

적층 복합재료의 내부감쇠와 복소탄성계수 측정에 관한 연구

이재혁 · 박세만 · 김형삼

명지대학교 기계공학과

Experimental Determination of Complex Moduli and Internal Damping of Laminated Composites

C.H. Yi, S.M. Bahk and H.S. Kim

Department of Mechanical Engineering, Myongji University, Yongin 449-728

(1998년 5월 6일 받음, 1998년 8월 17일 최종수정본 받음)

초록 감쇠란 주기적인 변형하에 에너지를 소산시킬 수 있는 시스템이나 재료의 성질을 말하며, 이로서 공진에서 진폭을 감소시키며 아울러 전달하는 파의 빠른 감소를 유발한다. 이것은 진동을 일으키는 웅력을 감소시키게 되는데 결국은 피로 수명을 연장시키는 결과를 가져오게 된다. 본 연구에서는 적층된 복합재료의 내부감쇠와 복소탄성계수를 실험적으로 측정하였다. 실험은 충격기법을 사용하였으며 비교적 간단한 모델로서 외팔보의 흔진동을 측정하였다. 복소 탄성계수는 공진법을 이용하여 공진주파수를 측정 storage modulus를 계산하고 이를 통해 loss modulus를 구한 다음 계산하였고, 내부감쇠는 bandwidth technique과 전달함수의 실수부분 이용방법에 의해 각각 구하였다.

Abstract Damping is a property for materials and systems to dissipate energy during periodic deformations. Generally, damping causes stiff decrease in amplitudes and shifts in phases. Also, even at resonance, amplitudes are substantially attenuated. This phenomenon of damping helps in reducing stresses developed during vibrations and consequently improves fatigue lives of materials. In this work internal damping and complex moduli are experimentally determined. An impulse technique is utilized in experiments and cantilever beams are selected as test subjects for the measurements of flexural vibrations since the beams lend themselves easily as simplistic ideal models. A resonance method is employed to determine resonance frequencies which are utilized to compute storage moduli. Also, loss moduli are evaluated from damping capacities and storage moduli. The storage and loss moduli combined yield complex moduli. Finally internal damping is evaluated from bandwidth technique, the real component of the transfer function.

1. 서 론

현재 사용되고 있는 많은 구조물이 경량화와 강도를 요구하게 됨에 따라 상당부분에서 복합재료의 사용이 빈번하게 되었다. 그에 따라 안전한 구조물의 설계와 그 구조물의 검사는 필수과제가 되었다. 물질의 기계적 물성치 중 탄성계수와 감쇠는 물질의 중요한 물성치이다. 하지만 이 두 성질은 서로 상반되는 성질을 나타내기도 한다. 감쇠를 증가시키면 상대적으로 강도가 낮아질 수 있으며 반대로 강도를 높여주면 상대적으로 감쇠가 저하되는 현상이 발생한다. 그러므로 감쇠와 강도를 구조물에 맞게 설계하는 것이 필요하게 되었다. 탄성계수의 정밀측정은 과학적인 관점과 공학적인 관점 모두 중요하다. 아울러 새로운 소재들이 계속 개발되고 있고, 또 목적에 맞는 새로운 신소재에 대한 요구도 늘어남에 따라서 소재특성에 대한 정보가 필수적으로 요구되므로, 소재특성 평가 방법에 대한 관심도 높아지고 있다. 소재의 기계적 성질의 하나인 탄성계수를 측정하는 방법으로는 stress-strain곡선을 이용하는 정적인 방법과 재료내에서의 초음파의 전파속도나 재료 자체의 공진주파수의 측정으로부터 탄성계수를 측정하는 동적인 방법등이 있다.¹⁾

탄성계수를 측정함으로써 과학적인 관점에서 본다면 원자와 원자사이, 이온과 이온사이의 bonding에 관한 해석 및 이해증진의 중요한 도구가 되며, 공학적인 측면에서 본다면 공학적인 기계설비에 반드시 고려해야 할 설계기준 중의 하나이다. 이러한 탄성계수와 감쇠를 정확히 측정하기 위해 여러 가지 실험방법 등이 연구가에 의해 연구되어 졌다. Smith, J. S. and Poole, J. M.²⁾은 합금물질에 대한 동적탄성계수 측정을 충격기법과 연속적 방법에 의해 행하였으며, Kerwin³⁾은 구속된 점탄성충을 가짐으로서 생기는 보에서 감쇠에 관한 일정한 표현을 유도하였다. Ungar⁴⁾는 Ditranto⁵⁾가 탄성-점탄성-탄성 적층보의 자유진동에 관한 일반운동 방정식을 에너지 접근을 사용하여 연구를 확장하였고, Mead와 Markus⁶⁾는 강체 진동에 관하여 이 연구를 수행하였다. 본 연구는 복합재료에 충격기법을 사용하여 모달분석을 행함으로써 재료의 복소탄성계수와 감쇠를 정량적으로 측정하고 아울러 충격기법의 효용성에 관하여 살펴보자 했다. 모달 분석은 실험적 접근방법에 의해 모달매개변수 즉, 진동수, 감쇠계수, 모달벡터등을 결정하기 위한 과정⁷⁾으로 본 연구에서는 고유진동수를 선형 스케일과 전달함수의 실수부분 이용 방법으로 측정함으로써 각 시편

의 복소탄성계수와 감쇠계수를 계산하였다.

2. 실험 방법

2-1 실험장치

충격기법(Impulse Technique)은 일시에 모든 고차 모드를 발생시킬 수 있어 신속하게 모든 주파수 영역에서 시스템의 변화를 관찰할 수 있는 잇점과 더불어 디지털 FFT 해석기의 발전은 실험적인 진동 측정을 수반하는 실험공학에 있어 새로운 기법으로서 각광받고 있다. FFT 해석기는 시간과 주파수 영역의 변화를 해석하고 이때 사용하는 것이 퓨리에 변환이다. 모든 측정은 디지털 신호 처리를 이용하고 이는 입력 파형에 따른 필터링과 샘플링을 수반한다. 샘플링은 시간에 있어 특정한 지점의 전압 값을 수치적인 값으로 전환해 주는 것이고 이러한 수치적인 값들은 해석기에 의해 다양한 계산을 하고 디지털화 한다. 해석기에서 초기의 데이터 출력은 시스템의 특성을 측정하는 주파수 반응함수(Frequency Response Function)이다. 또한 데이터의 질을 지시하는 상관함수(Coherence Function)를 계산한다.

그림 1은 본 실험에 사용된 실험장치의 개략도이다. 방진 테이블에 지그를 고정하고 시편을 고정시킨 다음 Impulse hammer(Model HP35207A)로 시편을 가진시킨 후 Gap sensor(Model ONO SOKKI VT-120)를 사용하여 신호를 받았다. Impulse hammer는 노이즈가 없는 정확한 신호를 가진시킬 수 있는 곳을 찾기 위해서 좌우로 이동할 수 있는 이송장치에 고정하였으며 10회 평균값을 얻기 위해 스프링에 고정, 일정한 힘으로 시편을 가진시킴으로써 손으로 가진했을 때의 부정확함을 피할 수 있었다. Impulse hammer와 Gap sensor에 의한 신호는 Dynamic signal Analyzer(Model HP35670A)를 사용하여 FRF(Frequency Response Function) 분석을 행하였다. Bendat과 Piersol는 주파수 반응함수 추정치의 임의의 오차(random error)는 $1/\sqrt{2n}$ 에 비례하고 있다고 설명하고 있다. 여기서 n 은 기록수나 평균 횟수를 가리킨다. 따라서 전체적인 평균을 통하여 측정오차를 줄일 수가 있다. 본 연구에선 여러 곳에서 시편을 가진시켜보고 신호를 측정해 본 결과 가진 지그 근처에 가까운 곳, 그리고 1mode 응답신호측정은 시편의 끝단부근에서 가장 좋은 신호를 취할 수 있었다. 또한 Impulse hammer 신호는 다시 증폭기(Model PCB480C02)를 사용하여 신호를 증폭하여 사용함으로써 coherence가 보다 좋은 신호를 얻을 수 있었다. 그림 2는 coherence함수를 나타낸 그림이다. 일반적으로 coherence 함수는 아래와 같이 정의된 실수치이다.

$$\gamma_{xy}^2(f) = \frac{G_{yy}(f)}{G_{xx}(f) + G_{nn}(f)} = \frac{|H(f)|^2 G_{uu}(f)}{G_{yy}(f)} \quad (1)$$

식(1)은 coherence 함수의 간단한 해석을 제시한다. 주어진 주파수에 있어 coherence 함수는 $x(t)$ 와 선형적인 관계가 있는 $y(t)$ 의 출력 스펙트럼의 일부분이다. 출력기법에 있어 퓨리어 해석기는 다음과 같이 coherence 함수가 계산된다.

$$\gamma_{xy}^2(f) = \frac{|G_{yy}(f)|^2}{G_{xx}(f) G_{yy}(f)}, \quad 0 \leq \gamma_{xy}^2 \leq 1 \quad (2)$$

그리고, coherence 함수 추정치에서 임의의 오차(random error)는 $1/\sqrt{n}$ 에 비례하고 있다. 노이즈가 입·출력 신호 이외의 어떤 다른 것에서 발생한다면 coherence 함수는 0으로 된다. coherence 함수 범위는 0.0에서 1.0이다. 매우 높은 전위 측정 노이즈, 비선형계 또는 입력이 여러 가지일 경우에는 매우 낮은 coherence 함수를 갖게 될 것이다. 따라서 여기서 사용된 coherence 함수는 데이터 질의 측정이 된다. 1의 coherence 값은 출력이 입력에 직접적인 관련이 있음을 가리킨다.

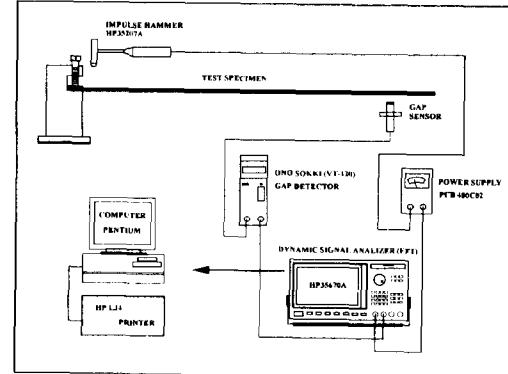


Fig. 1. General Block Diagram of Instrumentation

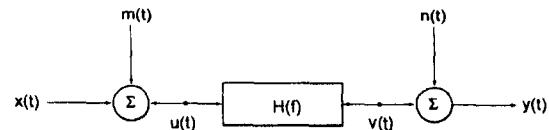


Fig. 2. Single Input/ Single Output System with Extraneous Noise

2-2 복소탄성계수 측정

일반적으로 선형 점탄성 물질의 복소 탄성계수는 다음과 같이 나타낸다.

$$E^* = E' + iE'' = E'(1 + i\eta) \quad (3)$$

여기서, E' = Storage modulus, E'' = Loss modulus, $\eta = \frac{E''}{E'} = \text{Loss factor}$ 이다.

복합재료의 dynamic modulus는 흡 공진 주파수 측정에 의해 구할 수 있다. 공진 주파수(f_r)는 빔의 최고점 진폭에서의 주파수를 측정함에 의해 결정되어 질 수 있다. 측정된 공진 주파수는 다음의 방정식에 대입함으로써 dynamic modulus 즉, storage modulus를 계산할 수 있다.

$$E' = \left(\frac{L}{\lambda}\right)^4 \frac{4\pi^2 f_r^2 \rho A}{I} \quad (4)$$

여기서, λ 의 값은 cantilever 빔일 경우 1mode에서 1.875104로 계산되어 진다. 또한 Loss modulus는 3dB 아래의 Bandwidth를 측정하는 방법과 전달함수의 실수부분 이용방법에 의해 감쇠계수를 측정함으로써 계산할 수 있다.

$$E'' = E' \left(\frac{f_1 - f_2}{f_R} \right) \text{ 또는, } E'' = E' \left(\frac{f_a/f_b^2 + 1}{f_a/f_b^2 - 1} \right) \quad (5)$$

여기서, f_1 과 f_2 는 선형 스케일에서 공진주파수 진폭의 0.707인 진폭에서의 주파수를 의미하며 f_a 와 f_b 는 전달함수 실수부분의 최고 최저점에 달하는 곳에서 공진 이전의 주파수를 의미한다.

2-3 감쇠의 측정

감쇠 특징을 표현하는 상수와 이를 상호간의 관계는 다음과 같다.

Q (Quality factor), η (Loss factor), ξ (Damping ratio)

$$Q = \frac{1}{2\xi} = \frac{1}{\eta} \quad (6)$$

감쇠계수를 측정하는 방법으로 free vibration decay, resonant dwell, bandwidth technique 등이 사용되어지고 있으며, 본 연구에선 bandwidth technique과 전달함수의 실수부분 이용방법을 각각 사용하였다.

(1) Bandwidth technique

$$\eta = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_r} \quad (7)$$

여기서, ω_r 은 고유진동수를 의미하며 ω_1 과 ω_2 는 공진주파수 지점에서 3dB 아래의 진동수를 의미한다.

(2) 전달함수의 실수부분 이용

$$\eta = \frac{(f_a/f_b)^2 - 1}{(f_a/f_b)^2 + 1} \quad (8)$$

실제 적용에 있어 가장 많이 사용되는 방법으로 이는 컴플라이언스, 모빌리티 또는 이너티스 함수 어디서든지 직접적으로 적용할 수 있다는 확실한 잇점이 있다.

2-4 실험시편

실험에 사용된 시편은 Tetrahedron사의 Hot Press를 사용하여 5F/min heating, 350F, 2hr, 5F/min Cooling, Pressure 85 psi 경화조건으로 Hexcel사의 DMS 2224 Class 1, Type T, Grade 2인 단일 방향 Carbon-Epoxy 와 Graphite-Epoxy PrePreg를 부피분율 $V_f = 0.6$ 로 시편의 두께가 4.00-4.50mm가 되도록 단일 방향으로 28장 적층하여 제작하였다. 본 연구에 사용된 시편은 일반적으로 유한요소와 같은 수치적 해석에 있어 해석이 너무 복잡하여 무시되어지는 감쇠항을 실험적 방법으로 재료의 감쇠계수를 정량화 함으로써 보다 정확한 시스템의 해석을 돋고자

하였다. 시편의 단면형상은 그림 3과 그림 4와 같다. Carbon-epoxy 시편과 Graphite-epoxy 시편은 각각 0°와 90°의 시편을 사용하였는데 그기준은 시편의 길이방향과 섬유의 방향이 서로 평행인 경우를 0°, 길이방향과 섬유 방향이 서로 수직인 경우를 90°로 놓고 섬유 방향에 따른 강도와 감쇠의 변화도 아울러 관찰하고자 하였다. 또한, 점탄성물질의 감쇠치가 탄성물질의 감쇠치와 얼마나 차이가 나는가와 impulse technique에 의해 얼마나 정확한 탄성계수를 측정할 수 있는지 알아보기 위해 탄성계수를 정확히 알고 있는 aluminum (2024-T3) 시편을 제작하여 본실험에 사용함으로써 실험장치를 검증하였다.

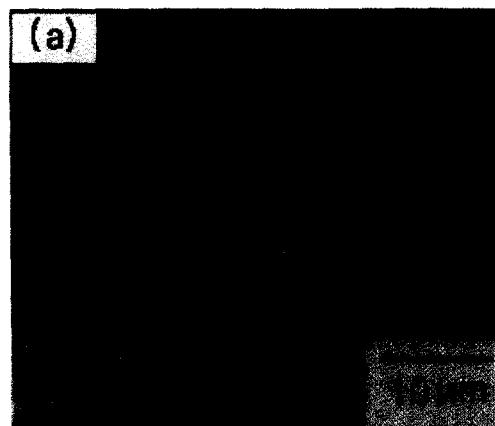


Fig. 3. Cross-sectional optical micrographs of (a) Carbon-epoxy

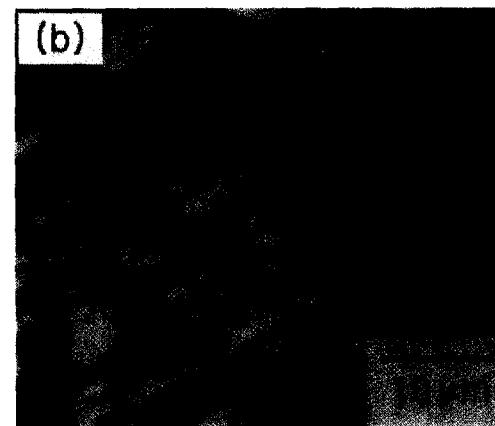


Fig. 4. Cross-sectional optical micrographs of (b) Graphite-epoxy

Table 1. Standard dimensions of Specimens

사용시편/구분	길이 (mm)	폭 (mm)	두께 (mm)	전체질량 (g)	밀도 (g/cm ³)
Aluminum(2024-T3)	114.32	24.66	2.00	15.62	2.77
Carbon-epoxy (0°)	111.73	12.01	3.80	10.24	1.58
Carbon-epoxy (90°)	111.86	12.07	4.18	11.20	1.56
Graphite-epoxy (0°)	118.83	11.70	4.21	11.39	1.55
Graphite-epoxy (90°)	115.84	11.74	4.30	11.12	1.51

Table 2. Properties of Materials

사용시편 /구분	Fiber volume ratio(V_f)	밀도 (g/cm^3)	Modulus (E_1, GPa)	Modulus (E_2, GPa)
Aluminum (2024-T3)	-	2.80	73	73
Carbon- epoxy	0.63	1.58	142	10.3
Graphite- epoxy	0.60	1.58	145	10

표 1은 각 실험시편들의 기본 dimension과 이를 통해 계산된 밀도값을 나타내며 표 2는 각 실험값 및 계산값을 비교하기 위해 properties data sheet^[5]를 인용하여 사용하였다.

3. 결과 및 고찰

그림 5, 8, 11, 14, 17은 각 시편의 주파수 응답함수(FRF)를 선형스케일에서 측정하여 그 결과를 도시한 것이다. 본그림에서 peak point는 각각의 시편의 1mode일때의 공진주파수를 의미하며 이 값으로 storage modulus를 계산하는 데 사용되어 진다. Carbon-epoxy(0°)와 Graphite-epoxy(0°) 시편인 경우 다른 시편의 공진주파수에 3~4배에 해당하는 공진주파수를 가짐을 알 수 있으며, 이는

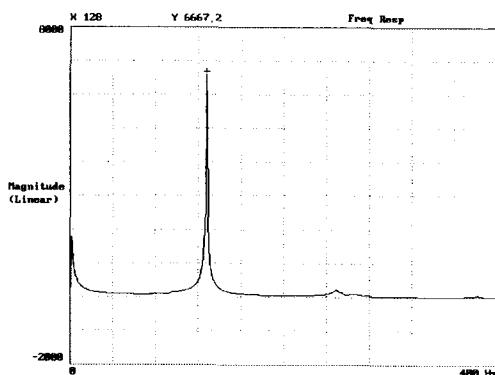


Fig. 5. Linear scale magnitude of Resonance Frequency for Aluminum

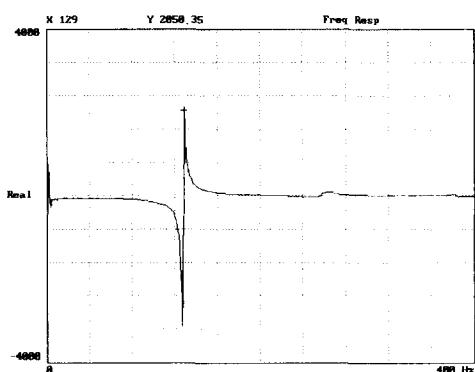


Fig. 6. The real component of the transfer function for Aluminum

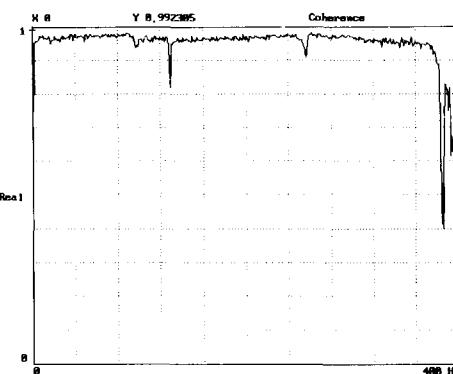


Fig. 7. The coherence function of the Aluminum

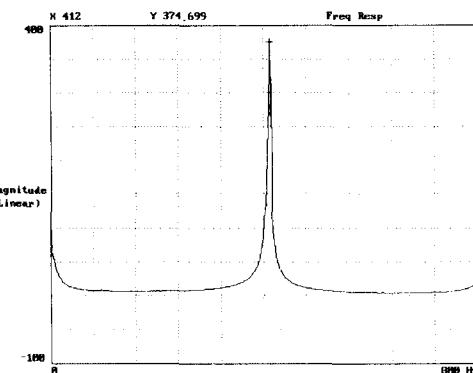


Fig. 8. Linear scale magnitude of Resonance Frequency for Carbon-epoxy(0°)

굽힘강도면에서 다른 시편에 비해 상당히 큰 강도를 가지고 있음을 예측할 수 있다. 또한 탄성물질인 aluminum 시편에 비해 점탄성 물질인 Carbon-epoxy, Graphite-epoxy 시편의 sharpness가 둔감한 것을 볼 수 있는데 이는 점탄성 물질이 탄성물질에 비해 감쇠가 큼을 알 수 있다. 본 그림의 peak point 크기의 0.707인 지점에 해당하는 주파수 지점을 찾아 bandwidth technique에 의해 각각의 시편의 감쇠계수를 구하는데 사용하였다. 그림에서 보는 바와 같이 peak point가 sharp하여 0.707 지점의 주파수를 잘 찾을 수 있으므로 FFT의 zoom 기능을 사용하여 그 값을 측정하였다. 각 시편의 공진주파수와 그에 따른 storage modulus, 감쇠계수를 계산하여 표 3에 나타내었다.

그림 7, 10, 13, 16, 19는 그림 5, 8, 11, 14, 17에 대한 coherence 함수를 보여주고 있다. 각각의 시편에 대하여 10회 평균에 대한 coherence는 전반적인 실험에 있어 그림과 같이 0.92~0.98까지 만족할 만한 결과를 얻을 수 있었으며 이는 곧 입력신호에 따른 출력신호가 어떠한 내, 외부적인 노이즈(noise) 없이 잘 반응하고 있음을 예측할 수 있으며 공진주파수 값의 신빙성을 나타내 준다.

그림 6, 9, 12, 15, 18은 각 시편에 대한 주파수 응답함수(FRF)의 실수부분을 도시한 것이다. 본 그림에 의해 감쇠 계수의 측정 (2)의 방법에 의해 감쇠계수를 계산할 수 있다. 그림에서 공진 이후의 주파수중 최고점에 달하는 곳의 주파수가 식(8)의 주파수 f_s 를 의미하며, 공진 이전의 주파수중 최저점에 달하는 곳의 주파수가 f_b 를 의미한다. 감쇠

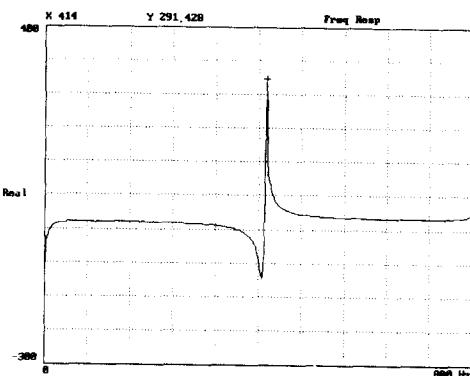


Fig. 9. The real component of the transfer function for Carbon-epoxy(0°)

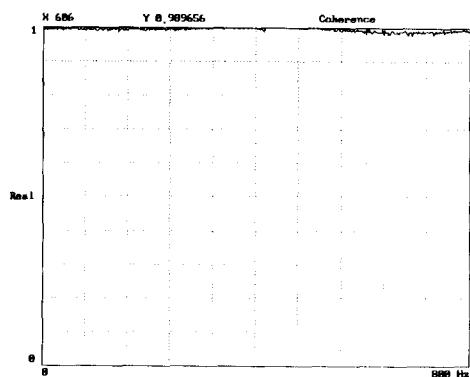


Fig. 10. The coherence function of the Carbon-epoxy (0°)

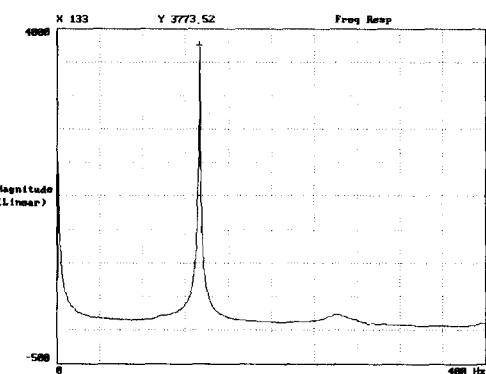


Fig. 11. Linear scale magnitude of Resonance Frequency for Carbon-epoxy(90°)

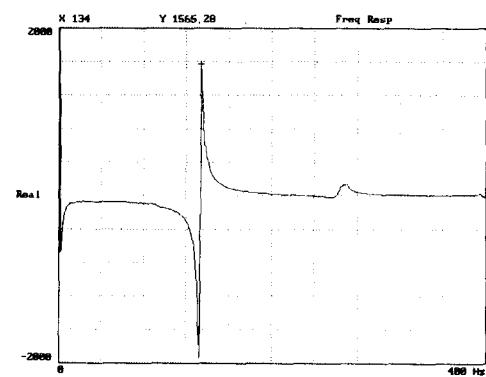


Fig. 12. The real component of the transfer function for Carbon-epoxy(90°)

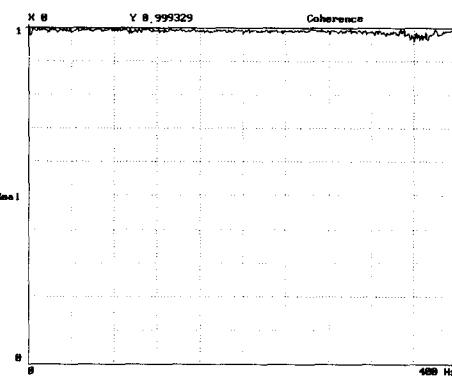


Fig. 13. The coherence function of the Carbon-epoxy (90°)

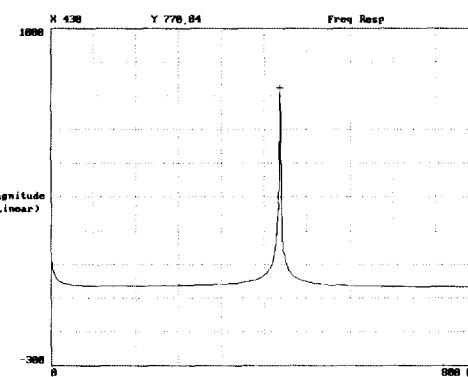


Fig. 14. Linear scale magnitude of Resonance Frequency for Graphite-epoxy(0°)

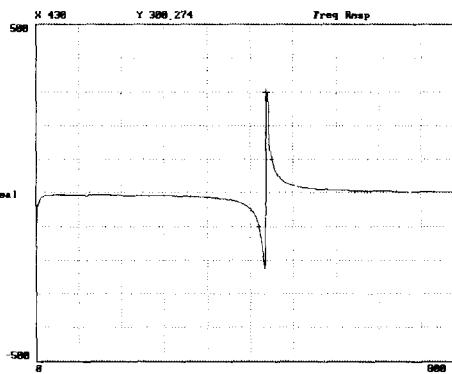


Fig. 15. The real component of the transfer function for Graphite-epoxy(0°)

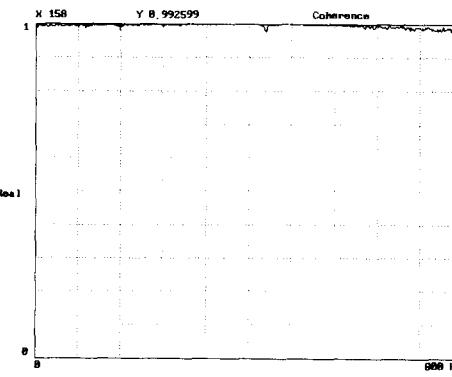


Fig. 16. The coherence function of the Graphite-epoxy (0°)

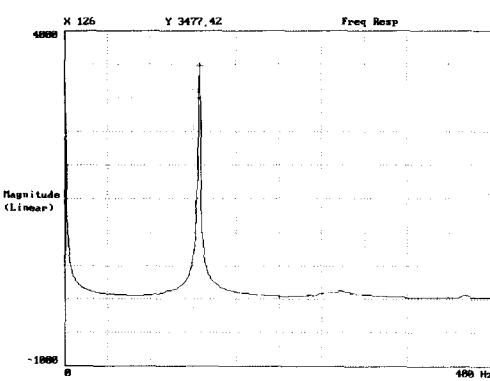


Fig. 17. Linear scale magnitude of Resonance Frequency for Graphite-epoxy(90°)

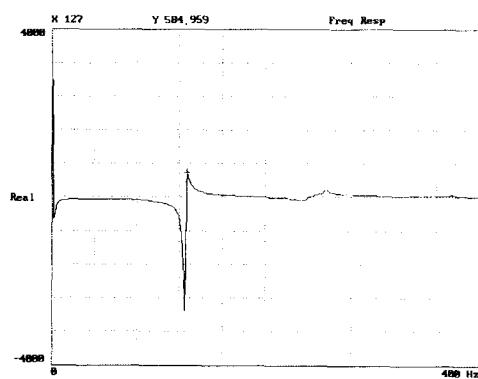


Fig. 18. The real component of the transfer function for Graphite-epoxy(90°)

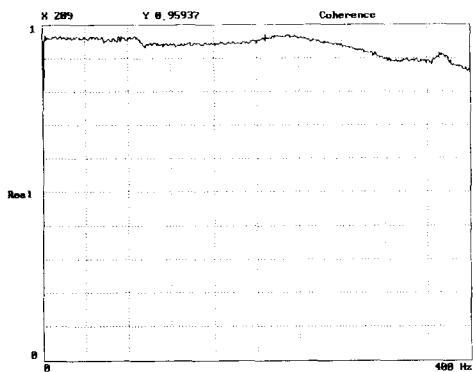


Fig. 19. The coherence function of the Graphite-epoxy (90°)

계수의 측정(2)의 방법으로 식(8)에 의해 계산된 각 시편의 감쇠계수는 표 4에 정리하였다.

표 3과 표 4에서 보는 바와 같이 각 사용시편의 storage modulus는 표 2의 properties data sheet와 거의 일치하는 값을 가지고 있음을 볼 수 있다. 이는 impulse technique에 의한 탄성계수 측정 방법이 신속하고 정확한 비파괴 물성 측정 방법임을 증명해 준다. 또한 bandwidth technique과 전달함수의 실수부분 이용 방법에 의한 감쇠계수의 측정은 다소 차이가 있으나 기준이 되는 자료가 없어 비교할 수는 없었다. 또한 탄성물질인 aluminum 시편과 점탄성 물질인 carbon-epoxy와 graphite-epoxy 시편이 감쇠계수를 같은 저주파수 대역에서 공진을 일으키는

Table 3. Experimental values of tests from Bandwidth technique

사용시편 /구분	공진 주파수 (1mode)	Storage Modulus (GPa)	Loss Modulus (GPa)	Loss Factor (η)
Aluminum (2024-T3)	128 Hz	74.3	1.06	0.0143
Carbon-epoxy (0°)	412 Hz	111.0	2.31	0.0208
Carbon-epoxy (90°)	133 Hz	9.5	0.15	0.0159
Graphite-epoxy (0°)	430 Hz	124.0	2.54	0.0205
Graphite-epoxy (90°)	126 Hz	8.9	0.14	0.0162

Table 4. Experimental values of tests from the real component of the transfer function

사용시편 /구분	공진 주파수 (1mode)	Storage Modulus (GPa)	Loss Modulus (GPa)	Loss Factor (η)
Aluminum (2024-T3)	128 Hz	74.3	0.99	0.0133
Carbon-epoxy (0°)	412 Hz	111.0	2.16	0.0195
Carbon-epoxy (90°)	133 Hz	9.5	0.15	0.0154
Graphite-epoxy (0°)	430 Hz	124.0	2.42	0.0195
Graphite-epoxy (90°)	126 Hz	8.9	0.14	0.0156

carbon-epoxy (90°) 와 graphite-epoxy (90°) 와 비교해볼 때 점탄성 물질이 조금 높게 나타났으나 크게 차이가 나지는 않았다. 감쇠계수가 섬유(fiber)의 방향과 종류에 관한 비교는 같은 매트릭스(matrix)를 가지고 있는 두 시편 carbon-epoxy (90°) 와 graphite-epoxy (90°), carbon-epoxy (0°) 와 graphite-epoxy (0°) 가 거의 비슷한 감쇠계수 값을 가지고 있는 것을 보아 물질의 감쇠계수는 섬유에 의한 감쇠는 무시할 수 있는 양이며 주로 매트릭스(matrix)에 의해 감쇠가 일어나고 있음을 보여주고 있다. 그리고 carbon-epoxy (90°) 와 carbon-epoxy (0°), graphite-epoxy (90°) 와 graphite-epoxy (0°) 를 비교해 볼 때 감쇠계수의 차가 비슷하고 그 공진주파수 폭도 거의 비슷한 차를 보이는 것으로 보아 감쇠계수는 일반적으로 주파수의 변화에 따라 변하는 함수라는 것을 보여주고 있다. 반면 탄성계수의 경우 같은 매트릭스라 하더라도 섬유의 방향과 종류에 따라 변화함을 볼 수 있다. 본 연구에서는 장치기와 시편의 제조에 있어 한계가 있어 1mode의 결과만을 볼 수 있었는데 감쇠계수의 보다 정확한 변화를 보기 위해 선 고차

모드에서 온도의 변화를 함께 고려한 연구를 해야 할 것으로 사료된다.

시편의 제작에 있어서도 작은 밀도의 변화와 시편 두께의 변화에 따라 큰 탄성계수의 차를 보이므로 정확한 시편의 제작과 더불어 정확한 두께와 밀도의 측정이 필요하다고 사료된다.

4. 결 론

적층복합재료에 impulse technique을 사용함으로써 복소 탄성계수와 재료의 내부감쇠치를 구할 수 있었다. 탄성계수는 섬유(fiber)의 방향에 따라 10~15배의 storage modulus의 차이를 보였으며 고차의 공진주파수를 가질수록 그에 따른 감쇠계수와 loss modulus가 함께 증가함을 볼 수 있었다. 또한, 본 실험에 사용된 각시편의 감쇠계수를 정량적으로 제시하였으며 이러한 감쇠는 주로 매트릭스(matrix)에서 일어나며 섬유(fiber)에 의한 감쇠는 무시할 수 있음을 알았다.

참 고 문 현

1. Edward Schreiber, Orson L. Anderson, and Naohiro Soga, *Elastic Constants and Their Measurement*, (McGraw-Hill, 1973)
2. J.S. Smith. and J.M. Pool, *J. Acoust. Soc*, Vol. **42**, No. 6, 1023 (1982)
3. M.E. Kerwin, *J. Acoust. Soc*, Vol. **31**, No. 7, 952 (1959)
4. E.E. Ungar, *J. Acoust. Soc*, Vol. **34**, No. 8, 1082 (1962)
5. R.A. Ditranto, *J. Appl. Mech*, Vol. **34**, No. 4, 881 (1965)
6. D.J. Mead and S. Markus, *J. sound and vib*, Vol. **10**, No. 2, 163 (1969)
7. A.S. Kobayashi, *Handbook on Experimental Mechanics*, SEM, (1993)
8. Singiresu S. Rao., *Mechanical Vibrations*, 3rd ed., Wesley (New-York, 1995), Chap. 8
9. Ronald F. Gibson, *Principles of Composite Material Mechanics*, McGraw-Hill, (New-York, 1994), Chap. 8
10. Wing-Chak Ng, *J. ANTEC*, 1208, (1996)
11. C.W. Bert, *J. sound and vib*, Vol. **9**, No. 3, 129, (1973)
12. S. Spinner., and W.E. Tefft, *Proceedings of ASTM*, **45**, 849, (1945)
13. Granick, N., and Stern, J.E. *NASA TN D-2893*, (1965)
14. W.G. Halvorsen and D.L. Brown, *J. sound and vibration*, Vol. **8**, No. 4, 11. (1977)
15. I.M. Daniel and O. Ishai, *Engineering Mechanics of Composite Materials*, Oxford Press, (New-York, 1994), Chap. 1