

원통형 2-도체를 가진 솔레노이드 와전류 코일의 임피던스 해석

(Impedance Analysis of a Solenoid Eddy Current Coil
with Cylindrical Two-conductor Rods)

김성덕* · 이상래*

(Sung-Duck Kim · Sang-Lae Lee)

요 약

본 논문에서는 도체를 비파괴적으로 검사하기 위한 솔레노이드 와전류 코일의 몇가지 해석적인 결과가 다뤄진다. 원통형 도체관이나 2-도체를 가진 솔레노이드 코일의 규격화 임피던스가 해석된다. 도체의 도전율, 투자율과 전원주파수와 같은 전기·자기적 성질과 충전율이나 반경비의 기하학적 성질 역시 규명되었다.

수치해석에 의해 구한 모델의 임피던스 특성들이 검토되고, 비자성 도체관과 2-도체의 몇가지 시료들을 사용하여 모델의 타당성이 검증되었다.

Abstract

Some analytic results for a solenoid eddy current coil to test nondestructively conducting materials are described in this paper. Normalized impedance of solenoid coil encircling cylindrical conducting tubes or two-conductor rods is analyzed. Electrical and magnetic properties such as conductivity, permeability and exciting frequency as well as the geometric ones of fill factor or radius ratio of the conductor are also considered.

Impedance characteristics of the models obtained by numerical analysis are examined. Validation of the models is carried out using several samples of non-ferromagnetic conducting tubes and 2-conductor rods.

1. 서 론

금속도체(metallic conductor)의 직경이나 결함 등은 비파괴검사(nondestructive test)인 누설자속법(flux leakage method)이나 와전류법(eddy current

method)을 사용하여 측정할 수 있다. 누설자속법은 강자성체의 균열과 같은 국부적인 결함을 측정하는데 사용하는 반면에, 와전류법은 도체의 표면결함 뿐만 아니라 도금 두께, 부식현상, 전기전도율 및 투자율 등을 검출하는데 이용된다[1~4].

와전류검사는 오랜 동안 산업현장에서 광범위하게 이용되어 온 비파괴검사 분야이다. 이 방식은 모든 종류의 전기적인 도체에 적용할 수 있으므로, 금속판의 표면적, 표면하의 결함과 금속표면의 비금속성 피

* 정회원 : 대전산업대학교 전자공학과 교수
접수일자 : 1998. 4. 24.

복, 부식과 도체의 전기·자기적 특성 등을 측정할 수 있다. 또한, 재료성분, 경도와 인장강도를 측정하는데 이용된다. 검출코일의 구성은 관통코일(encircling coil), 도체관 특성을 측정하는데 이용하는 내삽코일(internal axial coil)과 표면탐상에 사용하는 프로브 코일(probe coil)이 있다[5].

관통코일 구조인 솔레노이드 코일(solenoid coil)은 금속성 도체의 구조와 재질등에 의하여 임피던스가 변화되기 때문에 이 성질을 이용하여 도체의 특성을 비파괴적으로 검출하는 센서로 사용된다. 이 탐상법은 와이어로프나 전선과 같은 강선재의 단선이나 파선 및 결함, 부식 등과 도체의 단면적, 직경이나 균열 등을 측정할 수 있는 유용한 방법이다[6~8]. 원형 도체를 삽입한 경우에 관통형 코일의 임피던스는 도체와 코일의 충전율과 같은 구조적인 요소와 도체의 도전율, 투자율 등과 전원주파수와 같은 전기·자기적인 성질에 의하여 변화된다. 따라서, 센서의 임피던스 변화를 규격화하므로써 측정된 신호로부터 도체의 구조적인 특징과 금속 및 재료 성질을 규명할 수 있다. 일반적으로 무한장 도체에 대한 솔레노이드 코일의 임피던스 해석은 잘 알려져 있으며 그 응용 및 실험결과도 다수 보고되었다[5, 9~10].

산업기계나 장비 등에는 단일 금속의 도체 뿐만 아니라 다른 종류의 금속이 결합된 2-도체(two-conductor)나 다중도체(multiple-conductor) 또는 도체관(conducting tube)을 사용하는 경우가 많다. 물론, 결합상태가 용융도금이나 피복인 경우도 있으나 다른 금속을 기계적으로 조합시킨 경우도 있다. 일반적으로 단일금속이나 합금은 도전율과 비투자율 같은 전기적인 특성과 단면적 등의 구조적 특성을 비파괴검사로 추정할 수 있다. 2-도체 금속인 경우에는 이들 값들을 측정하는 것이 용이하지 않지만, 복합금속의 전기·자기적 성질이나 구조적인 변화에 의한 임피던스로 이들 특성을 추정할 수 있을 것이다. 이와 같이 도체들의 특성들을 조사하거나 검출하는 방법 중 하나가 와전류탐상법이다. 다중도체를 삽입한 솔레노이드 코일의 임피던스 해석은 몇몇 저자들에게 의하여 연구되었으나[11~12], 해석과정이 매우 복잡할 뿐만 아니라 해석결과의 실증이 이루어지지 않았다.

본 연구에서는 2-도체가 솔레노이드 코일 내에 있

을 경우에, 이 코일 센서의 임피던스를 해석한다. 2-도체의 와전류분포 해석결과는 도체봉, 도체관 뿐만 아니라 3-도체 이상의 다중도체로도 용이하게 확장할 수 있다. 수치해석을 통하여 도체의 구조나 구성 및 도전율, 비투자율에 의해 변화되는 규격화 임피던스가 검토된다. 또한, 몇가지 시료들을 사용하여 측정된 데이터들을 고찰하므로써 해석결과의 타당성을 밝힌다.

2. 솔레노이드 코일의 자속분포

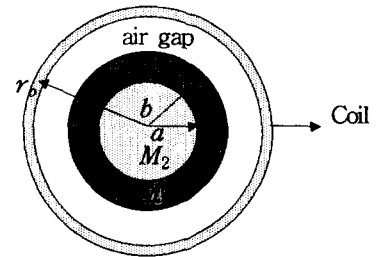


그림 2.1 2-도체를 가진 솔레노이드 코일의 단면
Fig. 2.1 Cross section of a solenoid coil with 2-conductor rod.

그림 2.1은 평균반경이 r_0 인 솔레노이드 코일에 도전성 금속을 삽입하였을 경우에 센서의 단면을 보여준다. 이 때, 도체는 2종류의 금속으로 구성된 2-도체(two-conductor rod)이라 하고 내·외 반경을 각각 a , b 라 한다. 외층도체 M_1 및 내층도체 M_2 의 도전율과 비투자율을 각각 σ_1 , μ_{r1} 및 σ_2 , μ_{r2} 라 한다. 도체와 솔레노이드 코일은 원형으로 무한장이라 가정한다.

솔레노이드 코일에 교번전원 $i(t) = I_m e^{j\omega t}$ 를 인가하면 코일내부는 평등자계 $H = nI_m$ 이 형성된다. 여기서 $n = N/\ell$ 이고 N , ℓ 은 각각 코일수와 보빈의 유효길이를 나타낸다. 이 경우, 코일 내부 중심의 자속밀도는 $B_0 = \mu_0 H$ 이다.

우선, 도체를 단일금속으로 가정하여 자속분포를 해석해 보자. 이 때, 도체의 도전율 및 비투자율을 각각 σ ($= \sigma_1 = \sigma_2$) 및 μ_r ($= \mu_{r1} = \mu_{r2}$)이라 한다. 평등자계 H 내에 놓인 도체에는 와전류가 발생

하며 자계와 와전류밀도 J 사이에는 다음과 같은 관계가 성립된다.

$$\text{curl} H = J \quad (2.1)$$

이 때, 와전류는 옴의 법칙에 의해

$$J = \sigma E \quad (2.2)$$

여기서, E 는 와전류에 의해 도체내의 분포된 전계의 세기를 나타낸다.

도체내의 자계는 다음 관계를 만족한다.

$$\nabla^2 H = \mu\sigma \frac{\partial H}{\partial t} \quad (2.3)$$

$\partial H / \partial t = j\omega H$ 이고 $B = \mu H = \mu_0 \mu_r H$ 이므로 이 관계를 식 (2.3)에 사용하면 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\nabla^2 B = -k^2 B \quad (2.4)$$

여기서

$$k^2 = -j\omega\mu\sigma = -j|\kappa|^2 \quad (2.5)$$

로 도체의 전기·자기적 특성과 전원 주파수 성분에 의해 정의되는 값이다. 이 때 자속은 전원의 주파수와 도전을, 투자율에 의하여 금속표면에 침투하는 효과가 달라진다. 일반적으로 코일의 자속은 도체의 도전을, 비투자율 및 주파수가 증가할수록 감소비율은 커진다[13].

한편, 평등자계가 형성된 솔레노이드 코일내에 도체를 삽입한 경우의 자속밀도는 Maxwell 방정식에 의하여 다음과 같이 주어진다[5].

$$\frac{\partial^2 B}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial B}{\partial r} + k^2 B = 0 \quad (2.6)$$

이 때 r 은 도체 중심에서의 거리를 나타낸다. 이 방정식에 대한 일반해는

$$B = C_1 J_0(j^{3/2}|k|r) + C_2 K_0(j^{1/2}|k|r) \quad (2.7)$$

여기서 J_0 는 제1종 0차 Bessel함수(1st kind Bessel function of zeroth order)이고 K_0 는 0차 변형 Neumann 함수(modified Neumann function of zeroth order)이다. 또한, C_1 및 C_2 는 경계조건으로 구한 정수이고 $|\kappa| = (\omega\mu_0\mu_r\sigma)^{1/2}$ 이다.

3. 2-도체 봉의 임피던스 해석

3. 1 외층도체의 자속

그림 2.1에서 외층도체의 자속밀도를 구해보자. 도체 표면($r = b$)에서 자속밀도를 B_{s1} 이라 하면

$B_{s1} = \mu_n B_0$ 이고 식 (2.7)에 의하여

$$B_{s1} = C_1 J_0(j^{3/2}|k_1 b|) + C_2 K_0(j^{1/2}|k_1 b|) \quad (3.1)$$

$$= C_1 J_0(j^{3/2}\beta_1) + C_2 K_0(j^{1/2}\beta_1)$$

여기서 $|k_1 b| = \beta_1$, $|k_1| = (\omega\mu_0\mu_n\sigma_1)^{1/2}$ 이다. 이 때, 도체의 축에서 $r(a \leq r \leq b)$ 만큼 떨어진 점의 자속밀도는 다음과 같다.

$$B = C_1 J_0(j^{3/2}|k_1 r|) + C_2 K_0(j^{1/2}|k_1 r|) \quad (3.2)$$

이 경우 전계의 세기는

$$E = -\frac{1}{\mu_0\mu_n\sigma_1} \frac{\partial B}{\partial r}$$

$$= -\frac{1}{\mu_0\mu_n\sigma_1} \frac{\partial}{\partial r} [C_1 J_0(j^{3/2}|k_1 r|) + C_2 K_0(j^{1/2}|k_1 r|)] \quad (3.3)$$

식 (3.3)의 우변을 정리하면 다음 식이 얻어진다.

$$E = -\frac{k_1}{\mu_0\mu_n\sigma_1} [C_1 J_0'(j^{3/2}|k_1 r|) - C_2 K_0'(j^{1/2}|k_1 r|)] \quad (3.4)$$

한편, 전계와 자속밀도 사이에는

$$\text{curl} E = -\frac{\partial B}{\partial t} \quad (3.5)$$

이 때 $\partial(rE)/\partial r = -j\omega B$ 이므로

$$E = -j\omega \frac{B}{2} \quad (3.6)$$

외층도체 내측($r = a$)에서 자속밀도를 B_{s1} 라 하면 식 (3.4)와 (3.6)의 관계로부터

$$\frac{j}{2} \omega\mu_0\mu_n\sigma_1 a B_{s1} = k_1 [C_1 J_0'(j^{3/2}\alpha_1) - j C_2 K_0'(j^{1/2}\alpha_1)] \quad (3.7)$$

여기서 $\alpha_1 = |k_1 a|$ 이다. 이 때 $j\omega\mu_0\mu_n\sigma_1 = -k_1^2$ 이므로 식 (3.7)은 다음과 같다.

$$-\frac{j}{2} k_1 a B_{s1} = j C_1 J_0'(j^{3/2}\alpha_1) + C_2 K_0'(j^{1/2}\alpha_1) \quad (3.8)$$

따라서 자속밀도는 다음과 같이 구해진다.

$$B_{s1} = \frac{2}{\alpha_1} j^{-1/2} [j C_1 J_0'(j^{3/2}\alpha_1) + C_2 K_0'(j^{1/2}\alpha_1)] \quad (3.9)$$

또한, 식 (3.2)로부터 $r = a$ 에서 외층도체 내측의 자속밀도 B_{i1} 을 구하면

$$B_{i1} = C_1 J_0(j^{3/2} \alpha_1) + C_2 K_0(j^{1/2} \alpha_1) \quad (3.10)$$

식 (3.10)과 식 (3.9)는 등식이므로 이 식들을 정리하면 다음 식을 얻는다.

$$-FC_1 + GC_2 = 0 \quad (3.11)$$

여기서

$$F = jJ_0'(j^{3/2} \alpha_1) - \frac{1}{2} j^{1/2} \alpha_1 J_0(j^{3/2} \alpha_1)$$

$$G = \frac{1}{2} j^{1/2} \alpha_1 K_0(j^{1/2} \alpha_1) - K_0'(j^{1/2} \alpha_1)$$

식 (3.11)과 식 (3.1)로부터 미지수 C_1 과 C_2 에 대한 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{pmatrix} -F & G \\ J_0(j^{3/2} \beta_1) & K_0(j^{1/2} \beta_1) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ B_s \end{pmatrix} \quad (3.12)$$

식 (3.12)를 풀어 C_1 및 C_2 을 구하면

$$C_1 = \frac{B_{s1}G}{D} \quad (3.13)$$

$$C_2 = \frac{B_{s1}F}{D} \quad (3.14)$$

여기서

$$D = FK_0(j^{1/2} \beta_1) + GJ_0(j^{3/2} \beta_1) \quad (3.15)$$

따라서, 식 (3.13) 및 식 (3.14)를 식 (3.2)에 대입하면 외층도체 내의 임의거리 r 의 자속밀도는 다음과 같이 구해진다.

$$B = \frac{B_{s1}G}{D} J_0(j^{3/2} |k_1 r) + \frac{B_{s1}F}{D} K_0(j^{1/2} |k_1 r) \quad (3.16)$$

결국, 외층도체의 총자속은

$$\Phi_1 = 2\pi \int_a^b B \cdot r dr = \pi(b^2 - a^2) \overline{B_1} \quad (3.17)$$

여기서 $\overline{B_1}$ 은 외층도체의 평균자속밀도(mean flux density)를 나타낸다. 식 (3.17)에 식 (3.16)을 대입하여 정리하면 다음 식이 얻어진다.

$$\Phi_1 = 2\pi B_{s1} (P_R + jP_I) \quad (3.18)$$

여기서

$$P_R = \frac{G}{D} \left\{ \frac{a^2}{j^{3/2} \alpha_1} J_0'(j^{3/2} \alpha_1) - \frac{b^2}{j^{3/2} \beta_1} J_0'(j^{3/2} \beta_1) \right\} \quad (3.19)$$

$$P_I = \frac{F}{D} \left\{ \frac{a^2}{j^{1/2} \alpha_1} K_0'(j^{1/2} \alpha_1) - \frac{b^2}{j^{1/2} \beta_1} K_0'(j^{1/2} \beta_1) \right\} \quad (3.20)$$

식 (3.18)은 α_1 및 β_1 의 함수로 표현되므로 외층도체에서의 총자속은 도체의 구조와 도전을 및 비투자율에 의해 변화됨을 알 수 있다.

식 (3.17) 및 (3.18)과 $B_{s1} = \mu_{r1} B_0$ 의 관계를 사용하여 평균자속밀도와 공심의 자속밀도에 대한 비를 구하면 다음과 같다.

$$\frac{\overline{B_1}}{B_0} = \frac{2\mu_{r1}(P_R + jP_I)}{(b^2 - a^2)} = \mu_{r1}(\mu_{PR} + j\mu_{PI}) \quad (3.21)$$

여기서

$$\mu_{PR} = \frac{2P_R}{b^2(1-p^2)} \quad (3.22)$$

$$\mu_{PI} = \frac{2P_I}{b^2(1-p^2)} \quad (3.23)$$

이 때 $p = a/b$ 로 도체관의 반경비(radius ratio of conducting tube) 또는 직경비를 나타낸다. 식 (3.21)은 도체내와 공심의 자속밀도 사이의 비를 나타내므로 의사 유효비투자율(pseudo effective relative permeability)로 정의할 수 있다[5].

일반적으로 자속이 감쇠하지 않는 물체에는 와전류가 발생되지 않는다. 그렇지만 모든 도체는 전기·자기적 성질과 구조에 의해 결정되는 유효비투자율에 의하여 주자속의 크기와 위상이 변화된다.

3.2 내층도체의 자속

외층도체의 내표면, $r = a$ 인 경우의 자속밀도가 B_{i1} 이므로 3.2절에서와 같은 유사한 개념을 써서 내층도체의 자속분포를 해석할 수 있다. 내층도체 표면의 자속밀도는 외층도체 내표면의 자속밀도로부터 구할 수 있으므로 식 (3.13) 및 (3.14)를 식 (3.10)에 대입하고 $B_{s1} = \mu_{r1} B_0$ 를 이용하면

$$B_{i1} = \frac{\mu_{r1} B_0 G}{D} J_0(j^{3/2} \alpha_1) + \frac{\mu_{r1} B_0 F}{D} K_0(j^{1/2} \alpha_1) \quad (3.24)$$

이 식의 양변을 B_0 로 나누어 외층도체 내표면의 자속밀도와 공심의 자속밀도 비를 구하면

$$\frac{B_{i1}}{B_0} = \mu_{r1}(\mu_{iR} + j\mu_{iI}) \quad (3.25)$$

여기서

$$\mu_{iR} = \frac{G}{D} J_0(j^{3/2} \alpha_1) \quad (3.26)$$

$$\mu_{iI} = \frac{F}{D} K_0(j^{1/2} \alpha_1) \quad (3.27)$$

내충도체에서는 도전을 및 투자율이 σ_2 및 μ_{r2} 이므로 내충도체 표면에서 자속밀도 $B_{\mathcal{Q}}$ 는 경계면에서 외충도체 내표면의 자속밀도 사이에 다음관계가 성립된다.

$$B_{\mathcal{Q}} = \frac{\mu_{r2}}{\mu_{r1}} B_{\mathcal{A}} \quad (3.28)$$

내충도체의 중심에서의 자속은 0이므로 내충도체 내의 자속밀도는

$$B = C_3 J_0(j^{3/2} |k_2 r|) \quad (3.29)$$

여기서 $k_2 = (\omega \mu_0 \mu_{r2} \sigma_2)^{1/2}$ 이다. $r = a$ 인 위치에서 자속밀도는 $B_{\mathcal{Q}}$ 이므로 이 관계를 식 (3.29)에 적용하여 C_3 를 구하면

$$C_3 = \frac{B_{\mathcal{Q}}}{J_0(j^{3/2} |k_2 a|)}$$

이 식을 식 (3.29)에 대입하면 내부도체 내의 자속밀도에 대한 다음 식이 구해진다.

$$B = \frac{J_0(j^{3/2} |k_2 r|)}{J_0(j^{3/2} \alpha_2)} B_{\mathcal{Q}} \quad (3.30)$$

이 때 $\alpha_2 = |k_2 a|$ 이다.

결국, 내충도체의 총자속 Φ_2 는 내충도체의 평균 자속밀도를 $\overline{B_2}$ 라 할 때 다음과 같이 구해진다.

$$\begin{aligned} \Phi_2 &= 2\pi \int_0^a B r dr = \pi a^2 \overline{B_2} \\ &= \frac{2\pi B_{\mathcal{Q}}}{J_0(j^{3/2} \alpha_2)} \int_0^a J_0(j^{3/2} |k_2 r|) r dr \end{aligned} \quad (3.31)$$

여기서

$$\int_0^a J_0(j^{3/2} |k_2 r|) r dr = \int_0^a J_0(k_2 r) r dr = \frac{a}{k_2} J_1(k_2 a)$$

이므로 이 식을 식 (3.31)에 대입하여 정리하면 다음 식을 얻는다.

$$\overline{B_2} = \frac{2}{k_2 a} \frac{\mu_{r2}}{\mu_{r1}} B_{\mathcal{A}} \frac{J_1(j^{3/2} \alpha_2)}{J_0(j^{3/2} \alpha_2)}$$

이 식의 양변을 B_0 로 나누고 식 (3.25)를 적용하여 자속밀도 비를 구하면

$$\frac{\overline{B_2}}{B_0} = \mu_{r2} (\widehat{\mu}_{iR} + j \widehat{\mu}_{iI}) \quad (3.32)$$

여기서

$$\widehat{\mu}_{iR} = \frac{2}{j^{3/2} \alpha_2} \mu_{iR} \frac{J_1(j^{3/2} \alpha_2)}{J_0(j^{3/2} \alpha_2)} \quad (3.33)$$

$$\widehat{\mu}_{iI} = \frac{2}{j^{3/2} \alpha_2} \mu_{iI} \frac{J_1(j^{3/2} \alpha_2)}{J_0(j^{3/2} \alpha_2)} \quad (3.34)$$

식 (3.32)는 식 (3.21)과 유사한 형태로 내부의 유효투자율만이 다른 함수로 주어진다.

3.3 규격화 임피던스 해석

코일의 총자속 Φ_T 는 공극자속을 Φ_G , 외충도체의 자속을 Φ_1 및 내충도체의 자속을 Φ_2 라 할 때 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} \Phi_T &= \pi r_0^2 \overline{B_T} = \Phi_G + \Phi_1 + \Phi_2 \\ &= \pi(r_0^2 - b^2) \overline{B_0} + \pi(b^2 - a^2) \overline{B_1} + \pi a^2 \overline{B_2} \end{aligned} \quad (3.35)$$

여기서 $\overline{B_T}$ 는 코일 단면의 총자속에 대한 평균자속 밀도이다. 따라서 코일의 총자속은 공심자속에 대하여 다음과 같은 관계를 갖는다.

$$\begin{aligned} \widehat{\mu}_T &= \frac{\pi r_0^2 \overline{B_T}}{\pi r_0^2 B_0} \\ &= (1 - \eta) + \frac{b^2 - a^2}{r_0^2} \frac{\overline{B_1}}{B_0} + \frac{a^2}{r_0^2} \frac{\overline{B_2}}{B_0} \end{aligned} \quad (3.36)$$

여기서 η 는 코일충전율(coil fill factor)로 다음과 같이 정의된다.

$$\eta = \left(\frac{b}{r_0} \right)^2 \quad (3.37)$$

식 (3.36)에 식 (3.21)과 (3.32)를 대입하여 정리하면

$$\begin{aligned} \widehat{\mu}_T &= \left[\eta \left(\frac{2\mu_{r1} P_R}{b^2} + \mu_{r2} \widehat{\mu}_{iR} - 1 \right) + 1 \right] \\ &\quad + j \left[\eta \left(\frac{2\mu_{r1} P_I}{b^2} + \mu_{r2} \widehat{\mu}_{iI} \right) \right] \\ &= \{ \eta (\mu_{r1} \mu_{PR} + \mu_{r2} \overline{\mu}_{iR}) - 1 \} + 1 \\ &\quad + j \{ \eta (\mu_{r1} \mu_{PI} + \mu_{r2} \overline{\mu}_{iI}) \} \end{aligned} \quad (3.38)$$

한편, 유효비투자율은 임피던스의 비이므로 $\widehat{\mu}_T = \widehat{Z} / \widehat{Z}_0$ 는 공심에서의 저항 R_0 를 무시하는 경우에 다음 식으로 주어진다.

$$\widehat{\mu}_T = \frac{\omega L}{\omega L_0} - j \frac{R}{\omega L_0} \quad (3.39)$$

따라서 식 (3.38)과 (3.39)를 비교하면

$$\frac{\omega L}{\omega L_0} = \eta \left(\frac{2\mu_n P_R}{b^2} + p^2 \mu_r \widehat{\mu}_{iR} - 1 \right) + 1 \quad (3.40)$$

$$\frac{R}{\omega L_0} = -\eta \left(\frac{2\mu_n P_I}{b^2} + p^2 \mu_r \widehat{\mu}_{iI} \right) \quad (3.41)$$

식 (3.40)과 (3.41)은 각각 변형 규격화 리액턴스 (alternate normalized reactance)와 변형 규격화 저항 (alternate normalized resistance)으로 정의되며, 도체의 성질에 따라 변화된 임피던스와 공심 임피던스에 대한 비를 나타낸다. 이 때 식 (3.38)은 변형 규격화 임피던스(alternate normalized impedance)이다. 일반적으로 규격화 임피던스는 코일의 구조에 무관하게 이 특성으로부터 도체의 도전율, 투자율과 전원주파수의 변화로부터 임피던스 변화를 추정하도록 도입되었다[5,9]. 식 (3.40) 및 (3.41)에서는 외층도체의 반경 b 의 영향을 받는다.

3.4 도체봉과 도체관

만약, 도체 M_2 만 존재하는 경우를 가정하면 그림 2.1에서 외층도체가 없는 경우와 같이 취급할 수 있다. 이러한 사실로부터 식 (3.40) 및 (3.41)의 우변 괄호내의 첫번째 항은 0이고 $b = a(p=1)$ 이므로 규격화 임피던스는 다음과 같이 수정된다.

$$\frac{\omega L}{\omega L_0} = \eta (\mu_r \widehat{\mu}_{iR} - 1) + 1 \quad (3.42)$$

$$\frac{R}{\omega L_0} = -\eta \mu_r \widehat{\mu}_{iI} \quad (3.43)$$

한편, M_2 가 없고 M_1 만 존재하면 도체관인 경우이다. 이 때, $\sigma_2 = 0$ 이고 $\mu_r = 1$ 이다. 도체관 내부는 공심이므로 자속밀도는 감소되지 않는다. 외층도체 내표면의 자속밀도는 식 (3.24)으로 주어지므로, 내층 공심의 자속은 다음과 같이 주어진다.

$$\Phi_2 = \pi a^2 B_n \quad (3.44)$$

이 때 자속밀도 비는 식(3.25)에 의해 주어지므로 이

식을 식(3.44)에 대입하여 정리하면 다음과 같은 결과를 얻는다.

$$\frac{\omega L}{\omega L_0} = \eta \left(\frac{2\mu_n P_R}{b^2} + p^2 \mu_{iR} - 1 \right) + 1 \quad (3.45)$$

$$\frac{R}{\omega L_0} = -\eta \left(\frac{2\mu_n P_I}{b^2} + p^2 \mu_{iI} \right) \quad (3.46)$$

결국, 2-도체 봉의 규격화 임피던스 식 (3.40) 및 (3.41)는 단일 도체봉이나 도체관에 직접 적용할 수 있으며 3-도체 봉 이상의 경우에도 확장 가능하다.

4. 수치해석

4.1 수치해석 파라미터

규격화 임피던스 식 (3.40) 및 (3.41)은 식 (3.19)~(3.23)과 식 (3.33), (3.34)의 변수들을 사용하였다. 이 경우 모든 변수는 도체의 전기·자기적인 정수인 도전율과 투자율은 물론, 전원주파수와 구조들에 의해 결정된다. 수치해석을 위하여 독립변수는

$$\beta_1 = |k_1 b| = (\omega \mu_0 \mu_n \sigma_1 b^2)^{1/2} \quad (4.1)$$

$$\alpha_1 = |k_1 a| = (\omega \mu_0 \mu_n \sigma_1 a^2)^{1/2} \quad (4.2)$$

$$\alpha_2 = |k_2 a| = (\omega \mu_0 \mu_r \sigma_2 a^2)^{1/2} \quad (4.3)$$

여기서 $\alpha_1 = \beta_1 p$ 이고 $\alpha_2 = \sqrt{\mu_r \sigma_2 / \mu_n \sigma_1} \beta_1 p$ 의 관계가 성립된다. 이 경우, 외층도체의 규격화 주파수(normalized frequency)를 다음과 같이 정의하자.

$$f_{01} = \omega \mu_0 \mu_n \sigma_1 b^2 \quad (4.4)$$

이 때 $f_{01} = \beta_1^2$, $f_{02} = f_{01} p^2$ 이고 $f_{03} = (\mu_r \sigma_2 / \mu_n \sigma_1) f_{01} p^2$ 이다. 3장에서 제시된 결과를 확인하기 위하여 $f_{01} = 0 \sim 20,000$ 의 범위로 선정하였다.

4.2 비자성 도체관과 도체봉의 경우

그림 2.1에서 내층도체가 없으면 시료는 도체관의 형태가 된다. 도체관에 대한 3.1절의 해석 및 5장의 실험결과를 비교·검토하기 위하여 외층도체의 도전율을 $\sigma_1 = 35$ [MS/m]이라 하고, 코일층전율과 도체 반경비가 변화될 경우에 규격화 임피던스를 구하였다. 이 때 도체관은 비자성체이고 외반경은 $b = 10$ [mm]로 가정하였다.

도체관 반경비를 $p=0.0$ 및 0.9 로 가정하고 코일충전율을 $\eta=50$ 와 $100[\%]$ 에 대하여 규격화 임피던스를 구하면 그림 4.1과 같다. 이 때, $p=0.0$ 이면 도체는 단일도체봉(M_1 과 M_2 가 동일한 시료인 경우)이다. 도체관 반경비가 $p=0.9$ 이면 도체관 내부의 공극부분은 코일충전율을 $\eta=100[\%]$ 라 할 때, 전체 코일단면적의 $81[\%]$ 가 된다. 일반적으로 낮은 주파수의 자속은 금속내부로 침투하기 쉽다. 그렇지만, 침투된 자속이 도체관 내표면에 도달한 후에는 더 이상 감쇠되지 않는다. 따라서, 도체관의 저항 및 리액턴스는 도체봉에 비하여 감쇠비율이 저하된다. 그러나, 비교적 높은 주파수인 경우에는 자속이 도체 표면에서 침투하는 깊이가 낮아 코일의 임피던스 변화에 크게 기여하지 못한다. 이 경우는 일정 깊이 이하의 도체 성질은 임피던스를 변화시키지 않으며 따라서 도체관과 같은 효과를 갖는다. 이러한 특성은 그림 4.1에서 확인할 수 있다.

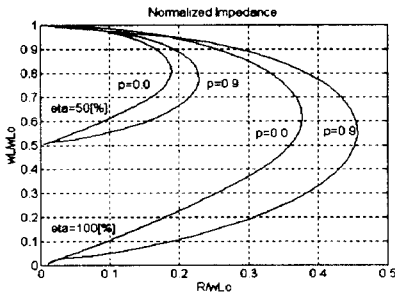


그림 4.1 도체관 충전율 및 반경비가 변하는 경우의 규격화 임피던스
Fig 4.1 Normalized impedance when varying fill factor radius ratio of conducting tube.

4.3 강자성 도체관과 도체봉의 경우

한편, 코일의 충전율이 $\eta=50, 100[\%]$ 이고 강자성 도체관의 반경비가 $p=0.0$ 및 0.9 인 경우의 규격화 임피던스 특성을 그림 4.2에 나타낸다. 이 때 도체관의 비투자율이 $\mu_r=50$ 이고 도전율을 $\sigma=5[\text{MS/m}]$ 이라 가정한다. 저주파나 고주파 영역에서 도체관이 강자성체인 경우에도 비자성체인 경우와 유사한 특성을 보인다.

그림 4.1과 4.2를 비교해보면 주파수가 높아지면 자속의 침투깊이가 낮아져 도체나 도체관의 표면에

서 침투효과가 작으므로 이 임피던스 특성을 이용하여 도체봉이나 도체관의 직경을 측정할 수 있다. 또한, 도체관에 대한 정확한 규격화 임피던스 곡선을 얻으면 이 결과를 이용하여 도체관의 두께를 측정할 수 있을 것이다. 특히, 저주파 영역을 살펴보면 대상 시료가 도체관이나 도체봉이든 관계없이 비투자율 추정이 가능하다. 이 때, 비투자율은 규격화 임피던스가 전원 주파수 $f=0$ 인 경우에 $\omega L/\omega L_0$ 축과의 교차점을 a_p 라 할 때, 식 (3.42)로부터

$$\mu_r = \frac{a_p - 1}{\eta} + 1 \tag{4.5}$$

로 계산할 수 있다.

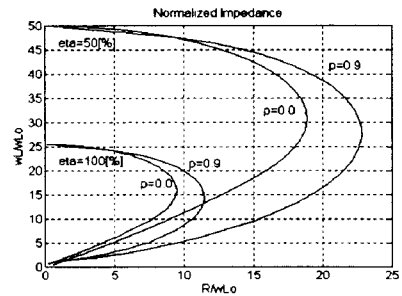


그림 4.2 코일 충전율 50, 100 [%] 이고 도체관 반경비 $p=0.0, 0.9$ 인 경우
Fig 4.2 Coil fill factor, 50, and 100 [%] and radius ratio of conducting tube, $p=0.0$ and 0.9 .

4.4 2-도체의 경우

3장에서 해석한 결과를 확인하기 위하여 내·외층 도체의 반경비를 $p=0.9$, 코일의 충전율을 $\eta=50, 100[\%]$ 로 가정한다. 이 때, 2 도체는 비자성체라 하고 외층도체의 도전율은 $\sigma_1=35[\text{MS/m}]$ 이고 내층도체의 도전율은 $\sigma_2=17[\text{MS/m}]$ 이라 한다. 그림 4.3은 각각의 코일 충전율에 대하여, 외층도체 직경과 같은 도체봉, 반경비 $p=0.9$ 인 경우의 도체관 그리고 2-도체의 경우에 규격화 임피던스를 나타낸다.

도체봉 및 반경비가 $p=0.9$ 인 도체관 경우의 특성은 그림 4.1과 동일하다. 그러나, 내층도체가 외층의 도전율과 같은 경우에는 도체봉인 경우와 동일한 특성을 나타낸다. 만약, 내층의 도전율이 외층보다 감소되면 2-도체 봉의 임피던스 특성은 도체봉의 특성

에서 점차 도체관의 특성 방향으로 이동해간다. 이러한 현상은 내충도체의 도전율이 작아지므로써 그 특성이 공심과 유사한 경향으로 발전되고 있음을 보여준다. 그러나, 어떤 도전율 값을 그림 4.3에서와 같이 도체관의 특성보다 확대되는 현상을 나타내기도 한다. 그렇지만 도전율을 0으로 접근시키면 결국 공심과 같은 효과를 나타내며 그 특성은 도체관과 일치하게 된다.

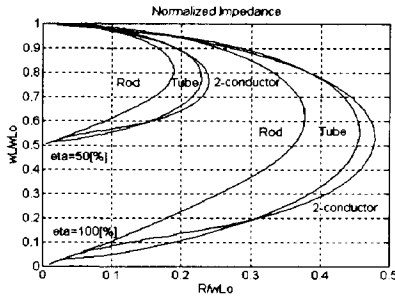


그림 4.3 내충과 외충도체가 비자성체인 경우의 규격화 임피던스
 Fig 4.3 Normalized impedance in case of non-ferromagnetic inner and outer conductors.

그림 4.4는 내·외충도체가 모두 강자성체인 경우의 규격화 임피던스이다. 이 때, 외충도체의 비투자율이 $\mu_1=50$ 이고 내충도체는 $\mu_2=25$ 이며 2-도체의 도전율은 $\sigma_1 = \sigma_2=5$ [MS/m]로 가정하였다. 도체관 반경비는 $p=0.9$ 로, 코일의 충전율을 $\eta=50, 100$ [%]로 선정한다.

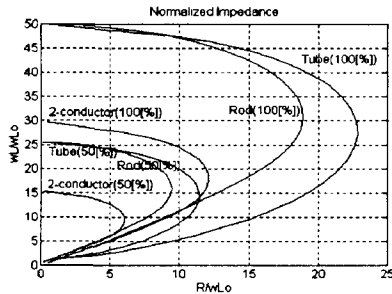


그림 4.4 내충과 외충도체가 강자성체인 경우의 규격화 임피던스
 Fig 4.4 Normalized impedance in case of a ferromagnetic inner and outer conductor.

그림 4.4에서 단일도체봉과 도체관의 경우는 그림 4.2의 결과와 동일한 결과이지만 2-도체인 경우에는 내충도체의 투자율과 도전율이 공심의 경우와는 달라서 저주파에서는 자속이 크게 감소되는 것을 알 수 있다. 따라서 내충도체의 비투자율이나 도전율이 작으면 작용수록 임피던스가 내충도체의 영향을 많이 받게 된다. 즉, 저주파 자속은 표준 자속침투깊이가 크므로 내충도체의 영향이 임피던스 변화의 주요인으로 작용한다. 반면에, 고주파 영역에서는 자속이 내부에까지 침투하지 못하므로 단일도체봉과 근접한 특성을 보인다. 이러한 결과들은 코일의 충전율과는 거의 무관하게 나타난다.

5. 실험 및 검토

5.1 실험 도체관 및 도체봉

3장과 4장 결과들의 타당성을 검토하기 위하여, 몇가지 시료들을 선정하고 저항 및 리액턴스를 측정하였다. HP4194A를 사용하고 주파수는 250[Hz]~100[kHz]이며 전류는 10[mA]이다. 다음은 실험에 사용된 알루미늄 도체관의 종류를 나타낸다. 여기서 d 는 도체관의 외직경, t 는 두께이고, CT1~CT4는 각 도체관을 표시한다.

- (1) $d = 12$ [mm], $t = 1.2$ [mm], $\sigma = 21.44$ [MS/m](CT1)
- (2) $d = 12$ [mm], $t = 2.0$ [mm], $\sigma = 19.88$ [MS/m](CT2)
- (3) $d = 16$ [mm], $t = 1.2$ [mm], $\sigma = 20.68$ [MS/m](CT3)
- (4) $d = 19$ [mm], $t = 1.2$ [mm], $\sigma = 25.78$ [MS/m](CT4)

한편, 2-도체를 구성하기 위하여 도체관은 CT4를 사용하고 이 경우에 삽입된 도체봉의 종류와 규격은 다음과 같다.

- (1) 알루미늄 봉 $d = 16.6$ [mm](CR1)
- (2) SS304 봉 $d = 16.6$ [mm](CR2)
- (3) 순철 봉 $d = 8.1$ [mm](CR3)

이 경우, 솔레노이드 코일은 $\ell = 120$ [mm], $r_0 = 13.25$ [mm]로 구성하였다.

5.2 비자성 도체관의 경우

비자성 도체관 CT1~CT4에 대하여 주어진 데이터를 사용하여 해석결과를 사용하여 시뮬레이션한

후, 이들 도체관의 저항 및 리액턴스를 측정하여 각각에 대한 규격화 임피던스를 구하였다. 이 때, 제작된 코일과 CT1~CT4의 각각에 대한 코일 충전율 및 도체 반경비는 표 5.1과 같다.

표 5.1 도체관의 충전율과 도체 반경비
Table 5.1 Fill factors and radius ratios of conducting tubes.

시료	CT1	CT2	CT3	CT4
코일 충전율 (η [%])	20.51	20.51	35.91	51.41
도체 반경비 (p [%])	80.00	66.67	84.87	87.37

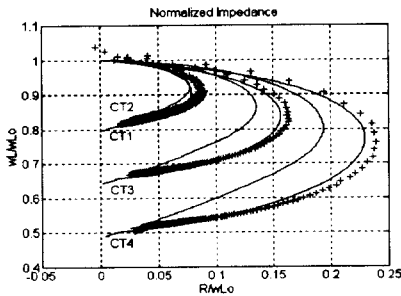


그림 5.1 비자성 도체관의 규격화 임피던스
Fig 5.1 Normalized impedance of non-ferromagnetic conducting tubes

그림 5.1에서 “+”는 실제 측정된 저항과 리액턴스 값에 의하여 계산된 규격화 임피던스이고 사선은 4장과 같은 시뮬레이션 결과를 표시한다. 사선중 내원은 단이도체인 경우의 수치해석결과이다. 이 그림에서는 각 도체관에 대한 수치해석 결과와 실측 특성이 거의 모든 주파수 영역에 대하여 유사하게 나타남을 확인할 수 있다. 이 결과는 코일의 구조, 측정 장치의 오차 개입이나 수치해석 상 평균치의 처리 등에 의한 오차를 감안할 때, 매우 양호한 특성이라 판단된다. 특히, 고주파에서는 자속의 침투효과가 감소되므로 도체관의 외반경 또는 단일도체의 동일 반경에 비례하는 값으로 수렴하고 이 성질 역시 해석 결과와 정확히 일치한다.

5.3 도체봉의 경우

한편, 3.2절에서 해석한 도체봉의 결과를 확인하기 위하여 도체봉, CR1, CR2 및 CR3에 대한 저항 및 리액턴스를 측정 후, 규격화 임피던스를 구했다. 그림 5.2(a)는 비자성체로 추정되는 알루미늄 봉과

스테인레스 강을 사용한 경우의 특성이고 그림 5.2(b)는 강봉의 특성이다. 이 때 실측된 특성으로 식 (4.5)에 의해 비투자율을 추정된 결과, 각각의 시료에 대하여 $\mu_r=1.18, 1.84$ 및 50.23 이었다. 이러한 결과로부터 경알루미늄 봉 CR1의 비투자율은 1보다 약간 크며, SS304도 1.8로 완전한 비자성체가 아닌 것이 확인되었다. 그림에서 사선은 이들 추정된 비투자율과 예상된 도전을 그리고 직경값을 사용하여 시뮬레이션한 결과를 나타낸다. 이 때, 수치해석과 실측치 사이의 특성은 거의 일치한다.

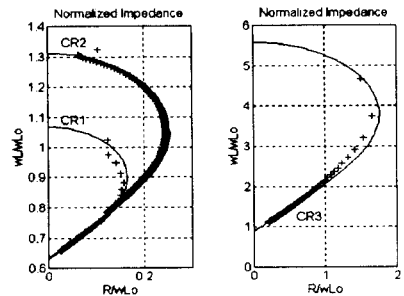


그림 5.2 도체봉 CR1, CR2 및 CR3의 규격화 임피던스
Fig 5.2 Normalized impedance for conducting rods, CR1, CR2 and CR3.

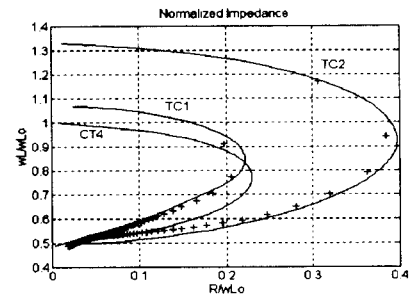


그림 5.3 2-도체에 대한 규격화 임피던스
Fig 5.3 Normalized impedance for 2-conductor rods

5.4 2-도체의 경우

2-도체를 실험하기 위하여 알루미늄 도체관 CT4 내에 도체 CR1 및 CR2를 삽입하고 각 경우를 TC1 및 TC2로 표기하였다. 경우의 수치해석 결과와 실측

치를 그림 5.3에 나타낸다. 그림에서 사선 TC1 및 TC2는 2-도체의 수치해석결과이고 “+”는 측정치를 나타낸다. 이 경우에도 수치해석과 실측치의 특성이 거의 일치하는 것을 확인할 수 있다. 여기서 CT4는 도체관만 삽입한 경우의 시뮬레이션 결과로 고주파에서는 규격화 임피던스 특성이 실험결과와 유사하다. 이 경우는 자속이 도체표면에서 내부로 침투하는 효과가 적으므로 외층도체 단면적의 특성이 지배적으로 나타나는 것을 알 수 있다.

5. 결 론

솔레노이드 코일의 임피던스는 이 코일내에 삽입된 도전성 금속의 구조적인 성질과 전기·자기적인 특성에 의하여 변화된다. 이 코일에 교번자속을 인가하면 도체에 와전류가 발생하고 이 전류에 의한 자속으로 인하여 임피던스가 변화된다. 따라서, 솔레노이드 코일의 저항과 리액턴스로부터 시료의 특성추정이 가능하다.

본 연구에서는 도체관이나 2-도체를 삽입한 경우에, 코일충전율, 도체반경비, 도전율과 비투자율 등에 의하여 변화되는 솔레노이드의 임피던스 특성을 다루었다. 도체 자속에 관한 Maxwell 방정식을 토대로 자속분포를 계산하였다. 이 때 도체관, 도체봉과 2-도체 봉의 각 경우에 맞는 경계조건을 구하고 이를 이용하여 자속밀도 분포를 유도하였다. 도체내부의 평균자속밀도 개념을 도입하여 자속의 변화를 추정하였으며 이 결과를 임피던스 변화로 정량화한 규격화 저항 및 리액턴스로 표현하였다. 이 때 얻어진 결과는 코일과 도체의 구조적인 성질과 전기·자기적인 특성을 나타낸다.

해석결과의 타당성을 검토하기 위하여 시뮬레이션을 수행하고 이들의 특성을 검토하였다. 또한, 몇가지 도체관과, 도체봉에 대하여 저항 및 리액턴스를 실측한 후, 규격화 임피던스를 구하고 이를 수치해석결과와 비교하였다. 그 결과, 유도된 규격화 임피던스 모델이 실측특성을 잘 표현하고 있음을 확인하였다.

참 고 문 헌

(1) Eddy Current Characterization of Materials and

Structures, ASTM Special Technical Publication, American Society For Testing and Materials, 1981.

(2) Nondestructive Testing Handbook, 2nd Ed., Vol. 4, Electromagnetic Testing, American Society For Testing and Materials, 1981.

(3) V.S. Cecco, G. V. Drunen and F.L. Sharp, Eddy Current Manual, Vol. 1, Atomic Energy of Canada Limited, 1983.

(4) H. Hoshikawa, "Fundamentals, history and future of eddy current testing", NDT in Japan, Vol. 38, No. 10, pp. 891~897, 1989.

(5) J. Blitz, Electrical and Magnetic Methods of Nondestructive Testing, Adam Hilger, 1991.

(6) F. Thollon, B. Lebrun, N. Burais and Y. Jayet, "Numerical and experimental study of eddy current probes in NDT of structures with deep flaws", NDT International, Vol. 28, No. 2, pp.92~102, 1995.

(7) H.R. Weischdel, "The inspection of wire ropes in service : A critical review", Material Evaluation, Vol. 43, No. 13, pp.1592~1605, 1985.

(8) J. Sutton and K.G. Lewis, "The detection of internal corrosion in steel reinforced aluminum overhead power line conductors", U.K. Corrosion, pp.343~359, 1986.

(9) F. Forster, Nondestructive Testing Handbook, Vol. 4, American Society for Nondestructive Testing, 1986.

(10) J. Blitz, "Prediction of impedance components of eddy current coils using PC", NDT International, Vol. 22, No. 1, pp.3~6, 1990.

(11) C.V. Dodd, C.C. Cheng and W.E. Deeds, "Induction coils coaxial with an arbitrary number of cylindrical conductors", J. of Applied Physics, Vol. 45, pp. 638~647, 1974.

(12) K. Kriezis, T.D. Tsioukakis, S.M. Panas and J.A. Tegopoulos, "Eddy currents : theory and applications", Proc. of IEEE, Vol. 80, No. 10, pp. 1556~1589, 1992.

(13) D. J. Hagermaier, "Eddy current standard depth of penetration", Material Evaluation, Vol. 43, pp. 1438~1442, 1985.

◇ 著者紹介 ◇



김 성 덕 (金成德)
1951년 10월 1일생. 1978년 한양대학교 전기공학과 졸업. 1980년 한양대학교 전기공학과 졸업(석사). 1988년 한양대학교 전기공학과 졸업(박사). 1990년~1991년 Australia National University 객원교수. 현재 대전산업대학교 전자공학과 교수.



이 상 래 (李相來)
1948년 8월 2일생. 1972년 인하대학교 전기공학과 졸업. 1981년 단국대학교 전기공학과 졸업(석사). 1992년 아주대학교 전자공학과 졸업(박사). 현재 대전산업대학교 전자공학과 교수.