

이동하중을 받는 보의 변위응답 산정을 위한 가속도신호의 적분상 문제점

Problems in Double Integration of an Acceleration to Determine Displacement Characteristics of a Structure under Moving Load

양 경 태*
Yang, Kyung-Taek

요 지

대형 시스템의 건전성 평가를 위한 동적 재하시험에 있어서 변위를 측정하는 것보다 가속도를 측정하는 것이 수월하나 대부분의 공학적 기준은 응력과 비례관계를 지니는 변위를 기준으로 하고 있다. 본 연구에서는 시스템의 재하시험시 측정된 가속도신호를 이용하여 변위응답을 산정하는데 그 목적을 두고 적분을 위한 신호처리시 발생하는 문제점을 정상상태 및 천이영역에 대하여 규명하였다. 기존의 연구에서 고려하지 못하였던 초기조건인 항을 도입함으로써 시간영역의 적분과 주파수영역의 적분결과가 일치함을 해석적으로 입증하였으며 이동하중을 받는 보의 동적거동에 대하여 제시된 기법의 타당성을 검증하였다.

핵심용어 : 가속도, 변위특성, 이동하중, 디지털신호처리, 초기조건

Abstract

When studying structural integrity of a large system it is much easier to measure accelerations than displacements. However, many engineering standards are based on displacements which are proportional to stresses in elastic medium. The purpose of this study is to determine displacement characteristics by double integration of measured acceleration signal. Problems in digital signal processing for double integration are discussed in steady state and transient regions. By introducing initial conditions neglected in previous studies, it is analytically derived that integration results in time domain are exactly equivalent to those in frequency domain. The methods are tested numerically and the feasibility for physical application has been demonstrated through an example structure under moving load.

Keywords : acceleration, displacement characteristics, moving load, structural integrity, digital signal processing, initial-conditions

1. 서 론

대형 시스템이나 공장설비의 노후도 진단을 위

하여 동적 재하시험을 수행하고 그 결과를 유한 요소모델과 같은 해석적 모델과 결합하여 구조물의 건전성을 평가하고 있다. 특히 최근에는 다양

* 성희원·대림대학 자동화과, 조교수

• 이 논문에 대한 토론을 1999년 3월 31일까지 본 학회에 보내주시면 1999년 6월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

한 측정장비와 신호처리용 S/W의 개발로 동적 측정이 일반화 되어가고 있으며 시스템의 동특성에 기초한 S. I(system identification) 기법의 많은 연구가 진행되어 왔다^{1)~3)}. 이 분야 연구의 주된 흐름은 현장에서 측정된 가속도신호를 시간영역이나 주파수영역에서 분석하여 구조시스템의 고유치와 고유벡터를 구하고 이를 해석적 결과와 연계하는 것으로 주로 민감도 해석에 그 기초를 두고 있다.

구조계의 동적 응답을 분석시 가장 중요한 요소는 변위의 파형 및 스펙트럼성분으로 스펙트럼 성분은 가속도신호를 주파수 분석함으로써 쉽게 규명할 수 있으나⁴⁾, 응력과 비례 관계를 지니는 변위의 파형은 변위계를 직접 사용하여야 측정할 수 있으며 특히 피로나 균열과 같은 파괴메카니즘은 응력과 직접적인 관련이 있으므로 측정데이터의 분석시 진동변위의 파형을 정량적으로 알아야 한다. 또한 대부분의 공학적 기준(engineering standards)은 변위를 기초로 기술된 경우가 많으므로 가속도보다는 변위를 사용하는 것이 일반적이라 할 수 있다. 그러나 변위는 그 특성상 측정이 어려운 것이 현실이며, 현장측정시 기준점(reference point)을 마련하기 어려울 뿐 아니라 변위센서 자체의 주파수특성이 제한되는 등 계측기상의 단점을 지니고 있다. 반면 가속도신호는 기준점이 필요없고 관성형(inertia-type) 센서를 부착함으로써 원하는 위치의 신호를 쉽게 측정할 수 있으므로 가속도신호를 이용한 변위응답추정의 필요성이 구조물의 동적재하시험을 중심으로 대두되어 왔으며 이에 대한 일부 연구가 진행되어 왔다^{5), 6)}.

측정된 가속도신호를 시간영역 및 주파수영역에서 적분하여 속도 및 변위를 추정하는 기법은 일반적으로 간단히 생각되나 초기조건 영향, causality의 부적합성 등의 이유로 인하여 천이영역(transient region)의 경우 많은 문제점이 야기되어 신호 처리된 적분결과가 의미 없게 되는 경우가 일반적이다. 또한 가속도계 자체에 전기적으로 적분기를 결합하여 변위파형을 출력하는 장비가 개발되어 상용화되고 있으나 이 경우

에도 신호에 포함된 주파수 성분이 여러개인 경우에는 그 결과가 신뢰성이 없다고 알려져 있다⁷⁾.

본 연구에서는 현장에서 간단히 측정할 수 있는 가속도신호를 적분하여 변위응답을 추정하는 방법을 제시하였고 이때 발생하는 문제점을 정상상태영역(steady state region) 및 천이영역에 대하여 규명하였다. 또한 기존의 연구에서 고려하지 못하였던 초기조건항을 도입함으로써 시간영역적분 및 주파수영역적분 결과가 일치함을 해석적으로 입증하였다. 제시된 기법을 구조시스템의 동적재하시험에 적용하기 위하여 이동하중에 대한 보의 변위응답을 해석적으로 구한 뒤, 가속도신호를 적분하여 보의 진동변위를 구하였으며 이를 해석적 결과와 비교 분석하였다.

2. 이론적 배경

Fig. 1과 같은 구조 시스템에 대하여 외력 $f(t)$ 가 입력으로 작용하면 시스템의 출력은 변위, 속도, 가속도 등의 물리량으로 정의될 수 있고 이들 물리량 사이에는 미분 또는 적분의 관계가 성립한다.

시간 영역에서의 운동 방정식은 식(1)과 같고 초기 조건이 무시되는 정상 상태 영역에서 식(1)을 푸리에 변환(Fourier transform)하면 주파수 영역에서의 운동 방정식은 식(2)와 같이 표현된다.

$$M\ddot{x}(t) + C\dot{x}(t) + Kx(t) = f(t) \tag{1}$$

$$(K - \omega^2 M + j\omega C) X(\omega) = F(\omega) \tag{2}$$

식(2)에서 주파수 영역에서의 응답 벡터는 식(3)과 같이 전달 함수의 대수방정식 형태로 표현할 수 있다.

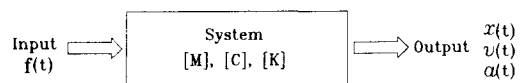


Fig. 1 Input/Output relationship

$$X(\omega) = H(\omega) \cdot F(\omega) \tag{3}$$

여기서 전달 함수

$$H(\omega) = [K - \omega^2 M + j\omega C]^{-1} \tag{4}$$

시간 영역에서의 응답 벡터는 식 (1)의 미분방정식을 직접 풀거나 또는 식 (4)의 전달 함수를 역 푸리에 변환하여 충격 응답 함수 (impulse response function)를 구한 뒤, 승적 (convolution)으로 식 (5)와 같이 구할 수 있다.

$$x(t) = h(t) * f(t) \tag{5}$$

$$\text{여기서 } h(t) = \mathcal{F}^{-1}[H(\omega)] \tag{6}$$

이상의 선형 시스템에 대한 시간 영역 및 주파수 영역의 관계식은 초기 조건이 0이거나 초기 조건이 무시되는 정상상태 영역에 대하여 정의되며 이 경우에 있어서는 시간 영역의 물리량과 주파수 영역의 물리량이 Fig. 2와 같이 표현되어 시간 영역의 미적분 관계가 주파수 영역에서는 곱셈 ($j\omega$)과 나눗셈 ($1/j\omega$)의 관계로 정의 되게 된다.

그러나 일반적인 경우, 즉 초기 조건이 있거나 또는 천이 영역에 대하여는 Fig. 2의 관계가 성립되지 않게 되며 정상 상태인 경우에도 임의로 측정된 신호에 대하여는 주파수 영역의 신호 처

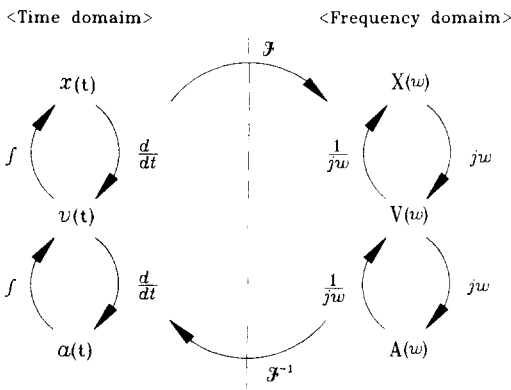


Fig. 2 Steady state relationships between time and frequency domain signals

리 결과가 causality의 부적합성 등의 이유로 시간 영역 측정 데이터를 재현하지 못하게 된다⁸⁾.

3. 변위추정을 위한 신호 처리

측정된 가속도 기록으로부터 변위파형을 예측하기 위하여 측정 신호를 적분 처리하여야 한다. 일반적인 가속도계는 스트레인 게이지나 압전소자를 사용하게 되는데 그 동작 원리가 관성형이므로 원래의 가속도 물리량을 크기와 위상의 관점에서 정확히 재현하며 측정 신호의 잡음을 줄이기 위하여 Fig. 3과 같이 저주파 대역 통과 필터 (lowpass filter)를 내장한 증폭기를 사용하고 있다. 또한 최근에는 증폭기 내부에 OP앰프 (operational amplifier)를 사용하여 가속도 신호를 전기적으로 적분하여 속도 및 변위를 구하는 장비들이 개발되었으나, 이들은 모두 회전 기계의 기초와 같은 정상 상태의 특정 주파수 성분에 대하여만 올바른 결과를 출력할 뿐 초기 조건의 영향을 받는 천이 상태의 신호나 구조계의 응답과 같이 여러 개의 모우드가 중첩되어 있는 경우에는 적용되지 못한다.

이동 하중에 대한 보의 응답과 같이 천이 영역의 가속도 신호를 적분하여 변위파형을 구하기 위하여 다음과 같이 시간 영역 및 주파수 영역에 대하여 적분을 수행할 수 있다.

3.1 시간 영역의 적분

측정된 가속도 기록을 $a(t)$ 라 하면 속도 성분은 식 (7)과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} v(t) &= v(0) + \int_0^t a(\tau) d\tau \\ &= v(0) + \int_0^t \frac{d^2 x(\tau)}{d\tau^2} d\tau \end{aligned} \tag{7}$$

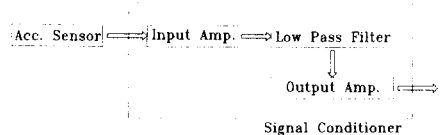


Fig. 3 Block diagram of the measurement system

식 (7)을 적분하면 변위성분 $x(t)$ 는 식 (8)과 같고

$$\begin{aligned} x(t) &= x(0) + \int_0^t v(\tau) d\tau \\ &= x(0) + v(0)t + \int_0^t \int_0^\tau a(\tau) d\tau d\tau \end{aligned} \quad (8)$$

식 (8)의 변위성분 중, 측정된 가속도 기록에 의한 항과 초기 조건에 의한 항을 구분하여 표시하면 추정된 변위는 식 (9)와 같다.

$$x(t) = \beta(t) + \gamma(t) \quad (9)$$

여기서

$$\beta(t) = \int_0^t \int_0^\tau a(\tau) d\tau d\tau \quad (10)$$

$$\gamma(t) = x(0) + v(0)t \quad (11)$$

즉 초기 조건이 0인 경우에는 식 (10)과 같이 측정된 가속도 신호만을 적분하여 변위응답을 구할 수 있으나 초기 조건이 존재하는 일반적인 경우에는 초기 조건을 고려하지 않으면 물리적으로 의미 없는 변위응답을 구하는 오류를 범하게 된다.

3.2 주파수 영역의 적분

푸리에 변환의 정의로부터 측정된 가속도 응답의 푸리에 변환을 구하고 이를 식 (12)와 같이 푸리에 사인변환과 푸리에 코사인변환으로 분리하여 표시할 수 있다⁹⁾.

$$\begin{aligned} \mathcal{F}[a(t)] &= \int a(t)\exp(-j\omega t) dt \\ &= \int a(t)\cos\omega t dt - j \int a(t)\sin\omega t dt \\ &= \mathcal{F}_c[a(t)] - j\mathcal{F}_s[a(t)] \end{aligned} \quad (12)$$

측정된 가속도 기록의 푸리에 변환으로부터 변위응답을 구하기 위하여 식 (13)의 미분치정리를 도입하여⁹⁾, 식 (12)에 대입하면

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_c\left[\frac{d^2x}{dt^2}\right] &= \mathcal{F}_c[a(t)] \\ &= -\omega^2\mathcal{F}_c[x(t)] - v(0) \end{aligned} \quad (13-a)$$

$$\mathcal{F}_s\left[\frac{d^2x}{dt^2}\right] = \mathcal{F}_s[a(t)] \quad (13-b)$$

식 (14)의 관계식을 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned} \mathcal{F}[x(t)] &= \mathcal{F}_c[x(t)] - j\mathcal{F}_s[x(t)] \\ &= -\frac{1}{\omega^2}[\mathcal{F}[a(t)] + j\omega \cdot x(0) \\ &\quad + v(0)] \end{aligned} \quad (14-a)$$

$$\text{즉 } X(\omega) = -\frac{1}{\omega^2}[A(\omega) + j\omega \cdot x(0) + v(0)] \quad (14-b)$$

여기서

$$\begin{aligned} X(\omega) &= \mathcal{F}[x(t)] \\ A(\omega) &= \mathcal{F}[a(t)] \end{aligned}$$

측정된 가속도 신호의 푸리에 변환으로부터 식 (14-b)을 이용하여 변위응답의 푸리에변환 $X(\omega)$ 를 구할 수 있으며 시간 영역에서의 변위응답 $x(t)$ 는 식 (15)의 푸리에 역변환으로부터 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} x(t) &= \mathcal{F}^{-1}[X(\omega)] \\ &= \int X(\omega)\exp(j\omega t) dt \end{aligned} \quad (15)$$

식 (14-b)에서 측정된 가속도 신호에 의한 주파수 성분과 초기 조건에 의한 주파수 성분을 구분하여 표시하면 식 (16)과 같이 나타낼 수 있다.

$$X(\omega) = B(\omega) + C(\omega) \quad (16)$$

여기서

$$B(\omega) = -\frac{1}{\omega^2} A(\omega) \tag{17}$$

$$C(\omega) = \frac{1}{j\omega} x(0) - \frac{1}{\omega^2} v(0) \tag{18}$$

초기 조건이 무시되는 정상 상태의 응답에 대하여는 식 (17) 과 식 (10) 으로부터 식 (19) 의 관계식을 얻을 수 있으며 또한 초기 조건의 영향은 식 (11) 과 식 (18) 로부터 식 (20) 과 같이 표현할 수 있다.

$$B(\omega) = \mathcal{F}[\beta(t)] \tag{19}$$

$$C(\omega) = \mathcal{F}[\gamma(t)] \tag{20}$$

식 (19) 와 식 (20) 으로부터 동일한 가속도 신호에 대한 시간 영역 및 주파수 영역의 적분 결과는 해석적으로 완벽하게 일치하고 있으며 주파수 영역의 적분은 시간 영역 적분의 단순한 매핑(mapping) 관계에 있고 시간 영역의 적분 연산을 주파수 영역의 복소연산으로 변환하여도 정보의 증감이 일어날 수 없다는 것을 알 수 있다.

3.3 디지털 신호 처리

구조계의 측정된 가속도는 연속 시간영역의 전기 신호이며 이를 직접 아날로그 데이터 처리를 하는 경우에는 앞서 언급한 해석적 결과가 그대로 적용되나 일반적으로 이를 A/D변환(analog to digital conversion)하여 디지털 데이터로 처리하므로 예기치 않은 적분 오차가 발생할 수 있으며, 특히 본 연구에서 제시된 적분기법을 시간영역 및 주파수영역에서 적용하기 위하여는 디지털 데이터의 처리가 필수적이며 다음과 같은 신호처리 기법의 제한조건을 고려하여야 시간영역 및 주파수영역간 데이터의 호환성이 유지될 수 있다.

3.3.1 A/D변환 주파수

연속 시간 영역의 측정 신호 $a(t)$ 가 식 (21)의 이산 신호 $a^+(i)$ 로 변환되면 원래의 신호가 지

니고 있던 물리적 정보를 상당히 상실하게 되며 이산 신호의 처리 결과로부터 원래의 신호를 재현하기 위하여는 식 (22)의 나이퀴스트 샘플링 정리(Nyquist sampling theorem)를 만족하여야 한다.

$$a^+(i) = a(iT) \tag{21}$$

$$T \leq \frac{1}{2f_{\max}} \tag{22}$$

여기서 T는 표본화시간이고 f_{\max} 는 가속도 신호가 지닌 최대 주파수이다.

식 (22)의 조건은 신호처리시 주파수 특성을 유지하기 위한 최소한의 조건으로 본 연구에서처럼 수치 적분을 통하여 변위파형을 재현하기 위하여는 이보다 작은 표본화시간이 요구되어지며 이로 인하여 이산 데이터의 양이 증가하게 되나 최근 컴퓨터의 연산 속도를 고려할 때 실용적으로 문제시되지 않는다.

3.3.2 aliasing

구조물에서 측정된 가속도 신호는 그 특성상 저차 모우드가 탁월하여 대개의 경우 1차 모우드의 고유 진동수가 우세하고 고차의 모우드가 미약하게 중첩되어 나타난다. 이 경우 연속시간 영역의 가속도 신호에 대한 푸리에 변환은 식 (23)과 같이 정의되는 반면 A/D변환된 이산신호 $a^+(i)$ 에 대한 푸리에 변환은 식 (24)와 같이 정의되어 표본화시간이 잘못 선정된 경우에는 주파수 영역의 연산결과에 고주파 성분과 저주파 성분이 합성되어 적분 결과가 무의미하게 되며 특히 측정된 신호에 고주파 성분의 잡음이 있을 경우에는 큰 오차를 유발하게 되므로 Anti-aliasing filter를 사용하며 연속 시간 영역의 푸리에 변환과 이산 시간 영역의 푸리에 변환 결과가 일치하게 하여야 한다.

$$A(\omega) = \int a(t) \cdot e^{-j\omega t} dt \tag{23}$$

$$A^+(\omega) = \int a^+(t) \cdot e^{-j\omega t} dt$$

$$\frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} A(\omega - \frac{k}{2\pi T}) \quad (24)$$

3. 3. 3 leakage

식 (22)와 같은 표본화시간으로 연속 시간 영역의 데이터를 N 개의 이산 데이터로 변환시 주파수 영역에서의 분해능 (Δf)은 식 (25)와 같이 표현된다.

$$\Delta f = \frac{1}{N \cdot T} \quad (25)$$

구조물이 특정모우드로 거동하여 측정된 가속도 신호에 특정모우드의 주파수 성분만이 탁월한 경우, 그 주파수는 일반적으로 식 (25)에서 정의된 Δf 의 정수배로 표현되지 않게 된다. 이 경우 시간 영역의 측정데이터에는 한가지의 주파수 성분만이 존재함에도 불구하고 이산 신호로 처리된 FFT해석 결과는 여러 주파수로 에너지 성분이 분산되는 leakage현상이 발생하게 된다. 이를 방지하기 위하여 윈도우 함수를 사용하여 주파수 영역에서 처리된 데이터를 수정하여야 하며 그 전형적인 처리 형태는 식 (26)과 같다¹⁰⁾.

$$A_w^+(\omega) = (1-|\alpha|)A^+(\omega) + \frac{\alpha}{2}A^+(\omega-2\pi\Delta f)$$

$$+ \frac{\alpha}{2}A^+(\omega+2\pi+\Delta f) \quad (26)$$

여기서 A^+ 는 이산데이터 $a^+(i)$ 의 FFT해석 결과이고 A_w^+ 는 윈도우함수를 사용하여 수정한 결과이며, 일반적으로 윈도우함수로 많이 사용되는 Hanning Window는 α 가 0.5인 경우이다.

3. 3. 4 측정 잡음

연속 시간 영역의 데이터 대신 이산 시간 영역의 디지털 데이터를 사용하여 발생하는 오차 이외에 측정 장비 자체의 영향 및 주변 자기장에 의하여 측정된 가속도 신호에는 측정 잡음이 존

재하고 적분 결과에 영향을 미치게 된다. 가속도 신호에 포함된 측정 잡음은 랜덤한 통계적 특성을 지닌 잡음과 특정 주파수 특성을 지닌 잡음 및 미세한 성분의 DC성분등 그 특성상 크게 세 가지로 구분된다.

랜덤한 측정 잡음은 그 통계적 특성상 적분을 하게 되면 상쇄되어 소멸되므로 적분 결과에 미치는 영향을 최소화하기 위하여는 A/D변환시 샘플링주기를 작게 할 필요성이 있다. 60Hz의 전기적 잡음과 같이 특정 주파수 성분을 지니는 측정 잡음은 적분 후에도 그 영향이 주기성을 지니고 재현되므로 신호처리전에 구조계가 발현하는 모우드 이외의 주파수 성분을 필터링하여야 그 영향을 배제할 수 있다.

초기 조건과 더불어 적분 결과에 가장 큰 영향을 미치는 인자는 가속도계나 앰프의 불평형으로 인한 미세한 DC성분인데 이는 그 크기는 작아도 적분 연산의 특성상 계속 누적되어 적분 시간의 지연과 더불어 큰 오차가 유발되므로 측정 신호에서 DC성분을 제거할 필요성이 있다.

4. 이동 하중 문제

본 논문에서 제시된 변위응답의 추정 기법을 검증하기 위하여 이동 하중을 받는 보에 대하여 보의 중앙부 가속도 신호로부터 변위응답을 추정하였다. 이동 하중을 받는 보는 그 특성상 여러 개의 모우드가 혼재하고 또한 하중 성분에 의해 정적변위가 발생하여 가속도 신호에는 보의 각 모우드에 해당하는 주파수 성분과 보의 정적 처짐에 해당하는 극 저주파의 주파수성분이 결합되어 있다.

4. 1 문제의 정식화

Fig. 4와 같은 단순지지보 위를 하중 $F_0(=10N)$ 가 등속도 $u(=0.5^m/s)$ 로 이동할 때 보의 하중 F_0 에 의한 정적변위와 하중의 이동에 의한 동적변위가 발생하게 된다.

전단 변형과 회전 강성을 무시한 경우 보의 운동 방정식은 식 (27)과 같다.

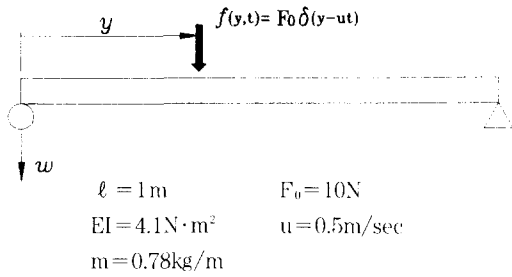


Fig. 4 Simply supported beam under moving load.

$$\frac{\partial^2}{\partial y^2} \left[EI \frac{\partial^2 w(y, t)}{\partial y^2} \right] + m \frac{\partial^2 w(y, t)}{\partial t^2} - f(y, t) = 0 \quad (27)$$

여기서 m 은 보의 단위길이당 질량이고 이동 하중은 Direct delta function을 사용하여 식 (28)과 같이 표현할 수 있다.

$$f(y, t) = F_0 \delta(y - ut) \quad \text{for } 0 \leq t \leq l/u$$

$$= 0 \quad \text{for } t > l/u \quad (28)$$

양단이 단순 지지되어 있으므로 변위 및 모멘트에 대한 경계 조건은 식 (29)와 같다.

$$w(0, t) = w(l, t) = 0 \quad (29-a)$$

$$EI \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \Big|_{y=0} = EI \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \Big|_{y=l} = 0 \quad (29-b)$$

식 (29)의 경계 조건을 지니는 식 (27)의 편미분방정식을 풀기 위해 변수 분리를 사용하여 정규화된 모우드와 일반화된 좌표계로 해를 가정하면 식 (30)과 같다.

$$w(y, t) = \sum_{r=1}^{\infty} w_r(y) \cdot \eta_r(t) \quad (30)$$

여기서 $w_r(y)$ 는 사인함수 형태의 정규화된 r 번째 모우드이고 $\eta_r(t)$ 는 일반화된 좌표계이다.

식 (30)을 식 (27)에 대입하고 경계조건을 고려하면 급수 형태의 해는 다음과 같이 표현된다¹¹⁾.

$$w(x, t) = \sum_{r=1}^{\infty} A_r (B_r \sin a_r t - C_r \sin \beta_r t) \quad (31)$$

여기서

$$A_r = \frac{2F_0 l^3}{\pi^2} \cdot \frac{\sin(r\pi y/l)}{(l^2 u^2 m - r^2 \pi^2 EI)}$$

$$B_r = \frac{u}{r^2 \pi l} \cdot \sqrt{\frac{EI}{ml^4}}$$

$$C_r = \frac{1}{r^2}$$

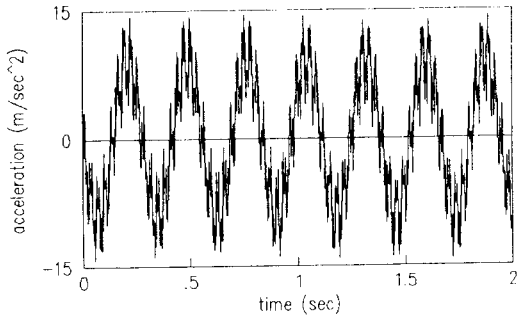
$$a_r = r^2 \pi^2 \cdot \sqrt{\frac{EI}{ml^4}}$$

$$\beta_r = \frac{r\pi u}{l} \quad (32)$$

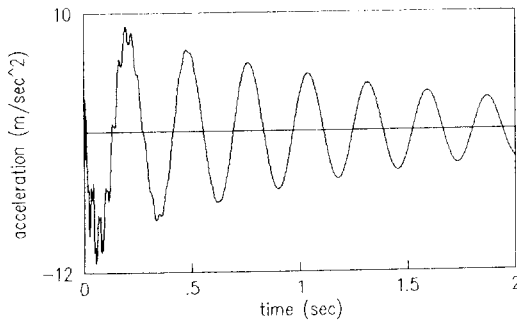
제시된 적분방법의 검증을 위하여 식 (31)의 해석적 결과로부터 변위 응답의 참값을 구하여 기준치로 하였으며 해석적으로 구한 가속도 신호를 시간영역 및 주파수영역에서 적분하여 변위파형을 구한 뒤, 기준치와 비교하였다.

4.2 가속도 신호의 적분

이동 하중 문제의 해석적 결과로부터 10개의 모우드를 고려하여 보의 중앙부 ($y=l/2$)의 가속도 신호를 구하면 Fig. 5(a)와 같은 신호 파형을 얻을 수 있다. 일반적인 구조물은 감쇠를 지니고 있으므로 각 모우드별로 3%의 감쇠를 적용하면 Fig. 5(b)와 같이 현장에서 측정되는 일반적 형태의 가속도 신호 파형을 얻을 수 있으며 가속도 신호의 주파수 성분은 Fig. 6과 같이 5개의 모우드를 포함하고 있다. 이동 하중에 대한 보의 응답 해석에는 10개의 모우드를 사용하였으나 보의 중앙점에 대한 가속도 신호를 고려하였으므로 짝수 번째 모우드에서는 보의 중앙점이 정체점 (nodal point)이 되어 1, 3, 5, 7, 9번째의 모우드만이 가속도 신호에 반영됨을 알 수 있다.



(a) without damping

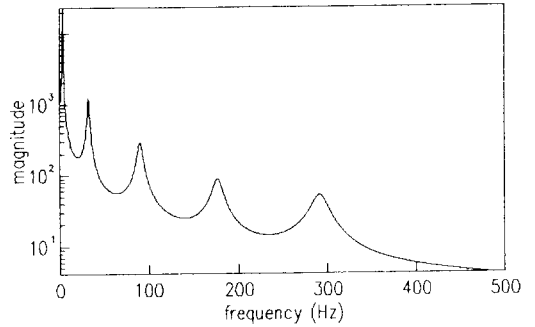


(b) 3% damping

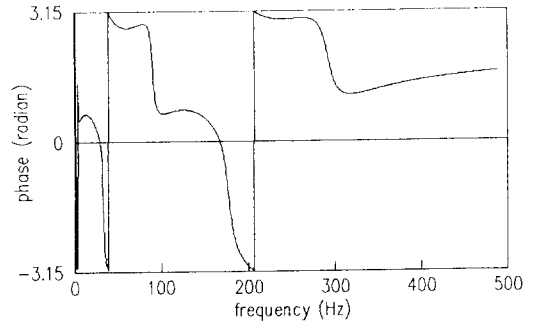
Fig. 5 Acceleration signal.

Fig. 5(b)와 같은 가속도 신호를 적분하여 변위응답을 추정하기 위하여 신호의 표본화시간 (T)은 $\frac{1}{2000}$ 초로 하였고 이동 하중이 보위에 존재하는 시간 ($0 \leq t \leq 2$)에 대하여 4000개의 이산데이터를 취하였다. 이 경우 주파수 영역의 분해능 (Δf)은 $\frac{1}{2}$ Hz이고 FFT분석의 경우에는 zero padding기법¹²⁾을 적용하여 2^{12} 개의 데이터를 기준으로 신호처리하였으며 윈도우함수는 사용하지 않았다.

일반적인 구조물의 진동 문제에서는 정적 하중에 의한 변위가 문제시 되지 않고 각 모드에 의한 진동변위성분을 구하여 중첩하는 기법을 사용하나 이동 하중 문제와 같이 변위응답에 이동 하중에 의한 정적변위가 중요한 역할을 하는 경우에



(a) magnitude



(b) phase

Fig. 6 Frequency characteristics of an acceleration signal

는 가속도 신호에 이에 해당하는 주파수 성분이 포함되어 있어야 신호 처리된 적분 결과에 이동 하중에 의한 변위성분이 나타나게 된다. 이를 위하여 Fig. 5(b)의 가속도 신호를 저주파 영역에 대하여 필터링하고 Zooming기법⁹⁾을 적용하여 극저주파 영역만을 표현하면 Fig. 7과 같이 0.5Hz성분이 존재함을 알 수 있다. 이는 길이 1m의 보위를 0.5의 속도로 이동 하중이 재하될 때 정적 변위에 해당하는 주파수 성분으로 가속도 신호에는 정적변위에 의한 극저주파성분과 각 모드에 해당하는 주파수 성분이 공존하고 있으며 현장에서 이를 측정하기 위하여는 가속도계의 측정 가능한 주파수 범위가 거의 DC레벨까지 매우 낮아야 함을 알 수 있다.

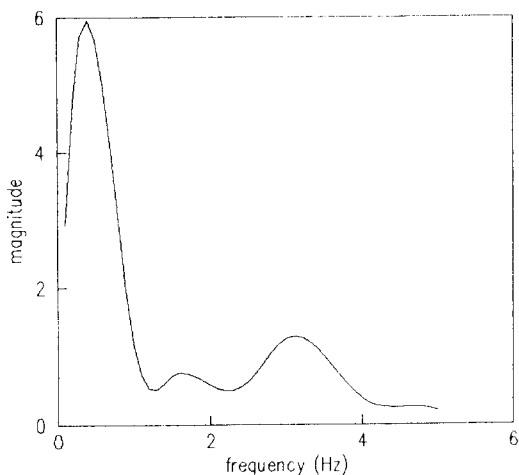
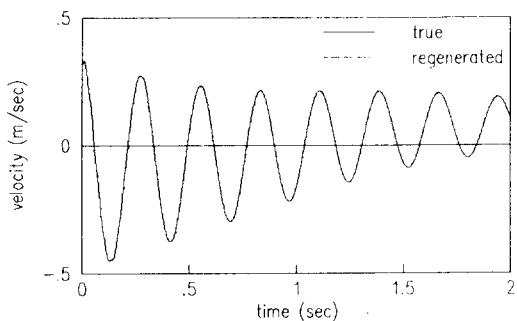


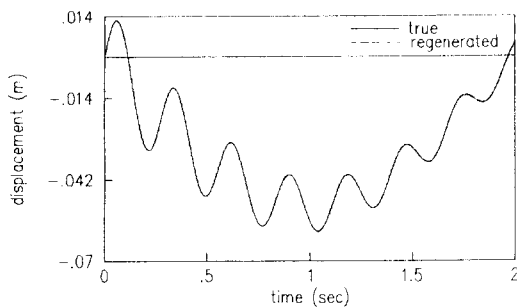
Fig. 7 Zooming results

4000개의 이산 데이터를 이용하여 본 논문에서 제시된 방법으로 적분을 수행하여 보의 중앙부의 속도 성분을 추정하면 시간 영역 및 주파수 영역에서 동일한 결과를 얻을 수 있고 속도를 적분하여 변위파형을 구하면 Fig. 8(b)와 같이 참값과 일치하는 결과는 얻을 수 있다. 이는 본론에서 언급한 바와 같이 초기 조건을 고려하는 경우에는 시간 영역과 주파수 영역의 적분은 동일한 의미를 지니며 수학적으로도 단순한 매핑관계에 있음을 알 수 있다. 기존의 연구에서와 같이 초기 조건을 고려하지 않고 단순히 측정된 가속도 신호만을 주파수 영역에서 적분할 경우에는 적분된 속도 신호에 물리적인 의미가 없는 DC성분이 발생되고 이 성분이 변위응답추정에 많은 영향을 미치게 되어 추정된 변위의 크기에 큰 오차가 발생하고 변위신호의 위상이 왜곡되는 등 신호 처리 결과가 무의미해질 수 있다.

속도의 초기조건이 추정된 변위응답에 미치는 영향을 평가하기 위하여 가속도 신호를 적분하여 속도를 추정할 때 Fig. 9(a)와 같이 인위적으로 약간의 초기 조건 오차를 도입하였다. 이 경우 추정된 변위응답은 Fig. 9(b)와 같이 참값과는 많은 차이를 나타내고 있으며 수치 적분의 특성



(a) velocity



(b) displacement

Fig. 8 Integration results with exact initial conditions

상 오차의 크기는 시간에 따라 선형적으로 증가함을 알 수 있다.

현장측정시 발생할 수 있는 측정 잡음의 영향을 고려하기 위하여 가속도 신호에 랜덤한 성분의 측정잡음을 5, 10 15 %첨가한 후 신호처리한 결과는 Fig. 10과 같고 잡음비(N/S ratio)는 아래와 같이 정의하였다.

잡음비(N/S ratio)

$$= \sqrt{\frac{\sum(a_v(t) - a(t))^2}{\sum a^2(t)}} \times 100(\%) \quad (33)$$

여기서 $a(t)$ 는 잡음이 없는 신호이며 $a_N(t)$ 는 측정 잡음이 포함된 신호이다.

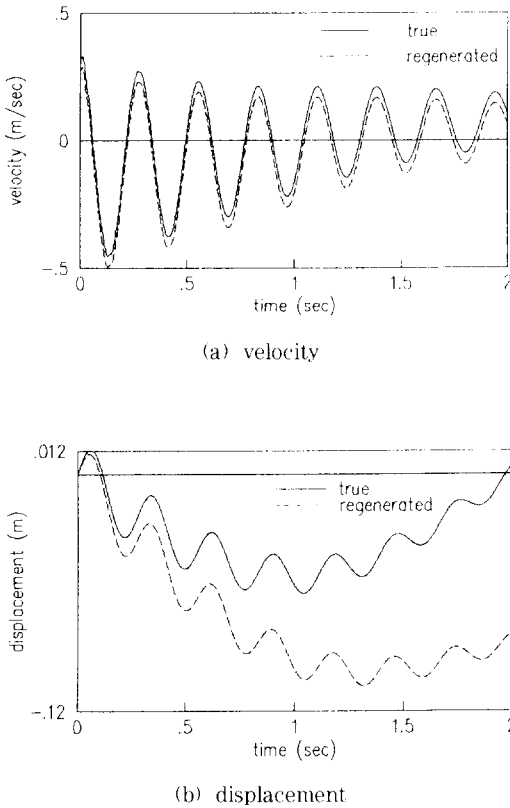


Fig. 9 Integration results with initial condition mismatch

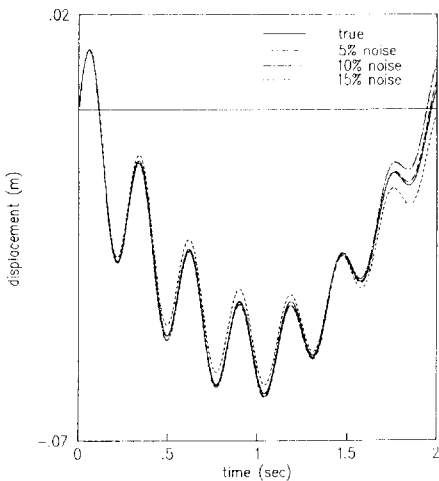


Fig. 10 Bias error due to random noise

Fig. 10에서처럼 랜덤한 측정잡음이 존재하는 경우의 신호처리 결과는 약간의 편기오차(bias error)만 발생할 뿐 추정된 변위응답은 참값을 잘 묘사하고 있다. 이는 랜덤한 측정오차는 그 크기가 증가하여도 수치 적분의 특성상 신호처리 과정에서 스무딩(smoothing)되어 적분 결과에 큰 영향을 미치지 못하기 때문이다.

속도에 대한 초기조건 오차와 측정 잡음이 동시에 존재하는 경우에 이동하중이 보의 중앙에 위치하는 $t=1\text{sec}$ 에서의 변위추정오차를 Fig. 11에 도시하였다. 그림에서처럼 가속도 신호를 적분하여 변위응답을 산정하는데 있어 가장 민감한 인자는 초기조건이며 본 기법을 구조물의 동적재하시험에 적용하기 위하여는 초음파센서등을 이용하여 재하하중이 보위에 진입하는 정확한 시간상의 측정과 더불어 가속도를 측정하는 위치에서의 초기속도 계측이 필수적임을 알 수 있다.

5. 결 론

본 연구에서는 시스템의 동적 응답성 추정을 목적으로 측정된 가속도신호를 적분하여 변위응답을 추정하는 문제에 대하여 기존의 연구에서 고려하지 못하였던 초기조건항을 도입하여 시간영역 및 주파수영역에서의 신호처리 기법과 이때 발생하는 문제점을 제시하였다. 제시된 기법을 실제 시스템에 적용하기 위하여 이동하중을 받는 보의 가속도신호를 적분하여 변위응답을 예측하고 해석적 결과와 비교하였으며 이로부터 다

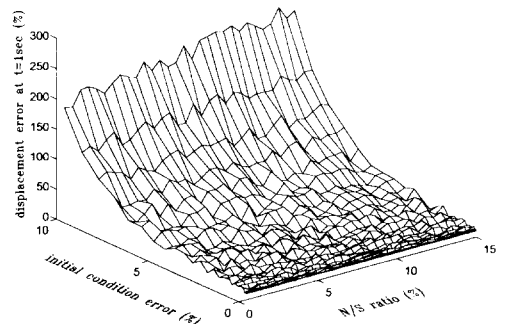


Fig. 11 Displacement estimation error

음과 같은 결론을 내릴 수 있다.

1) 초기조건의 영향을 도입함으로써 동일한 가속도신호에 대한 시간영역 및 주파수영역상의 적분방법은 해석적으로 일치하며 단순히 수학적 매핑관계임을 알 수 있다.

2) 충격문제와 같이 초기조건이 0이거나 정상상태의 가속도응답에 대하여는 기존의 연구에서 제시한 바와 같이 측정된 가속도 신호만을 적분하여 변위응답을 산정할 수 있으나 초기조건이 있는 경우에는 물리적으로 의미없는 결과를 도출한다.

3) 변위응답 산정에 가장 민감한 인자는 초기조건이며 랜덤한 성분의 측정잡음은 적분 신호처리의 특성상 결과에 큰 영향을 미치지 못하고 약간의 편기오차만을 발생시킨다.

4) 이동하중 문제와 같이 정적변위에 해당하는 매우 낮은 주파수성분과 구조계의 각 모드들의 주파수성분이 혼합된 경우에는 가속도신호의 적분에 의한 변위응답 산정을 위하여 DC성분까지 측정할 수 있는 가속도계를 사용하여야 한다.

NOMENCLATURE

English / Greek Symbols

C : 감쇠 행렬 (damping matrix)

H : 주파수응답함수 (frequency response function)

K : 강성 행렬 (stiffness matrix)

M : 질량 행렬 (mass matrix)

T : 표본화 시간 (sampling time interval)

$a(t)$: 가속도 신호 (acceleration signal)

$f(t)$: 시스템입력 (system input)

$h(t)$: 충격응답함수 (impulse response function)

$x(t)$: 변위응답 (displacement response)

$v(t)$: 속도신호 (velocity signal)

\mathcal{F} : 푸리에 변환 (Fourier transform)

\mathcal{F}^{-1} : 푸리에 역변환 (inverse Fourier transform)

\mathcal{F}_s : 푸리에 사인변환 (Fourier sine transform)

\mathcal{F}_c : 푸리에 코사인변환 (Fourier cosine transform)

ω : 각속도 (angular velocity)

* : 승적관계 (convolution)

Superscripts

+ : 이산화된 신호 (digitized signal)

Subscripts

r : 모드 번호 (mode number)

w : 윈도우 함수 (window function)

N : 측정잡음이 포함된 신호 (signal with measured noise)

감사의 글

본 논문은 한세 엔지니어링의 연구비지원하에 산학공동연구로 이루어진 것으로, 관계자 여러분에게 감사드립니다.

REFERENCES

1. J. G. Beliveau and M. Massoud, "Statistical Identification of an Astromast From Finite Element And Test Results Using Bayesian Sensitivity Analysis", *2nd International Modal Analysis Conference*, Vol. 1, 1983, pp.1121 ~ 1129.
2. 양경택, 최계식, "직교 다항식을 이용한 구조계의 축약된 동강성 행렬 표현", *전산구조공학회 논문집*, Vol. 6(2), 1993, pp.95 ~ 102.
3. 윤정방, 김두기, "민감도행렬을 사용한 구조물의 손상추정법", *전산구조공학회 논문집*, Vol. 9(4), 1996, pp.117 ~ 126.
4. P. Davies and J. K. Hammond, "A Comparison of Fourier and parametric Methods for Structural System Identification", *ASME Journal of Vibration, Acoustics, Stress and Reliability in Design*, Vol. 106, 1984, pp.40 ~ 48.
5. 장동일, 최계식, "가속도 신호를 이용한 교량의 동적응답 추정에 관한 연구", *강구조학회*

- 논문집, Vol. 2(1), 1990.
6. 이선구, 이성우, 이문택, "교량진동특성 분석을 위한 실측가속도의 적분", *전산구조공학회 논문집*, Vol. 9(4), 1996, pp.107~116.
 7. J. G. T. Riberio, J. L. F. Freire, and J. T. P. de Castro, "Problems in analogue double integration to determine displacements from acceleration data", *15th International Modal Analysis Conference*, Vol. 1, 1997, pp.930~934.
 8. S. Brown, *Mechanical Signature Analysis*, Chapter 3, Academic Press, 1986.
 9. Ruel V. Churchill, *Operational Mathematics*, Chapter 13, McGRAW-HILL KOGAKUSHA, LTD, 1972.
 10. Robert K. Otnes, Loren Enochson, *Applied Time Series Analysis*, Vol. 1, Chapter 7, JOHN WILEY AND SONS, 1978.
 11. Leonard Meirovitch, *Analytical Method in Vibrations*, Chapter 7, THE MACMILLAN COMPANY, 1967.
 12. Julius S. Bebdar, Allan G. Piersol, *Random Data : Analysis and Measurement Procedure*, Chapter 9, JOHN WILEY & SONS, 1971.

(접수일자 : 1997. 10. 22)