

각스펙트럼 영역에서 전개함수 전계를 이용한 유전체 실린더에서의 역산란

Inverse Scattering Technique with Series Expanded Field of Dielectric Cylinders in Angular Spectral Domain

김하철* · 최현철** · 손 현**

Ha Chul Kim*, Hyun Chul Choi** · Hyon Son**

요 약

유전체 기둥의 단면에 대한 유전율 분포의 재구성시, 펄스 기저함수를 갖는 모멘트 방법을 이용한 각스펙트럼 영역의 역산란 기법은 유전체 단면의 크기가 커지면 고차 성분의 각스펙트럼 정보가 요구되기 때문에 미세한 잡음이 주어지는 경우에도 큰 재구성 오차가 발생하는 문제가 있다. 입력으로 사용되는 고차 성분의 각스펙트럼의 수를 줄이기 위하여, 본 논문에서는 유전체 단면의 소영역의 크기를 확장하고 각 소영역내의 유기된 전계에 대해서 급수전개된 기저함수를 적용한 모멘트 방법을 이용한 개선된 각스펙트럼 영역의 역산란 기법을 제시하였다. 입력으로 사용되는 각스펙트럼의 적절한 선택과 확장된 소영역내에서 적절한 중량 함수를 사용하여 잡음에 대한 영향을 충분히 줄일 정도로 정확히 재구성된 유전율 분포를 얻을 수 있었다.

Abstract

For inverse scattering problems reconstructing cross-sectional permittivity distributions of dielectric cylinders, the angular spectral inverse technique using the moment method with pulse basis function suffers from large reconstruction error even if very small noise due to requiring the higher spectral informations on the larger cross-section of the cylinder. To reduce the number of higher-order spectra, this paper presents an improved inverse technique in angular spectral domain applying the moment procedure with a series-expansion basis function for the induced field in each enlarged cross-sectional cell. By choosing adequate spectra and averaging over the enlarged cells with a suitable weighting function, the reconstruction profiles reveal fine enough to suppress the noise effect significantly.

I. 서 론

모멘트 방법을 적용한 수치해석을 이용하여 전자파의 역산란 문제를 많이 풀고 있다^[1]. 모멘트 방법을 이용한 공간영역(configurational domain)에서의 역산란 과정^{[2],[3]}은 잡음이 없는 경우에는 파장

이하의 미세한 해상도를 얻을 수 있는 장점이 있지만 잡음이 조금만 첨가되어도 많은 오차를 발생시키는 ill-posed 특성을 가지게 되어 역산란의 재구성이 어렵다. 이러한 단점을 줄이기 위하여 파수영역(spectral domain)에서 역산란 과정이^{[4]~[8]} 도입 되었다.

파수영역에서의 역산란은 산란 전자파의 측정 위

* 해군사관학교 전자공학과(Department of Electronics, Korea Naval Academy)

** 경북대학교 전자·전기공학부(School of Electronics and Electrical Engineering, Kyungpook National University)

· 논 문 번 호 : 980909-085

· 수정완료일자 : 1998년 10월 9일

치, 사용된 기저함수(basis function)의 종류, 분할된 소영역의 크기 및 위치 등의 영향이 분리되어 표현되어 역산란 계산과정의 ill-posedness에 대한 개선책을 쉽게 찾을 수 있다. 그러나 무한 직선상의 산란 전자파를 푸리에 변환하여 산란 전자파의 스펙트럼을 구해야 하기 때문에 실제의 산란파 측정시 무한 직선상의 산란 전자파 중에서 산란체로부터 먼 거리에 있는 산란 전자파를 무시하지 않으면 측정 데이터의 양이 아주 많아지므로 산란파의 세기가 충분히 작아지는 거리내에서 산란파 데이터를 제한해야 하는데, 이러한 공간적으로 측정시에 제외된 데이터들에 의해서 오차가 발생한다. 또한 산란파의 순방향 산란파나 역방향 산란파 중에서 하나의 경우에 대해서만 스펙트럼 전개가 가능하기 때문에 파수 영역에서의 역산란 방법은 산란체의 산란 데이터를 완전히 이용할 수 없는 등의 단점이 있다.

이러한 파수 영역에서 산란파 데이터 측정의 어려운 점을 해결하고 보다 효과적인 산란파의 정보를 이용하기 위하여, 산란 전자파의 측정을 산란체의 모든 방향에서 측정하고 비교적 먼거리의 산란파를 이용할 필요가 없는 산란체 주위를 둘러싸는 원주상에서 측정한 산란 전자파를 각도 방향의 스펙트럼으로 전개한 각스펙트럼 영역의 역산란 방법 [9]-[10]이 개발되었다. 각스펙트럼 영역의 역산란은 유한한 수의 각스펙트럼이 사용됨에도 불구하고 각각의 스펙트럼간의 직교성이 보장되기 때문에 공간 영역의 역산란 방법이나 파수 영역에서 역산란 방법보다 잡음에 대해서 훨씬 더 강한 특성을 나타낸다.

그러나 각스펙트럼 영역의 역산란에서도 ill-posedness의 특성이 나타난다. 이것은 산란체를 소영역으로 분할하였을 때 소영역의 수만큼 산란 전자파의 각스펙트럼을 구해야 하는데, 구해진 각스펙트럼에 포함되어 있는 고차 성분의 각스펙트럼의 크기가 잡음의 크기보다 작아지기 때문이다. 그래서 산란체의 크기가 커질 경우 입력으로 사용되는 각스펙트럼의 수도 마찬가지로 늘어나게 되는데 이때 고차의 스펙트럼도 많이 포함되어 역산란 계산시 미세한 잡음이 첨가되어도 재구성된 유전율 분포는 많은 오차를 가지게 된다. 이러한 ill-posedness를 줄이기 위해서는 입력으로 사용되는 각스펙트럼에서 고차의 스펙트럼 수를 줄여야 한다.

본 논문에서는 고차의 스펙트럼 수를 줄이기 위하여 산란체의 소영역의 크기를 확장시켜 소영역의 수를 줄이고 확장된 소영역내에서 급수 전개한 기저함수를 이용하고 각스펙트럼에 대한 잡음의 영향을 고찰하여 역산란의 과정에서 발생하는 ill-posed 특성을 줄이고자 한다.

II. 역산란 이론

그림 1과 같이 자유공간에서 임의의 단면을 갖는 유전체 실린더의 축방향인 z 축방향으로 분극된 입사파 $u^i(\rho)$ 가 주어지는 경우, 전체 전계 $u(\rho)$ 와 산란 전계 $u^s(\rho)$ 에 대한 관계식은 원통 좌표계에서 다음의 적분 방정식으로 표현된다.

$$u(\rho) = u^i(\rho) + u^s(\rho) \quad (1)$$

$$u^s(\rho) = k_0^2 \int \int_S p(\rho') G(\rho, \rho'; k_0) d\rho' \quad (2)$$

여기서 k_0 는 산란체 외부인 자유공간에서의 파수(wave number)를 나타내고 $p(\rho')$ 은 유전체 내부

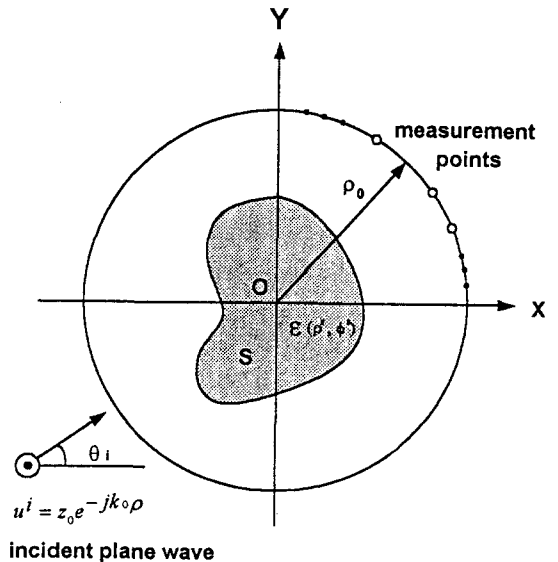


그림 1. 각스펙트럼 영역에서 역산란 구조

Fig. 1. Inverse scattering geometry in angular spectral domain.

의 유기 등가전류를 나타내며, $G(\rho, \rho'; k_0)$ 은 2차원 자유공간의 Green 함수이다. 산란 전자파 $u^s(\rho)$ 와 Green 함수 $G(\rho, \rho'; k_0)$ 를 각도 ϕ 에 대해 푸리에 급수로 전개하면 각스펙트럼 영역에서의 전체 전자파의 각스펙트럼 $U(\rho, n)$ 은 입사 전자파의 각스펙트럼 $U^i(\rho, n)$ 과 산란 전자파의 각스펙트럼 $U^s(\rho, n)$ 의 합으로 다음과 같이 표현된다^{[9]~[10]}.

$$U(\rho, n) = U^i(\rho, n) + U^s(\rho, n) \quad (3)$$

$$U^i(\rho, n) = (j)^{-n} J_n(k_0 \rho) \quad (4)$$

$$U^s(\rho, n) = \frac{-jk_0^2}{4} H_0^{(2)}(k_0 \rho) \int \int_S [\epsilon(\rho', \phi) - 1] u(\rho', \phi) J_n(k_0, \rho') e^{jn\phi} \rho' d\rho' d\phi \quad (5)$$

여기서 $u(\rho', \phi)$ 은 산란체내의 전체전계를 나타내고 $\epsilon(\rho', \phi)$ 은 산란체 내의 비유전율을 나타낸다. J_n 은 n 차 Bessel 함수, $H_n^{(2)}$ 는 n 차의 제2종 Hankel 함수를 나타낸다. 식 (3)의 적분 방정식을 모멘트 방법을 사용한 수치 계산으로 풀기 위하여 유전체의 단면 S 를 소영역으로 분할해야 한다.

펄스 기저함수를 사용하는 경우 유전체 단면 S 를 $0.1 \lambda \times 0.1 \lambda$ 이하의 크기를 갖는 소영역으로 나누어야 하는데, 산란체의 크기가 커질 경우 소영역의 수가 늘어나게 되어 역계산시에 필요한 각스펙트럼의 수도 늘어나게 된다. 잡음보다 크기가 작은 고차 스펙트럼의 수가 상대적으로 늘어나게 되어 그만큼 역산란에서 재구성된 유전율 분포에서 큰 오차가 발생하는 ill-posed 특성이 나타난다. 그러므로 역산란시에 잡음의 첨가량이 커지더라도 원래의 유전율 분포를 잘 재구성 할 수 있는 유전체 구조는 산란파의 고차 성분의 스펙트럼 수와 소영역의 수가 적은 구조이어야 한다.

III. 급수전개된 기저함수를 사용한 역산란

역산란 계산시에 ill-posed 특성을 갖는 고차 스펙트럼의 수를 줄이기 위해서 산란체의 소영역의 수를 줄여야 하는데, 본 논문에서는 그림 2와 같이 산란체의 단면 S 를 비교적 크기가 큰 M 개의 확장된 소영역으로 나누었다.

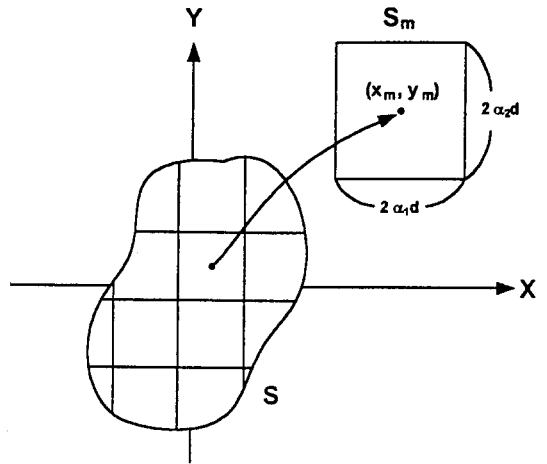


그림 2. M개의 소영역으로 단면 분할

Fig. 2. Cell discretization of cross-section S.

중심이 (ρ_m, ϕ_m) 인 이 소영역 S_m 내에서의 비유전율 $\epsilon(\rho', \phi')$ 의 분포는 소영역의 중심점에서의 비유전율 ϵ_m 으로 근사시킨다. 그러나 이 확장된 소영역 S_m 에서의 전계 $u(\rho', \phi')$ 를 상수 값으로 가정할 수 없으므로 본 논문에서는 식 (7)과 같이 각 소영역 내에서 파동 방정식을 만족하는 basis함수 $b_{pq}(\rho', \phi')$ 를 선택하였다.

$$u(\rho', \phi') \approx \sum_{p=-P}^P \sum_{q=-Q}^Q U_{mpq} b_{pq}(\rho', \phi') \quad \text{in } S_m \quad (6)$$

$$b_{pq}(\rho', \phi') = \exp \left\{ j p \pi \left(\frac{\rho' - \rho_m}{L_1} \right) + j q \pi \left(\frac{\phi' - \phi_m}{L_2} \right) \right\} \quad (7)$$

여기서 U_{mpq} 은 기저함수의 계수, $b_{pq}(\rho', \phi')$ 은 기저함수를 각각 나타낸다. L_1, L_2 는 식 (6)이 원래의 전계분포를 재구성할 수 있도록 선택하는 임의 상수이다. 따라서 급수전개 함수는 상수 성분 ($p=q=0$)과 고조파 성분의 전계의 합으로 표현된다. 그래서 식 (6)을 식 (5)에 대입하여 선형 방정식으로 나타내면 다음의 식^[11]과 같다.

$$[A_m(\rho_0, n_l)] [p_{mpq}] = [U^s(\rho_0, n_l)], \quad l=1, 2, \dots, T \quad (8)$$

여기서,

$$[p_{mpq}] = \sum_{m=1}^m \sum_{p=-p}^p \sum_{q=-Q}^Q (\epsilon_m - 1) U_{mpq} \quad (9)$$

$$[A_m(\rho_0, n_i)] = \frac{-jk_0^2}{2} \sum_{m=1}^M \sum_{p=-p}^p \sum_{q=-Q}^Q L_1 L_2 B_1(\rho, n) B_2(\rho, n) \quad (10)$$

$$B_1(\rho, n) = \int_{-\frac{\alpha_2 d}{L_1}}^{\frac{\alpha_1 d}{L_1}} (\rho_m + L_1 \rho) e^{jp\pi\rho} J_n[k_0(\rho_m L_1 \rho)] d\rho \quad (11)$$

$$B_2(\rho, n) = e^{-jp\phi_n} \frac{\sin[(q\pi - nL_2) \frac{\alpha_2 d}{L_2}]}{(q\pi - nL_2)} \quad (12)$$

$T = M \times (2P+1) \times (2Q+1)$ 을 나타낸다.

식 (8)을 사용하여 다음의 과정을 통하여 유전체의 내부의 비유전율 분포를 재구성한다. 첫째, 각스펙트럼 산란전계로부터 행렬 역변환에 의해 등가 유기전류 계수인 $U_{mpq}(\epsilon_m - 1)$ 을 구한다. 둘째, 등가 유기전류로부터 식 (6)의 유전체 내부의 전계를 구하고 이로부터 급수전개된 전계의 계수 U_{mpq} 를 계산한다. 마지막으로, 앞에서 구한 등가 유기전류의 계수 $U_{mp}(\epsilon_m - 1)$ 와 전계 계수 U_{mpq} 로부터 소영역내의 비유전율 분포 $\epsilon_m(\rho', \phi')$ 을 구하고 평균을 취하여 각 소영역내에서 하나의 유전율 값인 ϵ_m 으로 표현한다.

IV. 수치 계산 및 결과

본 논문에서는 급수전개된 기저함수를 갖는 모멘트 방법을 적용한 각스펙트럼 영역에서의 역산란 방법에서 잡음이 존재할 경우 미치는 영향 및 ill-posedness의 개선정도를 살펴보기 위하여 실제 수치계산을 수행하였다.

4-1 단일층의 유전체 구조

간단한 수치계산을 위하여 산란체는 그림 3과 같이 hollow cylinder구조로 선택하였다. 유전체의 두께가 입사파의 파장에 비해서 매우 얇으므로 ρ 방향의 유전을 분포와 등가 전류원의 변화를 무시할 수 있다^[11]. 따라서 유전체의 비유전율과 유기전류 값은 각도 ϕ 함수만으로 근사할 수 있다.

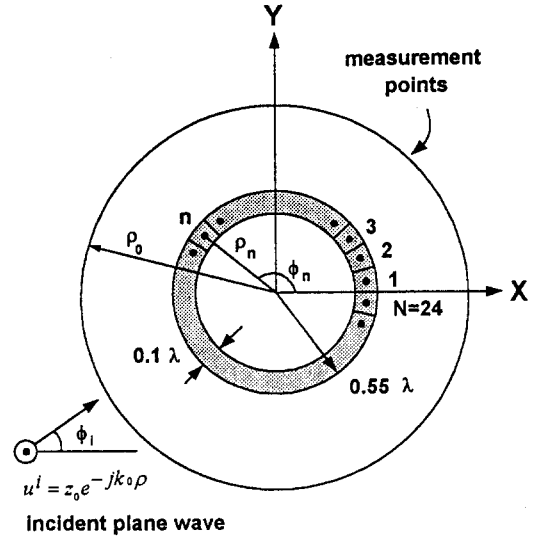


그림 3. 단일층의 유전체 구조

Fig. 3. Geometry of dielectric object with single layer.

역산란 입력 자료로 사용되는 각스펙트럼 $U^s(\rho_0, n)$ 은 산란체 중심에서 ρ_0 만큼 떨어진 원주상에서 측정된 산란 전자파 $u^s(\rho_0, \phi)$ 로부터 다음 적분식을 이용하여 수치 계산하여 구하였다^[12].

$$U_s(\rho_0, n) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} u^s(\rho_0, \phi) e^{-in\phi} d\phi \quad (13)$$

역산란시에 구해야 할 역산란 입력 자료의 수는 산란체의 크기에 의해 결정되는데 펄스 기저함수를 이용한 역산란에서 입력자료로 쓸 각스펙트럼은 소영역의 갯수 N 개와 같은 수의 스펙트럼을 선택하였고 급수전개를 한 기저함수를 이용한 역산란의 계산에서는 $T(=M \times 2P \times (2Q+1))$ 개의 각스펙트럼을 입력으로 사용하였다.

단일층의 유전체의 수치계산에서 선택된 모형은 반경이 $\rho = 0.5 \lambda$ 이고 두께가 $d = 0.1 \lambda$ 인데 각스펙트럼영역에서 펄스 기저함수를 이용한 계산에서는 그림 3과 같이 유전체를 24개($N=24$)의 소영역으로 분할하였고 급수전개된 기저함수를 사용한 경우에는 3개의 소영역을 한 개의 확장된 소영역하여 전체적으로 8개의 확장된 소영역($M=8$)으로 분할

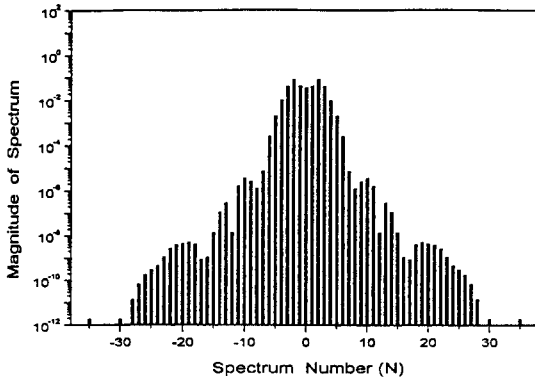


그림 4. 각스펙트럼의 진폭
Fig. 4. Magnitude of Angular Spectra.

하였다. 확장된 소영역의 비 유전을 값은 1.1, 1.3, 1.5, 1.7, 1.7, 1.5, 1.3, 그리고 1.1로 하였다. ρ 축방향으로는 두께가 얇기 때문에 펄스 기저함수 ($P=0$)을 취하였고, 방향으로는 3개의 요소를 갖는 다중 기저함수 ($Q=1$)를 취하였다.

그림 4는 단일층의 유전체의 중심에서 $\rho=1.0 \lambda$ 인 원주상에서 구한 산란파의 각스펙트럼을 나타낸다. $n=0$ 을 중심으로 상대적으로 저차의 스펙트럼의 진폭이 크고 고차 성분으로 갈수록 작음을 보여 준다.

4-1-1 잡음의 영향

잡음이 역산란 과정에서 미치는 영향을 살펴보기 위해서 잡음이 첨가된 산란 전계를 다음과 같이 정의한다.

$$u(\rho_0, \phi) = \bar{u}(\rho_0, \phi) + u^n \quad (14)$$

여기서 $\bar{u}(\rho_0, \phi)$ 는 잡음이 포함되지 않은 정확한 산란전계이고, u^n 은 여기에 첨가되는 잡음으로 Gaussian random variable로 하였다. 그림 5는 잡음이 없는 경우와 0.1%, 0.5%의 잡음이 주어졌을 때 각스펙트럼의 분포를 나타낸 것이다. 고차의 산란파 스펙트럼의 진폭은 잡음이 첨가의 되었을 때 훨씬 많은 변화를 가지는데 이것은 각스펙트럼의 고차 성분의 진폭이 아주 작기 때문이다. 그래서 고

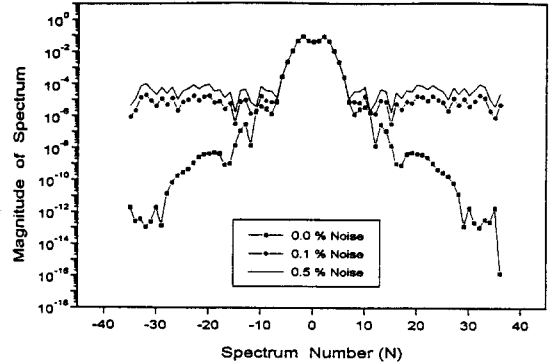


그림 5. 잡음과 고차성분의 각스펙트럼에 대한 크기 비교
Fig. 5. Comparison of higher-order spectra to noise.

차의 성분이 저차의 성분보다 잡음에 의해서 훨씬 더 큰 영향을 받음을 알 수 있다.

그림 6은 0.1%, 0.5%의 잡음이 주어졌을 때 재구성한 유전을 분포를 나타낸다. 확장된 소영역의 경계면에서 재구성 오차가 상대적으로 크게 나타나서 소영역내에서 평균을 취하여도 잡음으로 인하여 재구성이 어렵다. 이것은 소영역 내의 전계를 급수전개의 합으로 표현할 때 전개계수를 유한하게 취하였기 때문이다.

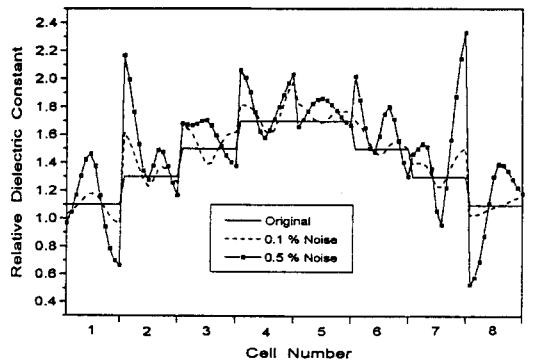


그림 6. 잡음 수준의 변화에 따른 재구성된 유전율 분포
Fig. 6. Reconstruction profiles according to noise.

4-1-2 중량 함수(Weighting Function)의 도입

각 소영역의 경계 부근에서 상대적으로 큰 오차를 줄이기 위해서는 평균을 취할 때 경계 부근에서의 효과를 감소시키는 중량함수의 도입이 필요한데 본 논문에서는 중량 함수 $\omega(\rho', \phi')$ 로서 다음 식과 같은 분포함수를 선택하여 소영역내의 유전율 ϵ_m 을 계산하였다.

$$\omega(\rho', \phi') = A \exp\left(\frac{-(\phi' - \phi_m)}{2\sigma^2}\right) \quad (15)$$

여기서 σ 은 중량함수의 분포를 조절하는 변수이고 A는 중량 함수의 진폭인데 소영역의 면적과 같은 값으로 하였다. $\sigma=0$ 인 경우에는 소영역 중심의 재구성 값을 나타내며 $\sigma=\infty$ 인 경우는 중량 함수의 효과가 없이 단순히 소영역내에서 평균을 취한 결과가 된다. 그림 7은 중량 함수의 분포를 나타낸다.

중량 함수의 선택은 중량 함수가 사용되지 않았을 때의 재구성된 유전율의 분포에서 가장 자리의 영향을 줄이는 방향으로 함수의 형태를 적절히 선택하면 된다. 실제적으로 역산란의 계산시 소영역의 유전율의 분포를 알 수 없으므로 급수 전개 조절 함수인 L_1, L_2 의 값을 선택할 때 각각 소영역의 크기보다 조금 더 큰 값을 선택하면 전개함수의 변화가 소영역의 가장 자리에서 전계의 변화를 따라가지 못하므로 가장 자리의 오차가 크게 발생한다. 그

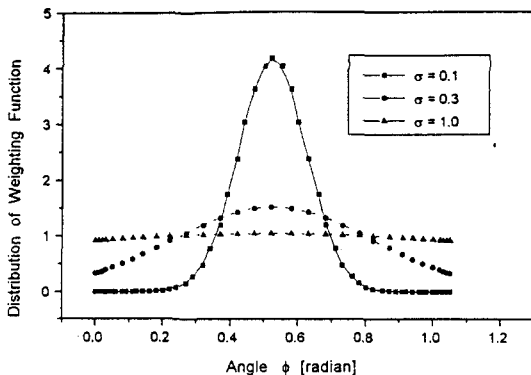


그림 7. σ 에 따른 중량 함수의 분포
Fig. 7. Distribution of weighting function according to σ .

표 1. 잡음 수준에 따른 재구성 오차(T=24)

Table 1. Reconstruction error according to noise (T=24).

Noise[%]	Reconstruction Error [%]	
	Pulse-Basis (N=-12si~11)	Series-Basis (N=-12si~11) M=8, Q=-1,0,1
0.1	6.91	0.41
1.0	70.55	2.04
5.0	743.32	7.11
10.0	814.11	11.34

래서 그림 7과 같이 가장 자리의 진폭 값이 작고 소영역의 중앙의 값이 큰 중량함수를 도입하여 계산하면 재구성 오차를 좀 더 줄일 수 있다.

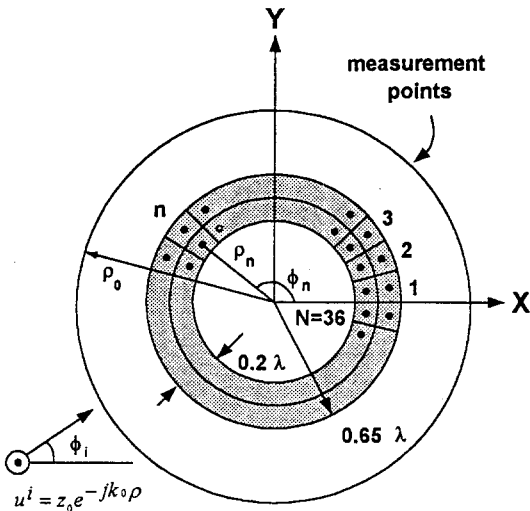
표 1은 잡음이 주어진 경우 펄스 기저함수를 이용하였을 경우와 급수전개 기저함수를 이용하고 적절한 중량함수($\sigma=0.19$)를 선택하여 역산란을 한 결과를 나타낸다.

1%의 잡음이 주어졌을 때 펄스 기저함수를 이용한 경우는 70% 정도의 재구성 오차를 가지므로 거의 재구성이 어려운 반면에 급수전개를 사용한 계산에서는 2%의 재구성 오차를 가지게 되어 원래의 유전율 분포를 거의 정확히 재구성할 수 있다.

4-2 2층의 유전체 구조

ρ 방향의 변화를 갖는 수치계산을 위하여 그림 8과 같이 2층의 구조를 갖는 유전체를 선택하였다. 단일층에서는 유전체의 두께가 입사파의 파장에 비해서 매우 얇으므로 ρ 방향의 유전율 분포와 등가 전류원의 변화를 무시할 수 있지만^[11], 2층인 경우에는 유전체의 비유전율과 유기전류값은 두께 ρ 와 각도 ϕ 함수로 모두 근사시켜야 한다.

반경이 $\rho=0.55 \lambda$ 이고 두께가 $d=0.2 \lambda$ 인 구조에 대한 수치계산에서 펄스 기저함수를 사용한 경우에는 유전체의 내부와 외부의 층을 각각 18개씩 분할하여 전체적으로 36개의 소영역으로 나누었고, 확장된 소영역으로 분할한 경우에는 내부층의 3개



Incident plane wave

그림 8. 2층의 유전체 구조
Fig. 8. Geometry of dielectric object with double layers.

의 소영역과 외부층의 3개의 소영역을 하나의 확장된 소영역으로 하여 전체적으로 6개의 확장된 소영역($M=6$)으로 분할하였다. 확장된 각 소영역의 비유전율값은 1.5, 1.7, 1.9, 2.1, 1.9, 및 1.7로 택하였다. ρ 축 방향으로는 2개의 요소를 갖는 다중 기저함수($P=0,1$)을 취하고 ϕ 방향으로는 3개의 요소를 갖는 다중 기저함수($Q=-1, 0, 1$)를 사용하였다. 각스펙트럼은 그림 4의 단일층의 구조의 유전체와 비슷한 형태이나 고차 성분의 진폭이 상대적으로 큰 분포를 가진다.

단일층의 유전체의 역산란에서 입력으로 사용되는 각스펙트럼은 상대적으로 진폭이 큰 $n=0$ 을 중심으로 대칭적인 24개($n=-12+11$)가 역산란의 입력으로 필요하지만 2층의 경우에는 $n=0$ 을 중심으로 진폭이 상대적으로 큰 저차의 각스펙트럼을 사용하면 역산란의 재구성이 어렵다. 즉, 유전체가 ρ 방향으로 두꺼워지면 많은 고차성분의 스펙트럼이 포함되기 때문이다.

유전체를 36개의 소영역으로 나누고 펄스 기저함수를 이용한 역산란에서 입력 자료로 필요한 스펙트럼의 수는 36개인데, 그림 9는 입력 자료로 사용

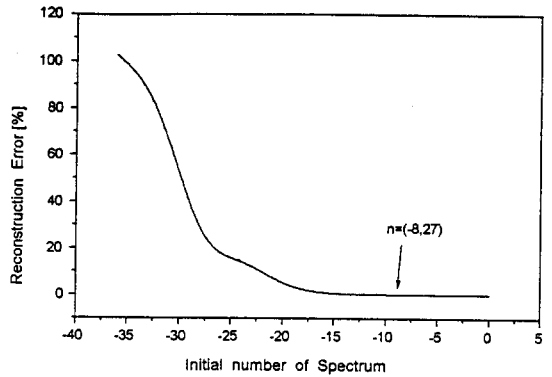


그림 9. 여러 가지 각스펙트럼에 대한 재구성 오차
Fig. 9. Reconstruction Error for various spectra.

되는 각스펙트럼의 분포를 $n=-36 \sim -1$ 에서 스펙트럼의 시작차수를 하나씩 증가시켜 $n=0 \sim 35$ 로 변화시켰을 때의 재구성 오차를 나타낸다.

그림 9에서 가로축은 스펙트럼 분포에서 시작되는 차수를 의미한다. 재구성 오차의 수렴정도로부터 가장 낮은 재구성 오차를 갖는 $n=-8 \sim 27$ 의 분포를 갖는 스펙트럼을 입력으로 사용하였을 때 가장 낮은 재구성 오차를 가진다. 그래서 실제의 역산란의 계산을 할 때 적절한 스펙트럼을 선택하는 것은 재구성의 과정에서 중요한 요인이 됨을 알 수 있다.

그림 10은 확장된 소영역에서의 재구성된 유전율 분포를 나타낸다. 단일층일 때와 같이 소영역의 경계면의 오차가 소영역의 중앙부분보다 비교적 크게

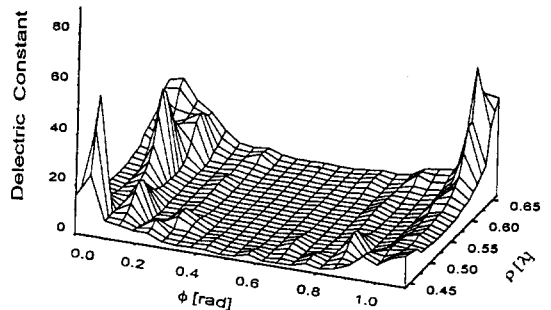


그림 10. 확장된 소영역에서의 재구성된 유전율 분포
Fig. 10. Reconstructed profile in enlarged cell,

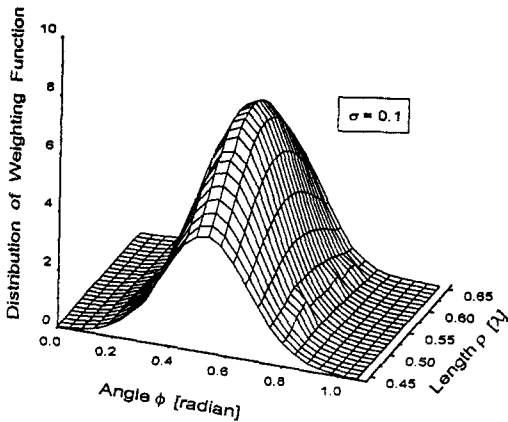


그림 11. 2층의 유전체의 확장된 소영역에서의 중량 함수
 Fig. 11. Weighting Function in enlarged cell of dielectric object with double layers.

나타나는데 확장된 소영역내의 전계를 급수 전개로 표현할 때 전개 계수를 유한하게 취한 결과이다.

소영역의 경계 부분에서 발생한 오차를 줄이기 위하여 다음 식과 같은 중량함수를 도입하였다.

$$w(\rho', \phi') = A \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} \left[(\rho' - \rho_m)^2 + \rho' \sin^2(\phi' - \phi_m) \right] \right\} \quad (16)$$

여기서 σ 는 중량함수의 분포를 조절하는 변수이고 A 는 중량함수의 진폭인데 소영역의 면적과 같은 값으로 하였다. 그림 11은 식 (16)의 중량함수에 대한 분포를 나타낸 것이다.

표 2는 잡음의 정도가 변할 때 각스펙트럼 영역과 공간 영역에서 재구성 오차를 비교한 것이다. 이 경우에 변수들은 $L_1=0.2$, $L_2=1.37$, $\sigma=0.11$ 의 값을 선택하였다.

표 2로부터 10%의 잡음이 주어질 경우 공간영역과 각스펙트럼 영역에서 펄스 기저함수를 사용한 경우에는 대략 500%의 재구성 오차를 가지게 되어 거의 재구성이 불가능함을 알 수 있다. 그리고 잡음의 수준이 변화해도 재구성 오차가 변하지 않는 이유는 재구성 오차가 일정한 수준 이상으로 되면 포화가 되기 때문이다. 그러나 급수전개 함수를 사용

표 2. 잡음수준에 따른 재구성 오차 ($T=M \times (P \times Q) = 36$ 경우)

Table 2. Reconstruction error according to the noise ($T=M \times (P \times Q) = 36$)

Noise[%]	Reconstruction Error[%]		
	공간영역	각스펙트럼영역 ($n=-8,27$)	
		Pulse-Basis	Series-Basis $M=6$ $P=0.1$ $Q=-1,0,1$
1.0	512.6	487.8	6.39
5.0			7.45
10.0			9.86
20.0			12.43

한 각스펙트럼 영역에서의 계산에서는 잡음 수준과 거의 비슷한 10% 정도인 재구성 오차를 얻을 수 있었다. 그리고 20%의 잡음이 주어지는 경우에는 오히려 잡음 수준보다 더 작은 12% 정도의 재구성 오차로서 재구성을 할 수 있음을 알 수 있다.

4-3 입사파의 수에 따른 재구성 오차

그림 12는 2층인 구조에서 10%의 잡음이 주어질 경우 공간 영역과 각스펙트럼 영역에서의 역산란에서 입사파의 입사 방향을 변화시키면서 구한 재구성 오차들에 대한 평균을 하였을 때 재구성 오차에 대한 수렴 정도를 보여준다. 즉, 입사파의 수가 4라는 것은 입사방향이 0, 90, 180, 270도 일 때 각각 구한 재구성 오차들의 합에 대한 평균을 의미한다.

평균을 취하는 입사파의 수가 많을수록 평균한 재구성 오차는 공간영역이나 펄스 기저함수를 사용한 각스펙트럼 영역에서의 재구성 오차가 작아짐을 알 수 있다. 그러나 급수전개 기저함수를 사용한 각스펙트럼에서의 재구성 오차는 거의 변화가 없었다. 이것은 급수전개 기저함수 사용할 때 변화되는 여러 가지 변수 즉, L_1 , L_2 , σ 의 값들을 고정시킨 상태에서 입사파의 변화에 대한 평균을 취했기 때문이다. 그래서 각각의 입사방향에 대해서 변수들을

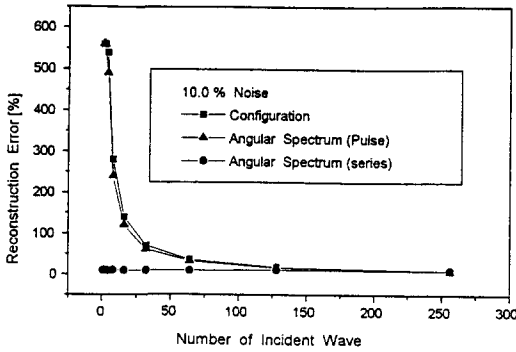


그림 12. 입사파의 수에 따른 재구성 오차
 Fig. 12. Reconstruction Error according to number of incident wave.

적절히 선택하여 평균을 취한다면 재구성 오차가 더 작아질 것이다.

그림 12에서 펄스 기저함수를 사용한 공간영역과 각스펙트럼 영역의 역산란에서 입사파의 방향을 변화시키면서 평균을 취한 재구성 오차와 한 방향의 입사파에 대해서 급수전개 기저함수를 이용한 역산란의 재구성 오차가 비슷한데 이것은 급수전개 기저함수의 적용이 재구성 오차를 줄이는데 효율적인 방법이 됨을 보여주는 것이다.

V. 결 론

각스펙트럼 영역의 역산란 계산에서 입력으로 사용되는 산란 전계에 잡음이 첨가된 경우에 대해 급수 전개된 기저함수를 갖는 모멘트 방법에 의한 각스펙트럼 영역의 역산란 방법을 적용시켜 수치 계산으로 유전율 분포를 재구성한 결과 역산란 문제에서 항상 발생하는 ill-posedness를 개선 할 수 있었다. 이는 소영역의 크기를 크게 함으로써 원래 구하고자 하는 비유전율 분포의 스펙트럼 중 고주파 성분이 상대적으로 줄어들어 잡음의 영향이 감소하기 때문이다.

그리고 유전체의 두께가 두꺼운 경우 입력으로 사용되는 각스펙트럼의 분포에서 고차의 성분이 더 많이 포함되는데 실제적인 역산란의 계산시에 입력으로 사용되는 스펙트럼의 적절한 선택이 중요하였

다. 역산란 계산시 소영역의 중심부근에서 역산란 계수를 구하므로 소영역의 경계부근에서 재구성 오차가 커지며 또한 유전체 내의 전계를 유한한 급수의 합으로 표현하기 때문에 소영역의 경계부근에서 재구성 오차가 커지는데 이러한 오차를 줄이기 위해서 소영역 중앙의 값을 소영역의 경계의 값보다 크게 weighting을 주어 평균을 취하여 계산하면 잡음에 의한 ill-posedness를 상당히 줄일 수 있었다. 또한 입사파의 수를 변화시키면서 각각의 입사 방향에 대한 재구성 오차를 평균함으로써 유전율의 재구성을 좀 더 정확히 할 수 있음을 알 수 있었다.

본 논문에서 제시된 유전체의 단면 구조가 원형일 경우에만 고려하였는데 이것은 원통 좌표계에 적합하지 않은 구조에 대한 급수전개 기저함수의 적용에 어려움이 있기 때문이다. 그러나 본 연구의 확장성을 위해서 이에 대한 연구가 계속 필요하리라 본다.

참 고 문 헌

- [1] S. A. Johnson, T. H. Yoon and J. W. Ra, "Inverse scattering solutions of the scalar Helmholtz wave equation by a multiple source Moment Method," *Electron. lett.*, vol. 19, pp. 130-132, 1983.
- [2] 김세운, 이재민, 나정웅, "모멘트 방법을 이용한 새로운 역산란 계산방법, I: 이론," 전자공학회지, 제 25권, 제3호, pp. 6-14, 1988.
- [3] 김세운, 윤태훈, 나정웅, "모멘트 방법을 이용한 새로운 역산란 계산방법, II: 잡음의 영향," 전자공학회지, 제 25권, 제 4호, pp. 15-24, 1988.
- [4] 김세운, 이재민, 나정웅, "파수영역에서 모멘트 방법을 이용한 새로운 역산란 계산 방법, I: 이론," 전자공학회지, 제 25권, 제 10호, pp. 1-9, 1988.
- [5] 이재민, 김세운, 나정웅, "파수영역에서 모멘트 방법을 이용한 새로운 역산란 계산 방법, II: 수치계산," 전자공학회지, 제 25권, 제 10호, pp. 10-17, 1988.
- [6] S. Y. Kim, H. C. Choi, J. W. Ra and S.

추계종합학술대회 논문집, 제13권 제 2호,
1990년 11월 30일, 고려대학교.

[10] K. S. Lee and J. W. Ra, "Angular spectral inverse for reconstruction of complex permittivity profiles," *Microwave and Optical Tech. Lett.*, vol. 5, no. 8, 1992.

[11] 김하철, 손현, 최현철, "유전체내의 전계를 급

수전개로 표시한 각스펙트럼 영역의 역산란 방법," 한국통신학회 논문집 제 21권 제 5호, pp. 1317-1323, 1996.

[12] M. Abramowitz and I. A. Stegun, Eds., *Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphics and Mathematical Tables*, New York : Dover, 1972.

김 하 철



1985년 2월 : 경북대학교 전자공학과 (공학사)
1990년 2월 : 경북대학교 대학원 전자공학과(공학석사)
1990년 3월~현재 : 경북대학교 대학원 전자공학과 박사과정
1993년 1월 : 해군사관학교 전자과 전

임강사

[주 관심분야] 전자장 수치해석, EMI /EMC

손 현



1960년 8월 : 연세대학교 전기공학과 (공학사)
1975년 8월 : 한양대학교 대학원 통신공학과(공학석사)
1984년 8월 : 경희대학교 대학원 전자공학과(공학박사)

1966년 4월~1977년 4월 : 주한 미육군 정보통신단 작전과 기술지원실 기술부장

1977년 4월~현재 : 경북대학교 전자공학과 교수

[주 관심분야] 이동통신, 위성통신, 마이크로파 및 안테나 공학

최 현 철



1982년 2월 : 경북대학교 전자공학과 (공학사)
1984년 2월 : 한국과학기술원 전기 및 전자공학과(공학석사)
1989년 2월 : 한국과학기술원 전기 및 전자공학과(공학박사)
1989년 3월~1990년 2월 : 대현정밀

(주) 연구소장

1990년 3월~현재 : 경북대학교 전자공학과 부교수

[주 관심분야] 마이크로파 능동 및 수동소자, EMI /EMC, 전자장 수치해석