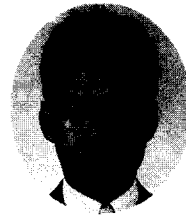


연성포장체의 동적해석 및 프로그램개발 현황



윤 경 구*

1. 서 론

연성포장체인 아스팔트포장은 일반적으로 최상층에 최고의 품질로 형성된 얇은 표층이 있고, 아래에 기층, 보조기층, 노상, 노체로 구성되어 있는 다층 구조체이다. 연성포장체의 하중지지 능력은 표층에 작용하는 하중을 각 층에서 전단에 의해 하위층으로 전달하여 분산시킴으로써 얻어진다.

포장체의 해석과 설계는 경험적인 방법과 역학적 방법으로 접근되어 왔다. 초기에는 공학자들은 경험에 바탕을 둔 방법에 근거하여 포장체를 설계하고 해석하였으나, 근래에는 이론과 컴퓨터가 발달함에 따라 역학적 방법에 의하여 포장체에 발생하는 대부분의 문제들을 해결하고 해석하려는 시도들이 진행되고 있다. 경험적인 방법은 포장체를 설계하는데 있어서 과거의 경험과 실내 또는 현장실험 결과에 전적으로 의존한다. 경험적 또는 반 경험적 방법은 비교적 단순하고

실제 현장 데이터로부터 만들어졌다는 장점을 가지고 있다. 그러나, 이 방법의 단점으로는 주어진 환경과 하중조건의 경험으로부터 만들어졌기 때문에 그 조건에서만 유용하고, 만약 이러한 조건들이 변하면 더 이상 의미가 없고 새로운 조건하에 새로운 경험으로부터 설계가 되어야 한다는 것이다. AASHTO¹⁾설계법이 대표적인 경험적 방법이다.

역학적 포장설계방법은 포장체를 하나의 구조체로 가정하여 여기에 작용하는 차량하중이나 환경하중으로 인해 포장체에 발생하는 응력, 변형률, 처짐을 이론적이고 역학적인 방법으로 해석하여 포장체 설계에 이용하는 방법이다. 이 방법의 장점은 어느 환경이나 하중의 조합에서도 포장체의 응력이나 손상 등을 계산하여 설계에 반영하여 적용할 수 있다는 것이다. 그러나 단점은 포장체의 거동에 영향을 미칠 수 있는 모든 인자를 대변하기 위해서 복잡한 식의 전개와 해석이 있어야 하고, 경험적 방법을 사용할 때보다 매우

* 한국도로공사 도로연구소, 책임연구원

복잡한 데이터를 필요로 한다는 것이다. 따라서 이를 위해서 매우 광범위하고 정교한 실험실과 현장의 실험이 요구되어진다.

연성포장체는 그림 1과 같이 각 층이 두께, 탄

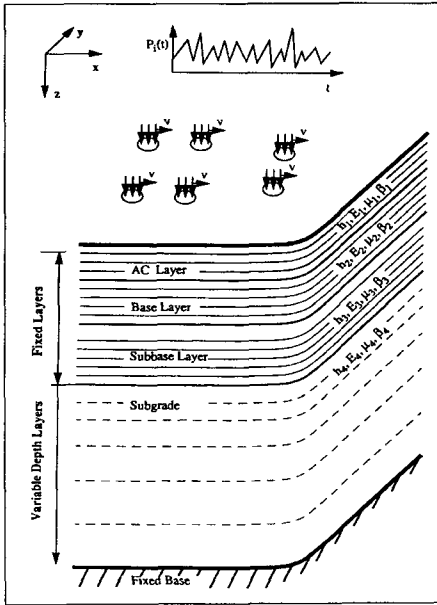


그림 1 다층 연성포장체와 동적 트럭하중

성계수, 포아송비, 감쇄비로 구성되어 있는 다층 포장체이며, 여기에 변동의 동적 트럭하중이 작용하는 것이 일반적이다. 대부분의 연성포장체 해석은 포장체가 탄성체 또는 점탄성체의 다층구조로 형성되어 있다는 이론에 근거하고 있다. 과거 수세기 동안 이론적이고 역학적인 방법을 포장체의 해석과 설계에 도입하려는 시도가 계속되어 왔다. 특히 다층이론과 수치해법의 발달에 따른 새로운 방법들이 시도되었는데, 본 고에서 구미를 중심으로 연성포장체의 정밀해석, 수치해석 및 프로그램개발 현황에 대해 기술하겠다.

2. 정밀해석

1885년에 포장체를 반무한의 등질 탄성체로 가정하여 집중하중이 작용할 때 포장체에 발생하는 응력, 변형율과 처짐을 구한 Boussinesq 해를

정밀해석(Closed-Form Solutions)의 시초라 할 수 있다²⁴⁾. 그러나, 포장체는 여러 가지 성질을 가진 다층 구조로 형성되어 있다. 1943년에는 Burmister는 연성포장체를 수평적으로는 무한하고 수직방향으로는 다층으로 모형화하여 탄성론으로 정밀해를 구하였다³⁾. 이에 앞서 1926년에는 Westergaard가 강성포장체의 비연속성을 고려하고 Winkler 기초에 놓인 탄성판으로 모형화하여 정밀해석을 하였다²²⁾. 본고에서는 연성포장체의 정밀해석에 대해 살펴보기로 한다.

2.1 정적해석

연성포장체는 최상층에 최고급의 표층이 있고 아래에는 저급의 재료로 구성되어 있기 때문에 등질의 형태로 해석하는 것은 옳지 않다. Burmister³⁾는 1943년에 연성포장체를 2층의 구조로 1945년에는 3층의 구조로 모형화하여 탄성론에 근거하여 처짐과 응력을 계산하는 정밀해를 구하였다. 이 방법은 각 층을 수평방향으로는 연속적이고 수직적으로는 유한의 두께를 가진 층으로 구성하되 최하위 층은 반무한 층이며, 각 층은 등방과 등질이고 선탄성의 성질을 지닌다. 하층은 표층에 등분포로 수직하게 원형으로 재하한다는 가정하에 해석하였다. 공학자들이 연산을 좀더 쉽게 하는 것을 돕기 위해서, 이 방법에 근거하여 표와 그림에 의해 연성포장체를 해석하는 방법이 1962년에 Ahlvin과 Ulery에 의해 제시되었다¹²⁾. 또한, 나중에는 연성포장 재료의 특성을 정확히 대변하기 위해서 점탄성론이나 비선형 해석이 도입되기도 하였다.

2.2 동적해석

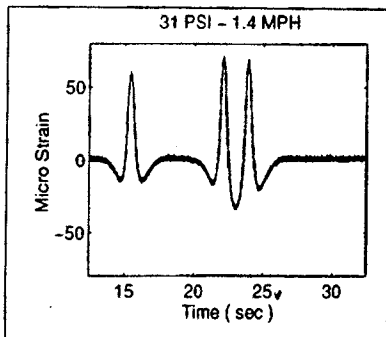
포장체 해석에서 관성의 효과는 단수 또는 다수의 자유도를 가진 구조물로 모형화 되어 동적 영향이 고려되었다. 동적하중이 반무한한 표면에 작용할 때 압축파(compressive or primary wave), 전단파(shear or secondary wave)와 표면파(surface or Rayleigh wave) 등 3개의 탄성파가 발생한다. Kausel과 Peek¹⁴⁾는 다층구조의 연성포장체에 작용하는 단위 동적하중에 의한 처짐인

Green 함수를 구하였다. 이 함수는 각 층의 기본적인 역학적 특성을 나타내는 동시에 동-탄성적 문제 즉, 탄성파의 전파, 지반과 구조물의 상호 간섭 등을 나타낸다.

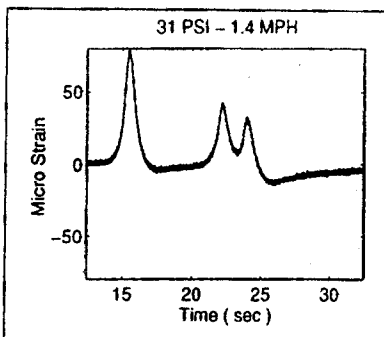
Fourier 변환이 포장체의 동적해석에 사용되기도 했다. 이 방법은 시간영역(time domain)의 순간적인 하중을 Fourier 변환을 이용하여 빈도영역(frequency domain)으로 변환하여 서로 다른 진동수와 크기를 가진 조화하중군으로 나타낸 후, 진동수와 크기의 함수로 해를 얻은 후, 역 Fourier 변환을 이용해 결과치를 다시 시간영역으로 변환하여 해를 구할 수 있다.

2.3 이동하중에 대한 해

그림 2는 아주 느린 일정한 속도로 이동하는 트럭하중에 의해 연성포장체에 발생한 변형율을



(a) 종방향 변형율



(b) 횡방향 변형율

그림 2 이동 트럭하중에 의한 현장측정 연성포장체의 변형율

현장 실험에서 측정된 결과(Moving Load Solution)이다²⁶⁾. 그림에 3개의 최대 변형율이 발생했는데 이는 트럭의 3개 축에 의해 발생된 것으로 좌측의 것이 트럭의 전륜에 의한 것이고 우측의 것이 후륜에 의한 것이다. 그림에서와 같이 트럭 하중의 진동, 속도, 축의 형태에 따라 연성포장체의 응력은 변하며, 따라서, 연성 포장체의 정확한 해석을 위해서는 트럭의 동적특성과 이동하중의 영향이 고려되어야 한다.

Cole과 Huth⁷⁾는 연성포장체를 균질의 반무한 탄성체로 모형화하여 표면에 수직으로 작용하며 일정한 속도로 이동하는 선하중에 대한 정확해를 제시하였다. 그들은 이동하중의 주요 효과는 포장체에 발생하는 최대 응력을 증가시키는 것이라고 주장하였다. 그러나, 이 방법은 포장체를 등질의 탄성체로 모형화했기 때문에, 다층구조이며 점탄성 성질을 가지는 연성포장체에는 적용하기 힘들다.

Pister와 Westmann¹⁷⁾는 연성포장체를 Winkler 기초에 놓인 수평적으로 무한히 긴 점탄성 보로 모형화하여 일정한 속도로 이동하는 집중하중에 대한 정밀해를 제시하였다. 정밀해는 Laplace와 Fourier 변환의 반복작업으로 초기조건과 경계조건을 만족시키도록 구해졌으며, 상수와 공간과 시간의 함수인 무차원 계수의 곱으로 표시된다. 그들은 포장체의 처짐과 곡률이 하중의 속도와 재하시간에 따라 다르게 발생함을 관찰하였다. 따라서, 하중 재하시간이 연성포장체 거동에 중요한 영향을 미침을 파악하였고, 재하시간이 길어질수록 연성포장체의 점탄성 때문에 처짐이 크게 발생함을 확인하였다. 따라서 교통하중의 속도가 늦어 질수록 점탄성 효과는 더 큰 영향을 미치고 탄성해석 결과와 더 큰 차이가 남을 알았다.

Chen⁶⁾은 동탄성 해석 컴퓨터 프로그램 MOVE를 개발하였는데, 이는 연성포장체를 견고한 기층 위에 놓인 다층 탄성체로 모형화하여 수직 선하중이 일정한 속도로 포장체의 표면을 이동할 때의 거동을 고찰하였다. MOVE에서는 변위로 표현되는 탄성과 방정식이 Galilean 변환에 의해 Laplace 방정식으로 환산되고, Laplace 방정식의

일반해는 경계조건을 적용하고 하중을 Fourier 적분으로 변환한 후 구해진다. 이 방법은 연성포장체의 재료를 탄성체로 가정했기 때문에 응력은 속도가 증가함에 따라 증가하였다. 그러나, 실제 현장실험에서는 아스팔트 재료 내부의 감쇄(damping)와 구조적인 방사감쇄(radiation damping)로 인하여 트럭하중의 이동속도가 증가함에 따라 감소한다.

3. 수치해석법

현재 사용 가능한 대부분의 포장체 해석 프로그램은 정적해석 프로그램이며 연속체 역학에 근거한 다층이론이나 유한요소법을 이용하여 개발되었다. 동적해석 프로그램 개발은 저조한 상태이다.

3.1 다층이론

연성포장체 해석을 위한 Burmister의 다층이론(Multi-Layered Theory)은 다음과 같은 기본 가정을 가지고 있다. (1) 각층은 등질(homogeneous)이고 등방성(isotropic)이며 탄성이나 점탄성을 지닌다. (2) 각층은 수평방향으로 무한하다. (3) 각층은 유효의 두께를 가지나, 최하위층은 무한의 두께를 가진 반무한(half-space)이다. (4) 각층의 경계면에서 연속조건은 만족된다.

그림 3은 다층 포장체의 모형과 경계면에서의 연속성을 나타내는 것으로 해석의 중요성이 있는 상부층은 얇게 모형화하고 하부층은 두껍게 모형화하는 것이 일반적이다. 이 이론은 연성포장체의 해석에 널리 사용되며, 현재 사용중인 많은 프로그램이 이 방법에 의한 것이다.

3.1.1 정적해석 프로그램

탄성다층이론은 1940년 이후부터 연성포장체 해석에 널리 이용되어 왔으며, 최근에는 컴퓨터 산업의 급격한 발달과 더불어 이 이론을 이용한 많은 프로그램들이 개발되고 있다.

CHEV²¹⁾와 ELSYM5²²⁾는 다층 탄성이론에 근거해서 개발된 대표적 연성포장체 해석 컴퓨터 프

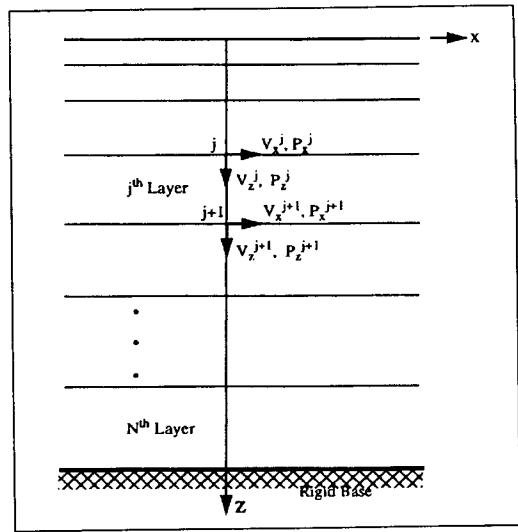


그림 3 다층 포장체의 모형과 경계면에서의 연속성

로그램이다. CHEV 컴퓨터 프로그램은 원래는 선 탄성 재료에만 사용될 수 있도록 개발되었으나, 미국 Asphalt Institute에 의해 DAMA¹³⁾란 프로그램으로 비선형의 재료특성까지 고려할 수 있도록 수정되었다. ELSYM5는 미국 버클리대에서 개발되었으며 다수의 축하중을 받는 5개의 층으로 구성된 연성포장체를 해석할 수 있도록 개발되었다.

Michelow¹⁵⁾는 등분포의 원하중을 받는 포장체의 거동을 해석했다. 그는 포장체를 반무한의 n층으로 모형화했으며 재료성질을 탄성체로 고려하였다. Shell 회사에 의해 BISAR²⁵⁾라는 프로그램이 개발되었는데, 이는 수직하중과 수평하중을 고려할 수 있다. Finn 등⁹⁾은 비선형 이론에 근거하여 포장체의 주요 손상형태인 피로균열과 소성변형(rutting)을 확률론을 도입하여 예측하는 PDMAP 프로그램을 개발했다.

VESYS II 컴퓨터 프로그램은 1973년 MIT의 Soussou²⁰⁾에 의해 개발되었다. 이 프로그램은 연성포장체를 3개의 층으로 형성된 구조물로 모형화할 수 있는데 상부 2개층은 유한 두께를 가지고 최하위층은 무한의 두께를 가진다. 수평방향으로는 모든 층이 무한의 길이를 가졌고 재료는 점탄성의 성질을 지닌다. VESYSII 프로그램은 포

장체의 응력, 손상과 사용성을 계산할 수 있다. 응력, 변형률과 처짐은 다층 이론에 의해 계산되고, 교통하중의 특성과 환경인자를 고려한 확률 개념을 도입하여 손상모델을 이용해 손상지수를 얻음으로써 연성포장체의 손상도를 예측할 수 있다. 또한, 손상지수는 포장체의 사용성지수(PSI : present serviceability index)를 계산하여 포장체의 사용성과 공용성을 나타낼 수 있다.

KENLAYER 컴퓨터 프로그램은 Huang¹²⁾에 의해 개발 되었는데, 이는 Burmister 이론을 바탕으로 여러 개의 등분포 원하중을 받는 포장체의 응력을 구할 수 있다. 아스팔트 표층은 선탄성이나 점탄성으로 모형화할 수 있고, 기층과 보조기층은 여러 개의 층으로 나뉘 재료의 응력 의존성을 고려한 비선형 거동을 고려할 수 있다.

연성포장체 해석을 위한 컴퓨터 개발시 아스팔트재료의 시간 의존성과 응력이력 의존성을 고려하기 위하여 점탄성 이론과 비선형 이론이 도입되었다. 그러나, 재료성질의 복잡성 때문에 비선형 이론과 점탄성 이론이 연성포장체 해석에 함께 이용된 예는 거의 없으며, Nair 등¹⁶⁾은 선형 점탄성으로 해석하는 것에 대한 타당성을 입증하였다. 그들은 실내실험을 수행하여 연성포장 재료의 점탄성적인 특성을 파악하였으며, 이를 선형 점탄성 이론을 이용한 해석을 통해 위와 같은 결론을 내렸다.

3. 1. 2 동적해석 프로그램

트럭하중이 이동함에 따라 포장체의 표면응력이 시간에 따라 변하게 되며, 이러한 응력은 트럭 자중에 의한 정적하중과 포장체의 거칠기에 의한 동적하중에 의한 결과이다. 이러한 동적영향을 고려한 컴퓨터 프로그램들이 개발되었는데, 이들은 현장검증을 통해 확립된 모델을 이용하여 차량의 진동특성을 고려하고 바퀴 축의 배치특성을 고려하기도 했다.

Harr¹¹⁾는 트럭이 포장체의 한 단면을 지날 때의 점유시간과 충격하중 크기를 고려하여 탄성으로 모형화하여 포장체를 동적해석하였다. 이 모델은 포장체의 탄성력, 관성력, 감쇄력을 고려하

였으며, 적절한 계수들을 선택하여 해석결과와 AASHTO 현장실험 결과가 유사함을 보였다.

Chen⁶⁾은 1987년 SAPSI란 프로그램을 개발하였는데, 이것은 축대칭과 중첩의 원리를 이용하여 2차원의 해를 3차원의 해로 확장하는 기법을 이용하여 연성포장체를 점탄성 다층으로 모형화하여 동적해석하였다.

Sebaaly¹⁹⁾는 Fourier 변환을 이용하여 조화하중(harmonic loads)과 충격하중(impulse load)을 고려할 수 있는 프로그램을 개발하였으며, 계산된 이론적 최대처짐을 AASHTO의 현장실험 결과치와 비교하여 프로그램을 검증하였으나 이동하중의 영향을 고려하지는 못했다.

Zafir 등²⁷⁾은 DYNPAVE란 프로그램을 개발하였는데, 이는 다층이론을 바탕으로 평면 변형으로 2차원에 이동하중의 영향을 평가하였다. 이때 3차원의 효과는 전면과 후면에 감쇄기를 배치하여 고려하였으며, 아스팔트 재료의 동적특성은 진동수의 함수로 나타냈다. 그 결과 연성포장체의 응력은 포장체의 두께에 크게 의존하고 차량의 속도가 증가함에 따라 감소함을 밝혔다.

윤경구 등²⁷⁾은 연성포장체 해석을 위해 새로운 프로그램 SAPSI-M을 개발했는데, 이는 연성포장체를 다층 점탄성체로 모형화하여 이동하는 변동하중에 의한 응력을 구할 수 있게 했다. 이때 동적하중에 의한 탄성과 전파, 관성력과 감쇄효과를 고려했다. 개발된 프로그램은 현장에서 측정된 변형률과 비교하여 검증하였다.

3. 2 유한요소법

유한요소법은 줄눈콘크리트 포장체의 줄눈으로 인한 비연속성을 모형화할 수 있고 슬래브의 크기효과를 고려할 수 있기 때문에 강성포장체 해석에 많이 이용되어 왔다. 그러나, 연성포장체 해석에도 일부 사용되었다.

연성포장체 해석에 유한요소법은 2차원, 3차원, 또는 축대칭(axisymmetric)의 문제를 해결하기 위해서 사용된다. 2차원 평면 변형모델에서 차량하중은 하나의 집중하중으로 모형화되고 이

는 횡방향으로 무한히 긴 선하중으로 모형화 하는 결과를 가져오며, 이는 모델링에는 편이성이 있지만 현실과 맞지 않게 된다. 따라서, 일반적으로 사용되는 2차원 모델은 축대칭을 이용하여 2차원의 결과값을 중첩의 원리를 이용하여 3차원의 결과로 확장하는 방법이 사용된다. 이 방법은 중첩의 원리를 사용해야 하기 때문에 탄성 문제에서만 유효하며 포장체의 기하학적 형태와 차량하중을 모두 축대칭으로 모형해야 하는 제한이 있다. 연성포장체는 하중에 의한 영향 범위가 작기 때문에 선단하중을 고려할 필요성이 없어 이 방법이 적용 가능하다. 3차원 유한요소법이 가장 널리 사용되는 방법이지만 이 방법도 3차원 공간에서 경계조건을 적합하게 고려해야 타당성 있는 해석 결과를 얻을 수 있다.

유한요소법은 Duncan 등⁸⁾에 의해 1968년에 처음으로 연성포장체 해석에 적용되었으며, 1980년에 Raad와 Figueroa¹⁸⁾에 의해 연성포장체의 비선형 거동을 고려한 ILLI-PAVE란 프로그램이 개발되면서 본격화 되었다. 그들은 재료의 비선형 거동을 Mohr-Coulomb의 파괴기준에 의거 고

려하였다.

Harichandran 등¹⁰⁾은 1989년에 연성포장체의 비선형해석을 위해 MICH-PAVE 컴퓨터 프로그램을 개발하였다. 포장체는 축대칭의 유한요소법을 이용하였으며, 포장의 반발 탄성계수와 Mohr-Coulomb의 파괴기준을 이용해 쇄석과 점토의 비선형거동을 나타낼 수 있다. 이 프로그램을 이용하여 단일의 원형하중을 받는 연성포장체의 응력을 계산하여 설계에 이용 할 수 있으며, 피로 수명과 소성변형을 예측할 수 있다.

표 1은 연성포장체 해석을 위해 구미에서 개발된 프로그램과 참고문헌, 개발년도, 하중형태, 응용이론 등을 나타낸다. 표에서 보여 주듯이 대부분의 포장체 해석 프로그램들은 탄성이론에 근거한 정적해석이다. 그러나, 근래에 들어 점탄성이론에 근거한 동적해석 프로그램 개발도 활발하게 진행되고 있다. 이러한 발전에 힘입어 미국 연방도로청에서는 2002년까지 포장체의 설계법을 완전한 역학적 설계방법으로 전환한다는 목표 하에 각 분야에서 활발한 연구가 진행되고 있다.

표 1 연성포장체 해석을 위한 컴퓨터 프로그램

Name	Source [Reference]	Year	Loads	Theory
CHEV	Chevron Company ²¹⁾	1963	Static	Elastic layer theory
ELSYM	U.C. Berkeley ²⁾	1972	Static	Elastic layer theory
BISAR	Shell Company ²⁵⁾	1973	Static	Elastic layer theory
VESYS II	M.I.T. ²⁰⁾	1973	Static	Visco-elastic layer theory
DAMA	Asphalt Institute ¹³⁾	1979	Static	Nonlinear elastic layer theory
ILLI-PAVE	U. of Illinois ¹⁸⁾	1980	Static	Linear FEM
VESYS3A	FHWA		Static	Linear Visco-elastic
PDMAP	U.C. Berkeley	1986	Static, probabilistic	Elastic layer theory
DYNAMIC	Arizonan State U. ¹⁹⁾	1987	Stationary Dynamic	Visco-elastic layer theory
SAPSI	U.C. Berkeley ⁶⁾	1987	Dynamic	Visco-elastic layer theory
MICH-PAVE	Michigan State U. ¹⁰⁾	1989	Static	Nonlinear FEM
KENLAYER	U. of Kentucky ¹²⁾	1993	Static	Visco-elastic layer theory
DYNPAVE	U. of Nevada, Reno ²⁷⁾	1994	Moving Dynamic Loads	Plane strain, layer theory
SAPSI-M	Michigan State U ²⁶⁾ .	1995	Moving Dynamic Loads	Axisymmetric, layer theory

4. 결 론

본고에서는 연성포장체 해석을 위한 정밀해석법, 수치해석법과 함께 컴퓨터 프로그램 개발현황을 고찰하였다. 특히, 정적해석법과 동적해석법을 분류하여 대비하였으며, 동적하중이 포장체에 미치는 영향을 고찰함과 동시에 포장체의 역학적 해석과 설계법의 중요성을 소개하였다.

현재 사용되고 있는 대부분의 정밀해석법과 수치해석법의 근간은 Burmister의 탄성 다층이론에 근거하고 있다. 해석적 연구에서는 몇몇의 연구가 점탄성 거동이나 비선형거동을 고려해서 시도되었으나, 이들은 대부분 정적해석방법이고 동적해석은 탄성이론이나 점탄성 이론에 바탕을 두고 있다. 유한요소법은 강성포장체 해석에 많이 이용되었으나, 비선형 거동을 고려한 연성포장체 해석에도 많이 이용되고 있다. 컴퓨터 산업의 빠른 발전에 힘입어 유한요소법은 더욱 활발하게 이용될 것이다.

우리나라에서 포장체 해석 및 설계는 대부분 경험적 방법에 의존하고 있다. 이는 역학적 방법의 발달이 미비해서 그러하기도 했지만, 연구자들의 관심과 노력이 부족했기 때문이기도 하다. 고속도로, 국도, 지방도 등의 포장 건설과 유지보수에 사용되는 막대한 국가 예산을 생각하고, 포장공학(pavement engineering)이 도로의 발달에 미치는 커다란 영향을 고려할 때 좀더 많은 연구가 필요하다.

REFERENCES

1. AASHTO, Guide for Design of Pavement Structures, American Association of State Highway and Transportation Officials, 1986.
2. Ahlborn, G., ELSYM5, Computer Program for Determining Stresses and Deformations in Five Layer Elastic System, University of California, Berkeley, 1972.
3. Burmister, D.M., "The Theory of Stresses and Displacements in Layered Systems", *Journal of Applied Physics*, Vol.16, Nos.2, 3, and 5, 1945.
4. Burmister, D.M., "Application of Layered System Concepts and Principles to Interpretations and Evaluations of Asphalt Pavement Performances and to Design and constructions", *Proceeding of the International Conference on structural Design of Pavement*, University of Michigan, 1962, pp.441-453.
5. Chatti, K., Dynamic Analysis of Jointed Concrete Pavements Subjected to Moving Transient Loads, Ph.D. Dissertation, the University of California-Berkeley, 1992.
6. Chen, S.S., The Response of Multi-layered Systems to Dynamic Surface Loads, Ph.D. Dissertation, University of California-Berkeley, 1987.
7. Cole, J and Huth, J., "Stress Produced in a Half Plane by Moving Loads", *J. of Applied Mechanics*, 433, December 1958.
8. Duncan, J., Monismith, C.L. and Wilson, E. L., "Finite Element Analysis of Pavements", HRR, Vol. 228, HRB 1968.
9. Finn, F., et al., Development of Pavement Structural Subsystems, NCHRP Report 291, Transportation Research Board, 1986.
10. Harichandran, R.S., Yeh, M.S. and Baladi, G.Y., "MICH-PAVE, A Nonlinear Finite Element Program for Analysis of Flexible Pavements", In Transportation Research Record 1286, TRB National Research Council, Washington, D=2EC., 1990, pp. 123-131.
11. Harr, M.E., "Influence of Vehicle Speed on Pavement Deflections", *Proc. Highway Research Board*, No. 41, 1962, pp.77-82.
12. Huang, Y.H., Pavement Analysis and design, Prentice Hall, New Jersey, 1993.

13. Hwang, D. and Witczak, M.W., Program DAMA (CHEVRON), User's Manual, Department of Civil Engineering, University of Maryland, 1979.
14. Kausel, E. and Peek R., "Dynamic loads in the Inertia of Layered Stratum, An Explicit Solution", *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol. 72, No.5, October 1982, pp.1459-1481.
15. Michelow, J., Analysis of Stress and Displacements in an N-Layered Elastic System under a load uniformly Distributed on a Circular Area, California, Research Corporation, Richmond, CA, 1963.
16. Nair, K., Smith, W.S. and Chang, C.Y., "Application of a linear Visco-elastic Characterization for asphalt Concrete", *Third International Conference on the Structural Design of Asphalt Pavements*, Vol I, London, 1972.
17. Pister, K.S. and Westmann, R.A., "Analysis of visco-elastic Pavement Subjected to Moving Loads", *Proceeding of the International Conference on structural Design of Pavement*, University of Michigan, 1962, pp.522-529.
18. Raad, L. and Figueroa, J.L., "Load Response of Transportation Support System", ASCE, *Journal of Transportation Engineering*, Vol.106, 1980, pp.111-128.
19. Sebaaly, P., and Tabatabaee, N., "Influence of Vehicle Speed on Dynamic Loads and Pavement Response", *Transportation Research Board 1410*, pp.107-114.
20. Soussou, T.E., Moavenzadeh, F., and Firdakly, H.K., "Synthesis of Rational Design of Flexible Pavements", Civil Engineering Dept., Report, Massachusetts Institute of Technology, January 1973.
21. Warren, H., and W.L. Dieckmann., Numerical Computation of Stresses and Strains in a Multiple-Layer Asphalt Pavement System, Internal Report, CHEVRON Research Corporation, Richmond, CA, 1963.
22. Westergaard H.M., "Stresses in concrete pavements computed by theoretical analysis", *Public Roads*, Vol.7, No.2, April 1926.
23. Winkler, E., Study of Elasticity and Strength, H. Dominikus, Prague, 1867.
24. Yodar, E.J. and Witczak, M.W., Practical of Pavement Design, John Wiley and Sons, Inc., 2nd Edition, New York, 1975.
25. DeJong, D.L., Peutz, M.G.F. and Korswagen, A.R., Computer Program BISAR. Layered Systems under Normal and Tangential Loads, Koninklijke Shell-Laboratorium, Amsterdam, External Report AMSR.0006.73, 1973.
26. Yun, K.K. and K. Chatti, "SAPSI-M: Computer Program for Analyzing Asphalt Concrete Pavement under Moving Arbitrary Loads", TRR 1539, TRB, Washington D.C., pp.88-95.
27. Zafir, Z., Siddharthan, R. and Sebaaly, E., "Dynamic Pavement-strain Histories from Moving Traffic Load", ASCE, *Journal of Transportation Engineering*, Vol. 120, No. 5, September, 1994. pp.821-842. 