

## 기계 진동을 받는 구조물의 동적 해석 모델링 기법



송 영 훈\*

### 1. 서 론

기계실이나 공조실 등의 설비기계 또는 산업용 기계를 지지하는 기초나 상부구조물(슬래브, 보 등등)은 기계의 운행에 따른 진동하중을 받게 된다. 이러한 진동하중에 대한 구조물의 해석과 설계는 구조역학, 토질역학, 그리고 동력학 등의 상호관련성으로 인하여 매우 복잡한 양상을 띤다. 일반적으로 진동 하중을 받는 구조물에 대한 진동 검토를 수행하더라도 정적하중에 의해 계산된 최소 철근량보다 많은 철근량을 요구하지 않기 때문에, 실무 경험이 많은 엔지니어들은 진동에 대한 검토를 하지 않는 경우가 대부분이다. 설사 엔지니어가 동적 해석에 의한 진동 해석에 대해서 관심이 있다할지라도 동력학적 이론의 부족, 모델링에 대한 불확실성, 경제성, 해석 프로그램, 설계 절차 등과 같은 여러가지 외부 요인에 의해 근사적인 정적 설계만을 하게 된다.

그러나, 진동이 구조체에 미치는 영향은 구조

적 손상뿐만 아니라 진동의 전파에 의해 사람이 거주하는 인근 지역에 환경적인 영향을 미쳐 거주자의 심리적 불안감을 야기시키기도 한다. 또한 지속적인 진동은 구조체에 미세한 균열 등을 발생시키고 더 나아가 피로현상에 의한 구조적 손상을 야기시키기도 한다.

본 기사에서는 동력학적 이론에 기반을 두면서도 단순하고 사용하기 편리한 구조물의 모델링 기법을 통하여 동적 효과를 고려할 수 있는 해석 모델링에 대해 논하기로 한다.

### 2. 단자유도계 (SDOF System)

구조 시스템에 대한 동력학적 이론에 기반을 둔 수학적 모델은 각 자유도에 대해 집중질량 (lumped mass), 탄성스프링 (elastic spring), 감쇠기 (dashpot) 등을 가지고 정의되어진다. 따라서, 위 세가지 요소를 실제 구조물과 어느 정도 가깝게 정의하느냐에 따라 해석의 정확도가 달라

\* 삼성물산(주) 건설부문 종합기술연구소, 선임연구원

진다고 할 수 있을 것이다. 임의의 구조시스템을 동력학적 모델, 특히 단자유도계(SDOF)로 표현하기 위해서는 구조시스템의 길이, 면적, 또는 부피를 따라 분포되어있는 고유성질(질량, 강성, 감쇠)들의 등가의 집중질량, 집중강성, 집중감쇠량들을 구하여야 한다. 이러한 과정을 표 1의 등분포 동적 하중이 작용하는 양단 고정 보를 통하여 살펴보기로 한다.

2.1 등가집중질량(Equivalent Lumped Mass,  $m_e$ )

수학적 모델에 대한 질량은 진동응답특성을 구하고 싶은 점에서 등가의 집중 질량을 구함으로써 표현할 수 있다. 양단 고정 보의 경우, 중앙에서의 수직 처짐이 제일 크고 지배적인 거동특성을 나타내기 때문에 중앙에서의 집중 질량만을 구하면 된다. 집중 질량을 구하는 방법은 실제 구조물의 운동에너지와 수학적 모델의 운동에너지를 같게 함으로써 구할 수 있다.

$$y = (\omega x^2/24EI_z)(l^2 - 2lx + x^2)$$

$$y_{max} = \omega l^4/384EI_z \quad (\text{중앙부에서 발생})$$

보가 동적거동을 하는 동안 탄성 범위안에 있으며 임의의 점에서의 최대 속도가 변위에 비례한다고 가정하면, 응답 속도는 다음과 같다.

$$V = C(\omega x^2/24EI_z)(l^2 - 2lx + x^2)$$

$$V_{max} = C\omega l^4/384EI_z$$

여기서,  $C$ 는 변위와 관련된 속도의 비례상수이다. 따라서

$$V = (16x^2/l^4)(l^2 - 2lx + x^2)V_{max}$$

가 되며, 보의 전체 운동 에너지  $KE_b$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} KE_b &= \int_0^l \frac{1}{2} m_b V^2 dx \\ &= 128m_b V_{max}^2 / l^8 \int_0^l x^4(l^2 - 2lx + x^2)^2 dx \\ &= (64/315) V_{max}^2 m_b l = (64/315) V_{max}^2 m_e \end{aligned}$$

여기서,  $m_b$ 는 단위 길이당 질량이다. 등가 시스템의 운동에너지는

$$KE_e = \frac{1}{2} m_e V_e^2$$

이고,  $KE_b = KE_e$  그리고  $V_{max} = V_e$ 이기 때문에

$$m_e = 0.406m_b$$

가 된다. 따라서, 전체 분포 질량의 40.6%가 수학적 모델의 등가 질량이 된다. 중앙에 질량  $m_m$ 을 갖는 기계가 추가된다면, 실제 전체 등가 질량은 다음과 같이 될 것이다.

$$m_e = 0.406m_b + m_m$$

2.2 등가 스프링상수(Equivalent Spring Constant,  $k_e$ )

등가 시스템의 스프링 상수는 등가 질량을 구한 방법과 유사한 방법으로 구해진다. 즉, 실제 구조물과 수학적 모델의 운동에너지 대신 변형에너지를 같게 놓음으로써 구할 수 있다. 또한 구조물에 작용하는 동적하중을 정적하중으로 가정한다. (단위길이당 동적하중  $f(t)$ 를 정적하중  $\omega$ 로 가정)

보의 전체 변형 에너지  $SE_b$ 는

$$SE_b = \int_0^l \frac{1}{2} \omega y dx = \frac{\omega^2 l^5}{1440EI_z} = \frac{4\omega l}{15} y_{max}$$

이며, 수학적 모델의 등가 변형 에너지는

$$SE_e = \frac{1}{2} k_e y_e^2 = \frac{1}{2} k_e y_{max}^2$$

이고 위의 두식을 같게 놓으면

$$k_e = 0.533 \frac{\omega l}{y_{max}}$$

이 된다.

표 1은 여러가지 지지 조건과 하중 유형에 따른 보와 일방향 슬래브의 동적설계계수들을 표시한 것이다.

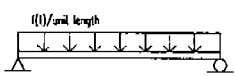
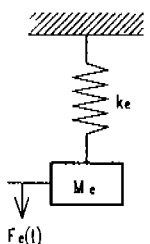
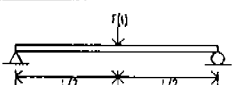
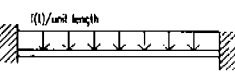
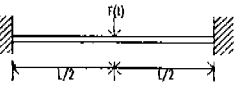
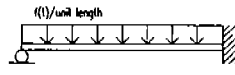
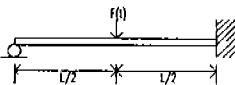
### 3. 다양한 동적해석모델

기계에 의해 발생하는 진동은 정적하중에 대한 일반적인 설계에 추가적으로 반영되는 하중요소이다. 기계의 크기가 작다면, 동력학적 설계를 엄격히 반영하기 보다는 등가의 정적하중에 대해 설계하는 것이 일반적이다. 그러나, 엔지니어가

진동해석에 대한 필요성을 느낀다면, 동력학적 기본원리, 모델링 기법, 토질의 동력학적 성질, 컴퓨터 프로그램의 적용 등에 관해 명확한 이해를 전제로 한다.

동적하중을 받는 구조물의 모델링 기법은 해석자들마다 다르게 되며, 이러한 차이는 기본 역학 원리에 대한 차이를 의미하기 보다는 해를 구하기 위한 효율성과 정확성에 더 관계가 있다. 임의의 구조 시스템에 대한 모델링은 해를 구하기 위한 요구조건들에 의해 달라지며, 원하는 해는 하나의 고유주기일 수도 있고 모든 가능한 모드들에 대한 진동수 스펙트럼일 수도 있고, 어떤 경우에는 관심있는 부분에 대한 국부적인 진동 응답일 수도 있다. 이러한 다양한 요구조건들에 있어서 일반적으로 사용되는 몇 가지 사항들이 다음에 나와있다.

표 1 보와 일방향 슬래브에 대한 동적 설계 계수

Type of Structural member and Dynamic Loading	Equivalent Parameters of a SDOF System			Equivalent Mathematical Model
	Dynamic Load Factor, $k_l$	Mass factor, $k_m$	Spring Const. $k_e$	
	0.64	0.50	$\frac{49.2EI}{L^3}$	 $F_e(t) = k_l \times (\text{total dynamic load on the span})$ $M_e = k_m \times (\text{total mass on the span})$ $k_e = k_l \times k$ (spring const. of a real system)
	1.0	0.49	$\frac{48.0EI}{L^3}$	
	0.53	0.41	$\frac{203.5EI}{L^3}$	
	1.0	0.37	$\frac{192.0EI}{L^3}$	
	0.58	0.45	$\frac{107.3EI}{L^3}$	
	1.0	0.43	$\frac{107.0EI}{L^3}$	

(1) 집중질량 (Lumped Mass)

모델의 등가집중질량의 위치는 (a)동적 하중이 작용하는 점, (b)동적응답을 알고 싶은 점, (c)최대 정적 처짐이 발생하는 점, 예를 들면 단순 보의 중앙이나 캔틸레버의 단부, (d)보와 기둥이 만나는 점, (e)연속 시스템에서 유한 요소의 절점들, (f)단자유도계일 경우, 모든 질량들의 무게중심 등이다.

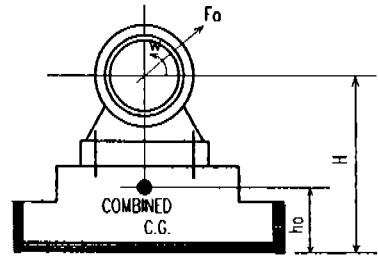


그림 1 블록 기초에 의해 지지된 기계 장치

(2) 탄성스프링 상수 (Elastic Spring Constant)

스프링 상수에 대한 값은 집중 질량들 사이 또는 집중 질량과 무한강성을 갖는 지지부분 사이에 존재하는 탄성 매개체의 구조강성을 결정하는 것에 의해 결정된다. 특별히 (a)변단면 부재는 3개의 병진 스프링과 3개의 회전 스프링, (b)얇은 판의 평면상에서 발생하는 길이방향의 변화와 휨에 대한 등가의 2개의 병진 스프링과 2개의 회전 스프링, (c)질량이 큰 콘크리트 블록의 무한 강성, (d)기초 하중에 대한 지반의 반작용은 인장과 압축에 대해 작용하는 탄성 스프링에 의해 표현된다.

(3) 감쇠비 (Damping Ratio)

감쇠 효과는 시스템에서 나타나는 여러가지 요소들에 의해 발생할 수 있다. 구조 시스템에서 가정되는 감쇠는 점탄성(viscous)이며 다음에 따라오는 추가적인 가정들을 수반한다. (a)콘크리트와 철골 구조물의 감쇠비는 일반적인 값을 선택한다. 콘크리트 구조물의 경우 2.0에서 5.0%, 철골 구조물의 경우 1.0에서 7.0%이다. (b)지반과 관련된 감쇠는 내부 감쇠와 기하학적 감쇠로 이루어진다. 내부 감쇠비는 흔들림 모드를 제외하고는 모든 모드에서 매우 작으며 기하학적 감쇠비는 시스템의 동적응답에 큰 영향을 미치게 된다. 이러한 지반과 관련된 감쇠는 토질동력학을 참고하기 바란다.

위의 집중 질량, 탄성 스프링 상수, 그리고 감쇠비 등을 이용하여 기계 진동을 받는 실구조물의 해석 모델링에 대한 여러 가지 유형을 정리하면 다음과 같다.

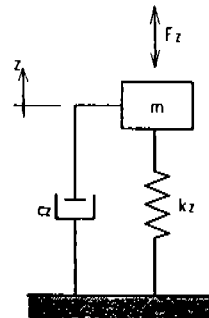
3.1 블록 기초

블록 기초는 석유화학이나 산업 공장에서 엔지니어들에 의해 많은 설계가 이루어지는 일반적인 유형이다. 그림 1은 기계가 블록기초 위에 얹혀져 있는 전형적인 예이며, 3가지 유형의 동적 모드는 다음과 같이 모델링할 수 있다.

3.1.1 수직 모드

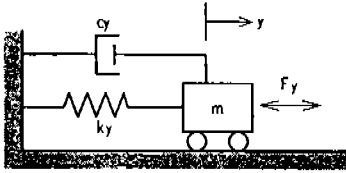
수직 모드는 일반적으로 다른 모드들과는 독립적이다. 기계 및 기초의 질량( $m$ )은 수직축 상에 있는 것으로 가정되어지며, 토질의 강성( $k_z$ ) 및 감쇠( $c_z$ ), 판성질량( $m_s$ ), 기계에 의한 하중( $F_z$ )들의 작용선은 수직축과 일치한다.

$$m\ddot{z} + c_z\dot{z} + k_z z = F_z(t) \tag{1}$$



3.1.2 수평 모드

수평 모드에 대한 모델링은 간략화 과정을 수반하게 된다. 수직 모드에 비하여 질량(무게중

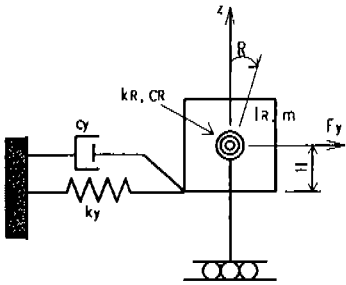


심)이 수평축 상에 존재하지 않으며 하중의 작용선도 일치하지 않는다. 이러한 이유 때문에 수평 모드는 일반적으로 흔들림 모드와 결합된 형태로 나타나게 된다. 독립적인 수평 모드에 대한 운동방정식은 다음과 같다.

$$m\ddot{y} + c_y\dot{y} + k_y y = F_y(t) \quad (2)$$

### 3. 1. 3 흔들림 모드

흔들림 모드는 구조물의 동적 거동을 가장 적절히 표현하고 있다.



그러나 수평과 흔들림 모드가 결합되어 있기 때문에 해를 구하기가 어렵다. 이 결합 효과는 기계가 기초레벨과 비교하여 높은 곳에 위치해 있을 경우 고려되어진다.

$$m\ddot{y} + c_y\dot{y} + k_y(y - Rh) - h_c c_y \dot{R} = F_y \cos \omega t \quad (3)$$

$$I_R \ddot{R} + (c_R + h_o^2 c_y) \dot{R} + (k_R + h_o^2 k_y) R - h_o c_y \dot{y} - h_o k_y y = F_y(t) H = T_R(t) = F_o H \cos \omega t \quad (4)$$

수직과 수평 모드는 선형 미분 방정식으로 표현되며 고유진동수와 동적 응답에 대한 해가 쉽게 구해진다. 흔들림 모드는 수평 모드와의 결합 효과가 있으나 기초가 얇은 경우 무시할 수 있다. 이러한 경우,  $h_o$ 는 제로가 되어 결합 효과가 나타나지 않으며 식(3)이 식(2)로 줄어들게 된다. 비슷한 방법으로 식(4) 또한 줄어들게 되며  $R$ 에 대한 방정식은 다음과 같다.

$$I_R \ddot{R} + c_R \dot{R} + k_R R = F_y(t) H = T_R \cos \omega t \quad (5)$$

식(5)는 식(1)과 (2)와 같이 분리될 수 있다.

### 3. 2 매트 기초

매트 기초는 여러개의 작은 기계들이 인접하여 설치되어 있거나 높은 지하수위를 갖는 단단한 토질에 공장이 세워질 경우에 사용된다. 매트 기초는 흔들림과 수평 모드에 대해 큰 감쇠능력을 가지고 있기 때문에 수직 모드에 대해서만 진동수와 진동 응답을 고려하게 된다.

상대적으로 강한 매트 기초에 의해 지지된 기계는 단자유도로 모델링이 가능하다. 그러나 유연한 매트 기초위에 여러개의 기계가 올라가 있을 경우는 여러개의 질량을 가지는 이산 모델을 이용하여 모델링하게 된다. 이러한 경우, 횡방향에 대한 안전성을 위하여 경계면에 구속 조건들을 사용한다. 각 요소의 스프링 계수는 매트의 강성에 좌우된다.

#### 3. 2. 1 수직 모드에 대한 단자유도계

상대적으로 강한 매트 기초에 대해서, 수직 모

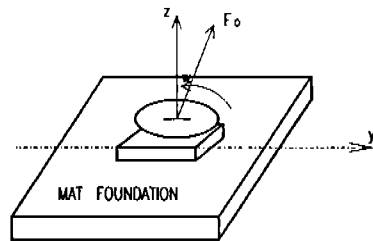
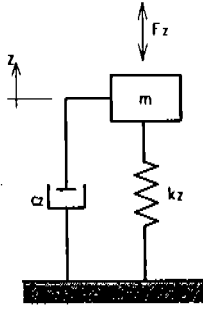
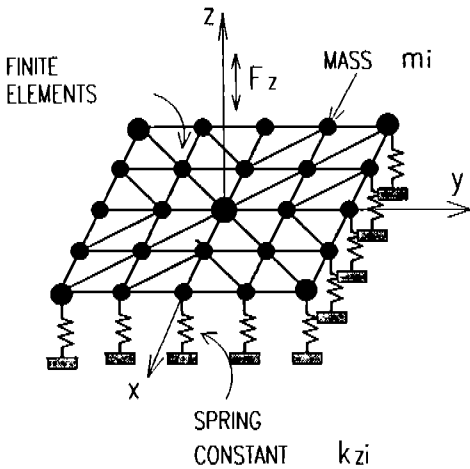


그림 2 매트 기초에 의해 지지된 기계 장치



드에 대해서만 기계와 매트 슬래브가 하나의 질량을 가지는 집중 모델을 이용한다. 스프링 계수 및 감쇠 계수는 토질 데이터에 의해 구한다.

$$m\ddot{z} + c_z\dot{z} + k_z z = F_z(t) \quad (6)$$



### 3. 2. 2 집중 질량들을 가지는 이산 모델

매트 기초가 얇은 콘크리트 슬래브이고 동적 해석이 요구될 때, 이산 집중 질량 모델이 더 적합하다. 매트는 휨 능력을 가지는 유한개의 요소들로 분리되고 각 절점에 작용하는 질량은 집중 질량으로 모델링한다. 기계의 질량은 작용되는 절점 위치에 부가되어진다. 전체 매트에 대한 토질 스프링 계수는 가장자리에 위치한 절점들의 면적에 비례하여 정한다. 일반적으로 감쇠계수는 약 0.1을 사용한다.

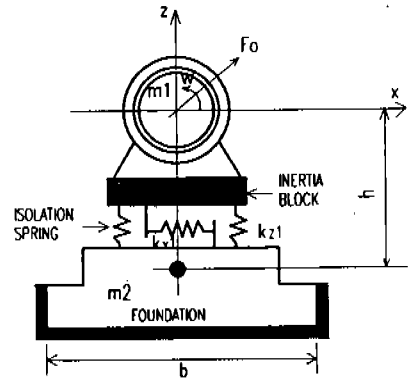


그림 3 관성 블록에 의해 지지된 기계 장치

### 3. 3 기초와 분리된 관성 블록

특별한 경우 (환경적인 조건들), 기초에서의 진동크기가 일반적으로 허용하고 있는 것보다 훨씬 더 작은 값이 요구될 경우, 기초의 면적이나 질량을 변화시키는 것에 의해 만족할 만한 결과를 얻기가 어렵다. 이러한 경우 스프링 댐퍼에 의해 기초와 분리시킨 관성블록을 이용하여 기계를 설치하게 된다. 일반적으로 수평 모드는 흔들림 모드와 결합되어 있으나, 상대적으로 낮은 위치 ( $h < 1/2b$ )에 기계가 있다면 독립적인 모드로 보아도 충분할 것이다.

#### 3. 3. 1 수직 모드

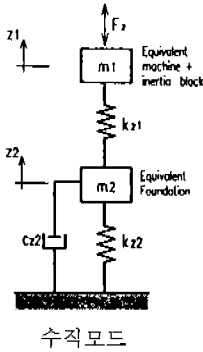
이 모델은 기초와 관성블록에 해당하는 2개의 질량이 존재하기 때문에 2자유도계 (TDOF)로 모델링하여야 하며 스프링의 감쇠는 일반적으로 무시한다. 그러나 토질의 성질에 해당되는 감쇠는 중요하므로 모델링되어야 한다.

$$m_1\ddot{z}_1 + k_{z1}(z_1 - z_2) = F_z(t)$$

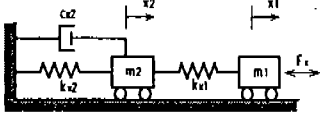
$$m_2\ddot{z}_2 + c_{z2}\dot{z}_2 + k_{z1}(z_2 - z_1) + k_{z2}z_2 = 0 \quad (7)$$

#### 3. 3. 2 수평 모드

이 모델의 특성 방정식은 식 (7)과 같으며 다만 모든 계수들이 수평 방향에 대한 것이다.



수직모드



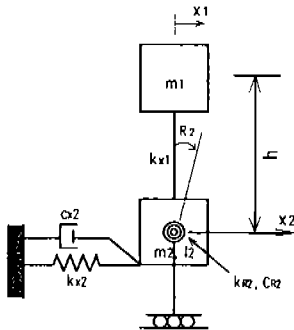
수평모드

$$m_1 \ddot{x}_1 + k_{21}(x_1 - x_2) = F_x(t)$$

$$m_2 \ddot{x}_2 + c_{22} \dot{x}_2 + k_{21}(x_2 - x_1) + k_{22}x_2 = 0 \quad (8)$$

3.3.3 수평과 흔들림의 결합 모드

이 모델은  $x_1, x_2, R_2$ 의 3축과 관련된 3개의 자유도를 가지고 있다. 따라서, 각각 자유진동수를 가지는 3가지의 모드 형상이 구해진다.



$$m_1 \ddot{x}_1 + k_{21}(x_1 - x_2 - R_2 h) = F_x(t)$$

$$m_2 \ddot{x}_2 + c_{22} \dot{x}_2 + k_{22}x_2 - k_{21}(x_1 - x_2 - R_2 h) = 0$$

$$I_2 \ddot{R}_2 + c_{R2} \dot{R}_2 + m_1 \dot{x}_1 h + k_{R2} R_2 = F_x(t) h \quad (9)$$

3.4 캔틸레버 또는 양단 고정 보

이 모델들은 수직과 흔들림에 대한 2개의 진동 모드가 나타나며,  $h$ 가 매우 작고 강성이 클 경우 흔들림 모드는 무시할 수 있다. 수직 모드는 일반적으로 1차 고유모드가 되고 진동응답에 가장 큰 영향을 주기 때문에 반드시 고려하여야 한다. 질량  $m_e$ 는 점 O에 집중된 것으로 가정하고 기계의 질량과 동가의 집중질량으로 구성된다. 스프링 강성  $k$ 는 점 O에서의 휨 강성을 의미하며  $m_e$ 와  $k$ 는 표 1에서 Case II를 사용하여 평가할 수 있다. 감쇠비는 재료에 따라 0.005에서 0.05까지 적절한 값을 선택한다.

흔들림 모드는 수직 모드와 비슷한 과정으로 모델링한다. 질량 관성 모멘트  $I_e$ 는 점 O에 대해 동가의 질량  $m_e$ 를 가지고 계산한다. 회전 스프링 강성  $k_R$ 는 점 O에서  $x$ 축에 대한 모멘트를 적용하여 계산한다.

각 모드에 대한 최대 진동응답은 각각 다른 시간에 발생할 수 있다. 따라서, 전체응답을 구하기 위해서 어떤 특정한 시간에 최대 응답의 합이 발생하게 된다. 그러나 특정 순간에 대한 최대값을 구하는 것은 어렵기 때문에 개개의 최대값에 대한 단순한 합을 가지고 전체 변위를 평가하는 방법이 일반적으로 채택되고 있다.

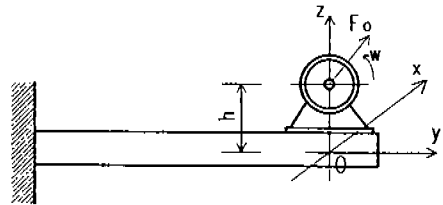


그림 4 캔틸레버에 의해 지지된 기계 장치

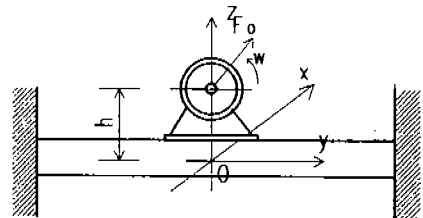
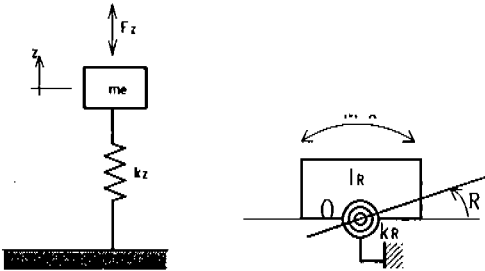


그림 5 양단 고정보에 의해 지지된 기계 장치

3. 4. 1 수직 모드

질량( $m_e$ )은 기계와 지지 보의 동가 질량의 합이며 점 O에 집중되어 있으며 스프링 강성( $k_z$ )은 점 O에서의 휨 강성이다. 이 시스템에서 감쇠량은 매우 작기 때문에 무시할 수 있다.

$$m_e \ddot{z} + k_z z = F_o \sin \omega t \quad (10)$$



3. 4. 2 흔들림 모드

질량( $I_R$ )은 기계와 점 O에 대한 지지 보의 질량 관성 모멘트이며 비틀림 스프링 강성( $k_R$ )은 휨 부재에 대한 점 O에서의 회전 강성이며, 감쇠량은 무시한다.

$$I_R \ddot{R} + k_R R = F_o h \cos \omega t = M_R \cos \omega t \quad (11)$$

3. 5 지주 기초

이 모델은 다양한 모델링 기법을 적용할 수 있으며, 여기서는 4가지 모델을 예로 들어 각각의 장점과 해를 구하기 위한 방법을 소개한다.

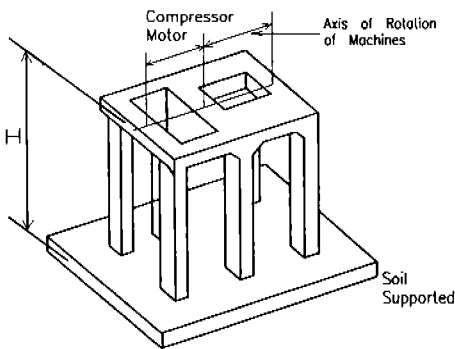
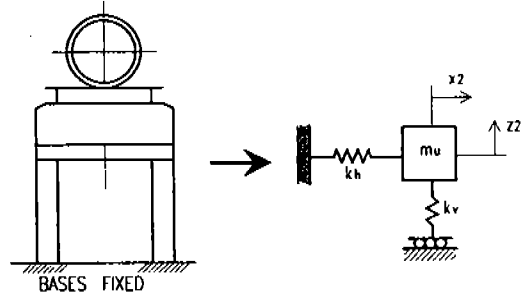
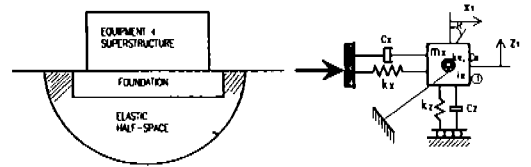


그림 6 지주기초에 의해 지지된 기계장치



(a) 상부구조물의 모델링



(b) 하부구조(기초)의 모델링

그림 7 단자유도계 모델링

3. 5. 1 단자유도계 (상부구조와 기초의 분리)  
이 모델은 다음과 같은 경우에 적용가능하다.

- 예비 조사
- 계수들에 대해 신뢰할만한 정보가 부족할 경우
- 구조 골조 시스템이 결정되지 않은 상태에서 예비 동적 특성들을 알고 싶을 때
- 기동에 비해 보의 강성이 클 경우
- 정확한 진동응답을 요구하지 않을 때

이 모델은 상부구조와 하부구조 사이의 상호작용을 고려하기가 어렵기 때문에, 즉 상부 슬래브와 지지 기둥만을 모델링하는 그림 7(a)와 전체 구조물과 기계장치를 지반이 지지하는 것을 모델링하는 그림 7(b)로 분리하여 상호작용을 무시한 개별적인 동적특성들을 구하게 된다. 따라서 고유모드의 진동수가 높게 계산되고 공명현상을 피하기 위해 구조물의 강성이 높아지게 된다. 따라서, 이 모델에 대한 기본적인 가정은 기둥 일부분이 완전 고정이며, 구조물은 질량 중심에 대해 3가지 모드(수직, 수평, 회전)만을 고려하게 된다.

그림 7(a)의 상부 구조물의 모델링에 대한 표현식은 식 (12)와 같다. 스프링 강성  $k_h$ 와  $k_v$ 은



골조 해석을 통하여 유추하여야 하며 질량( $m_u$ )은 기계, 상부 프레임, 그리고 기둥의 상부 1/2을 합한 것으로 한다.

하부 구조물에 대한 모델링에서는, 동적 토질 성질에 대한 정보가 필요하며, 슬래브는 단자유도계로 나타낼 수 있을만큼 강성이 커야 한다.

3가지 모드에 대한 지반의 스프링상수( $k_s, k_n, k_R$ )와 감쇠비( $c_s, c_n, c_R$ )는 탄성 반무한영역 (elastic half-space) 이론을 이용하여 구할 수 있다. 질량  $m_x$ 는 기계와 전체 기초의 합이며  $I_R$ 는 기초 밀면과 중심선에서 기계와 전체 기초에 대한 질량 관성 모멘트이다. 두 개의 부구조물에 대한 운동방정식들은 선형 2차 미분 방정식으로 표현되며 식 (13)과 같다.

$$m_u \ddot{x}_2 + k_n x_2 = F_x(t)$$

$$m_u \ddot{z}_2 + k_n z_2 = F_z(t) \quad (12)$$

$$m_x \ddot{x}_1 + c_s \dot{x}_1 + k_s x_1 = F_x(t)$$

$$m_x \ddot{z}_1 + c_s \dot{z}_1 + k_s z_1 = F_z(t)$$

$$I_R \ddot{R} + c_R \dot{R} + k_R R = F_x(t)(H) \quad (13)$$

### 3. 5. 2 다자유도계 (상부구조와 기초의 분리)

이 모델은 상부 구조물을 다자유도계 (그림 8)로 모델링하여 진동 응답 특성을 구하는 것으로 다음과 같은 조건들을 만족하는 구조물에 사용되어질 수 있다.

- 상부구조물의 성질이 명확하며, 기계의 진동수에 비해 고유진동수가 낮은 경우
  - 하부구조는 매우 단단한 토질 또는 암석 또는 흙이 큰 기초에 의해 지지되어 있는 경우
  - 기초 구조의 높이가 낮고 (20ft 이하), 기초가 2개 이상의 기계를 지지하지 않을 때
- 상부 구조에 대한 동적 특성을 계산하는 방법은 다음과 같은 두가지 방법이 있다.

#### (1) Rayleigh's Frequency

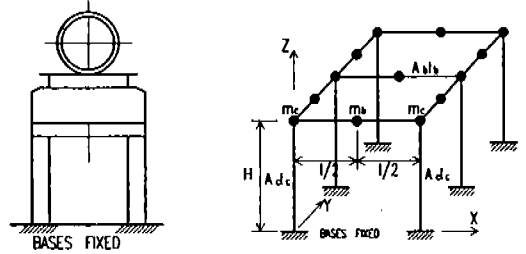


그림 8 상부구조물의 모델링 (다자유도계)

이 방법에서 구조물과 기계의 중량은 구조물의 변위 형상(고유 모드로 가정) 방향으로 작용하는 것으로 가정한다. 작용하중의 방향에 대응하는 모드에 대한 고유진동수는

$$\omega_n = \sqrt{\frac{g \sum_i F_i \delta_i}{\sum_i F_i \delta_i^2}}$$

여기서,

- $F_i$ : 점 i에 작용하는 구조물과 기계의 분포하중에 대한 등가 집중 하중
- $\delta_i$ : 힘  $F_i$ 에 의해 점 i에 발생하는 변위
- $g$ : 중력 가속도

이다. 이러한 방법으로 구한 고유진동수의 정확성은 전적으로 가정된 구조물의 변위의 신뢰성에 의존하며, 최저차의 고유진동수를 구하는 근사적인 방법이다.

#### (2) Modal Analysis

다자유도(MDOF) 모델은 동적응답을 구하고 싶은(중요한 곳) 점들에 질량을 집중시킴으로써 운동방정식을 식 (14)와 같이 행렬형태로 재구성하는 것이다. 식 (14)의 고유치 해석을 통해 고유진동수와 모드형상을 구하게 된다.

$$m_i \ddot{y}_i + k_i y_i = 0 \quad (14)$$

모든 모드들에 대한 고유 진동수는 각 모드에 대해 조화운동을 한다는 가정하에서 구해지며, 하중을 받거나 초기 조건을 갖는 다자유도계 시스템

템(식(15))에 대한 진동응답은 각각의 모드를 독립적인 단자유도로 가정하여 구한 후, 각 모드의 응답을 중첩하여 전체 응답을 구하게 된다.

$$m_i \ddot{y}_i + k_i y_i = F_i \quad (15)$$

### 3.5.3 지반-구조물 상호작용을 고려한 2자유도계 (TDOF) 모델

모델 C는 지반-구조물 상호작용과 기초의 실질적인 동적 특성들을 포함하며, 다음과 같은 조건들을 만족시킬 때 적용가능하다.

- 2개 이하의 기계를 지지하며, 구조물의 길이가 짧고 높이가 6m 이하일 때
- 기초 구조 지반에 대한 믿을 만한 정보가 제공될 때
- 조물과 하중이 공명 현상을 일으키지 않을 때 (일반적으로 하중의 진동수가 0.5에서 1.5Hz 사이일 때)

모델의 동적 거동은 그림 9의 (a)와 (b)로 분리된다. (a)는 수평과 흔들림의 결합 모드, (b)는 수직 모드를 나타내며, 운동 방정식들은 다음과 같이 표현할 수 있다.

그림 9(a)에 대해

$$m_u \ddot{x}_2 + k_h(x_2 - x_1 - RH) = F_{x2}(t)$$

$$m_l \ddot{x}_1 + c_{x1} \dot{x}_1 + k_x x_1 - k_h(x_2 - x_1 - RH) = 0$$

$$I_R \ddot{R} + c_R \dot{R} + m_u \ddot{x}_2 H + k_R R = F_{x2} H \quad (16)$$

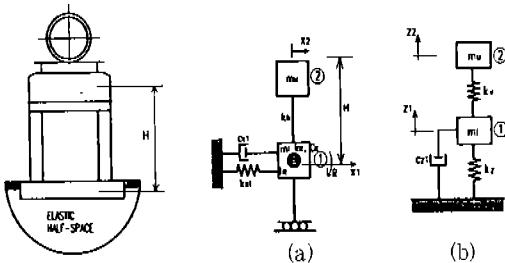


그림 9 2자유도계 모델

그림 9(b)에 대해

$$m_u \ddot{z}_2 + k_v(z_2 - z_1) = F_{z2}(t)$$

$$m_l \ddot{z}_1 + c_{z1} \dot{z}_1 + k_v(z_1 - z_2) + k_z z_1 = 0 \quad (17)$$

그림 9의 또다른 대안은 (a) 부분의 흔들림 강성  $k_R$ 를 다음 식에 나타나는 등가의 수직 스프링들과 편심거리를 조합함으로써 표현할 수 있다.

$$k_R = 2k_e e^2 \quad k_z = 3k_e$$

$$\text{or } e = \sqrt{3k_R/2k_e} \quad (18)$$

여기서,  $k_R$ : 흔들림 스프링 상수,  $k_z$ :  $m_l$ 의 수직 스프링 상수,  $e$ : 두 개의 등가 스프링 강성  $k_e$ 의 거리를 나타낸다.

등가의 스프링 상수  $k_e$ 와 관련된 감쇠 계수는  $e$ 가 같은 값이 사용될지라도 모두 같을 필요가 없다. 따라서, 감쇠 계수  $c_e$ 는 외부 스프링에 대해서는 같은 값을, 중간 스프링에 대해서는 다른 값  $c_m$ 을 사용한다. 세 개의 등가 스프링으로 연결된 부재는 무한 휨 강성을 가지지만  $m_l$ 과  $I_R$ 는 등가의 값들을 유지해야만 한다.

### 3.5.4 지반-구조물 상호작용을 고려한 다자유도계 (MDOF) 모델

이 모델은 엔지니어에게 상부구조물의 동적 거

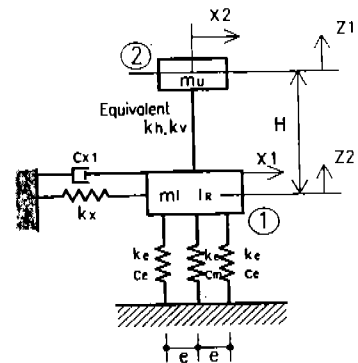


그림 10 그림 9의 대안 모델

동뿐만 아니라 지반-구조물 시스템에서 임계 모드를 구하는데 완벽한 방법을 제공하고 있다. 동적 문제를 풀기 위하여 컴퓨터 프로그램을 사용하는 경우에 이 모델링 기법은 매우 합리적이다.

- 구조물과 기하학적 부재들의 크기들은 다음 사항들을 고려한다.

- (a) 평면상에서 구조물의 강성 중심과 질량 중심이 일치한다.
- (b) 각 방향에 대한 구조물 상부의 휨 변위는 구조물과 기계의 상부의 질량이 수평 하중으로 작용할 때 길이에 따라 균등하게 분포한다.
- (c) 모든 기둥들은 정적하중 하에서 균등하게 처진다.
- (d) 지반의 저항 중심이 정적 하중의 중심과 일치한다.

- 구조물의 기초 춤, 지반에 대한 정보(전단 계수  $G$ , Poisson's ratio  $\nu$ , 지내력)는 쉽게 구해진다.

이 모델의 해석으로 부터 구할 수 있는 결과들은 다음과 같다.

- 고유진동수
- 모드형상
- 진동응답
- 모멘트와 힘

이 모델은 결과의 신뢰뿐만 아니라 관심있는 부분들에 대한 충분한 정보의 사용성에서 앞의

모델들에 비해 발전된 것이다. 이러한 접근은 임의의 방향에 대해 발생하는 최대 변위의 점들에서 질량을 집중시키는 것에 기반을 둔다. 기초 슬래브는 유한요소로 모델링되며 각 절점에서 지반 스프링에 의해 지지된다. 기초구조와 지반 강성의 상호작용은 elastic half-space theory에 의해 구해진다. 모든 모드들에 대한 응답 계산시 평균 감쇠비가 사용된다.

#### 4. 결 언

본 기사에서는 진동을 유발하는 기계장치의 지지 형태에 따른 해석 모델링 기법을 소개하는데 중점을 두었다. 다양한 해석 모델들중 어느 것을 사용할 것인가는 주어진 조건이나 정보, 요구되는 정확도, 효율성 등을 고려하여 설계 엔지니어가 판단하여야 한다. 또한 진동 하중을 받는 구조물에 대한 설계 및 해석을 하기 위해서는 기계 장치에 대한 사양 및 요구사항, 지반의 물리적 성질, 외부 환경적 요인 등을 파악하여야 한다.

종합적인 판단하에 구조물을 모델링하여 얻어진 결과들을 가지고 실제 설계 요구 조건과 비교, 검토를 하여야 하며, 이러한 설계 조건들은 다음과 같은 사항들을 포함한다.

- (1) 지반이나 구조물의 파괴, 과도한 처짐 등에 대한 정적 강도를 검토한다.
- (2) 진동 응답에 대한 최대 변위, 최대 속도, 최대 가속도를 검토한다.
- (3) 최대 확대계수, 최대 동적하중 계수, 공명 조건, 최대 전달 계수 등을 포함한 동적거동을 검토한다.
- (3) 실제 구조물에서 일어날 수 있는 모든 모드들에 대한 검토를 한다.
- (4) 기계, 구조물, 연결부 등에 대한 파괴 가능성을 고려한다.
- (5) 사람이나 기계 장치의 작동 등에 대한 환경적 요구조건의 만족 여부를 검토한다.

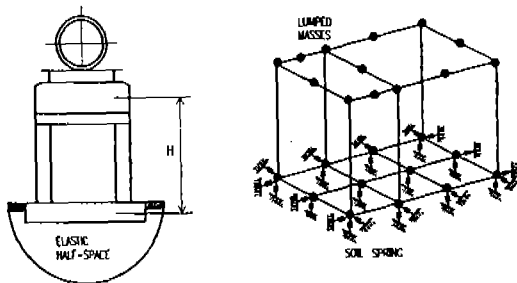


그림 11 지반-구조물 상호작용을 고려한 다자유도계 모델

## 참 고 문 헌

본 기사는 주로 참고문헌 1. "Design of Structures and Foundations for Vibrating Machines"에서 발췌한 것으로 기계 진동에 의해 슬래브에 균열이 발생하고 거주자가 지속적으로 발생하는 진동에 대해 검토를 요청하는 경우가 많다. 이에 대해 설계 당시 엔지니어가 동적 문제에 좀 더 관심이 있다면 미연에 방지할 수 있을 것으로 판단되어 해석 모델링 기법에 대해서 설명하고자 하였다.

1. Suresh Arya, Michael O'Neill, and George Pincus, *Design of Structures and Foundations for Vibrating Machines*, Gulf Publishing Company, 1979
2. Clough, Ray W., and Penzien, Joseph, *Dynamics of Structures*, New York: McGraw Hill, 1975
3. Suresh Arya, Michael O'Neill, and George Pincus, "Simulation of Structures Supporting Vibrating Machinery", Summer Computer Simulation Conference, Washington, D.C., 1976
4. Richart, R. E., Jr., Hall, J. R., Jr., and Woods, R. D., *Vibrations of Soils and Foundations*, Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1970 