

동적이완법에 의한 막구조의 등장력곡면 형태해석에 관한 연구

A Study of Shape Finding of Equally Stressed Surface for Membrane Structures by Dynamic Relaxation Method

한 상 을*
Han, Sang-Eul

이 경 수**
Lee, Keyong-Su

요지

막구조의 초기형상을 결정하기 위하여 막요소의 기하학적 비선형을 고려한 평형방정식을 유도하고, 등장력곡면(equally stressed surface)을 결정하기 위한 알고리즘을 정식화한다. 막구조는 대변형에 의한 기하학적 비선형성을 포함하고, 막구조의 특성상 초기장력에 의한 초기변형을 고려해야 하므로, 본 논문에서는 막구조와 같은 인장구조물의 비선형 수치해석을 수행하기 위한 해석기법으로써, 동적이완법(Dynamic Relaxation Method)에 대한 해석알고리즘을 적용하고, 이 방법에 의해 수행한 해석결과를 검토함으로써 막구조 해석에 적용 가능한 수치해석기법을 제시하고, 수치해석에 대한 예를 통해 본 해석법의 타당성을 검증한다.

핵심용어 : 막구조, 형태해석, 동적이완법, 등장력 곡면

Abstract

The purpose of this study is to propose the method of determining the initial fabric surface of membrane structures by Dynamic Relaxation Method. To determine the initial surface of membrane structures with prestress, a nonlinear finite element method is applied to analyze equally stressed surface in a membrane structures. In this paper the tension structures such as fabric membrane structures and cable-net are stabilized by their initial prestress and boundary condition. The process to find initial structural overall shape of tension structures called shape finding or shape analysis of tension structures. One of the most important factor for design of membrane structure is to search initial smooth surface, because unlike steel or concrete building elements which resist loads in bending, all tension forces are carried through the surface by membrane stress or cable tension. The result shape of equally stressed surface with elastic modulus set to zero by Dynamic Relaxation Method is equal to that of newton raphson method and the shape finding process by Dynamic Relaxation Method is very simple because dynamic relaxation method need not calculate stiffness matrix and inverse of that, otherwise this method proceed vector calculation by central finite difference approximation algorithm.

Keywords : fabric membrane structures, shape finding, Dynamic Relaxation Method, equally stressed surface

* 정회원·인하대학교 건축공학과, 교수
** 학생회원·인하대학교 건축공학과, 석사과정

• 이 논문에 대한 토론을 1999년 3월 31일까지 본 학회에 보내주시면 1999년 6월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

1. 서 론

막구조(membrane structures)는 대변형에 의한 기하학적 비선형성을 나타내고 막표면에 의해 외부힘에 저항하는 형태저항형 구조시스템으로써, 3차원상의 곡면형상을 미리 결정해주어야 하는 인장구조이다. 인장구조인 막구조는 초기장력에 의해 안정화되는데, 초기장력에 의한 곡면형태를 결정하는 과정을 형상해석(shape analysis), 혹은 형상탐색(shape finding)이라 하며, 초기형상으로는 등장력곡면(equally stressed surface)이 많이 사용된다^{14), 16)}. 최소곡면(minimal surface)과 등장력곡면은 개념은 다르지만 그 유도방법 및 해석방법이 같기 때문에 동일한 곡면이라고 볼 수 있으며¹⁶⁾, 막표면에 균일한 응력이 작용하는 등장력곡면의 형상탐색기법으로 유한차분법¹²⁾ 및 유한요소해석법¹⁴⁾이 소개되었다.

Day¹¹⁾에 의해 제안된 동적이완법(Dynamic Relaxation Method)은 막구조물의 정적해석에 자주 사용되는 비선형 수치해석기법으로^{2)~6)}, 유한차분법과 유한요소법의 특성이 모두 고려된 수치해석기법이며 동적감쇠(kinetic damping)^{3)~5)}에 의해 정적평형상태를 찾아가는 수치적분법이다.

막구조와 같이 기하학적 비선형성이 강한 구조시스템에서는 하중증분형 뉴튼랩슨법은 형상해석과정 중 탄성계수를 zero로 주었을 때 수렴성에 문제가 되는 경우가 많은데, 이러한 문제를 동적이완법에서는 동적감쇠 및 중앙차분법(central finite difference approximation algorithm)¹⁸⁾을 이용해 해결하고 있다. 따라서, 본 논문에서는 막의 탄성계수가 zero인 상태에서 동적이완법에 의해 등장력곡면 형상해석을 수행하여, 그 결과를 뉴튼랩슨법에 의해 수행한 결과와 비교 검토함으로써, 동적이완법의 수치해석상의 특징 및 적용성을 검토하고자 한다.

2. 형상해석

2.1 막요소의 정식화

평형방정식에서 불평형력벡터 $\{R(\delta)\}$ 은 내력과 외부하중과의 차로 다음 식과 같다.

$$\{R(\delta)\} = \{W\} - [T]^T \int_v [B]^T \{\sigma\} dv \quad (1)$$

식(1)에서 $\{W\}$ 는 외부하중벡터, $[T]$ 는 좌표변환매트릭스, $[B]$ 는 변형도-변위관계 매트릭스, $\{\sigma\}$ 는 요소 응력벡터이다. 식(1)의 오른쪽 두번 째 항은 요소내력을 절점력으로 변환시켜 체적에 대해 적분한 값으로서 국부좌표계의 요소내력에 의한 절점력은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$F = \int_v [B]^T \{\sigma\} dv \quad (2)$$

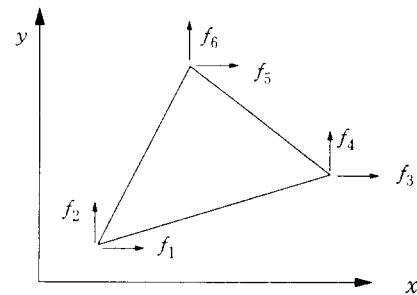


그림 1 국부좌표계의 요소응력과 절점력의 관계

가상일의 원리에 의해 내력과 외력이 평형을 이루므로, 위의 관계식을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\{W\} = [T]^T \int_v [B]^T \{\sigma\} dv \quad (3)$$

식(3)을 전체자유도에 대해 변분을 취하면 다음 식과 같으며,

$$\begin{aligned} \delta\{W\} &= [T]^T \int_v \delta[B]^T \{\sigma\} dv \\ &\quad + [T]^T \int_v \delta[B]^T \delta\{\sigma\} dv \end{aligned} \quad (4)$$

변형도-변위 관계식에서 변형도를 변위에 대해 변분시키면, 다음과 같이 나타낼 수 있고,

$$\delta\{\varepsilon\} = [B]\delta\{d\} \quad (5)$$

응력-변형도 관계식에서 응력을 변형도에 대해 변분하면, 결국 응력을 변위에 대한 식으로 나타낼 수 있다.

$$\delta\{\sigma\} = [E]\delta\{\varepsilon\} = [E][B]\delta\{d\} \quad (6)$$

식 (6)에서 매트릭스 $[B]$ 는 변형도-변위 관계를 나타내는 매트릭스인데, 매트릭스 $[B]$ 는 변위에 대해 선형부분과 비선형 부분으로 나누어 생각할 수 있다.

$$[B] = [B_0] + [B_N(d)] \quad (7)$$

매트릭스 $[B]$ 를 변위에 대해 변분하면, 선형부분은 없어지고, 비선형 부분만 다음식으로 표현된다.

$$\delta[B]^T = \delta[B_N]^T \quad (8)$$

식 (5)에서부터 식 (8)을 식 (4)에 대입하고, 식 (4)를 정리하면 아래 식과 같다.

$$\begin{aligned} \delta\{W\} &= [T]^T[k_G]\delta\{d\} \\ &+ [T]^T[k_C]\delta\{d\} \end{aligned} \quad (9)$$

$$[k_E] = [k_0] + [k_N] \quad (10)$$

$$[k_0]\delta\{d\} = \int [B_0]^T[E][B_0]dv \quad (11)$$

$$\begin{aligned} [k_N]\delta\{d\} &= \int ([B_N]^T[E][B_N] + [B_N]^T[E][B_0] \\ &+ [B_N]^T[E][B_0])dv \end{aligned} \quad (12)$$

$$[k_G]\delta\{d\} = \int_v \delta[B]^T\{\sigma\}dv \quad (13)$$

위 식에서 변위 $\{d\}$ 는 국부좌표계의 변위이므로, 전체좌표계의 변위 $\{u\}$ 로 변환하면, 위 식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \delta\{W\} &= [T]^T[k_G][T]\delta\{u\} \\ &+ [T]^T[k_E][T]\delta\{u\} \end{aligned} \quad (14)$$

위 식 (14)를 정리하면 다음 식과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \delta\{W\} &= ([K_0] + [K_N] + [K_G])\delta\{u\} \\ &= [K_T]\delta\{u\} \end{aligned} \quad (15)$$

식 (15)에서 $[K_T]$ 는 접선 접성매트릭스(tangential stiffness matrix)이며, 계산의 정도를 고려하여 고차항인 $[K_N]$ 을 생략하는 경우가 많다.

막구조의 형상해석은 위 식 (15)에서 외부하중 벡터 $\delta\{W\} = \{0\}$ 일 때의 평형조건을 만족하는 문제에 속한다. 이때 강성매트릭스 $[K_T]$ 는 탄성강성 매트릭스(elastic stiffness matrix)와 기하강성매트릭스(geometric stiffness matrix)가 모두 고려된 접선강성매트릭스이다.

2.2 형상해석기법

2.2.1 뉴튼-랩슨법의 정식화

평형방정식에서 불평형력벡터 $\{R\}$ 을 계산하면 다음 식과 같다.

$$\{R\} = \{W\} - [T]^T \int_v [B]^T\{\sigma\}dv \quad (16)$$

$\{R\} \neq 0$ 이면, 불평형력에 의한 $i+1$ 스텝의 구조물의 변위 $\Delta\{u\}_{i+1}$ 에 관한 식은 다음과 같다.

$$[K_T]\Delta\{u\}_{i+1} = \{R\}_i \quad (17)$$

$$\Delta\{u\}_{i+1} = [K_T]^{-1}\{R\}_i \quad (18)$$

식 (18)에서 $[K_T]$ 와 $\{R\}_i$ 는 각각 i 스텝에서의 접선강성매트릭스와 불평형력벡터이다. $i+1$ 구조물의 좌표계 D_{i+1} 은 다음 식에 의해 계산된다.

$$D_{t+1} = D_t + \Delta\{u\}_{t+1} \quad (19)$$

위의 과정을 통한 반복계산에 의해 $\{R\} \simeq \{0\}$ 이 되는 구조물 좌표계를 찾는다.

막구조에서 형상해석 혹은 형상탐색의 단계에서는 외부하중벡터 $\{W\}$ 가 zero인 상태에서, 식(16)의 불평형력벡터, $\{R\}$ 를 다음식과 같이 계산한다.

$$\{R\} = -[T]^T \int_v [B]^T \{\sigma\} dv \quad (20)$$

$\{R\} \simeq \{0\}$ 일때의 구조물 좌표계를 초기응력에 의한 초기형상으로 결정한다.

2. 2. 2 동적이완법의 정식화

Day¹⁾에 의해 제안된 동적이완법은 시간증분단계 Δt 마다 구조물의 운동상태를 추적해 나가면서 구조물의 감쇠작용에 의해, 구조물이 정적평형상태에 도달한다는 원리에서 출발한다.

동적이완법에 의한 형상탐색은 임의의 초기구조물상태와 초기응력에 의해 발생된 구조물의 운동에 대한 정적 평형상태를 찾는 것이고, 응력-변형해석은 형상해석을 통해 얻은 평형상태에, 임의의 외부하중을 작용시켜 발생한 운동상태를 동적이완법의 수치해석과정을 수행하여 정적 평형상태를 찾는 것이다.

정적 평형상태를 찾는 과정은 동적감쇠(kinetic damping)^{4), 5)}에 의해 자동적으로 조절되는데, 무감쇠상태에서 구조물의 거동을 추적하면서 각 시간증분마다 구조물의 총 운동에너지지를 계산하고, 최대 운동에너지일 때의 시간증분단계를 새로운 기준상태로 설정하여 반복계산을 수행하는 것이다.

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = \{W\} \quad (21)$$

구조물의 운동방정식은 위 식과 같이 나타내며, 동적감쇠에 의해 감쇠매트릭스를 고려하지 않으므로, 감쇠매트릭스 $[C] = \{0\}$ 가 되어 식(21)은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$[M]\{\ddot{u}\} = [W] - [K]\{u\} \quad (22)$$

식(22)의 오른쪽 항을 불평형력벡터 $\{R\}$ 로 보면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$[M]\{\ddot{u}\} = \{R\} \quad (23)$$

$$\{R\} = \{W\} - [K]\{u\} \quad (24)$$

식(24)의 불평형력을 식(1)과 같은 식이 되므로, 동적이완법에서는 강성매트릭스를 만들지 않아도 되며, 강성매트릭스의 역행렬 계산이 필요한 뉴튼랩슨법과 달리, 식(23)의 중앙차분법(central finite difference approximation algorithm)^{1, 8)}에 의한 벡터연산으로 변위를 구하게 된다.

중앙차분법에 의해 가속도벡터를 속도벡터에 대해 표현하면 다음 식과 같다.

$$\{\ddot{u}\} = (\{\dot{u}\}^{t+\Delta t/2} - \{\dot{u}\}^{t-\Delta t/2}) / \frac{\Delta t}{2} \quad (25)$$

식(25)을 식(23)에 대입하고, 속도벡터에 대해 정리하면 다음 식과 같다.

$$\{\ddot{u}\}^{t+\Delta t/2} = \{\dot{u}\}^{t-\Delta t/2} + \{R\}^t \frac{\Delta t}{[M]} \quad (26)$$

식(25), (26)에 의해 가속도와 속도벡터를 구할 수 있고, 변위벡터는 속도벡터를 선형보간하여 구한다.

$$\{d\}^{t+\Delta t/2} = \{d\}^{t-\Delta t/2} + \Delta t \quad (27)$$

수치해석상의 안정성을 위해, Barnes¹⁰⁾는 시간증분 Δt 를 다음과 같이 제안하였다.

$$\Delta t \leq \sqrt{2 \frac{[M]}{[K]}} \quad (28)$$

따라서, 식(28)에 의해 식(26)은 다음 식과 같이 표현된다.

$$\dot{\{u\}}^{t+\Delta t/2} = \dot{\{u\}}^{t-\Delta t/2} + \{R\}^t \cdot \left(\frac{2}{\Delta t[K]} \right) \quad (29)$$

식(29)에서 알 수 있듯이 속도벡터는 질량매트릭스에 독립된 관계식을 갖게되고, 결국 구조물의 거동(변위) 또한 질량매트릭스에 독립되며, 질량매트릭스는 수렴성에만 관여하게된다.

동적이완법에 의한 형상해석의 단계에서도 뉴튼랩슨법에서와 같이, 외부하중벡터 $\{W\}$ 를 zero로 하여 위의 식들을 계산하며, 불평형력 $\{R\} \approx \{0\}$ 일 때의 구조물 좌표계를 초기평형상태로 결정한다. 위 수식에서 알 수 있듯이, 동적이완법은 강성매트릭스의 역행렬을 계산하는 과정이 필요 없으며, 동적감쇠에 의해 수치해석과정을 제어할 수 있다. 따라서, 탄성계수를 zero로 하여 형상해석을 수행할 때 많은 반복계산이 요구되는 막구조 해석에서 매 단계마다 강성매트릭스의 역행렬계산을 수반하는 뉴튼랩슨법에 비해 수치해석시간을 줄일 수 있다.

3. 막구조의 형상해석과 등장력곡면

막구조는 스포츠용 경기장, 대규모 집회시설, 문화시설 등 대공간 지붕구조로 적당한 구조시스템으로, 막구조를 설계하기 위해서는 초기평형상태를 결정하는 과정이 필수적이다. 막구조의 초기평형상태를 결정하는 방법으로 등장력곡면이 사용되며, 등장력곡면과 최소곡면은 같은 방법에 의해 유도된다^{[14], [16]}. 등장력곡면은 막표면 전체에 일정한 막응력이 작용하는 상태의 곡면을 말하며, 막의 형상해석은 등장력곡면을 찾는 과정이라고 볼 수 있다. 등장력곡면은 막요소에 등장력이 작용하는 상태이므로 전단력은 발생하지 않으며, 따라서 τ_{xy} 가 zero인 상태에서, σ_x , σ_y 에 동일한 크기의 인장력 N_0 를 부여하고, 초기 막응력에 의한 기하강성매트릭스를 만들게 된다.

초기형상탐색 단계는 기하강성매트릭스만을 고려한 해석의 단계이며 초기 등장력 N_0 에 의해 막형상이 평형상태가 될 때까지 반복계산을 수행한다. 탄성강성매트릭스를 고려하지 않는다는 의미는 재료상수 E , ν 와 독립된 수치해석을 의미하며, 따라서 반복수치해석의 단계에서 수행하는 내부응력의 수정과정이 없게 되어 초기장력 N_0 를 일정하게 유지하게 된다.

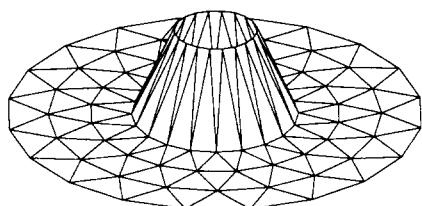
4. 수치해석

탄성계수를 zero로 하였을 때 동적이완법과 뉴튼랩슨법에 의한 등장력곡면 형상결정과정을 통해, 동적이완법의 수치해석상의 특징 및 등장력곡면의 형태적 특성을 검토한다. n-자유도를 갖는 불평형력벡터의 Euclidean norm 값은 다음과 같이 계산하였으며, $\|e\| = [\sum_{i=1}^n R_i^2]^{\frac{1}{2}}$, 해석모델 1, 2, 3, 4에 대하여 norm 값이 0.001 이하가 될 때까지 반복 계산하였고, 각 해석모델은 3각형 평면응력(plane stress) 막요소를 사용하였으며, 각 해석모델에 임의의 초기장력 10N을 가하였다. 사용 컴퓨터 기종은 Pentium-pro, 120Mb 기억용량의 PC를 사용하였다.

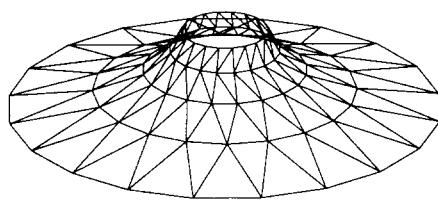
4. 1 해석모델 1의 수치해석결과

아래 그림 2(a)는 해석모델 1의 형상해석 전의 초기형상이다. 그림에서와 같이 평면상의 절점에 대해 강제변위(forced displacement)를 가지고, 이때의 등장력곡면 형상을 찾는다. 해석모델 1과 해석모델 2의 절점 수와 전체자유도수는 각각 100, 180이며, 160개의 요소로 이루어져있다.

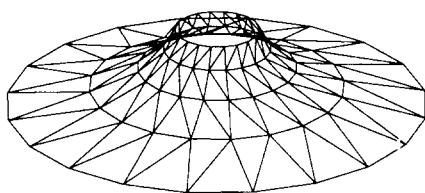
탄성계수 값을 zero로 하여 해석을 수행한 위의 과정과 달리 아래 그림 4는 임의의 작은 탄성계수에 따른 형상해석결과이다. 표 1은 탄성계수 값이 각각 0, 0.01, 0.1로 한 case-1, 2, 3의 3가지 경우에 대한 불평형력벡터 norm값의 한계를 0.01로 하였을 때, 총 계산시간 및 반복횟수를 동적이완법과 뉴튼랩슨법에 대하여 각각 수행한 결과를 비교하였다. 표 1에서 알 수 있듯이 매트릭스연산이 필요 없는 동적이완법의 수치해석시간이 반복계산횟수에 비해 대단히 빠름을 알 수 있으며, 탄성계수 값이 커짐에 따라 동적이완법과 뉴튼랩슨법의 수치해석시간의 차가 좁혀짐을 알 수 있다.



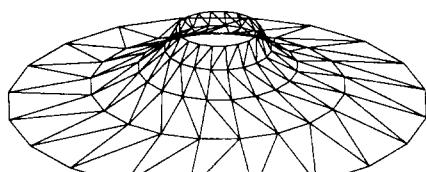
(a) 해석모델 1



(b) 반복계산과정 (600step)



(c) 반복계산과정 (1000step)



(d) 최종 해석결과

그림 2 해석모델 1의 등장력곡면 결정과정

4. 2 해석모델 2의 수치해석결과

해석모델 2는 해석모델 1과 다른 mesh 분할 형상을 만들고, 해석모델 1보다 더 높은 강체변위를 주었을 때의 등장력곡면 형상해석을 수행하였다.

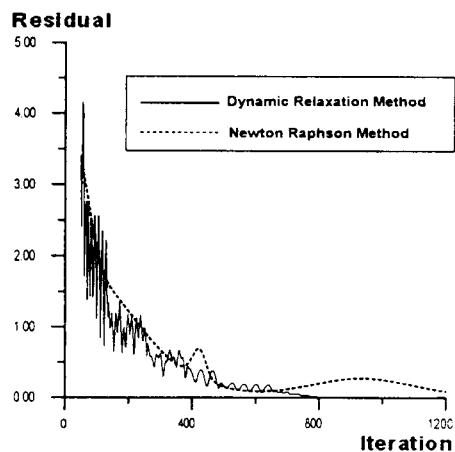


그림 3 해석모델 1의 수렴과정

(a) $E = 0.01$ (b) $E = 0.1$

E : 탄성계수

그림 4 탄성계수에 따른 해석모델 1의 형상해석결과

표 1 동적이완법과 뉴튼랩슨법에 의한 해석모델 1의 해석결과 비교

(dof : 180)

	동적이완법			뉴튼랩슨법		
	case 1	case 2	case 3	case 1	case 2	case 3
E	0.	0.01	0.1	0.	0.01	0.1
iter.	500	270	136	976	251	36
t	6.71	3.30	1.86	186.96	48.17	6.92

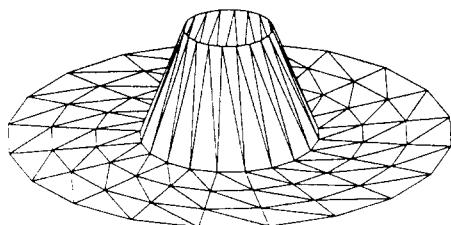
E : 탄성계수

iter : 총 반복횟수

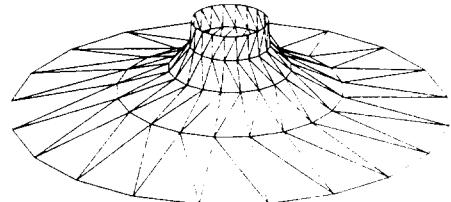
t : 총 계산시간(초)

4. 3 해석모델 3의 수치해석결과

해석모델 3과 해석모델 4는 상부와 하부절점이 고정인 원통형상으로, 절점 수와 전체자유도수는 각각 200, 480이며, 360개의 요소로 이루어져있다.

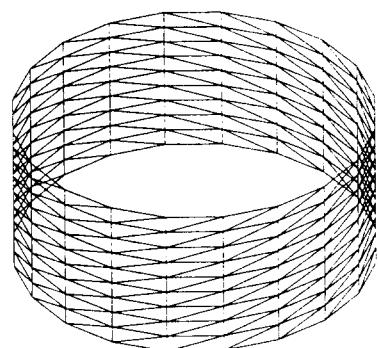


(a) 해석모델 2

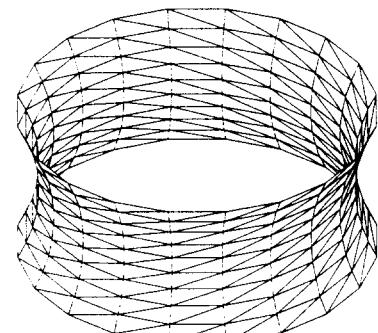


(b) 최종 해석결과

그림 5 해석모델 2의 등장력곡면 결정과정



(a) 해석모델 3



(b) 최종 해석결과

그림 6 해석모델 3의 등장력곡면 결정과정

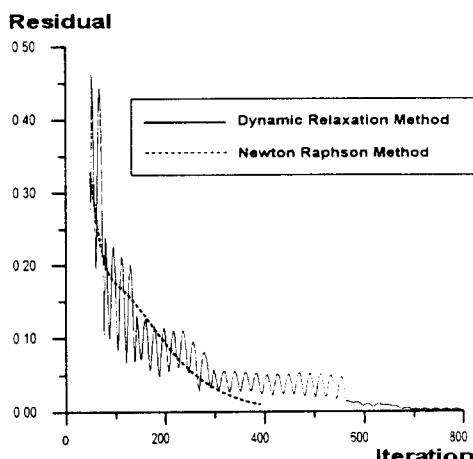


그림 6 해석모델 2의 수렴과정

4. 4 해석모델 4의 수치해석결과

해석모델 4는 해석모델 3보다 높이만 2배 높게 하여 형상해석을 수행하였다.

4. 5 해석결과의 고찰

해석모델 1은 그림 2(a)와 같은 초기해석형상을 만들고 이 형상을 동적이완법 및 뉴튼랩슨법

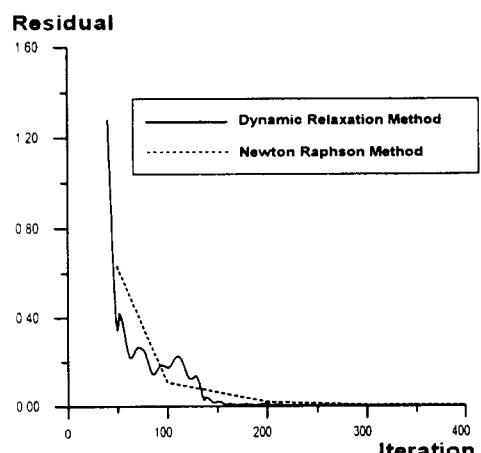
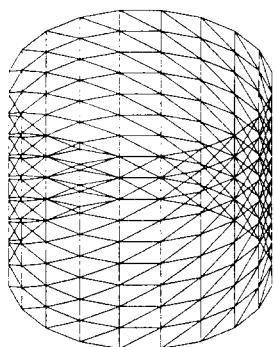
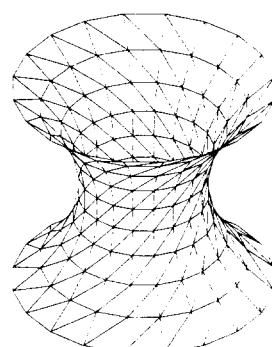


그림 7 해석모델 3의 수렴과정



(a) 해석모델 4



(a) A점의 형상

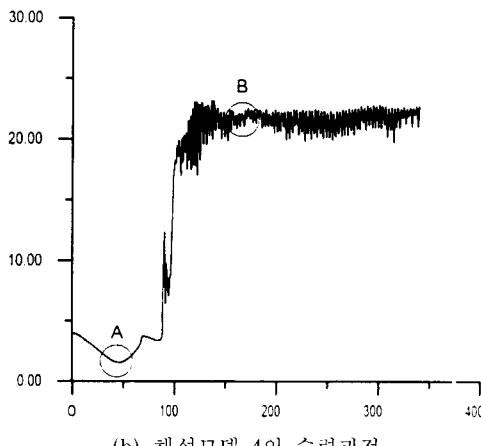
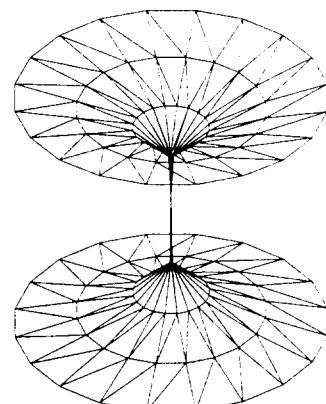


그림 9 해석모델 4와 수렴과정



(b) B점의 형상

그림 10 불안정형상해석

에 의해 등장력곡면 해석을 수행하였다. 그 결과 그림 2(d)와 같은 해석결과를 얻었다. 그림 2 (b), (c)는 해석모델 1의 형상해석과정을 도시한 것으로, 각각 600번째와 1000번째 반복계산과정의 형상이다. 그림 3은 그림 2의 해석모델 1에 대한 반복횟수에 따른 불평형력을 나타낸 것으로 계산과정 중 발생하는 국부적 최고점을 지나면, 빠르게 수렴하는 과정을 반복하게 된다. 국부적 최고점은 운동에너지가 최대인 점으로 수렴방향과 반대방향으로 진행하는 발산의 방향이며, 동적감쇠에 의해 발산이 제어되어 자동적으로 수렴 방향을 찾게 되는데, 이러한 수치해석과정은 다음

과 같은 과정에 의해 수행된다. 운동에너지는 전체 자유도에 대해 $\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (m_i v_i^2)$ 이고, 최대운동에너지를 나타내는 시간스텝에서 속도벡터를 zero로 하여 구조물의 운동상태를 초기화시키고, 반복계산을 진행해 나간다.

그림 5(b)와 그림 6은 각각 해석모델 2(그림 5 (a))의 형상해석결과를 나타낸 것으로 해석모델 2는 해석모델 1보다 더 빠른 수렴성을 나타내고 있는 것을 알 수 있다. 그 이유는 해석모델 2의 초기형상이 해석모델 1보다 해석결과형상과 더 가까운 형상을 하고 있기 때문인 것으로 사료된다.

그림 7과 그림 8은 원통형 형상^[16]에 대해 등장

력곡면 해석을 수행한 결과이다. 해석모델 3은 해석모델 1, 2보다 훨씬 뛰어난 수렴과정을 통해 등장력곡면 형상결정과정을 수행하는데, 그 이유는 형상적으로 해석모델 1, 2보다 더 안정적이기 때문이다.

그림 9(a)의 해석모델 4는 해석모델 3을 높이 만 2배 크게 한 것이고, 동적이완법으로 해석한 결과 반복횟수에 따른 불평형력은 그림 9(b)와 같다. 그림 9(b)와 같이 해석모델 4는 불평형력이 zero가 되지 않고, 불안정한 반복계산을 계속 하였다. 그 이유는 이 해석모델 4는 형상적으로 등장력곡면을 만들 수 없기 때문인 것으로 사료된다. 그림 9(b)에서 불평형력이 최소가 되는 A점과 불평형력이 최대가 되는 B점을 각각 그림 10(a), (b)에 도시하였다.

4. 6 형상해석 예

아래 그림 11은 인천문학경기장의 막구조에 의한 지붕구조물 형상해석 예를 보여주고 있다. 그림 11의 막구조물 형상은 막요소 만으로 등장력곡면을 만들 수 없기 때문에 케이블 보강에 의

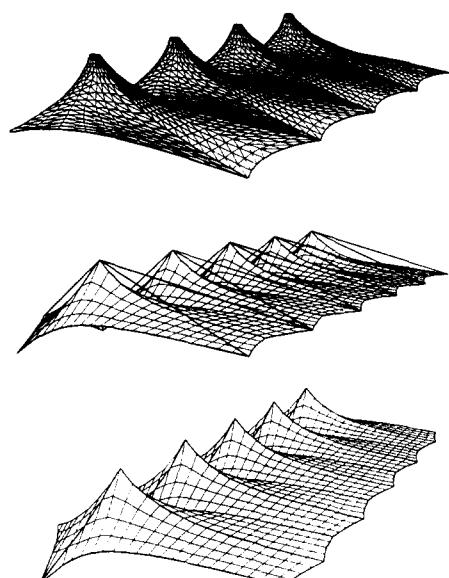


그림 11 인천 문학경기장의 지붕구조 형상해석 예

해 등장력곡면 형상해석을 수행하였다. 형상해석은 막구조의 초기형태를 결정하기 위한 과정이므로, 막과 케이블의 초기장력은 임의의 작은 수치를 사용하였으며, 막의 탄성계수는 zero로 하고, 케이블의 탄성계수는 임의의 작은 탄성계수 값을 사용하였다.

5. 결 론

본 논문에서는 초기장력에 의한 막의 초기형상을 결정하는 해석기법을 제시하였다. 초기형상을 결정하는 수치해석기법으로 비선형 수치해석기법인 동적이완법을 사용하였고, 초기형상으로 막 전체에 균일한 초기장력이 작용하는 등장력곡면을 사용하였다. 초기장력이 작용하는 막은 초기장력에 의해 매우 민감한 구조물로써 기하학적 비선형성을 나타낸다. 이러한 막의 비선형성을 동적이완법을 사용하여 안정적으로 제어하였다.

잘 알려져 있는 바와 같이 뉴튼랩슨법은 강성 매트릭스의 역행렬을 계산하여 변위를 구하게 된다. 따라서, 구조물의 자유도가 커질 경우 계산이 복잡해지고, 그 만큼 수렴을 위한 수치해석 시간이 길어져 비효율적인 수치해석법이다. 따라서, 많은 반복계산이 요구되는 막구조의 형상해석에서는 이러한 문제가 더욱 심각해진다.

본 논문의 수치해석 예에서 알 수 있듯이, 막구조의 등장력곡면을 찾는 과정 중 초기 해석모델의 mesh 분할상태에 따라 수렴성의 차이를 보였고, 등장력곡면을 찾을 수 있는 형상과 찾을 수 없는 형상이 있음을 알 수 있었다. 동적이완법을 통해 막구조의 수치해석시 뉴튼랩슨법보다 빠른 수렴성을 보였고, 강성매트릭스의 역행렬을 구하지 않아도 되는 동적이완법의 특성상, 수치해석에 소요되는 시간도 줄일 수 있었다.

감사의 글

본 연구를 수행하는데 지원을 아끼지 않은 초대형 구조시스템 연구센타(STRESS)에 감사를 표합니다.

참 고 문 헌

1. Day, A. S., "An Introduction to Dynamic Relaxation", *The Engineer*, London, 1965, Vol. 219, pp.18~221.
2. Papadrakakis, M. "A method for automatic evaluation of the dynamic relaxation parameters", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 25, 1981, pp.35~48.
3. Underwood, P. Dynamic Relaxation, in "Computational Methods for Transient Analysis", Belytschko, T., Hughes, T.J.R. editors, Elsevier Science Publishers, 1983, pp.245~265.
4. Wakefield D. "Membrane engineering-principles and applications", Proc. Asia-pacific conf. on Shell and Spatial Structures. 1996, pp.407~418.
5. Gosling P. D., Riches C. G. "Some results on the numerical representation of the load-deflection characteristic of pneumatic beams", IASS International Symposium 97, Singapore, pp.297~306.
6. Atai A. A., "Numerical analysis of membrane structures", IASS International Symposium 97, Singapore, pp.163~172.
7. Kneen P. "Form generation and patterning procedures for tensioned membrane structures", SPACE STRUCTURES 4, edited by G. A. Parke and C. M. Howard, 1994, pp. 1185~1193.
8. Spiller, W. R., Schlogel, Mark, and Pilla, Dominick, "A Simple Membrane Finite Element", *Computers and Structures*, 45, 1, 181~183, 1993.
9. Stubbs, N., and Fluss, H. "Modeling Fabric Reinforced Composites", Proc. 7th Canadian Cong. Appl. Mech., Sherbrooke, Que-
- bec, pp.113~114, 1979.
10. Barnes, M. R., "Form-finding and Analysis of Prestressed Nets and Membranes", *Computers and Structures*, Vol. 30, 1988, pp.685 ~695.
11. Ishii K. "Membrane structure analysis in consideration of the weight of membrane and cables", Space Structures for Sports Buildings, Proc. of the int. colloquium on space structures for sports buildings, 1987, pp.574~581.
12. Ishii K., Suzuki T. "Shape of membrane structures", Proc. IASS Pacific Symposium on Tension Structures and Space Frame, Tokyo 10, 1971.
13. Ishii K. "Analytical shape determination for membrane structure", Proc. of IASS Congress on Space Enclosures, Montreal, Canada, 1976.
14. 石井一夫, "State-of-the-art report 膜構造の形狀解析(形狀決定の問題)概說", 日本膜構造協會, 1989, pp.83~108.
15. 石井一夫, "State-of-the-art report 膜構造の應力-變形解析概說", 日本膜構造協會, 1990, pp.69~105.
16. Suzuki T., Hangai Y. "An analytical method of minimal surfaces based on the finite element method", Proc. of the Third Summer Colloquium on Shell and Spatial Structures, 1990. pp.343~356.
17. Barnes M. "Non-linear numerical solution methods for static and dynamic relaxation", IL Publication number 15, 1982, pp.150 ~166.
18. Bathe K. J., Finite Element Procedures, Prentice-Hall, 1996.

(접수일자 : 1998. 10. 12)