

입자보강 복합재료의 등가 재료상수 예측기법을 이용한 위상 최적설계

Topology Optimization Using Equivalent Material Properties Prediction Techniques of Particulate-Reinforced Composites

임 오 강*
Lim, O-Kaung

이 진 식**
Lee, Jin-Sik

요 지

본 연구에서는 기지재와 미시구멍으로 구성된 복합재료에 입자보강 복합재료의 등가 재료상수 예측기법인 평균장 근사이론과 등가원리를 적용하여 위상 최적화에 필요한 등가 재료상수와 설계변수와와의 상관관계식을 유도하였다. 또한, 유도된 관계식에 중간값을 갖는 설계변수의 수를 줄이기 위하여 벌칙인자를 도입하였다. 그리고 본 연구의 타당성을 검증하기 위하여 벌칙인자가 도입된 위상 최적화문제를 순차이차계획법인 PLBA 알고리즘을 이용하여 해석하였다.

핵심용어 : 위상 최적화, 평균장 근사이론, 등가원리, 등가 재료상수, 벌칙인자

Abstract

In order to analyze topology optimization problems, simple closed-form expressions for effective material properties in terms of design variables are proposed using mean field approximation theory and equivalence principle. This study makes use of penalty factor in order that regions with intermediate values can be penalized. Computational results of some topology optimization examples obtained from the mathematical relation are presented.

Keywords : topology optimization, mean field approximation theory, equivalence principle, effective material properties, penalty factor

1. 서 론

설계변수의 형태에 따라 최적설계는 치수, 형상 및 위상 최적설계 (topology optimization)로 구분지을 수 있다. 치수 최적화와 형상 최적화는 초기위상이 결정되고난 후 최적화가 가능하며, 최

적화동안에 위상은 고정된 것으로 가정한다. 따라서, 최적화로 구한 치수 및 형상은 설계자의 경험으로 결정한 초기위상에 많은 제한을 받게된다. 최근 이러한 문제를 해결하기 위하여 위상 최적화 연구가 폭넓게 진행되고 있다.

위상 최적화기법들은 대부분이 균질화법¹⁾ (ho-

* 정회원·부산대학교 기계공학부, 기계기술연구소, 교수
** 부산대학교 기계공학과, 박사과정

• 이 논문에 대한 토론회를 1999년 3월 31일까지 본 학회에 보내주시면 1999년 6월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

mogenization method)과 밀도함수법²⁾(density function method)을 이용한 방법들이다. 주기적 미시구조(periodic microstructure)를 갖는 복합재료의 등가 재료상수를 예측하는 균질화법을 이용한 위상 최적화 기법은 이론적 근거가 확실하다. 그러나, 유한요소해석으로 얻어지는 설계대상 요소의 변위를 등가 재료상수계산에 이용하는 특성 때문에 알고리즘이 복잡하고 연산속도가 많이 소비된다. 밀도함수법을 이용한 위상 최적화 기법은 구조물의 미시구조를 고려하지 않은 가상재료를 사용하기 때문에 등가 재료상수와 설계변수인 밀도와의 상관 관계식이 간단하지만 이를 뒷받침할 수 있는 이론적 근거는 불명확하다.

본 연구에서는 기지재와 미시구멍으로 구성된 미시구조에 입자보강 복합재료의 등가 재료상수 예측기법 중에서 평균장 근사(mean field approximation)이론³⁾을 도입하여 등가 재료상수와 설계변수인 기지재의 부피분율과의 관계식을 유도하였다. 입자보강 복합재료의 등가 재료상수 예측기법을 이용한 연구로는 1997년 Youn과 Park⁴⁾이 Hashin-Shtrikman기법을 적용하여 균질화 시킨 재료와 최적화 알고리즘으로는 최적조건법을 이용한 위상 최적화 연구가 있다. 그리고, 본 연구에서는 유도된 등가 재료상수와 부피분율과의 관계식에 미시구멍의 특성을 적용시켜 위상 최적화의 수학적 모델링에 필요한 관계식을 개발하였다. 또한, 중간값을 갖는 설계변수의 수를 줄이기 위하여 벌칙인자(penalty factor)를 관계식에 도입하고, 정식화된 위상 최적화 문제를 순차이차계획법인 PLBA (Pshenichny-Lim-Belegundu-Arora) 알고리즘⁵⁾을 이용하여 해석하였다.

2. 기본 정식화 및 등가 재료상수 유도

2.1 위상 최적화문제의 정식화

경계이동법(boundary movement method)으로 최적의 형상을 찾아가는 형상 최적화와는 다르게, 위상 최적화는 구조물 내부에 구멍(cavities)의 도입을 허용함으로써, 최대 강성을 갖는 위상을 찾아가갈 때, 구조물에 사용되는 재료를 감소시킬 수

있다. 또한, 위상 최적화문제의 정식화는 구조물의 치수 최적화문제의 정식화와 매우 유사하다⁶⁾. 그렇지만, 본 연구의 위상 최적화문제는 각 요소의 부피분율을 설계변수로 선택하고, 목적함수를 계산하기 위하여 각 절점의 변위를 해석해야 함으로 상태변수와 설계변수의 수가 치수 최적화문제보다 상당히 많다.

구조물 강성의 최대화는 평형상태에서의 구조물 변형률에너지의 최소화와 동일하다⁷⁾. 따라서, 본 연구에서는 구조물 평균균성(mean compliance)의 최소화를 목적함수로 선정하고, 구조물에 이용 가능한 최대 재료의 양을 제약함수로 선정한다. 이와 같은 경우, 일반적으로 목적함수는 설계변수의 비선형함수가 되고, 제약함수는 선형함수가 된다.

본 연구에서는 그림 1에서와 같이 체적력 p 와 경계에서의 하중 t 및 경계조건이 존재하는 설계영역이 Ω 인 평면 구조물을 가정한다. 그리고, 재료가 분포되는 영역을 Ω_m 이라고 하면, 주어진 질량 제약조건 및 유용설계영역하에서 최대 강성을 제공하는 위상 즉, 평균균성의 최소화를 만족하는 위상을 찾는 문제의 정식화는 다음과 같다.

$$\text{Find : } c \tag{1a}$$

$$\text{Minimize : } I(u) = \int_{\Omega} p \cdot u \, d\Omega + \int_{\Gamma_T} t \cdot u \, d\Gamma_T \tag{1b}$$

$$\text{Subject to : } \int_{\Omega} L_{ijkl}(c) \varepsilon_{ij}(u) \varepsilon_{kl}(v) \, d\Omega = I(v) \tag{1c}$$

$$\Omega_m - \Omega_s \leq 0 \tag{1d}$$

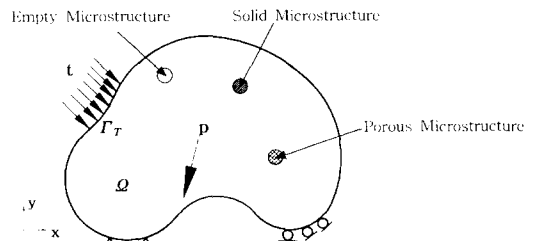


그림 1 위상 최적화를 위한 구조물

여기서, Ω_r 는 허용 가능한 재료의 최대량을 표시하며, Γ_r 는 외력이 작용하는 구조물의 경계를 표시하며, v 는 가상변위를 나타내고, $L_{r,kl}$ 은 등가 재료상수를 표시한다.

$$\text{또한, } \epsilon_{ij}(u) = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (1e)$$

를 나타낸다.

그리고, 식(1c)의 해석결과인 u 는 평형상태인 구조물의 전체 포텐셜에너지를 최소화하는 변위장이 되며, 식(1b)의 평균굴절률 $l(u)$ 는 전체 포텐셜 에너지의 두배와 동일한 크기를 가지게 된다.

2.2 등가 재료상수 유도

본 연구에서는 그림 2에서와 같이 N개의 임의 형상 미시개재물(microinclusions)이 포함된 등방성 기지재를 등가 재료상수 유도모델로 선정하고, 복합재료의 경계에 $\bar{\sigma}$ 를 생성하는 표면력이 작용한다고 가정한다.

먼저, 경계면에서 멀리 떨어진 복합재료 내부의 기지재가 받는 평균응력은 Mori-Tanaka의 평균장 근사이론에 의해서 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$\bar{\sigma} + \tilde{\sigma} = L_0(\epsilon_0 + \tilde{\epsilon}) \quad (2)$$

여기서, L_0 는 기지재의 탄성계수텐서이고, ϵ_0 는 기지재의 변형률을 나타내며, $\tilde{\sigma}$, $\tilde{\epsilon}$ 은 각각 기지재내의 미시개재물로 인해 교란된 응력과 변형률을 표시한다.

마찬가지로, r 번째 미시개재물 내의 평균응력

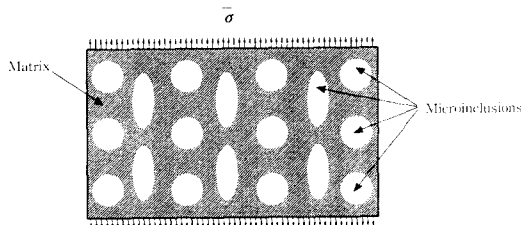


그림 2 N개의 미시개재물이 있는 복합재료

σ_r 은 주위의 기지재로 인한 교란으로 식(2)의 평균응력과는 다르게 다음과 같이 표현된다.

$$\sigma_r = \bar{\sigma} + \tilde{\sigma} + \sigma_r^m = L_r(\epsilon_0 + \tilde{\epsilon} + \epsilon_r^m) \quad (3)$$

여기서, L_r 은 r 번째 미시개재물의 탄성계수텐서이고, σ_r^m 와 ϵ_r^m 는 각각 주위의 기지재로 인하여 교란된 응력과 변형률을 표시한다.

Eshelby의 등가원리⁵⁾(equivalence principle)에 의하면, 미시개재물에 고유변형률 ϵ^* 을 부과함으로써 기지재와 등가인 재료로 미시개재물을 균질화시킬 수 있다. 이와 같은 방법으로 식(3)을 다시 표현하면 다음과 같다.

$$\sigma_r = L_0(\epsilon_0 + \tilde{\epsilon} + \epsilon_r^m - \epsilon_r^*) \quad (4)$$

거시적관점에서 복합재료의 평균응력을 기지재와 미시개재물의 부피분율 c_0 와 c_r 을 이용하여 나타내면 다음과 같다.

$$\bar{\sigma} = \langle \sigma \rangle = c_0 \sigma_0 + \sum_{r=1}^N c_r \sigma_r \quad (5)$$

식(2)에서 식(4)까지를 식(5)에 대입하여 정리하면 식(6)과 같다.

$$\tilde{\epsilon} = - \sum_{r=1}^N c_r (\epsilon_r^m - \epsilon_r^*) \quad (6)$$

또한, 기지재로 인해 교란된 변형률과 고유변형률의 관계를 미시개재물의 기하학적 형상에 따라서 다른 Eshelby텐서 S_r 과 식(6)을 식(3)과 식(4)에 대입하여 정리하면 식(7)과 같은 관계식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} (L_r - L_0)\epsilon_0 &= -[(L_r - L_0)S_r \\ &- (L_r - L_0) \sum_{r=1}^N c_r (S_r - I) + L_0] \epsilon_r^* \end{aligned} \quad (7)$$

여기서, I 는 단위텐서를 나타낸다.

식(5)와 같이 복합재료의 평균변형률을 기지재

와 미시개재물의 부피분율을 사용하여 나타내고, 그 관계식에 식 (6)과 식 (7)을 대입하여 정리하면 다음과 같은 관계식을 얻을 수 있다.

$$\bar{\epsilon} = \epsilon_0 - \sum_{r=1}^N c_r [(L_r - L_0)S - (L_r - L_0)c_1(S-1) + L_0]^{-1} (L_r - L_0)\epsilon_0 \quad (8)$$

위에서 정립된 관계식을 바탕으로 본 연구에서 필요한 등가 재료상수와 부피분율과의 관계식을 유도하기 위해서 먼저, 식 (8)의 관계식에 미시개재물이 한종류 즉, $N=1$ 이라는 조건을 대입하면 식 (8)은 다음과 같다.

$$\bar{\epsilon} = \epsilon_0 - c_1 [(L_1 - L_0)S - (L_1 - L_0)c_1(S-1) + L_0]^{-1} (L_1 - L_0)\epsilon_0 \quad (9)$$

식 (9)를 탄성계수텐서와 부피분율과의 관계식으로 정리하면, 다음과 같이 복합재료의 등가재료상수를 기지재와 미시개재물의 재료상수와 부피분율로부터 계산할 수 있다.

$$L^{-1} = L_0^{-1} - c_1 [(L_1 - L_0)S - (L_1 - L_0)c_1(S-1) + L_0]^{-1} (L_1 - L_0)L_0^{-1} \quad (10)$$

여기서, L 은 복합재료의 등가 탄성계수텐서이다.

만약, 미시개재물이 등방성이고 형상은 원형이라면, Eshelby텐서 및 탄성계수텐서들을 정수압 (hydrostatic) 성분과 교란 (deviatoric) 성분⁹⁾으로 표현하여, 식 (10)에 대입하여 정리하면 다음과 같은 관계식을 유도할 수 있다.

$$\frac{\chi}{\chi_0} = 1 + \frac{c_1(\chi_1 - \chi_0)}{(1 - c_1)\alpha_0(\chi_1 - \chi_0) + \chi_0} \quad (11a)$$

$$\frac{\mu}{\mu_0} = 1 + \frac{c_1(\mu_1 - \mu_0)}{(1 - c_1)\beta_0(\mu_1 - \mu_0) + \mu_0} \quad (11b)$$

여기서, χ 와 μ 는 각각 복합재료의 등가 체적계

수와 등가 전단계수를 나타내고,

$$\alpha_0 = \frac{1}{3} \frac{1 + \nu_0}{1 - \nu_0} \quad (11c)$$

$$\beta_0 = \frac{2}{15} \frac{4 - 5\nu_0}{1 - \nu_0} \quad (11d)$$

를 나타내며, ν_0 는 기지재의 프와송 비를 나타낸다.

그리고, 미시개재물이 미시구멍 (microvoids)이라면, 식 (11a)와 식 (11b)에서 $\chi_1=0$, $\mu_1=0$ 이 된다. 그리고, 기지재의 프와송 비가 1/3이라고 가정하면, 등방성 재료의 체적계수와 탄성계수의 관계식 및 전단계수와 탄성계수의 관계식에 의해서 식 (11a)와 식 (11b)는 위상 최적화문제의 정식화에 이용되는 다음과 같은 관계식으로 표현된다.

$$\frac{E}{E_0} = \frac{c_0}{2 - c_0} \quad (12a)$$

$$\frac{\mu}{\mu_0} = \frac{8c_0}{15 - 7c_0} \quad (12b)$$

여기서, E 는 복합재료의 등가 탄성계수를 나타낸다.

그리고, 본 연구에서는 설계변수인 기지재의 부피분율이 중간값을 갖는 요소의 수를 조절하기 위하여, 식 (12a)에 벌칙인자를 도입하여, 설계변수가 하한 또는 상한에 가까운 값을 갖도록 하였다. 그리고, 설계변수의 하한인 '0'은 각 요소에 재료가 전혀 없는 구멍을 표현하며, 상한인 '1'은 구멍이 없는 재료로만 구성된 요소를 표현한다. 설계변수와 등가 탄성계수 사이의 비선형성을 강하게 하여 중간값을 갖는 요소수를 조절하기 위한 목적으로 벌칙인자를 도입하여 식 (12a)을 수정한 관계식은 다음과 같다.

$$\frac{E}{E_0} = \frac{c_0^n}{2 - c_0} \quad (12c)$$

여기서, n 은 벌칙인자로서 1이상의 값을 가진다.

2.3 유한요소해석에 의한 정식화

위상 최적화의 목적함수를 계산하기 위해서는 설계영역 내의 변위를 알아야한다. 따라서, 앞절에서 제시한 위상 최적화문제의 정식화 및 복합재료의 등가 재료상수와 설계변수인 기지재의 부피분율과의 상관 관계식을 유한요소법과 관련시켜 정식화하면 다음과 같다.

$$\text{Find : } \mathbf{c}, \tag{13a}$$

$$\text{Minimize : } \mathbf{l} = \{\mathbf{D}\}^T [\mathbf{K}] \{\mathbf{D}\} = \sum_{e=1}^N \{d_e\}^T [k_e] \{d_e\} \tag{13b}$$

$$\text{Subject to : } [\mathbf{K}] \{\mathbf{D}\} = \{\mathbf{F}\} \tag{13c}$$

$$\sum_{e=1}^N \rho_e \mathbf{c}_e \mathbf{v}_e - \Omega_N \leq 0 \tag{13d}$$

$$0 < c_{min} \leq c_e \leq c_{max}, \quad e = 1, \dots, N \tag{13e}$$

여기서, $\{\mathbf{D}\}$ 와 $[\mathbf{K}]$ 는 각각 전역변위 및 전역강성행렬이며, $\{\mathbf{F}\}$ 는 외력을 나타낸다. 그리고, N 은 총 요소 수(설계 셀)를 표시하고, 식(13d)는 설계변수의 제약조건을 표시하며, ρ_e 는 각 요소의 밀도를 나타내고, \mathbf{v}_e 는 평면 구조물에서의 요소의 면적을 나타낸다. 또한, $[k_e]$ 는 국부강성행렬로 다음과 같다.

$$[k_e] = \int_{V_e} [B_e]^T [E_e(\mathbf{c}_e)] [B_e] dV \tag{14}$$

식(14)에서, $[B_e]$ 는 변형률-변위의 관계를 나타내는 행렬이고, $[E_e(\mathbf{c}_e)]$ 는 응력과 변형률의 관계를 표시하는 행렬로 식(12)를 사용하면, 각 행렬의 요소는 설계변수의 함수로 표시할 수 있다.

3. 수치예제 및 고찰

본 수치예제들은 공통으로 4절점 평면응력 선형요소를 사용하였으며, 설계변수의 하한값으로는 '10⁻⁴', 상한값으로는 '1'을 주고, 초기값으로는 구멍이 없는 구조물의 초기상태를 표현하기 위하여 상한값인 '1'을 주었다. 최적화 문제의 정

식화는 식(13)에서와 같은 방법으로 하였다. 그리고, 벌칙인자 n 이 3인 균질재료를 이용하여 모 든예제를 해석하였다. 이 값을 사용한 이유로는 벌칙인자가 3미만에서는 하한과 상한사이의 중간값을 갖는 설계변수의 수가 많고, 또한 체스판 무늬(chessboard patterns) 현상이 현저하게 나타나며, 벌칙인자가 3을 초과할 경우에는 위상 최적화 결과가 다소 매끄럽지 못한 경향을 나타내지만, 벌칙인자가 3인 경우에는 설계변수가 하한과 상한에 가까운 값을 가지면서, 위상 최적화 결과가 매끄럽기 때문이다¹⁰⁾.

3.1 한쪽이 고정된 평판 구조물

본 예제는 그림 3에서와 같이 고정된 영역의 반대편의 중앙에서 집중하중을 받는 한쪽이 고정된 평판 구조물을 가로방향으로 32개의 요소와 세로방향으로 20개의 요소로 분할하였다. 그리고, 제약조건으로는 전체 설계영역에서 사용하는 재료의 최대 35%만 이용하도록 하였다.

그림 4는 $n=1$ 인 경우와 $n=3$ 인 경우의 해석 결과이다. 그림 4에서 완전히 검은색은 재료로 파악있는 요소를 표현하며, 흰색은 재료가 전혀 없이 구멍으로 구성된 요소를 나타낸다. 또한, 중간색으로 표시된 요소는 구멍이 포함된 복합재료를 의미한다. 이 결과는 균질화법 및 밀도함수법에 의한 결과와 매우 유사하다. 그리고, 그림 4에서 알 수 있듯이 벌칙인자가 1인 경우에는 설계변수의 중간값에 의한 체스판 무늬현상이 벌칙인자가 3인 경우 보다 매우 심하게 나타나는 것을 볼 수 있으며, 벌칙인자가 3인 경우에서도 체스판무늬가 조금 나타남을 알 수 있다.

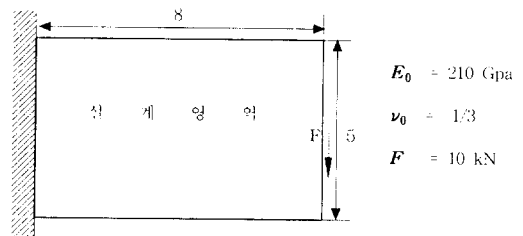
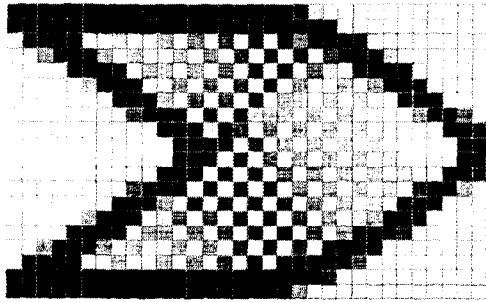
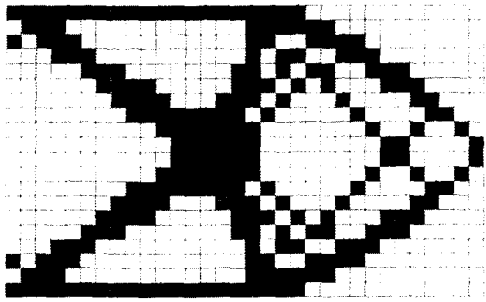


그림 3 한쪽이 고정된 평판 구조물



(벌칙인자가 1인 경우)



(벌칙인자가 3인 경우)

그림 4 한쪽이 고정된 평판 구조물의 위상 최적설계

3.2 트러스 구조물 유도

본 예제는 그림 5에서와 같은 하중과 경계조건으로, 최대 35%의 재료를 사용한 경우의 예제이다. 본 예제는 트러스 구조물의 높이를 알 수 없는 경우 설계영역을 가상으로 설정하고 해석한 경우이다. 본 예제의 요소 수, 재료상수 및 외력의 크기는 예제 3.1과 동일하다.

그림 6은 벌칙인자가 3인 경우의 해석결과로서, 중간값을 갖는 설계변수의 수가 벌칙인자를 1을 사용한 경우보다 현저히 줄었지만, 여전히 하단 중앙에 चे스판 무늬가 나타나고 있다.

3.3 인장, 전단 및 굽힘하중이 작용하는 구조물

본 예제에서는 그림 7의 경우에서처럼 동시에 구조물의 경계에 인장, 전단 및 굽힘 하중이 작용할 경우를 해석한다. 본 예제의 요소 수 및 재료상수는 예제 3.1과 동일하다. 하중의 크기는

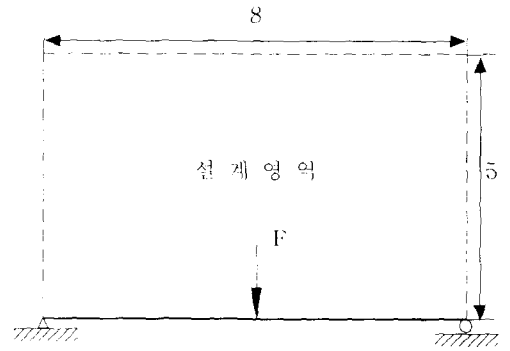


그림 5 가상의 설계영역

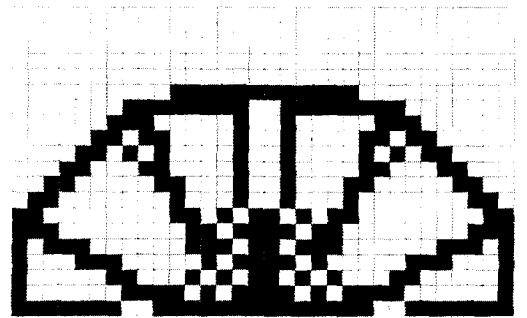


그림 6 트러스 구조물의 위상 최적설계

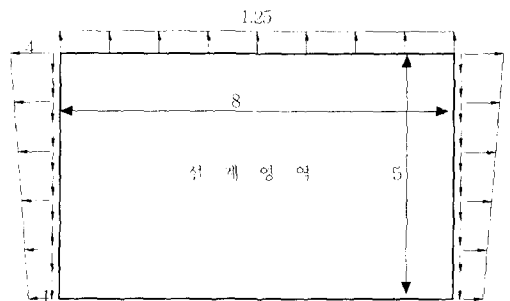


그림 7 인장, 전단 및 굽힘 하중이 동시에 작용하는 구조물

좌·우측면의 전단하중을 1이라 가정할 때 윗면의 분포하중 크기는 1.25에 해당되고, 좌·우측면의 굽힘하중의 최고치는 4에 해당되게 하였다. 또한, 제약조건으로는 최대 35%와 60%의 재료를 사용하게 하였다. 이에 따른 결과는 그림 8과

같으며, 전체적인 형상은 다리나 건물에서 볼 수 있는 아치형태가 나타남을 알 수 있다.

3.4 Michell 트러스 유도

본 예제에서는 그림 9와 같이 비설계영역과 설계영역을 구분하고, 우측 중앙에 집중하중 10kN을 작용시켰다. 그리고, 원주상의 절점들을 고정시키고, 사용재료는 최대 15%로 허용하고, 예제 3.1과 동일한 재료를 사용하였다. 원주상의 절점들을 고정시키면, 그 주위의 세부적인 형상을 고찰하는데 어려움이 있지만, 구조물의 전체적인 형상은 그림 10과 같이 최적형상으로 알려진 Michell 트러스 형상과 거의 동일하였다.

위의 수치예제들에서 공통으로 체스판 무늬형태가 나타나는 이유는 변위 크기 유한요소해석을 사용함으로써 요소의 수치적 안전성이 부족하기

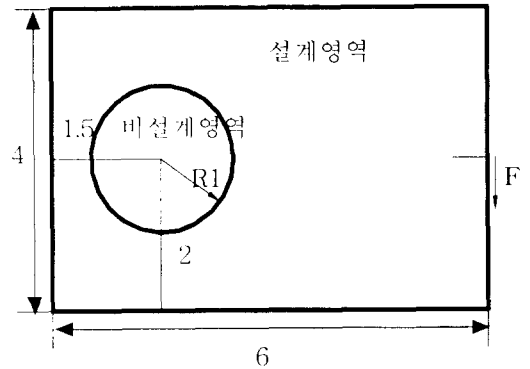


그림 9 비설계영역과 설계영역으로 구분된 구조물

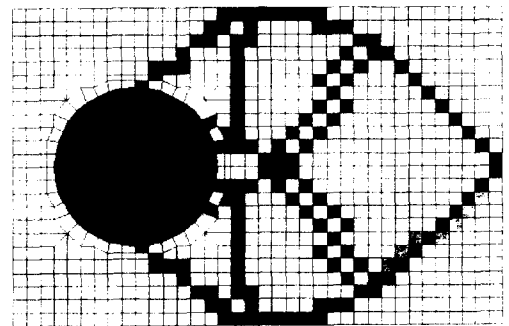
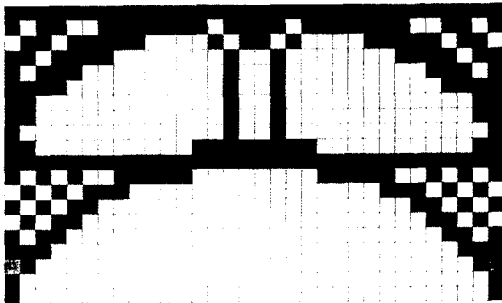
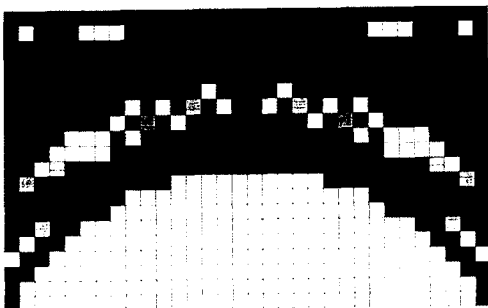


그림 10 Michell 트러스 형상의 위상 최적설계



(최대 35% 재료를 이용한 경우)



(최대 60%의 재료를 이용한 경우)

그림 8 인장, 전단 및 굽힘 하중이 작용하는 구조물의 위상 최적설계

때문이다. 즉, 설계변수인 부피분율을 요소내부에서 상수로 가정한 경우 하중이 크게 걸리는 요소들에서는 부피분율이 '1'에 가까워지고, 하중이 거의 걸리지 않는 요소들에서는 부피분율이 '0'에 가까워진다. 그러나, 하중이 중간정도 걸리는 요소들에서는 재료를 효과적으로 이용하려는 체스판 무늬형태가 나타난다. 이와같이 체스판 무늬형태가 나타난 부분과 설계변수가 중간값을 갖는 부분은 현실적으로 제작이 불가능하다.

4. 결 론

본 연구에는 기지재와 미시구멍으로 구성된 복합재료에 평균장 근사이론과 동가원리를 도입한 균질재료를 개발하고, 위상 최적화의 수학적 모델링에 필요한 등가 재료상수와 설계변수의 관

계식을 유도하였다. 또한, 벌칙인자가 도입된 관계식과 순차이차계획법인 PLBA 알고리즘을 이용하여, 여러 가지 예제를 해석함으로써 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

1) 기지재와 미시구멍으로 구성된 복합재료에 평균장 근사이론을 도입한 균질재료를 이용하여 유도한 관계식과 PLBA 알고리즘을 이용한 결과는 균질화법 및 밀도함수법에 의한 결과와 매우 유사 하였다.

2) 균질재료를 기초로 유도된 관계식에 벌칙인자를 도입함으로써, 중간값을 갖는 설계변수의 수를 줄일 수 있었으며, 중간값들로 인한 체스판 무늬형성을 다소 감소시킬 수 있었으나, 완전히 방지할 수는 없었다.

3) 본 연구에서 제안된 관계식은 등가 탄성계수와 부피분율의 상관관계가 간단하고 명백하며, 이론적 근거가 확실하므로 3차원 문제의 경우로 확장이 가능할 것으로 판단되고, 개념설계를 위한 위상 최적화의 일반적인 경우에 이용하는 것이 용이할 것으로 판단된다.

감사의 글

본 연구는 "부산대학교 기성회 재원 학술연구비의 지원"으로 이루어진 것으로 지원에 감사드립니다.

참 고 문 헌

1. M.P.Bendsoe and N.Kikuchi, "Generating Optimal Topologies in Structural Design Using A Homogenization Method", *Comp. Meth. Appl. Mech. Engng.*, Vol. 71, 1988, pp. 197~224.
2. H.P.Mlejnek and R.Schirmacher, "An En-

- gineer's Approach to Optimal Material Distribution and Shape Finding", *Comp. Meth. Appl. Mech. Engng.*, Vol. 106, 1993, pp.1~26.
3. T.Mori and K.Tanaka, "Average Stress in Matrix and Average Energy of Materials with Misfitting Inclusions", *Acta Metall.*, Vol. 21, 1973, pp.571~574.
4. S.K.Youn and S.H.Park, "A Study on The Shape Extraction Process in The Structural Topology Optimization Using Homogenized Material", *Computers & Structures*, Vol. 62, No. 3, 1997, pp.527~538.
5. O.K.Lim and J.S.Arora, *Optimal Structural Design Using an Active Set RQP Algorithm*, Technical Report No. OLD-86.2, The University of Iowa, 1986.
6. M.P.Bendsoe, *Optimization of Structural Topology, Shape, and Material*, Springer-Verlag, New York, 1995, pp.271.
7. A.V.Kumar and D.C.Gossard, "Synthesis of Optimal Shape and Topology of Structures", *ASME J. of Mech. Design*, Vol. 118, 1996, pp.68~74.
8. J.D.Eshelby, "The Determination of The Elastic Field of an Ellipsoidal Inclusion, and Related Problems", *Proc. Roy. Soc. London*, Vol. A241, pp.376~396.
9. G.J.Weng, "Some Elastic Properties of Reinforced Solids, with Special Reference to Isotropic Ones Containg Spherical Inclusions", *Int. J. Engng. Sci.*, Vol.22, 1984, pp. 845~856.
10. 임오강, 이진식, 균질재료와 벌칙인자를 이용한 위상 최적설계, 가을 학술발표회, 전산구조공학회, 제11권 제2집, 1998, pp.3~10.

(접수일자 : 1998. 9. 19)