탄성보에 의하여 지지된 복합재료 상판의 고유 진동수

Natural Frequency of Building Slabs Supported by Elastic Beams

김 덕 현* Kim, Duk-Hyun
심 도 식** Shim, Do-Sik

요 지

임의의 단면과 임의의 경계조건을 갖는 구조요소에 대한 진동해석 방법은 1974년 D. H. Kim에 의해 제시되었다. 이 방법은 복합적층판을 포함한 2차원 문제의 1차모드 진동해석으로 확장하였다.

passive와 active 제어 장치를 가지는 빌딩슬래브는 탄성지지된 것과 같이 거동한다. 이 논문에서는 표제의 문제를 해결하기 위하여 이 방법을 사용하였으며, 진동 해석에 필요한 처짐 영향면을 유한 차분법을 사용하여 구하였다. 고유 진동수에 대한 슬래브 강성-기초탄성계수의 상대적인 값의 영향을 고찰하였다.

Abstract

A method of calculating the natural frequency corresponding to the first mode of vibration of beams and tower structures, with irregular cross-sections and with arbitrary boundary conditions was developed and reported by D. H. Kim in 1974. This method has been developed for two-dimensional problems including the laminated composite plates and was proved to be very effective for the plates with arbitrary boundary conditions and irregular sections.

In this paper, the result of application of this method to the building slabs with passive and active control devices is presented. Finite difference method is used to obtain the deflection influence surfaces needed for this vibration analysis in this paper. The influence of the modulus of the foundation on the natural frequency is thoroughly studied.

Keywords : *elastic beam, naturalfrequency, modulus of the foundation, influence surfaces*

1. 서 론

모든 대형 구조물의 설계 및 건설에서 자중의 증가 때문에 건설비는 상당히 증가한다. 또 모든 건설재료에는 이론적인 치수의 한계가 있다. 예를 들어 현수교(사장교 포함)의 경우 강재를 사용할 때 이론적으로 가능한 최대 지간은 5000m ~7000m이다. 즉 강재를 사용하는 한 이 이상의 지간 건설은 불가능하다는 이야기이다. 반면, 유리섬유 복합재료를 사용하면 이의 2배가 가능하

* 정회원·KOREA COMPOSITES
** 정회원·강원대학교 토목공학과, 박사과정

• 이 논문에 대한 토론을 1998년 6월 30일까지 본 학회에 보내주시면 1998년 9월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

고, 탄소 섬유 복합재료를 사용하면 이의 3배가 가능하다. 이 내용은 일찍이 1984년에 발표된 내용이다. 2주일전 기술이 퇴물이되고 매월 수십(several scores) 종류의 신소재가 나오는 현재에 새로운 소재를 사용할 때 일어나는 변화는 상상하기조차 힘들다.

고층건물 설계·건설도 예외는 아니어서, 경량화를 하지 않는 한 층고의 한계에 부딪치고 막대한 건설비의 증가를 초래하게 된다. 이 문제의 해결을 위해 높은 비강성을 갖는 첨단 복합 재료가 사용되어야 함은 설명이 필요 없다고 본다. 이럴 경우 치수효과를 고려한 강도 이론, 최적화 설계 및 제작 공정 등 연구되어야 할 과제가 많지만, 이 논문에서는 대표적 건물 상판의 동일 작용 활하중을 견디는 콘크리트와 복합재료 상판의 몇 가지 형태의 무게비와 처짐비를 검토하였다. 또한 일반적으로 빌딩 슬래브는 그의 단부에서 보에 의해 지지되고 있으며 이와 같이 탄성보로 지지된 슬래브는 그 역학적 거동이 복잡하기 때문에 그의 해석에는 많은 어려움이 따른다. 지금까지의 해석 및 설계 방법은 지지보가 무한한 강성을 갖는다는 가정하에 단부에서의 지지조건을 고정·단순으로 하는 것이 일반적이었다. 그러나 실제적으로는 지지보와 판의 강성에 따라서 크게 달라지게 된다. 따라서 이 논문에서는 좀더 정확한 해석을 위하여 단부에서의 경계조건을 탄성지지로 고려 하였으며, 이때 강성-지반반력계수의 상대적인 값(k/D_{11})의 변화에 따른 슬래브의 역학적 거동의 고찰과 고유 진동수를 구하고자 하였다. 진동해석에 필요한 슬래브의 처짐은 오차의 추정이 가능한 유한 차분법[3),4),5),7)]을 사용하여 계산하였다.

2. 지배 방정식에 대한 차분방정식의 적용

탄성지지된 특별직교 이방성 판의 지배 방정식은 다음과 같다.

$$D_1\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}+2D_3\frac{\partial^4 w}{\partial x^2\partial y^2}+D_2\frac{\partial^4 w}{\partial y^4}=q(x,\ y)\quad(1)$$

여기서 $D_1=D_{11}$, $D_2=D_{22}$, $D_3=(D_{12}+2D_{66})$이다.

위의 식(1)은 4차의 단일 미분항을 갖기 때문에 중앙 차분식을 사용하여도 소요되는 접의수가 5개가 되어 특히 경계선에서 혼잡을 일으킨다. 그러한 혼잡을 피하기 위해서 (1)식을 다음과 같이 세 개의 종속변수 w, M_x, M_y를 가진 세 개의 2차 연립 편미분 방정식으로 나타낼 수 있다. 이 개념은 1963년에 J. E. Goldberg 교수가 김덕현에게 제안하였다[3)].

$$\frac{\partial^4 M_x}{\partial x^2}+4D_{66}\frac{\partial^4 w}{\partial x^2\partial y^2}+\frac{\partial^4 M_y}{\partial y^2}=-q(x,\ y)\quad(2)$$

$$M_x=-D_{11}\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}-D_{12}\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\quad(3),$$

$$M_y=-D_{12}\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}-D_{22}\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\quad(4)$$

식(2)의 RM $4D_{66}\frac{\partial^4 w}{\partial x^2\partial y^2}$항은 4차 편미분식이지만 각각의 독립변수에 대한 2차 미분항이므로 pivotal point의 수를 줄일 수 있다. 2차원 좌표계를 사용할 때 요소 크기는 각각 X와 Y의 증분인 ΔX와 ΔY로 주어질 수 있으며, MI를 X방향에 주어진 점의수라 하고 MJ를 Y방향의 점의수로 하여 판의 구간을 나누었다. 우선 각 경계 선을 제외한 대표적인 구간에 대하여 I선에서의 차분식을 세우면 다음과 같다.

$$\frac{1}{(\Delta x)^2}[M_x(i-1,\ j)-2M_x(i,\ j)+M_x(i+1,\ j)]$$

$$-\frac{4D_{66}}{(\Delta x)^2(\Delta y)^2}\begin{vmatrix} w(i-1,\ j-1) & -2w(i,\ j+1) & w(i+1,\ j+1)\\ -2w(i-1,\ j) & 4w(i,\ j) & -2w(i+1,\ j)\\ w(i-1,\ j-1) & -2w(i,\ j-1) & w(i+1,\ i-1)\end{vmatrix}$$

$$+\frac{1}{(\Delta y)^2}\begin{bmatrix} M_y(i,\ j+1)\\ -2M_y(i,\ j)\\ M_y(i,\ j-1)\end{bmatrix}=-q(i,\ j)\quad(5)$$

$$M_x(i,\ j)+\frac{D_{11}}{(\Delta x)^2}[w(i-1,\ j)]-2w(i,\ j)+w(i+1,\ j)$$

$$+\frac{D_{12}}{(\Delta y)^2}\begin{vmatrix} w(i,\ j+1)\\ -2w(i,\ j)\\ w(i,\ j-1)\end{vmatrix}=0\quad(6)$$

$$M_x(i,\ j)+\frac{D_{12}}{(\Delta x)^2}[w(i-1,\ j)-2w(i,\ j)+w(i+1,\ j)]$$

$$+\frac{D_{22}}{(\Delta y)^2}\begin{vmatrix} w(i,\ j+1)\\ -2w(i,\ j)\\ w(i,\ j-1)\end{vmatrix}=0 \qquad (7)$$

윗식에서

$$C_1=\frac{1}{(\Delta x)^2},\ C_2=\frac{1}{(\Delta y)^2},\ C_3=\frac{4D_{66}}{(\Delta x)^2(\Delta y)^2},$$

$$C_4=\frac{D_{11}}{(\Delta x)^2},\ C_5=\frac{D_{12}}{(\Delta y)^2},\ C_6=\frac{D_{16}}{(\Delta x)^2},$$

$$C_7=\frac{D_{22}}{(\Delta y)^2},$$

$$F_1=C_4+C_5,\qquad F_2=C_6+C_7$$

로 정의하면 다음과 같이 정리된다.

$$C_1|Mx_i|_{i\pm1}-2C_1|Mx_j|_i-C_3\begin{vmatrix} w_{i+1}\\ -2w_j\\ w_{j-1}\end{vmatrix}_{i\pm1}$$

$$-2\begin{vmatrix} -C_3w_{j+1}\\ 2C_3w_j\\ -C_3w_{j-1}\end{vmatrix}_i+C_2\begin{vmatrix} My_{i+1}\\ -2My_j\\ My_{j-1}\end{vmatrix}_i=-|q_j|_i \qquad (8)$$

$$|Mx_j|_i-C_4|w_j|_{i\pm1}-\begin{vmatrix} C_5w_{j+1}\\ -2F_1w_j\\ C_5w_{j-1}\end{vmatrix}_{i\pm1}=0 \qquad (9),$$

$$|My_j|_i-C_6|w_j|_{i\pm1}-\begin{vmatrix} C_7w_{j+1}\\ -2F_2w_j\\ C_7w_{j-1}\end{vmatrix}_{i\pm1}=0 \qquad (10)$$

식(8),(9),(10)은 경계선을 제외한 전형적인 구간에서의 차분식이다. 어떤 전형적인 선을 고려하고, $x=0$인 원점으로부터 I번째의 것이라고 하자. 모든 선이 MJ개의 균등한 거리를 가진 점으로 대치된다고 가정하면, 각점에서 평형방정식(2),(3),(4)식이 만족되어야 한다. 또한 경계선에서는 각 선의 경계조건을 만족시켜야 한다.

$J=1$부터 J가 증가하는 방향으로 먼저 (2)식을 적용시키고, 다음에 (3)과 (4)를 차례로 적용시키면서

$$X_I=\begin{vmatrix} W_1\\ \cdot\\ \cdot\\ \cdot\\ W_{MJ}\\ Mx_1\\ \cdot\\ \cdot\\ \cdot\\ Mx_{MJ}\\ My_1\\ \cdot\\ \cdot\\ \cdot\\ M_{MJ}\end{vmatrix}_{3MJ\times1} \qquad I=1,\ 2,\ \cdots\ MI \quad (11)$$

순서대로 배열하면 새로운 matrix X_I는 식(11)같이 정의할 수 있다. 또한 matrix를 사용하여 전형적인 I선상의 평형방정식을 다음과 같은 하나의 matrix방정식으로 표시할 수 있다.

$$SX_{I-1}+TX_I+SX_{I+1}=GG_I \qquad (12)$$

여기서 GG_I는 차분방정식의 오른쪽항이 X_I와 같은 순서로 배열된 matrix로 식(13)과 같다.

$$GG_I=\begin{bmatrix} -q(i,\ j)\\ 0\\ 0\end{bmatrix}_{3MJ\times1} \qquad I=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\ 3MI \quad (13),$$

$$S=\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13}\\ S_{21} & S_{22} & S_{23}\\ S_{31} & S_{32} & S_{33}\end{bmatrix}_{3MJ\times3MJ} \qquad (14)$$

$$T=\begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13}\\ T_{21} & T_{22} & T_{23}\\ T_{31} & T_{32} & T_{33}\end{bmatrix}_{3MJ\times3MJ} \qquad (15)$$

S와 T는 각각 (8),(9),(10)식 계수로써 구성되며, 식(14)와 식(15) 같이 표시된다. 전체 판이 MI개의 x방향 선으로 구성되어 있다면, 다음과 같은 일련의 matrix 방정식(16)를 얻는다.

$$
\begin{aligned}
AX_1 + BX_2 &= GG_1 \\
SS_{11}X_1 + TX_2 + TX_3 &= GG_2 \\
SX_2 + TX_3 + SX_4 &= GG_3 \\
&\cdots \\
&\cdots \\
&\cdots \\
SX_{MI-2} + TX_{MI-1} + SS_{22}X_{MI} &= GG_{MI-1} \\
QX_{MI-1} + PX_{MI} &= GG_{MI}
\end{aligned}
\tag{16}
$$

$$
\mathrm{AP} = \begin{bmatrix}
A & B & & & & \\
SS_{11} & T & S & & & \\
 & S & T & S & & \\
 & & \cdots & & & \\
 & & \cdots & & & \\
 & & \cdots & & & \\
 & & S & T & SS_{22} & \\
 & & & Q & P &
\end{bmatrix} \tag{17}
$$

여기서 A, B, Q, P, SS_{11}, SS_{22} 등은 경계조건에 의해 결정되는 matrix들이다.

식 (16)은 $XP=[X_I]_{MI\times 1}$, $I=1, 2, 3, 4, \cdots MI$; $FP=[EI_I]_{MI\times 1}$, $I=1, 2, 3, 4, \cdots MI$, AP를 식 (17)과 같이 정의할 때, $AP\cdot XP=FP$로 정의될 수 있다. 즉, $XP=AP^{-1}\cdot FP$가 된다. 그러나 이때의 A, B, Q, P, T, SS_{11}, SS_{22}는 각각 $3MJ\times 3MJ$의 크기를 갖는 matrix로서 그 양이 방대하여 계산하기에 곤란하다. 이것은 tri-diagonal matrix 해법[3)-5)]으로 비교적 간단하게 계산 할 수 있다.

3. 사용된 진동 이론

이 논문에서 사용된 진동 이론은 1974년 임의의 단면과 경계조건을 갖는 보와 타-워 구조에 대한 진동 해석을 위하여 김[1)]에 의해 개발되어졌으며, 1989년 2차원 문제로 확장되어졌다[2)].

고유진동수 ω를 구하기 위하여 다음의 과정이 취해진다. 어떤 몇 개의 점에서 최대 진폭이 임의로 주어진다.

$$
w(i, j)(1) = W(i, j)(1) \tag{18}
$$

여기서 (i, j)는 고려되는 점을 나타낸다.

이것은 절대적으로 임의의 값이지만 경험에 의해 가정하면 수렴을 촉진시키는데 더욱 좋다. 이러한(최대) 진폭에 대응하는 동적힘은

$$
F(i, j)(1) = -m(i, j)[\omega(i, j)(1)]^2 w(i, j) \tag{19}
$$

이다. 이 힘에 의해 일어나는 "새로운" 변위는 F의 함수이고 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$
\begin{aligned}
w(i, j)(2) &= f\{m(i, j)[\omega(i, j)(1)]^2 w(i, j)(1)\} \\
&= \Sigma\Delta(i, j, k, 1)\{-m(i, j) \\
&\quad [\omega(i, j)(1)]^2 w(i, j)(1)\}
\end{aligned}
\tag{20}
$$

여기에서 Δ는 처짐에 대한 영향계수이다.

공명상태하에서 구조부재의 모든 점에서 고려한 $w(i, j)(1)$과 $w(i, j)(2)$는 동일해야 하고 다음조건을 만족해야 한다.

$$
w(i, j)(1)/w(i, j)(2) = 1 \tag{21}
$$

이 방정식으로부터 (i, j) 점에서의 $\omega(i, j)(1)$이 얻어질 수 있지만, 대부분의 경우에 일치하지 않는다. 구조부재의 고유진동수가 부재의 모 $(w(i, j)(1)/w(i, j)(2)=1)$든 점에서 동일해야 하므로 (i, j)의 충분한 같은값이 모든 (i, j)점에서 얻어질 때까지 이 과정이 반복된다. 그러나 대부분의 경우에 첫번째 cycle의 계산에 의해 얻어진 (i, j)의 최대와 최소값의 차이는 공학적으로 충분히 무시될 수 있다. 정확도는 최대와 최소치의 평균을 취하거나 또한 처짐이 최대인 곳에서 (i, j)의 값을 취함으로서 개선될 수 있다.

2번째 cycle의

$$
w(i, j)(3) = f\{m(i, j)[\omega(i, j)(2)]^2 w(i, j)(2)\} \tag{22}
$$

에서 $w(i, j)(2)$의 절대적 수치가 편리하게 사용될 수 있다. Composite 구조물을 포함하여 불규

칙한 단면과 간단하지 않은 지지조건을 가진 판의 경우, 경계조건에 관계없이, 이 판을 몇개의 요소로 나누어 고려하는 것이 편리하다. 결과의 정확성은 처짐계산의 정확도에 비례한다[6].

4. 수치 해석

4.1 유한 차분식의 정확도 분석

임의의 경계조건을 갖는 판에 대한 해석해가 없기 때문에 부득이하게 네변이 모두 단순지지 되었을 경우의 Navier해법과 비교하였다.

고려된 특별직교이방성 적층판의 형상은 그림 1과 같으며, 물성은 다음과 같다.

E_1=67.36 Gpa, E_2=8.12 Gpa,
G_{12}= 3.0217 Gpa, ν_{12}=0.272,
ν_{21}= 0.0328, r=1.

여기에 등분포 활하중 1N/m²를 재하하여 각점의 처짐값을 구하여 Navier 해와 비교하여 표 1에 나타내었다. 한 개의 ply두께는 0.000125m, 판의 형상은 7.5m×6m로 하였다. 요소를 10×10으로 분할하여 계산한 후 (x, y)점의 처짐값을 비교하였다.

이 표에 의하면 최대 오차는 0.11%이다. 사용된 차분식은 최대 Δ^2의 오차를 허용하고 있는데, $\Delta^2=(0.1)^2<0.0011$로, 이 논문에 고려된 차분식은 매우 정확하다는 것을 확인할 수 있다.

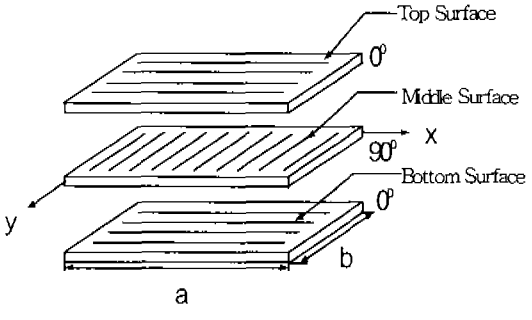

그림 1 [0°, 90°, 0°], Special orthotropic laminated plate

표 1 Navier의 해와 유한차분법과의 처짐비(10×10 mesh size)

	F. D. M/NAVIER				
Y (m) / X (m)	0.75	2.25	3.75	5.25	6.75
0.6	1.005	1.003	1.003	1.003	1.005
1.8	1.001	0.9998	0.9994	0.9998	1.001
3.0	1.001	0.9993	0.9989	0.9993	1.001
4.2	1.001	0.9998	0.9994	0.9998	1.001
5.4	1.005	1.003	1.003	1.003	1.005

4.2 수치해석

대상 빌딩 슬래브는 특별직교 이방성 판으로 고려되었다(그림 2 참조). 철근 콘크리트 단면과 샌드위치 판의 형상은 각각 그림 3과 그림 4와 같다.

복합재료의 인장 및 압축 강도는 콘크리트나 강재보다 훨씬 높으므로 비교대상은 처짐으로 하였다. 즉 철근 콘크리트와 동일하거나 작은 처짐을 일으키는 몇가지 샌드위치판을 선택하여 고려하였다.

길이는 7.5m이고 폭은 6m이다. 슬래브의 각 모서리는 기둥에 지지되어 있고, 사변이 탄성지지 되었다고 보았다. 이때 스프링 상수 k는 슬래브 강성의 1배에서 99배 까지 변화 시켜 고려하였으며, 이때 하중은 일반 사무실 빌딩의 전형적인 점유하중인 2.4 kN/m²를 고려하였다.

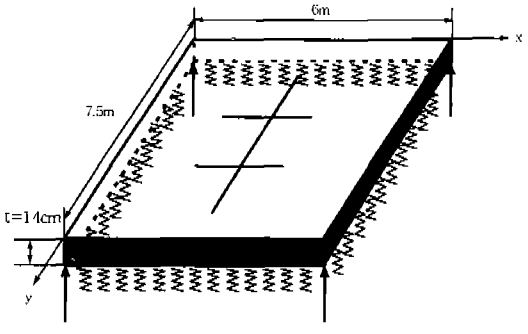

그림 2 Building slab

4. 2. 1 철근 콘크리트 슬래브

σ_{ck}=210kg/cm²=20.5942926MPa, E_c=15000$\sqrt{\sigma_{ck}}$ =21.317118060GPa 콘크리트의 프와송비는 ν_{12}= ν_{21}=0.18이고 콘크리트의 사하중은=0.35t/m²= 3430Pa이다.

콘크리트 슬래브에서는 휨에 대한 인장 철근만 고려하였으며, 이때 시방서 규정에 근거한 종방향 철근과 횡방향 철근의 단위 폭당 철근의 배치를 그림 3에 나타내었다.

4. 2. 1 샌드위치 패널 슬래브

64kg/m³의 자중을 가지는 Form 코어를 사용하였으며, 상·하 [*A*, *B*, *A*]형태의 적층판을 사용하였다. 여기서 *A*=0°, 이고 B=90°이다. 그림 4는 샌드위치 패널의 형상을 나타낸다.

시용된 물성치는 프로그램 오차 계산시 사용된 물성과 같다. 5개 형태의 샌드위치 판이 검토 되었다.

콘크리트 슬래브와 5개 형태의 샌드위치 패널 슬래브의 강성과 자중을 표 2에 나타내었다.

위 계산된 휨강성 값들을 사용하여 사변 탄성지지된 빌딩 슬래브의 영향면을 계산하고 김[1),2)]

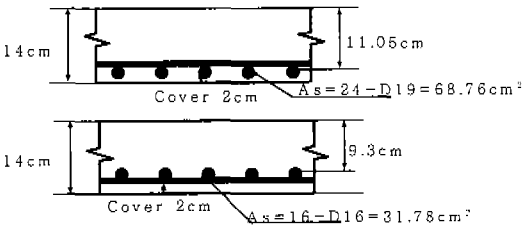

그림 3 Cross section of concrete slab with unit width

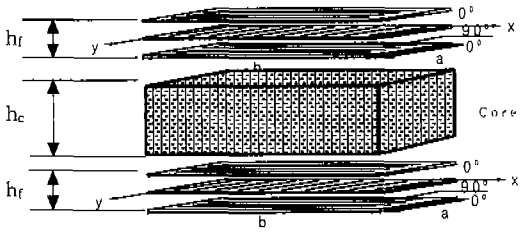

그림 4 Sandwich panel slab

의 방법으로 고유진동수를 계산하였다. 이때 하중은 자중과 일반 빌딩 사무실의 전형적인 점유하중인 2.4kN/m²을 고려하였으며, 기둥의 강성은 무한대로 하였다. 이 수치계산의 결과는 표 3 ~표 5에 나타내었다. k/D_{11}값은 1부터 99까지 변화 시켰다. 표 3의 내용은 그림 5~그림 10에 표시되었다.

복합재료의 인장 및 압축 강도는 콘크리트에 비해서 월등히 강하므로, 상판의 재하능력 비교는 변위로 평가 되었다. 표 3으로 단순지지된 즉 $k=\infty$인 경우에 대한 Navier해와 본 논문의 정확한 해를 비교하면 슬래브의 강성-지반강성계수의 상대적인 값(k/D_{11})에 대한 처짐 값은 1.0

표 2 Flexural stiffness (Unit : N·m)

Type / Stiffness		Concrete	Sandwich panel				
			Type 1	Type 2	Type 3	Type 4	Type 5
Height (m)	h_c	0.14	0.4630	0.3550	0.2980	0.2620	0.2370
	h_f		0.0011	0.00185	0.00265	0.00335	0.00415
Weight (kg/m²)	Core	350	29.632	22.72	19.072	16.768	15.168
	Face		4.29	7.215	10.335	13.065	16.185
D_{11}		5381013.5	3502847.56	3451719.17	3429166.23	3415699.65	3406960.02
D_{22}		2155713.75	2259821.97	2226836.81	2212286.77	2216501.47	2236668.48
D_{12}		906163.38	264367.24	260508.46	258806.33	259299.41	261658.68
D_{66}		2064038.75	501641.71	494319.60	491089.78	492025.41	496502.17

표 3 슬래브 중앙에서의 처짐

자중비 / k/D_{11}	Concrete	Type 1	Type 2	Type 3	Type 4	Type 5
	1	10.29	11.65	11.94	11.69	11.20
1	0.2510E-01	0.1736E-01	0.1735E-01	0.1744E-01	0.1743E-01	0.1737E-01
5	0.1270E-01	0.1115E-01	0.1115E-01	0.1121E-01	0.1120E-01	0.1116E-01
11	0.1098E-01	0.1025E-01	0.1026E-01	0.1030E-01	0.1029E-01	0.1026E-01
21	0.1029E-01	0.9883E-02	0.9886E-02	0.9932E-02	0.9929E-02	0.9894E-02
51	0.9847E-02	0.9647E-02	0.9650E-02	0.9695E-02	0.9692E-02	0.9657E-02
99	0.9695E-02	0.9567E-02	0.9570E-02	0.9614E-02	0.9611E-02	0.9577E-02
4변 단순지지판	0.9545E-02	0.9493E-02	0.9478E-02	0.9540E-02	0.9537E-02	0.9503E-02

*자중비=콘크리트 자중/샌드위치판 자중

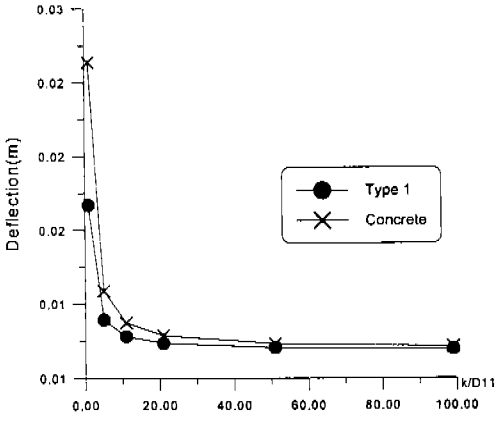

그림 5 슬래브 중앙에서의 처짐(Type 1)

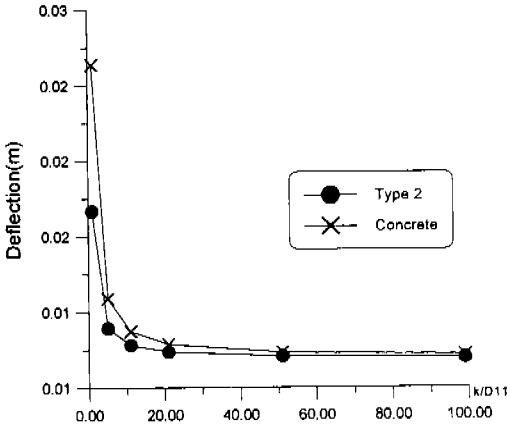

그림 6 슬래브 중앙에서의 처짐(Type 2)

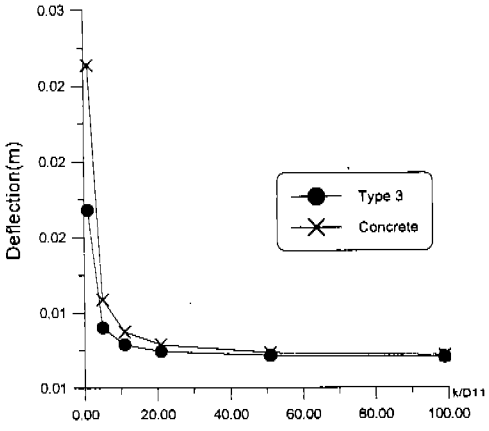

그림 7 슬래브 중앙에서의 처짐(Type 3)

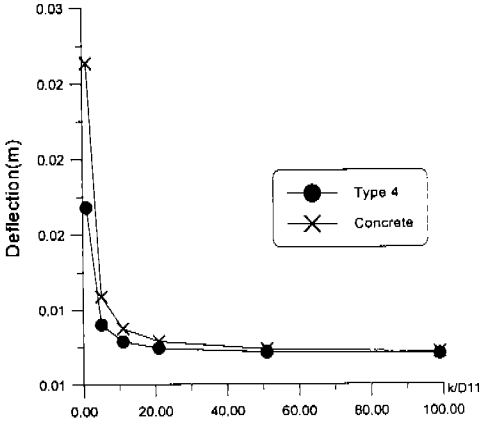

그림 8 슬래브 중앙에서의 처짐(Type 4)

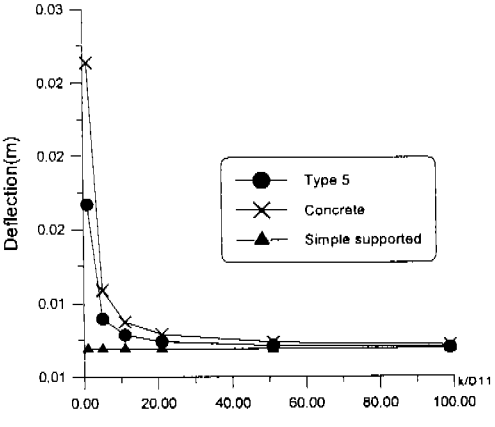

그림 9 슬래브 중앙에서의 처짐(Type 5)

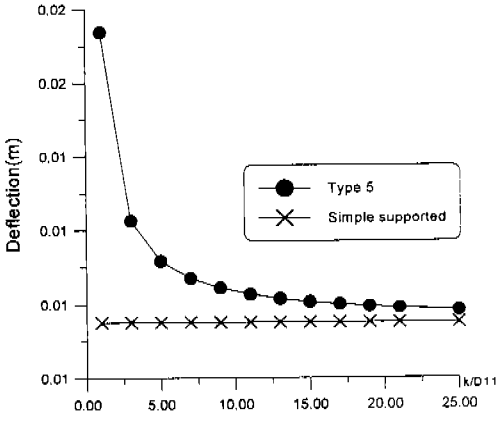

그림 10 슬래브 중앙에서의 처짐(Type 5)

표 4 콘크리트에 대한 샌드위치의 처짐비(sandwich /concrete)

자중비 / k/D_1	Type 1	Type 2	Type 3	Type 4	Type 5
	10.29	11.65	11.94	11.69	11.20
1	0.6889	0.6867	0.6884	0.6889	0.6873
5	0.7946	0.7932	0.7961	0.7961	0.7939
11	0.8457	0.8441	0.8473	0.8481	0.8449
21	0.8757	0.8749	0.8783	0.8792	0.8757
51	0.8968	0.8959	0.8995	0.8995	0.8959
99	0.9103	0.9099	0.9133	0.9133	0.9102

* 처짐비=샌드위치판 처짐/콘크리트판 처짐
[하중(L+D) 작용시 중앙점]
* 자중비=콘크리트 자중/샌드위치판 자중

표 5 Natural frequency (Unit :rad/sec)

Type / k/D_1	Concrete	Type 1	Type 2	Type 3	Type 4	Type 5
1	0.5661E+01	0.6107E+01	0.6122E+01	0.6108E+01	0.6109E+01	0.6120E+01
5	0.6573E+01	0.7835E+01	0.7868E+01	0.7850E+01	0.7851E+01	0.7865E+01
11	0.7023E+01	0.8200E+01	0.8238E+01	0.8219E+01	0.8220E+01	0.8235E+01
21	0.7112E+01	0.8358E+01	0.8398E+01	0.8378E+01	0.8380E+01	0.8395E+01
51	0.7171E+01	0.8464E+01	0.8505E+01	0.8486E+01	0.8487E+01	0.8502E+01
99	0.7191E+01	0.8500E+01	0.8542E+01	0.8523E+01	0.8524E+01	0.8539E+01

표 5의 내용은 그림 11~그림 14에 표시 되었다.

표 6 Natural frequency ratio (concrete/sandwich)

자중비 / k/D_1	Type 1	Type 2	Type 3	Type 4	Type 5
1	0.9270	0.9247	0.9268	0.9267	0.9250
5	0.8389	0.8354	0.8373	0.8372	0.8357
11	0.8565	0.8525	0.8545	0.8544	0.8510
21	0.8509	0.8469	0.8489	0.8487	0.8472
51	0.8472	0.8432	0.8450	0.8449	0.8434
99	0.8460	0.8418	0.8437	0.8436	0.8421

~10.0 사이에서 최소 45.3%에서 최대 61.9%의 큰 오차를 보인다. 표 4를 보면 샌드위치 상판의 무게가 콘크리트 무게의 1/10이하이지만 모든 형태의 것의 처짐은 모든 k/D_{11}값의 경우에 콘크리트의 처짐보다 작거나 같다. 표 5~표 6과 그림 11~그림 14를 보면, 모든 형태의 샌드위치 판의 고유 진동수가 모든 k/D_{11}값의 경우에 콘크리트의 값 보다 크다. 이것은 고려된 모든 형태의 샌드위치 판이 콘크리트 판보다 높은 강성을 갖고 있음을 의미한다.

5. 결 론

논문에서는 건물의 대표적 상판 크기를 고려하고, 콘크리트 상판도 복합재료 개념으로 취급하고, 다섯 가지 형태의 복합재료 샌드위치 판을 고려하여 슬래브의 강성-기초탄성계수의 상대적인 값(k/D_{11})을 변화시켜 그 영향을 알아본 결과 다음과 같은 결론을 도출하였다.

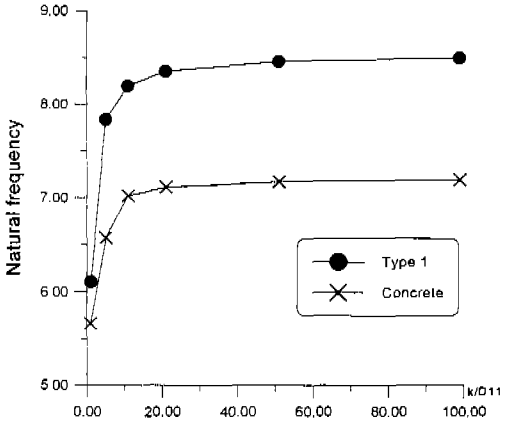

그림 11 슬래브의 고유 진동수

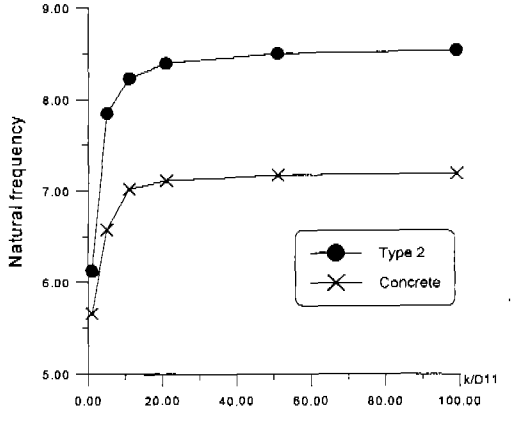

그림 12 슬래브의 고유 진동수

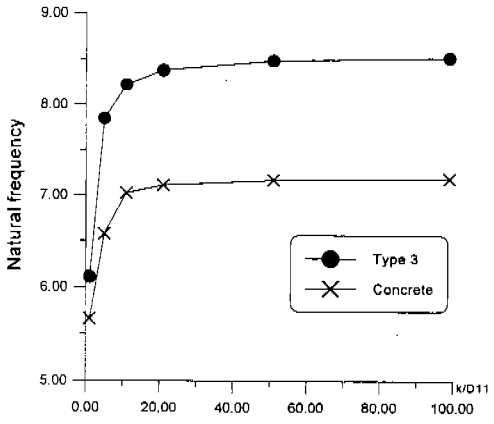

그림 13 슬래브의 고유 진동수

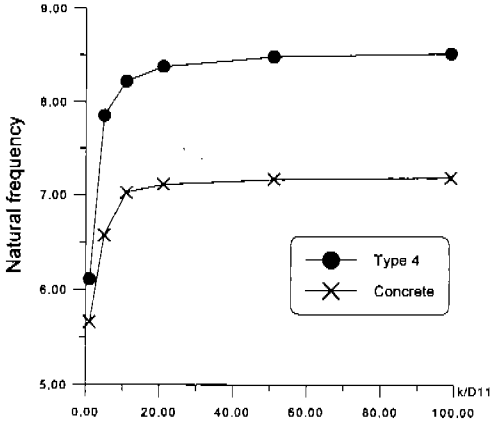

그림 14 슬래브의 고유 진동수

슬래브의 거동에 대한, 슬래브의 강성-기초탄성계수의 상대적인 값(k/D_{11})의 영향을 고려한 처짐값을, 사변단순지지, 즉 $w=0$인 경우와 비교해본 결과, k/D_{11}의 크기에 따라 큰 오차가 있을 수 있으므로 허용 오차가 넘는 경우 판의 해석은 탄성지지로 고려해야 한다.

시방서에 의한 활하중 2.4kN/m^{2}이 작용할 때, 샌드위치 판의 변위가 콘크리트 판의 변위 보다 작고, 고유 진동수는 콘크리트의 것보다 크다는 것을 알 수 있었다. 즉, 샌드위치 판이 콘크리트 보다 상대적으로 높은 비 강성을 가짐을 알 수 있었다.

복합재료의 인장 및 압축 강도가 콘크리트와는 비교할 수 없게 높다는 것을 염두에 두면 적은 변위, 높은 진동수는 선택된 샌드위치판이 콘크리트 판보다 구조적으로 강함을 나타낸다. 즉 콘크리트 무게의 10분의 1로 콘크리트보다 강한 구조물 설계가 가능함을 나타낸다.

참 고 문 헌

1. Kim Duk Hyun, "A Method of Vibration Analysis of Irregularly Shaped Structural Members", 제 1차 산업기지 건설을 위한 국제회의, 서울, 1974, 10.
2. Kim Duk Hyun. "A Simplified Method of Vibration Analysis of Irregularly Shaped Composite Structural Elements,"First Japan International Symposium of the Society for the Advancement of Materials and Process Engineering (JISSE I), Tokyo, December, 1989.
3. Kim, D. H., "Analysis of Triangularly Folded Plate Roofs of Umbrella Type," 16th, Congress of Applied Mechanics, Tokyo, Japan, 1966. 10. 19.
4. Kim D. H., "The Effect of Neglecting the Radial Moment Terms in Analyzing a Finite Sectorial Plate by Means of Finite Differences," International Symposium on Space Technology and Sciences, Tokyo, Japan, 1967. 5.
5. 김덕현, "電子計算器에 의한 超大型 Matrix의 解法," 大韓土木學會誌, 15卷 1號, 1967
6. Kim D. H., Composite Structures for Civil and Architectural Engineering, E&FN SPON, Chapman & Hall, London, 1995.
7. 沈度植, "特別直交 異邦性 複合板 理論에의한 連續 콘크리트 슬래브橋의 自由振動 解析", 江原大學校 博士學位 論文, 1997. 8

(접수일자 : 1997. 11. 17)