하여 퍼지 만족도 함수를 제안하며, 이를 퍼지숫자 비교에 적용한 예를 제시한다.

ABSTRACT

This paper proposes a fuzzy comparison method called the fuzzy satisfaction function. It compares two fuzzy numbers and produces a fuzzy set on [0, 1] as the comparison result. It represents the possibility that a fuzzy number is greater(smaller) than the other with a fuzzy set on [0, 1]. It is extended from the satisfaction function which compares two fuzzy numbers and generates a value in [0, 1] as the result. This paper summarizes the satisfaction function and proposes the fuzzy satisfaction function. Some numerical examples are also presented in this paper.

1. 서 론

퍼지이론은 애매모호한 개념을 표현하고 다룰 수 있는 여러 가지 방법들을 제공하기 때문에[12, 16], 그 동안 제어, 의사결정, 전문가 시스템, 최적화 등의 여러 분야에 적용되어 왔다[5-7]. 특히 이러한 분야에서 퍼지숫자(fuzzy number)의 비교는 매우 중요한데, 그 이유는 어느 두 숫자의 비교는 의사결정에 있어서 가장 기초가 되는 논리연산이기 때문이다. 그러나 퍼지숫자의 비교는, 실수사이의 비교와는 달리 애매모호한 성질을 갖고 있다. 퍼지숫자는 애매모호한 값을 가능성분포로 표현하며, 또한 두 퍼지 숫자 사이에 서로 겹치는 부분이 생길 수 있기 때문에, 어느 값이 어느 값보다 좋은지 그렇지 않은지 판단하기가 쉽지 않다.

퍼지숫자 비교와 유사한 연구로 퍼지숫자의 순위매김(ranking)이 있는데, 이 분야에는 그 동안 많은 연구가 있었다[2-4, 8-10, 13-15]. 그러나 상대적으로 두 퍼지숫자의 비교에 관한 연구는 많이 진행되지 않았다. 두 퍼지숫자의 비교를 두 퍼지숫자의 순위매김으로 간주하여, 기존의 순위매김 방법을 적용할 수도 있다. 그러나 두 퍼지숫자의 비교는 두 퍼지숫자 사이에 정의되는 논리 연산이라는 점에서, 주어진 퍼지숫자의 순위매김과는 다른 분야라 할 수 있다.

퍼지숫자의 비교에 관한 연구중, [1]은 두 퍼지숫자를 비교하기 위하여 만족도 함수(satisfaction function)라는 것을 이산화된 정의구역(discrete domain)에서 정의를 하였고, [11]에서는 만족도 함수를 연속된 정의구역(continuous domain)에서 적용되도록 확장하였다. 만족도 함수는 두 퍼지숫자를 비교하여 그 비교결과를 0과 1 사이의 값으로 표현한다. 그러나 0과 1 사이의 실수로는 두 퍼지숫자의 비교결과를 적절히 표현하기 어려운 점이 있다.

예를 들면, 그림 1의 A, B에 대하여 A가 B보다 클 가능성은 어느 정도인가? 그림 1에 만족도 함수를 적용하면 A가 B보다 클 가능성은 0.5이다. 즉, 둘 중 어느 것이 크다고 말할 수 없다는 비교결과이다. 그러나

본 논문은 한국과학기술원 인공지능연구센터(CAIR)의 지원을 받아 연구되었습니다.

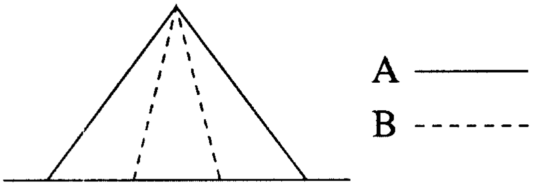

그림 1. 다른 폭을 갖는 두 삼각퍼지숫자.

판단하기에 따라서 다른 결과를 얻을 수 있다. A가 B보다 큰 부분을 고려한다면, A가 B보다 클 가능성이 0.5보다 크다고 할 수 있고, 반대로 A가 B보다 작은 부분을 고려한다면 0.5보다 작다고도 할 수 있다. 이와 같이 퍼지숫자의 비교는 그 자체로써 애매모호한 성질을 갖고 있으므로, 단순히 0과 1 사이의 값으로 비교결과를 표현하기에는 적절하지 않다. 따라서, 비교결과를 표현할 수 있는 다른 방법이 필요하다.

이 논문에서는 이러한 점을 고려하여, 앞서 제안된 만족도 함수를 확장하여, 두 퍼지숫자를 비교한 결과가 0과 1 사이에 정의된 퍼지집합인 퍼지 만족도 함수(fuzzy satisfaction function)를 제안한다. 2절에서는 만족도 함수를 간략히 기술하며, 3절에서는 퍼지 만족도 함수를 제안한다. 4절에서는 퍼지 만족도 함수를 퍼지숫자 비교에 적용한 예를 제시하며, 끝으로 5절에서 본 논문의 결론을 맺는다.

2. 만족도 함수

이 절에서는 만족도 함수(satisfaction function)에 대하여 기술한다. 만족도 함수는 두 퍼지숫자를 비교하여 그 비교결과를 0과 1 사이의 실수로 표현한다. 논문 [1]에서는 만족도 함수를 제안하였고, 논문 [11]에서는 만족도 함수를 두 퍼지숫자 사이의 비교 뿐만이 아니라, 퍼지숫자와 실수, 두 실수 사이의 비교에도 적용할 수 있도록 확장하였다. 먼저 두 퍼지숫자의 비교에 적용되는 만족도 함수는 아래와 같이 정의된다.

$$S(A<B)=\frac{\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{y}\mu_A(x)\odot\mu_B(y)\,dx\,dy}{\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\mu_A(x)\odot\mu_B(y)\,dx\,dy}$$

$$S(A>B)=\frac{\int_{-\infty}^{\infty}\int_{y}^{\infty}\mu_A(x)\odot\mu_B(y)\,dx\,dy}{\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\mu_A(x)\odot\mu_B(y)\,dx\,dy}$$

연산자 $\odot$은 T-norm 연산자이다. $S(A<B)$는 퍼지숫자 A가 퍼지숫자 B보다 작을 가능성을 나타내며, 이와 마찬가지로 $S(A>B)$는 A가 B보다 클 가능성을 나타낸다. 이렇게 정의된 만족도 함수는 두 퍼지숫자를 비교함에 있어, 최소(minimum) 또는 최대(maximum) 연산자를 사용하는 것보다, 퍼지숫자의 전체적인 가능성 분포를 고려하여 비교결과를 생성하므로, 비교적 만족스러운 결과를 내는 것으로 알려져 있다[1]. 다음은 만족도 함수가 가지는 성질들을 나열하였다.

속성 2.1 $S(A<B)+S(A>B)=1$

속성 2.2 $0\le S(A<B)\le 1$, $0\le S(A>B)\le 1$

속성 2.3 $S(A<B)=S(B>A)$, $S(A>B)=S(B<A)$

속성 2.4 $\forall x\in\{Supp(A)\}$, $\forall y\in\{Supp(B)\}$에 대하여 $x<y$이면, $S(A<B)=1$

속성 2.5 $f(t)=S(A<B_t)$는 증가하지 않는 t의 함수이다. 단, $\mu_{B_t}(x)=\mu_B(x-t)$

속성 2.6 $S(A<A)=0.5$

속성 2.7 c가 실수일 때, $\mu_A(c-x)=\mu_A(c+x)$, $\mu_B(c-x)=\mu_B(c+x)$이면, $S(A<B)=0.5$

속성 2.8 c_A, c_B, c_C가 실수이고, $\mu_A(c_A-x)=\mu_A(c_A+x)$, $\mu_B(c_B-x)=\mu_B(c_B+x)$, $\mu_C(c_C-x)=\mu_C(c_C+x)$일 때, $0.5<S(A<B)$이고 $0.5<S(B<C)$이면 $0.5<S(A<C)$

퍼지숫자 A와 보통숫자 k를 비교하는 만족도 함수는 다음과 같이 정의된다.

$$S(A<k)=S(k>A)=\frac{\int_{-\infty}^{k}\mu_A(x)\,dx}{\int_{-\infty}^{\infty}\mu_A(x)\,dx}$$

$$S(A>k)=S(k<A)=\frac{\int_{k}^{\infty}\mu_A(x)\,dx}{\int_{-\infty}^{\infty}\mu_A(x)\,dx}$$

즉, 퍼지숫자 A가 보통숫자 k보다 작을 가능성은 퍼지숫자 A의 전체면적과 A 중에서 k보다 작은 부분의 면적의 비로 표현된다. 그리고 두 보통숫자의 비교에 적용되는 만족도 함수는 아래와 같은데, 그 결과를 살펴보면, 일반적으로 사용되는 비교연산자 "<", ">"과 유사한 결과를 나타냄을 알 수 있다.

$$S(k<l)=\begin{cases}1 & \text{if } k<l\\ 0.5 & \text{if } k=l\\ 0 & \text{if } k>l\end{cases}$$

$$S(k>l)=\begin{cases}1 & \text{if } k>l\\ 0.5 & \text{if } k=l\\ 0 & \text{if } k<l\end{cases}$$

즉, "<"과 $S(k<l)$은 $k=l$인 경우를 제외하고 같은 결과를 준다. $k=l$일 때 "$k<l$"은 0을 $S(k<l)$은 0.5를 결과값

으로 낸다. 이로부터 만족도 함수의 결과가 기존의 보통숫자 사이의 비교연산자의 결과와 크게 다르지 않음을 알 수 있고, 어느 관점에서는 기존의 비교연산자를 퍼지화한 것으로 간주될 수 있다.

3. 퍼지 만족도 함수

3.1 정 의

이 절에서는 퍼지 만족도 함수에 대하여 정의한다.

정의 1. 두 퍼지숫자 A와 B를 비교하는 퍼지 만족도 함수, $\tilde{S}(A<B)$와 $\tilde{S}(A>B)$는 다음과 같이 정의된다.

$$\mu_{\tilde{S}(A<B)}(x)=\begin{cases}\max\limits_{t \text{ s.t. } x=S(A_t<B)} Similarity(A,t) & \text{if } Selector(A,B)=A \\ \max\limits_{t \text{ s.t. } x=S(A<B_t)} Similarity(B,t) & \text{otherwise}\end{cases}$$

$$\mu_{\tilde{S}(A>B)}(x)=\begin{cases}\max\limits_{t \text{ s.t. } x=S(A_t>B)} Similarity(A,t) & \text{if } Selector(A,B)=A \\ \max\limits_{t \text{ s.t. } x=S(A>B_t)} Similarity(B,t) & \text{otherwise}\end{cases}$$

단,

– $\mu_{A_t}(x)=\mu_A(x-t)$

– $Selector(A, B)$는 A와 B 중에서 어느 하나를 선택하는 함수로서 다음을 만족하여야 한다.

① $Selector(A, B) \in \{A, B\}$

② $Selector(A, B)=Selector(B, A)$

③ $Selector(A, k)=k$ 단, k가 실수인 경우

– $Similarity(A, t)$는 두 퍼지숫자 A와 A_t 사이의 유사도(similarity degree)를 구하는 함수로서 다음을 만족하여야 한다.

① $Similarity(A, 0)=1$

② 만약 $Supp(A) \cap Supp(A_t)=\phi$이면, $Similarity(A, t)=0$. 단, $Supp(A)=\{x \mid \mu_A(x)>0\}$

③ $Similarity(A, t)$는 $t>0$에서 증가하지 않는다.

④ $Similarity(A, t)$는 $t<0$에서 감소하지 않는다.

$\mu_{\tilde{S}(A<B)}(x)$는 $S(A<B)=x$일 가능성, 즉 A가 B보다 작을 가능성이 x일 가능성을 나타내며, 이와 유사하게, $\mu_{\tilde{S}(A>B)}(x)$는 $S(A>B)=x$일 가능성, A가 B보다 클 가능성이 x일 가능성을 나타낸다. 이와 같이 정의된 퍼지 만족도 함수는 두 퍼지숫자를 비교하여, 그 애매모호한 비교결과를 퍼지집합으로 출력한다.

퍼지 만족도 함수를 퍼지숫자와 실수 사이의 비교, 두 실수 사이의 비교에 적용하여 얻은 결과는 아래와 같이 간략화될 수 있다. 퍼지숫자 A와 실수 k의 경우는 다음과 같으며,

$$\mu_{\tilde{S}(A<k)}(x)=\begin{cases}1 & \text{if } x=S(A<k) \\ 0 & \text{otherwise}\end{cases}$$

$$\mu_{\tilde{S}(A>k)}(x)=\begin{cases}1 & \text{if } x=S(A>k) \\ 0 & \text{otherwise}\end{cases}$$

두 실수 k와 l의 경우 역시

$$\mu_{\tilde{S}(k<l)}(x)=\begin{cases}1 & \text{if } x=S(k<l) \\ 0 & \text{otherwise}\end{cases}$$

$$\mu_{\tilde{S}(k>l)}(x)=\begin{cases}1 & \text{if } x=S(k>l) \\ 0 & \text{otherwise}\end{cases}$$

과 같다. 이와 같이 간략화되는 이유는 퍼지숫자와 실수가 주어졌을 때나, 두 실수가 주어졌을 때 $Selector(\cdot)$는 실수를 선택하며, 실수를 밑변길이가 0인 삼각퍼지집합으로 간주하면 $Similarity(\cdot)$은 다음과 같은 결과를 출력하기 때문이다.

$$Similarity(k,t)=\begin{cases}1 & \text{if } t=0 \\ 0 & \text{otherwise}\end{cases}$$

3.2 퍼지 만족도 함수의 속성

정의된 퍼지 만족도 함수, $\tilde{S}(A<B)$과 $\tilde{S}(A>B)$는 다음과 같은 속성을 갖는다.

속성 3.1. $\mu_{\tilde{S}(A<B)}(S(A<B))=1$, $\mu_{\tilde{S}(A>B)}(S(A>B))=1$

증명. 두 개의 증명은 유사하므로, 첫 번째것만 증명하도록 한다.

① $Selector(A, B)=A$인 경우

$T=\{t \mid S(A<B)=S(A_t<B)\}$이라 하면, $S(A<B)=S(A_0<B)$이므로 $0 \in T$이다. 따라서, 정의에 의해 $Similarity(A, 0)=1$이므로,

$$\max\{Similarity(A,t) \mid t \in T\}=1$$

이다.

② $Selector(A, B)=B$인 경우

첫 번째 경우 ①의 증명과 유사하게 할 수 있다.

■

속성 3.2. $\tilde{S}(A<B)$과 $\tilde{S}(A>B)$는 0과 1 사이에 정의된 볼록하고(convex) 정규화된(normalized) 퍼지집합이다.

증명. 퍼지 만족도 함수의 정의역의 원소 x는 $S(A<B)$나 $S(A>B)$의 비교결과이며, 그 값의 영역은 [0, 1]이기 때문에 $\mu_{\tilde{S}(A<B)}(x)$과 $\mu_{\tilde{S}(A>B)}(x)$의 정의역은 [0, 1]이다. 또한 속성 3.1에 의하여 $\max\mu_{\tilde{S}(A<B)}(x)=1$, $\max\mu_{\tilde{S}(A>B)}(x)=1$이다. 따라서, $\tilde{S}(A<B)$과 $\tilde{S}(A>B)$는 0과 1 사이에 정의된 정규화된 퍼지집합니다.

다음은 $\tilde{S}(A<B)$과 $\tilde{S}(A>B)$)의 볼록함에 대한 증명이다. 이 증명 역시 두 경우가 유사하므로, $\tilde{S}(A<B)$의 경우에 대해서만 증명하도록 한다.

① $Selector(A, B)=A$인 경우

다음을 만족하는 x와 Δx에 대하여, $x>S(A<B)=S(A_0<B)$, $\Delta x>0$,

$$T_x=\{t \mid x=S(A_t<B)\}$$
$$T_{x+\Delta x}=\{t \mid x+\Delta x=S(A_t<B)\}$$

이라 하면,

$$\mu_{\tilde{S}(A<B)}(x)=\max\{Similarity(A,\ t) \mid t\in T_x\}$$
$$\mu_{\tilde{S}(A<B)}(x+\Delta x)=\max\{Similarity(A,\ t) \mid t\in T_{x+\Delta x}\}$$

이 된다. 그리고, $S(A_t<B)$은 감소하지 않는 함수(속성 2.5)이기 때문에

$$0<\min\{T_x\}\text{이고 }\max\{T_x\}<\min\{T_{x+\Delta x}\}$$

가 되고, 따라서

$$\max\{Similarity(A_t) \mid t\in T_x\}\geq \min\{Similarity(A_t) \mid t\in T_{x+\Delta x}\}$$

이다. 그 이유는 T_x와 $T_{x+\Delta x}$에 속하는 모든 원소는 모두 0보다 크고, $Similarity(\cdot)$는 $t>0$에서 증가하지 않기 때문이다. 따라서 $x>S(A<B)$과 $\Delta x>0$에 대하여

$$\mu_{\tilde{S}(A<B)}(x)\geq \mu_{\tilde{S}(A<B)}(x+\Delta x)$$

이다. 비슷한 방법으로, $x<S(A<B)=S(A_0<B)$과 $\Delta x>0$에 대하여

$$\mu_{\tilde{S}(A<B)}(x-\Delta x)\leq \mu_{\tilde{S}(A<B)}(x)$$

임을 알 수 있다. 즉, $\mu_{\tilde{S}(A<B)}(x)$는 $x<S(A<B)$에서 감소하지 않으며, $x>S(A<B)$에서 증가하지 않는 함수이다. 따라서 $\tilde{S}(A<B)$의 모든 α-수준집합은 볼록집합이 되므로, $\tilde{S}(A<B)$은 볼록 퍼지집합이다[16].

② $Selector(A, B)=B$인 경우

첫 번째 경우 ①의 증명과 유사하다

■

속성 3.3. $\mu_{\tilde{S}(A<B)}(x)=\mu_{\tilde{S}(A>B)}(1-x)$

증명.

① $Selector(A, B)=A$인 경우

$$\mu_{\tilde{S}(A>B)}(1-x)=\max_{t\text{ s.t. }1-x=S(A_t>B)} Similarity(A,\ t)$$
$$=\max_{t\text{ s.t. }x=S(A_t<B)} Similarity(A,\ t)$$

속성 2.1에 의해서

$$=\mu_{\tilde{S}(A<B)}(x)$$

정의 1에 의해서

② $Selector(A, B)=B$인 경우

위와 비슷한 방법으로 $\mu_{\tilde{S}(A>B)}(1-x)=\mu_{\tilde{S}(A<B)}(x)$임을 알 수 있다. 따라서,

$$\mu_{\tilde{S}(A>B)}(1-x)=\mu_{\tilde{S}(A<B)}(x).$$

■

속성 3.3으로부터 $\tilde{S}(A<B)$와 $\tilde{S}(A>B)$가 $x=0.5$를 중심으로 대칭인 퍼지집합임을 알 수 있다.

정리 3.1. $\mu_{\tilde{S}(A<B)}(x)=\mu_{\tilde{S}(A>B)}(x)$

증명.

① $Selector(A, B)=A$인 경우

$$\mu_{\tilde{S}(A<B)}(x)=\max_{t\text{ s.t. }x=S(A_t<B)} Similarity(A,\ t)$$
$$=\max_{t\text{ s.t. }x=S(B>A_t)} Similarity(A,\ t)$$

속성 2.3에 의해서

$$=\mu_{\tilde{S}(A<B)}(x)$$

정의 1에 의해서

② $Selector(A, B)=B$인 경우

첫 번째 경우와 유사한 방법으로 $\mu_{\tilde{S}(A<B)}(x)=\mu_{\tilde{S}(B>A)}(x)$이므로, 따라서

$$\mu_{\tilde{S}(A<B)}(x)=\mu_{\tilde{S}(B>A)}(x)$$

이다.

■

정리 3.1은 퍼지 만족도 함수의 정의가 일반적으로 비교 연산자가 만족해야 하는 성질을 만족하고 있을 보여준다.

정리 3.2. $\mu_{\tilde{S}(A<A)}(x)=\mu_{\tilde{S}(A<A)}(1-x)$

증명. 성질 3.3과 정리 3.1로부터 간단히 유도된다.

$$\mu_{\tilde{S}(A<A)}(x)=\mu_{\tilde{S}(A>A)}(1-x)=\mu_{\tilde{S}(A<A)}(1-x)$$

■

4. 예　　제

이 절에서는 몇 가지 예를 제시하여, 제안하는 퍼지 만족도 함수가 두 퍼지숫자 비교시에 어떠한 결과를 내는가 살펴보도록 한다. 앞으로 제시될 예에서는 삼각퍼지숫자만을 사용하며, $Selector(A,\ B)$와 $Similarity(A,\ t)$를 다음과 같이 정의한다.

```
Selector(A=(a1, a2, a3), B=(b1, b2, b3))
{
  if(a3 - a1>b3 - b1)
    select B
  else if(a3 - a1<b3 - b1)
    select A
  else if(|(a3 - a2) - (a2 - a1)| > |(b3 - b2) - (b2 - b1)|)
```

```
        select B
    else if( |(a3 - a2) - (a2 - a1)| < |(b3 - b2) - (b2 - b1)|)
        select A
    else if(a1>b1)
        select B
    else if(a1<b1)
        select A
    else
        select A or B
}

Similarity(A=(a1, a2, a3), t)
{
    if(a3 - a1=0)
    {
        if(t=0)
            return 1
        else
            return 0
    }
    else
        return max{0, 1 - |t| / (a3 - a1)}
}
```

위에서 정의된 *Selector*(·)는 입력으로 주어진 두 퍼지숫자 중에서 밑변의 길이가 짧은 것을 고른다. 만약 밑변길이가 같다면, 꼭지점이 밑변의 중심에 가까운 것을 고르며, 그것도 같으면, 왼쪽에 위치한 퍼지숫자를 고르게 된다. 이와 같이 정의된 *Selector*(·)가 앞에서 제시된 조건을 만족함은 쉽게 확인할 수 있다. *Similarity*(·)은 주어진 값이 실수일 때, t가 0이면 1을, 그 외 값이면 0을 주며, 주어진 값이 퍼지숫자일 때는 밑변의 길이와 t의 비에 따라서 유사도를 계산한다.

그림 2의 두 경우에서 퍼지숫자 A는 같은 모양이며 각 경우의 B는 다른 퍼지숫자이다. 각 경우에서 B가 A보다 클 가능성은 얼마인가? 이 두 경우에 만족도 함수를 적용하면 모두 $S(A<B)=0.677$이지만, 퍼지만족도 함수를 적용하면, 그림 3과 같은 퍼지집합을 얻게 된다. 그림 3에서 실선은 그림 2(a)의 비교 결과이며, 점선은 그림 2(b)의 비교 결과이다. 그러면, 퍼지만족도 함수의 결과를 어떻게 해석할 수 있을까? 예를 들어 그림 3의 (a)에서 $x=0.677$과 0.8인 경우를 보면, $\mu_{\tilde{S}(A<B)}(0.677)=1$이고 $\mu_{\tilde{S}(A<B)}(0.8)=0.57$이다. 이것은 그림 2(a)에서 B가 A보다 클 가능성이 0.677이라는 것의 확신도는 1이며, 0.8이라는 것의 확신도는 0.57이라고 해석될 수 있다. 이와 같이 x축은 B가 A보다 클 가능성이며, y축은 그 가능성의 확신도라고 생각할 수 있다. 또한 그림 3에서 알 수 있듯이, 퍼지 만족도 함수는 $S(A<B)$가 같더라도 비교되는 퍼지숫자의 모양이나 겹침정도에 따라서 비교결과로 나온 퍼지집합의 모양이 다른 것을 알 수 있다.

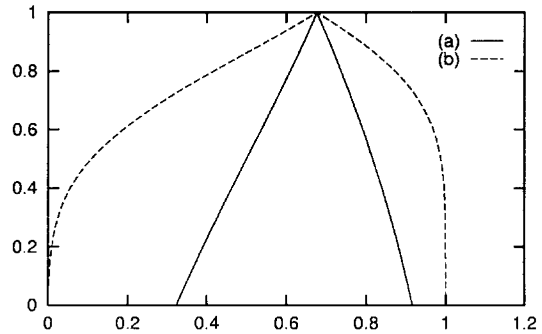

그림 3. 그림 2의 비교결과.

그림 4는 하나의 퍼지숫자(A)는 고정시키고, 다른 퍼지숫자(B)를 이동시키는 경우이다. 그림에서 C와 D는 B를 우측으로 이동시켜서 얻은 퍼지숫자이다. 이때 $\tilde{S}(A<B)$와 $\tilde{S}(A<C)$와 $\tilde{S}(A<D)$를 구해보면 그림 5와 같은 결과를 얻을 수 있다. 퍼지숫자 B가 왼쪽에서 오른쪽으로 이동하면 그 비교결과인 퍼지집합도 왼쪽에서 오른쪽으로 이동한다. 즉, B가 커질수록 B가 A보다 클 가능성 역시 커짐을 알 수 있다.

그림 6과 7은 한 퍼지숫자의 밑변의 길이를 변화시킴에 따라서 $\tilde{S}(A<B)$의 결과가 어떻게 변화하는가를 보여주고 있다. 그림 6의 A는 크기가 고정되어 있으

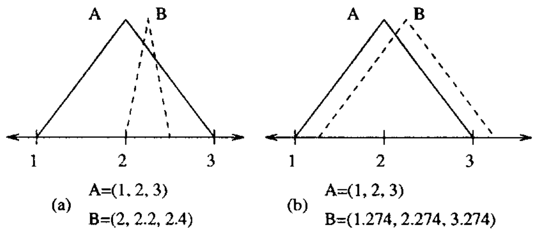

그림 2. 같은 $S(A<B)$를 갖는 두 개의 퍼지집합들.

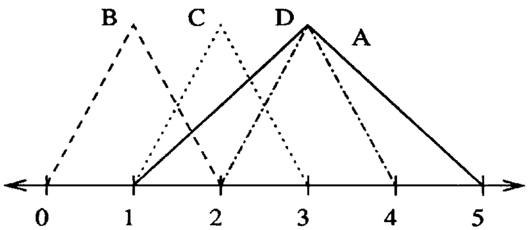

그림 4. 한 퍼지숫자의 위치를 이동시키는 경우.

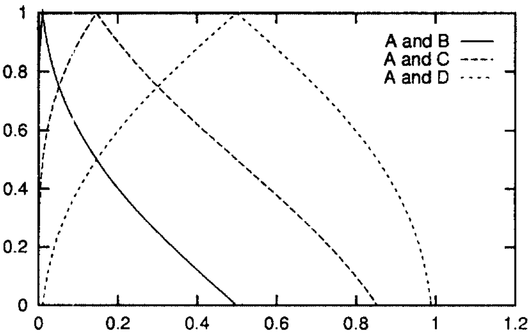

그림 5. 그림 4의 비교 결과.

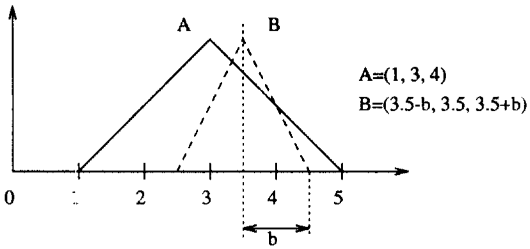

그림 6. 한 퍼지숫자의 폭을 변화시키는 경우.

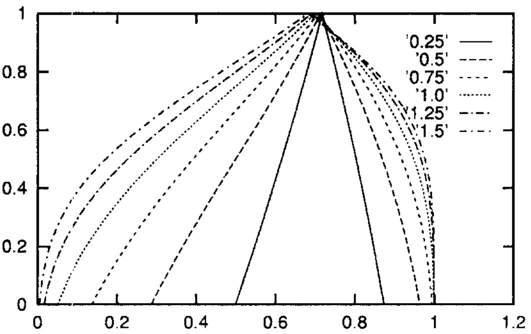

그림 7. b에 따른 그림 6의 비교결과.

나, B는 $(3.5-b,\ 3.5,\ 3.5+b)$로 표현되며, B의 밑변 길이를 결정하는 b는 0.25부터 1.5까지 0.25씩 증가한다. 그림 7은 b값에 따른 결과를 보여주고 있다. 그림에서 알 수 있듯이, 두 퍼지집합 사이의 겹침정도가 클수록 비교결과로 나온 퍼지집합의 폭이 넓게 표현된다. 이러한 결과는 사용되는 *Selector*(·)와 *Similarity*(·)에 따라서 달라질 수 있으나, 앞에서 정의한 것을 사용하면, 비교되는 퍼지집합의 겹침정도가 증가할수록 비교결과인 퍼지집합의 폭도 증가 한다. 이렇게 겹침정도가 커질수록 비교결과의 폭이 커지는 것은, 겹침정도가 클수록 그 결과의 애매모호한 정도가 증가한다고도 해석될 수 있다.

5. 결 론

본 논문에서는, 퍼지 만족도 함수를 제안하고, 그것이 갖는 여러 가지 성질에 대하여 기술하였다. 퍼지 만족도 함수는 기존의 만족도 함수로부터 확장되었으며, 비교결과로 0과 1 사이에서 정의되는 퍼지집합을 출력한다. 따라서 만족도 함수로 같은 비교결과를 얻은 경우라도 퍼지 만족도 함수에서는 다른 결과를 얻을 수 있다. 그리고, 4절에서 사용한 *Selector*(·)과 *Similarity*(·)을 사용할 경우, 비교되는 두 퍼지숫자 사이의 겹침정도가 클수록, 비교결과로 나오는 퍼지집합의 폭은 넓어져 비교결과의 애매모호함을 잘 반영함을 알 수 있었다. 향후과제로, 제안하는 퍼지 만족도 함수를 응용분야에 적용하기 위한 연구가 계속 이루어져야 하겠다.

참고문헌

[1] K. M. Lee, C. H. Cho, and H. Lee-Kwang "Ranking fuzzy values with satisfaction function", *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 64, pp. 295-309, 1994.

[2] S. A. Orlovsky, "Decision-making with a fuzzy preference relation", *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 1, pp. 155-167, 1978.

[3] T. S. Liou and M. J. Wang, "Ranking fuzzy numbers with integral value", *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 50, pp. 247-255, 1992.

[4] K. P. Yoon, "A probabilistic approach to rank complex fuzzy numbers", *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 80, pp. 167-176, 1996.

[5] C. B. Kim, K. A. Seong, J. O. Kim, Y. B. Lim and H. Lee-Kwang, "A fuzzy approach to elevator group control system", *IEEE Trans. SMC*, Vol. 25, pp. 985-990, 1995.

[6] K. M. Lee and H. Lee-Kwang, "Fuzzy information processing for expert systems", *Int. J. Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-based Systems*, Vol. 3, pp. 93-109, 1995.

[7] J. H. Lee, K. M. Lee and H. Lee-Kwang, "Distributed and cooperative fuzzy controllers for traffic intersection group", *IEEE Trans. SMC-part C*, Vol. 29, 1999(to appear).

[8] K. Kim and K. S. Park, "Ranking fuzzy numbers with index of optimism", *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 35, pp. 143-150, 1990.

[9] S.-H. Chen, "Ranking fuzzy numbers with maximizing set and minimizing set", *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 17, pp. 113-129, 1985.

[10] G. Bortolan and R. Degani, "A review of some methods for ranking fuzzy subsets", *Fuzzy Sets and System*, Vol. 15, pp. 1-19, 1985.

[11] J. H. Lee and H. Lee-Kwang, "Comparison of fuzzy values on a continuous domain", *Fuzzy Sets and Systems, 1998(aceepted).*

[12] H.-J. Zimmermann, *Fuzzy Sets, Decision Making, and Expert Systems*, Kluwer-Nijhoff Publishing, Boston, 1987.

[13] J. J. Buckley, "Ranking alternatives using fuzzy numbers", *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 15, pp. 21-31, 1985.

[14] L. M. Campos Ibanes and A. Gonzalez Munoz, "A subjective approach for ranking fuzzy numbers", *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 29, pp. 145-153, 1989.

[15] M. Delgado, J. L. Verdegay and M. A. Vila, "A procedure for ranking fuzzy numbers using fuzzy relations", *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 26, pp. 49-62, 1988.

[16] H.-J. Zimmermann, *Fuzzy Set Theory and Its Applications*, Second Edition, Kluwer Academic Publishers, Norwell, 1991.

이 광 형(Kwang-Hyung Lee)

1978년 : 서울공대 산업공학학사
1980년 : 한국과학원 산업공학 석사
1982년 : 프랑스 INSA 전산학과 석사 (DEA)
1985년 : 프랑스 INSA 전산학과 공학 박사
1988년 1월 : 프랑스 국가박사(전산학 INSA-LYONI대)
1985년-1995년 : 한국과학기술원 전산학과 조교수 및 부교수
1995년-현재 : 한국과학기술원 전산학과 교수
1985년 : 프랑스 INSA
1995년 : 미국 Stranford Research Institute
주관심분야 : 퍼지 이론 및 응용, 인공지능, 전문가 시스템 등

이 지 형(Jee-Hyong Lee)

1993년 : 한국과학기술원 전산학 학사
1995년 : 한국과학기술원 전산학 석사
1995년-현재 : 한국과학기술원 전산학과 박사과정 재학중
1997년 : 미국 AIO Microservice Co. 파견연구원
주관심분야 : 퍼지 이론 및 응용, 인공지능, 진화연산 등