

최소자승법을 이용한 이중층 마이크로스트립 방향성 결합기의 설계

Design of Directional Couplers in Bilevel Microstrip Using the Least Squares Residual Method

양기덕* · 김원기** · 이용민*** · 나극환*** · 신철재**

Ki-Dug Yang* · Won-Ki Kim** · Yong-Min Lee*** · Keuk-Hwan Ra*** · Chul-Jae Shin**

요 약

이중층 마이크로스트립 선로를 이용하여 기존의 edge-coupled 커플러가 가질 수 없는 임의의 큰 결합도와 광대역 특성을 갖는 broadside-coupled 하이브리드 커플러의 설계방법을 제안하였다. 설계에 필요한 물리적 치수들은 커플러의 특성 파라미터들을 variational method의 한 방법인 최소자승법(least squares residual method)과 eigenvalue 문제 해석법을 이용한 수치해석 방법을 통하여 구하였으며, 커플러의 구조와 차원에 따른 이론적인 계산값을 보이고 결합비 -3 [dB], 중심주파수 1 GHz로 제작한 실측치와의 비교를 통해 제시된 설계방법의 타당성을 입증하였다.

Abstract

In this paper, a design method for directional couplers using bilevel microstrip substrates is proposed. This kind of broadside-coupled coupler provides large coupling factors and broadband characteristics which can not be provided by conventional edge-coupled couplers.

Physical dimensions needed for design are obtained by numerical analysis of characteristic parameters of the coupler using the least squares residual method, a kind of variational method, and an eigenvalue problem analysis method.

A 3[dB] directional coupler is designed by the proposed method at the center frequency of 1 GHz, built, and tested. The validation and accuracy of the method are confirmed by comparing the numerical results with the experimental results.

I. 서 론

최근에 초고주파용 회로의 사용 주파수가 매우

높아지고 부품의 소형화 설계에 따라 마이크로스트립을 이용한 부품설계에 있어 접지면 위에 두개 이상의 유전체와 도체들로 이루어진 다층구조를 갖는 전송선로에 대한 연구들이 활발해지고 있다^{[1],[2]}.

*안산전문대학 전자통신과(Dept. of Electronic Communication, Ansan Junior College)

**아주대학교 전자공학과(Dept. of Electrical Eng., Ajou Univ.)

***광운대학교 전자공학과(Dept. of Electrical Eng., Kwangwoon Univ.)

· 논문 번호 : 980116-008

· 수정완료일자 : 1998년 3월 3일

Edge-coupled 마이크로스트립 커플러는 최대 커플링 비의 한계가 -3 dB로서(실제적으로는 -20 dB \sim -3 dB), 이러한 기본 형태의 구조로는 큰 결합도(strong-coupling) 및 주파수의 광대역 특성과 $-12\sim-14$ dB보다 더 좋은 지향성(directionality)을 얻기 힘들다^[3]. 따라서 큰 결합도와 큰 지향성을 갖는 커플러의 설계를 위하여 broadside-coupled 구조를 갖는 커플러들이 제안되고 있으며^{[4],[5]}, 광대역 특성을 갖고 결합비가 -3 dB 보다 큰 커플러의 설계법을 MMIC 설계기술에 적용하기 위한 연구 또한 활발하다.

본 논문에서는 두개의 층으로 이루어진 broadside-coupled 방향성 결합기의 특성 파라미터를 수치해석 방법으로 분석하여 이러한 기본구조를 갖는 커플러를 보다 정확하고 용이하게 설계할 수 있는 알고리즘을 제안하였다. 사용된 커플러의 기본구조는 그림 1과 같다.

이 구조가 갖는 가장 큰 장점은 일반적으로 사용

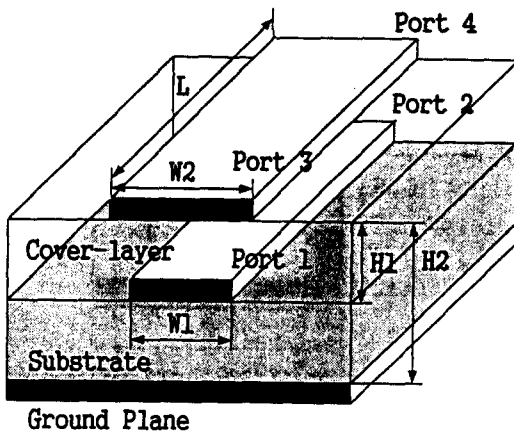


그림 1. 이중층 커플러의 기하학적 구조.(단자 1, 4가 isolated input, 단자1에 대해 단자2가 direct output, 단자4에 대해 단자3이 direct output)

Fig. 1. The geometry of the bilayer coupler.(port 1 and 4 are isolated inputs, port 2 is the direct output for port 1, and port 3 is the direct output for port 4).

되는 edge-coupled 커플러 제작시 요구되는 석판화인쇄 기법의 엄밀한 허용오차에 얽매이지 않고도 두 도체간에 큰 결합도를 갖고^[6] 두 기관중 한 기관의 유전율이 자유로이 선택되어지기만 하면 완전한 임피던스정합, 격리도(isolation) 그리고 사분(quadrature) 위상 출력 등 이상적인 커플러가 갖는 특성을 얻을 수 있다는 것이다^[7].

이 구조는 두 도체의 임피던스가 각각 다른 비대칭 커플러의 한 종류로, 본 논문에서는 커플러의 캐패시턴스를 계산하여 각 포트의 특성에 요구되는 위, 아래 두 도체의 모드별 특성 임피던스를 계산하는데 초점을 맞추었다^{[8],[9]}.

II. 최소자승법(Least Squares Residual Method)

임의의 해석 대상 영역 D 내의 전계를 다음과 같이 가정하자.

$$\Phi = \sum_{n=1}^N x_n \Phi_n$$

여기서 Φ_n 은 basis 함수이고 x_n 은 basis 함수의 크기 결정 계수이다. 영역 D내의 임의의 점 M_i 에서의 맥스웰 방정식은 다음과 같이 basis 함수 요소들의 합으로 나타내어진다.

$$\sum_{n=1}^N a_{in} x_n = 0$$

여기서 a_{in} 은 임의의 함수이다. 점들 M_i 는 N에 의해서 한정되고 따라서 N개의 방정식이 얻어지며 N_0 개의 basis 벡터들인 Φ_n 을 재구성함으로써 근사해를 얻을 수 있다. 일반적으로 N개의 방정식은 여러개로 나뉘어 구분된 영역들로 인하여 동시에 얻어질 수는 없다. 그러므로 다음 함수의 값을 최소화시키는 해를 찾는다.

$$F(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) = \sum_{i=1}^N \left| \sum_{n=1}^N a_{in} x_n \right|^2$$

i 에 대한 이산 합(discrete sum)은 다음과 같이 y 를 변수로 하는 적분 형태로 확장 할 수 있다.

$$a_{in} = a_n(y_i)$$

$$F(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) = \int_D \left| \sum_n a_n(y) x_n \right|^2 dy$$

함수 F 가 이산적일 경우는 위 식은 다음과 같이 나타내어진다.

$$F(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) = \sum_{m,n} A_{mn} x_m x_n^*$$

여기서

$$A_{mn} = \int_D a_m^*(y) a_n(y) dy$$

이며 모든 n 에 대하여 $x_n=0$ 인 무시할 수 있는 해도 존재한다. N_0 개의 basis 벡터들을 갖는 최소 eigenvalue로 이루어진 벡터를 찾으면 A_{mn} 은 연산자 A 의 행렬 표현과 같이 생각 할 수 있다. 만약 함수 Φ 이 규준화 되었다고 가정하면, 다루어야 할 문제는 $\langle \Phi A \Phi \rangle = C$ (상수)를 갖는 $\langle \Phi A \Phi \rangle$ 를 최소화시키는 것으로 압축된다.

$$A \Phi = \lambda \Phi$$

$\langle \Phi A \Phi \rangle$ 의 최소값은 λ_{min} 과 일치되므로 가능한 eigenvalue λ 값 중에서 하나의 가장 작은 λ_{min} 을 선택하면 된다.

$$\langle \Phi A \Phi \rangle = \lambda_{min} \langle \Phi \Phi \rangle$$

III. 반복법(Iteration Method)

최소자승법에 의한 수렴된 해를 구하기 위하여

반복법을 사용하였다. 사용된 반복법은 가중벡터 (weighting vector)를 개선된 벡터로 대체해 나가는 것을 기본으로 한다. 반복 과정은 한 벡터가 자신의 벡터로 변형되는 과정에 이르기까지 계속적인 변형 과정을 거친다.

만약 $AX = \lambda X$ 와 같은 형태의 eigenvalue 문제를 다룰 때 벡터 $V_1, V_2, \dots, V_k, \dots$ 의 순차과정은 초기벡터 V_1 을 다음의 형태로 만듦으로써 구성된다.

$$V_{k+1} = AV_k$$

eigenvector X_i 의 향으로 V_i 를 확장시키면 다음과 같이 나타내어진다.

$$V_1 = \sum_{i=1}^n C_i X_i$$

$$V_2 = AV_1 = \sum_{i=1}^n C_i \lambda_i X_i$$

$$V_3 = AV_2 = \sum_{i=1}^n C_i (\lambda_i)^2 X_i$$

⋮

$$V_k = AV_{k-1} = \sum_{i=1}^n C_i (\lambda_i)^{k-1} X_i$$

⋮

여기서 λ_n 이 최대 절대값을 갖는 eigenvalue라 하고 $C_n \neq 0$ 라면

$$V_k = C_n (\lambda_n)^{k-1} \left\{ X_n + \sum_{i=1}^{n-1} \frac{C_i}{C_n} \left(\frac{\lambda_i}{\lambda_n} \right)^k X_i \right\}$$

이 되며, $i \neq n$ 일 때 $|\lambda_i/\lambda_n| < 1$ 이므로 위 방정식에서 합 부분은 k 가 커짐에 따라 X_n 에 비해서 무시되어지고 따라서 V_k 는 X_n 의 배수로 접근한다. 그러므로 반복 과정은 최대의 절대 eigenvalue의 eigenvalue에 대응되는 모드로 수렴하게 된다. 이 반복법을 이용하여 가장 작은 eigenvalue를 갖는 벡터를 구하여야 하므로 행렬을 $B = \lambda_{max} - A$ 형태로 변형한다. 그러면

$$V_{k+1}' = BV_k' = (\lambda_{\max} - A)V_k'$$

이에 따라 변환된 벡터들은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} V_1' &= \sum_{i=1}^n D_i X_i \\ V_2' &= AV_1' = \sum_{i=1}^n D_i (\lambda_{\max} - \lambda_i) X_i \\ V_3' &= AV_2' = \sum_{i=1}^n D_i (\lambda_{\max} - \lambda_i)^2 X_i \\ &\vdots \\ V_k' &= AV_{k-1}' = \sum_{i=1}^n D_i (\lambda_{\max} - \lambda_i)^{k-1} X_i \\ &\vdots \end{aligned}$$

여기서 $(\lambda_{\max} - \lambda_m)$ 이 새로운 가장 큰 eigenvalue라고 하고 λ_m 은 행렬 A 에 대응되는 가장 작은 eigenvalue가 된다. 그러므로 λ_m 에 대응되는 벡터 X_m 을 얻을 수 있다.

IV. 커플러 구조 해석

그림 1에 나타난 커플러의 해석 영역 구분을 그림 2에 나타내었다.

그림 1에 나타난 커플러의 구조는 개방구조이므로

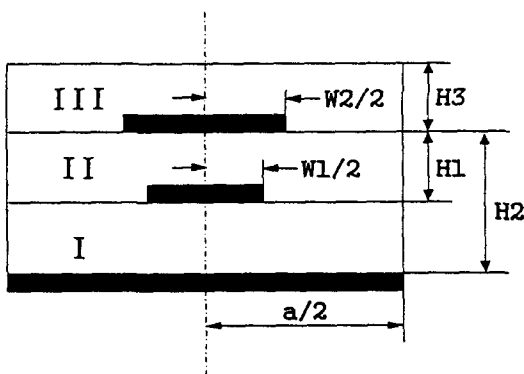


그림 2. 커플러의 해석 영역 단면

Fig. 2. Entire cross section of the coupler.

로 전계 분포 영역은 근본적으로 반 무한적이다. 비록 전압함수가 이러한 반 무한적인 구조에 대해서도 수치적으로 구해질 수 있으나 실제적으로 커플러 제작시 하우징이 커플러 구조의 치수를 한정하므로 그림 3과 같이 차폐된 영역으로 해석하여도 무방하며 또한 위 구조는 중심 수직선에 대하여 기하학적 대칭을 이루고 있으므로 계산의 편의성을 위하여 그림 3과 같이 3개의 해석 영역으로 나눌 수 있다.

기하학적 대칭을 이루는 경계면상에서 homogeneous Dirichlet 경계조건과 Neumann 경계조건^[10]을 적용하면, 스트립선로상의 전위를 V 라 할 때 $x = \frac{a}{2}$ 에서 $V = 0$ 이며, $x = 0$ 에서 $\frac{\partial V}{\partial x} = 0$ 이다.

위 세 해석영역 내에서 경계조건을 만족하는 전위분포함수의 weighting 함수를 다음과 같이 설정할 수 있다.

영역 I의 전위 :

$$V_1 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n \sinh \alpha_n (y + H_2) \cos \alpha_n x}{\cosh(\alpha_n \frac{H_1}{2})} \quad (1)$$

영역 II의 전위 :

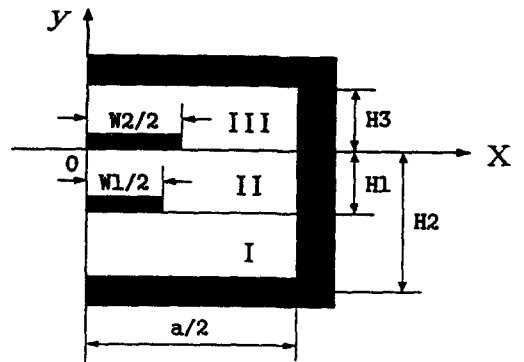


그림 3. 대칭성에 의한 커플러의 해석 영역

Fig. 3. Solution domain reduced by half because of symmetry.

$$V_2 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\{B_n \sinh \alpha_n (y + \frac{H_1}{2}) + C_n \cosh \alpha_n (y + \frac{H_1}{2})\} \cos \alpha_n x}{\cosh(\alpha_n \frac{H_1}{2})} \quad (2)$$

영역 III의 전위 :

$$V_3 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{D_n \sinh \alpha_n (H_3 - y) \cos \alpha_n x}{\sinh \alpha_n H_3} \quad (3)$$

여기서 n 은 공간주파수의 하모닉수이며,

$$\alpha_n = \frac{(2n-1)\pi}{a}$$

이다.

4-1 경계조건

4-1-1 영역 I 과 영역 II

영역 I 과 영역 II의 경계면에서 전위의 연속 조건으로부터 $|V_1 = V_2|_{y=-H_1}$ 이 성립하므로 다음 식을 얻는다.

$$\begin{aligned} A_n \sinh \alpha_n (H_2 - H_1) \\ = C_n \cosh \alpha_n \frac{H_1}{2} - B_n \sinh \alpha_n \frac{H_1}{2} \end{aligned} \quad (4)$$

또한 전계의 경계조건으로부터 도체와 유전체의 경계면에서 $|E_{x1} = E_{x2} = 0|_{y=-H_1}$ 이 성립하므로 다음 식들을 얻는다.

$$\begin{aligned} E_{x1} &= -\frac{dV_1}{dx} \Big|_{y=-H_1} \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\alpha_n A_n \sinh \alpha_n (H_2 - H_1) \sin \alpha_n x}{\cosh(\alpha_n \frac{H_1}{2})} = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

$$E_{x2} = -\frac{dV_2}{dx} \Big|_{y=-H_1}$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n \left\{ C_n - B_n \tanh \alpha_n \frac{H_1}{2} \right\} \sin \alpha_n x = 0 \quad (6)$$

유전체와 유전체의 경계면에서 $|D_{y1} = D_{y2}|_{y=-H_1}$ 이 성립하므로 다음 식들을 얻는다.

$$\begin{aligned} D_{y1} &= -\epsilon_1 \frac{dV_1}{dy} \Big|_{y=-H_1} \\ &= -\epsilon_1 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\alpha_n A_n \cosh \alpha_n (H_2 - H_1) \cos \alpha_n x}{\cosh(\alpha_n \frac{H_1}{2})} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D_{y2} &= -\epsilon_2 \frac{dV_2}{dy} \Big|_{y=-H_1} \\ &= \epsilon_2 \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n \left\{ C_n \tanh \alpha_n \frac{H_1}{2} - B_n \right\} \cos \alpha_n x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n \left\{ \frac{\epsilon_1 A_n \cosh \alpha_n (H_2 - H_1)}{\cosh(\alpha_n \frac{H_1}{2})} \right. \\ \left. + \epsilon_2 C_n \tanh \alpha_n \frac{H_1}{2} - \epsilon_2 B_n \right\} \cos \alpha_n x = 0 \end{aligned} \quad (7)$$

4-1-2 영역 II 와 영역 III

영역 II 와 영역 III의 경계면에서 전위의 연속 조건으로부터 $|V_2 = V_3|_{y=0}$ 이 성립하므로 다음 식을 얻는다.

$$D_n = B_n \tanh \alpha_n \frac{H_1}{2} + C_n \quad (8)$$

또한 전계의 경계조건으로부터 도체와 유전체의 경계면에서 $|E_{x2} = E_{x3} = 0|_{y=0}$ 이 성립하므로 다음 식들을 얻는다.

$$E_{x2} = -\frac{dV_2}{dx} \Big|_{y=0}$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n \left\{ B_n \tanh \alpha_n \frac{H_1}{2} + C_n \right\} \sin \alpha_n x = 0 \quad (9)$$

$$\begin{aligned} E_{x3} &= - \frac{dV_3}{dx} \Big|_{y=0} \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n D_n \sin \alpha_n x = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

유전체와 유전체의 경계면에서 $|D_{y1}=D_{y2}|_{y=0}$ 이 성립하므로 다음 식들을 얻는다.

$$\begin{aligned} D_{y2} &= -\epsilon_2 \frac{dV_2}{dy} \Big|_{y=0} \\ &= -\epsilon_2 \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n \left\{ B_n + C_n \tanh \alpha_n \frac{H_1}{2} \right\} \cos \alpha_n x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D_{y3} &= -\epsilon_3 \frac{dV_3}{dy} \Big|_{y=0} \\ &= \epsilon_3 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\alpha_n D_n}{\tanh \alpha_n H_3} \cos \alpha_n x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n \left\{ \epsilon_2 B_n + \epsilon_2 C_n \tanh \alpha_n \frac{H_1}{2} \right. \\ \left. + \frac{\epsilon_3 D_n}{\tanh \alpha_n H_3} \right\} \cos \alpha_n x = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

4-2 Variational Equations

계수 A_n, B_n, C_n, D_n 을 구하기 위하여 앞에서 구한 식 (4), (6), (7), (9), (11)을 이용한다.

식 (4)로부터

$$A_n = \frac{C_n \cosh \alpha_n \frac{H_1}{2} - B_n \sinh \alpha_n \frac{H_1}{2}}{\sinh \alpha_n (H_2 - H_1)} \quad (12)$$

식 (12)와 식 (7)로부터 식 (13)을 얻는다.

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n \left\{ \frac{\epsilon_1 (C_n - B_n \tanh \alpha_n \frac{H_1}{2})}{\tanh \alpha_n (H_2 - H_1)} \right. \\ \left. + \epsilon_2 C_n \tanh \alpha_n \frac{H_1}{2} - \epsilon_2 B_n \right\} \cos \alpha_n x = 0 \end{aligned} \quad (13)$$

식 (8)과 식 (11)로부터 식 (14)을 얻는다.

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n \left\{ \epsilon_2 B_n + \epsilon_2 C_n \tanh \alpha_n \frac{H_1}{2} \right. \\ \left. + \frac{\epsilon_3 (B_n \tanh \alpha_n \frac{H_1}{2} + C_n)}{\tanh \alpha_n H_3} \right\} \cos \alpha_n x = 0 \end{aligned} \quad (14)$$

식 (6)으로부터 식 (15)을 얻는다.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n \left\{ C_n - B_n \tanh \alpha_n \frac{H_1}{2} \right\} \sin \alpha_n x = 0 \quad (15)$$

식 (9)로부터 식 (16)을 얻는다.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n \left\{ B_n \tanh \alpha_n \frac{H_1}{2} + C_n \right\} \sin \alpha_n x = 0 \quad (16)$$

위 식 (12)~(16)에서 우 모드의 경우에는 $B_n = 0$, 기 모드의 경우에는 $C_n = 0$ 을 취함으로써 얻어지는 각 모드에 대한 variational equation들은 식 (17), (18)과 같다.

$$\sum_{n=1}^{\infty} C_n' \rho_{ne1} \sin \alpha_n x = 0 \quad (17a)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} C_n' \rho_{ne2} \cos \alpha_n x = 0 \quad (17b)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} C_n' \rho_{ne3} \cos \alpha_n x = 0 \quad (17c)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} B_n' \rho_{no1} \sin \alpha_n x = 0 \quad (18a)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} B_n' \rho_{no2} \cos \alpha_n x = 0 \quad (18b)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} B_n' \rho_{no3} \cos \alpha_n x = 0 \quad (18c)$$

여기에서

$$\rho_{ne1} = 1$$

$$\rho_{ne2} = \frac{\epsilon_1}{\tanh \alpha_n (H_2 - H_1)} + \epsilon_2 \tanh \alpha_n \frac{H_1}{2}$$

$$\rho_{ne3} = \epsilon_2 \tanh \alpha_n \frac{H_1}{2} + \frac{\epsilon_3}{\tanh \alpha_n H_3}$$

$$\rho_{no1} = \tanh \alpha_n \frac{H_1}{2}$$

$$\rho_{no2} = \frac{\epsilon_1 \tanh \alpha_n \frac{H_1}{2}}{\tanh \alpha_n (H_2 - H_1)} + \epsilon_2$$

$$\rho_{no3} = \epsilon_2 + \frac{\epsilon_3 \tanh \alpha_n \frac{H_1}{2}}{\tanh \alpha_n H_3}$$

그리고 $C_n' = \alpha_n C_n$, $B_n' = \alpha_n B_n$ 이다.

4-3 Least Squares Residual Method

Variational equation의 행렬 표현은 다음과 같다.

4-3-1 우 모드의 경우

S_{mn} 및 D_{mn} 을 다음과 같이 정의하자.

$$S_{mn} = \frac{\alpha_m + \alpha_n}{2}$$

$$D_{mn} = \frac{\alpha_m - \alpha_n}{2}$$

그러면 계수행렬을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} A_{mn} &= \int_0^{\frac{W_1}{2}} \rho_{me1} \rho_{ne1} \sin \alpha_m x \sin \alpha_n x dx \\ &+ \int_0^{\frac{W_2}{2}} \rho_{me1} \rho_{ne1} \sin \alpha_m x \sin \alpha_n x dx \\ &+ \int_{\frac{W_1}{2}}^{\frac{a}{2}} \rho_{me2} \rho_{ne2} \cos \alpha_m x \cos \alpha_n x dx \\ &+ \int_{\frac{W_2}{2}}^{\frac{a}{2}} \rho_{me3} \rho_{ne3} \cos \alpha_m x \cos \alpha_n x dx \\ &= \frac{a}{4} (\rho_{me2} \rho_{ne2} + \rho_{me3} \rho_{ne3}) \delta_{mn} \\ &+ \frac{\sin(D_{mn} W_1)}{4D_{mn}} (\rho_{me1} \rho_{ne1} - \rho_{me2} \rho_{ne2}) \\ &+ \frac{\sin(D_{mn} W_2)}{4D_{mn}} (\rho_{me1} \rho_{ne1} - \rho_{me3} \rho_{ne3}) \\ &- \frac{\sin(S_{mn} W_1)}{4S_{mn}} (\rho_{me1} \rho_{ne1} + \rho_{me2} \rho_{ne2}) \\ &- \frac{\sin(S_{mn} W_2)}{4S_{mn}} (\rho_{me1} \rho_{ne1} + \rho_{me3} \rho_{ne3}) \quad (19) \end{aligned}$$

4-3-2 기 모드의 경우

$$\begin{aligned} A_{mn} &= \int_0^{\frac{W_1}{2}} \rho_{mo1} \rho_{no1} \sin \alpha_m x \sin \alpha_n x dx \\ &+ \int_0^{\frac{W_2}{2}} \rho_{mo1} \rho_{no1} \sin \alpha_m x \sin \alpha_n x dx \\ &+ \int_{\frac{W_1}{2}}^{\frac{a}{2}} \rho_{mo2} \rho_{no2} \cos \alpha_m x \cos \alpha_n x dx \\ &+ \int_{\frac{W_2}{2}}^{\frac{a}{2}} \rho_{mo3} \rho_{no3} \cos \alpha_m x \cos \alpha_n x dx \\ &= \frac{a}{4} (\rho_{mo2} \rho_{no2} + \rho_{mo3} \rho_{no3}) \delta_{mn} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{\sin(D_{mn} W_1)}{4D_{mn}} (\rho_{m01} \rho_{n01} - \rho_{m02} \rho_{n02}) \\
 & + \frac{\sin(D_{mn} W_2)}{4D_{mn}} (\rho_{m01} \rho_{n01} - \rho_{m03} \rho_{n03}) \\
 & - \frac{\sin(S_{mn} W_1)}{4S_{mn}} (\rho_{m01} \rho_{n01} + \rho_{m02} \rho_{n02}) \\
 & - \frac{\sin(S_{mn} W_2)}{4S_{mn}} (\rho_{m01} \rho_{n01} + \rho_{m03} \rho_{n03}) \quad (20)
 \end{aligned}$$

4-4 전위 및 선로의 표면전하

최종적으로 구해진 weighting 함수의 계수들의 관계식은 다음과 같다.

4-4-1 우 모드의 경우

$$A_n = \frac{\cosh \alpha_n \frac{H_1}{2}}{\sinh \alpha_n (H_2 - H_1)} C_n$$

$$D_n = C_n$$

그러므로 각 영역의 전위는 식 (21)~(23)과 같으며, 우 모드에서의 단위길이당 정전용량은 식 (25)와 같다.

$$V_{e1} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{C_n' \sinh \alpha_n (y + H_2) \cos \alpha_n x}{\alpha_n \sinh \alpha_n (H_2 - H_1)} \quad (21)$$

$$V_{e2} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{C_n' \cosh \alpha_n (y + \frac{H_1}{2}) \cos \alpha_n x}{\alpha_n \cosh \alpha_n \frac{H_1}{2}} \quad (22)$$

$$V_{e3} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{C_n' \sinh \alpha_n (H_3 - y) \cos \alpha_n x}{\alpha_n \sinh \alpha_n H_3} \quad (23)$$

$$V_{e2}|_{y=0} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{C_n' \cos \alpha_n x}{\alpha_n}$$

$$\begin{aligned}
 & \sum_{n=1}^{\infty} C_n' \left\{ \epsilon_2 \tanh \alpha_n \frac{H_1}{2} \right. \\
 & \quad \left. + \frac{\epsilon_3}{\tanh \alpha_n H_3} \right\} \cos \alpha_n x = \rho_s \\
 Q_e & = \int_{-\frac{W_2}{2}}^{\frac{W_2}{2}} \sum_{n=1}^{\infty} C_n' \left\{ \epsilon_2 \tanh \alpha_n \frac{H_1}{2} \right. \\
 & \quad \left. + \frac{\epsilon_3}{\tanh \alpha_n H_3} \right\} \cos \alpha_n x \, dx \\
 & = 2 \sum_{n=1}^{\infty} C_n' \left\{ \epsilon_2 \tanh \alpha_n \frac{H_1}{2} \right. \\
 & \quad \left. + \frac{\epsilon_3}{\tanh \alpha_n H_3} \right\} \int_0^{\frac{W_2}{2}} \cos \alpha_n x \, dx \\
 & = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2C_n'}{\alpha_n} \left\{ \epsilon_2 \tanh \alpha_n \frac{H_1}{2} \right. \\
 & \quad \left. + \frac{\epsilon_3}{\tanh \alpha_n H_3} \right\} \sin \alpha_n \frac{W_2}{2} \quad (24)
 \end{aligned}$$

$$C_e = \frac{V_e}{Q_e} = \frac{\sum_{n=1}^{\infty} V_{en}}{\sum_{n=1}^{\infty} Q_{en}} \quad (25)$$

4-4-2 기 모드의 경우

$$A_n = - \frac{\sinh \alpha_n \frac{H_1}{2}}{\sinh \alpha_n (H_2 - H_1)} B_n$$

$$D_n = B_n \tanh \alpha_n \frac{H_1}{2}$$

그러므로 각 영역의 전위는 식 (26)~(28)과 같으며, 기 모드에서의 단위길이당 정전용량은 식 (30)과 같다.

$$V_{o1} = - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{B_n' \sinh \alpha_n (y + H_2) \cos \alpha_n x \tanh \alpha_n \frac{H_1}{2}}{\alpha_n \sinh \alpha_n (H_2 - H_1)} \quad (26)$$

$$V_{o2} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{B_n' \sinh \alpha_n (y + \frac{H_1}{2}) \cos \alpha_n x}{\alpha_n \cosh \alpha_n \frac{H_1}{2}} \quad (27)$$

$$V_{o3} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{B_n' \sinh \alpha_n (H_3 - y) \cos \alpha_n x \tanh \alpha_n \frac{H_1}{2}}{\alpha_n \sinh \alpha_n H_3} \quad (28)$$

$$V_{o2}|_{y=0} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{B_n' \tanh \alpha_n \frac{H_1}{2} \cos \alpha_n x}{\alpha_n}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} B_n' \left\{ \epsilon_2 + \frac{\epsilon_3 \tanh \alpha_n \frac{H_1}{2}}{\tanh \alpha_n H_3} \right\} \cos \alpha_n x = \rho_s$$

$$Q_o = \int_{-\frac{W_2}{2}}^{\frac{W_2}{2}} \sum_{n=1}^{\infty} B_n' \left\{ \epsilon_2 + \frac{\epsilon_3 \tanh \alpha_n \frac{H_1}{2}}{\tanh \alpha_n H_3} \right\} \cos \alpha_n x dx$$

$$= 2 \sum_{n=1}^{\infty} B_n' \left\{ \epsilon_2 + \frac{\epsilon_3 \tanh \alpha_n \frac{H_1}{2}}{\tanh \alpha_n H_3} \right\} \int_0^{\frac{W_2}{2}} \cos \alpha_n x dx$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2B_n'}{\alpha_n} \left\{ \epsilon_2 + \frac{\epsilon_3 \tanh \alpha_n \frac{H_1}{2}}{\tanh \alpha_n H_3} \right\} \sin \alpha_n \frac{W_2}{2} \quad (29)$$

$$C_o = \frac{V_o}{Q_o} = \frac{\sum_{n=1}^{\infty} V_{on}}{\sum_{n=1}^{\infty} Q_{on}} \quad (30)$$

V. 설계 제작 및 측정 결과

커플러가 모든 주파수에 대해 입력에서 50 Ω로 정합되며 완전한 격리도(isolation)을 갖도록 식(31)를 만족시키면서, 동시에 설계하고자 하는 커플링계수(C)와의 관계가 식(32)을 만족시키는 우모드 및 기모드의 특성임피던스 Z_{oe} 와 Z_{oo} 를 계산하여, 주어진 $\epsilon_1, \epsilon_2, H_1, H_2 - H_1$ 에 따른 W_2/W_1 와 커플링계수의 관계를 구하면 그림 4와 같다.

$$Z_o = \sqrt{Z_{oe} Z_{oo}}$$

$$Z_{oe} = \frac{1}{c \sqrt{C_e C_{air}}}, \quad Z_{oo} = \frac{1}{c \sqrt{C_o C_{air}}} \quad (31)$$

여기서 c 는 광속, C_{air} 는 기판의 유전체를 공기로 취급한 경우 계산된 스트립의 단위길이당 정전 용량이다.

$$C = 20 \log \left| \frac{Z_{oe} - Z_{oo}}{Z_{oe} + Z_{oo}} \right| \quad [\text{dB}] \quad (32)$$

위 계산 결과에 따라 결합비를 -3 [dB]로 만들기 위하여 아래 기판에 대한 설계 주파수에서의 50 Ω 선폭을 아래 신호선의 선폭으로 기준잡아 W_1

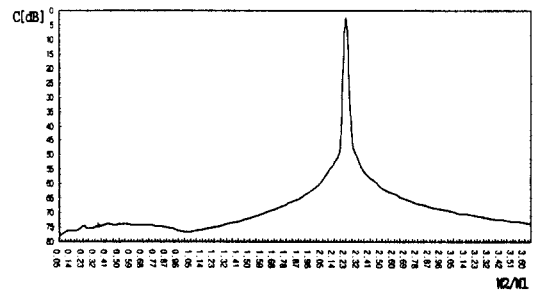


그림 4. $\epsilon_1=10.2, \epsilon_2=2.2, \epsilon_3=\epsilon_0, H_1=0.635 \text{ mm}, H_2=1.143 \text{ mm}$ 일 때 W_2/W_1 에 따른 커플링계수 (C) 변화의 계산값

Fig. 4. Variation of computed coupling coefficient(C) with the variation of W_2/W_1 , where $\epsilon_1=10.2, \epsilon_2=2.2, \epsilon_3=\epsilon_0, H_1=0.635 \text{ mm}$ and $H_2=1.143 \text{ mm}$.

=0.559 mm이 되게하고 $W_2=1.247$ mm로 W_2/W_1 가 2.23이 되게 하였다. 커플링 구간의 길이 L 은 최대 커플링이 일어나도록 식 (33)을 만족하도록 하였으며^[7], 중심 주파수 1 GHz로 그림 5와 같이 이중층 마이크로스트립 방향성 결합기를 설계, 제작하였다.

$$L = \frac{c}{4f_0 \sqrt{\epsilon_{eff}}} \quad (33)$$

여기서 $\epsilon_{eff} = C/C_{air}$, C 는 스트립의 단위 길이당 정전용량이다. 측정된 S-파라미터는 그림 6~8과 같다.

S_{21} 과 S_{31} 모두 -3.0 dB가 되도록 계산하여 설계하였으나 제작된 커플러의 측정 결과, S_{11} 은 -13.971 dB로 이는 제작시 위, 아래 두 기판을 설계된 정위차에서 이상적으로 압착하여 제작하지 못해서 발생한 결과로서 일반적으로 요구되는 S_{11} 값인 -20 dB에는 다소 미치지 못하였으나 정밀한 상업적 제작기술이 뒷바침 될 경우 이는 충분히 극복될 수 있을 것이며, S_{21} 이 -3.1362 dB 그리고 S_{31} 이 -3.2076 dB로 이들 또한 보다 정밀한 제작 기술이 뒷바침되는 것을 가정할 때 만족할만한 측정 결과

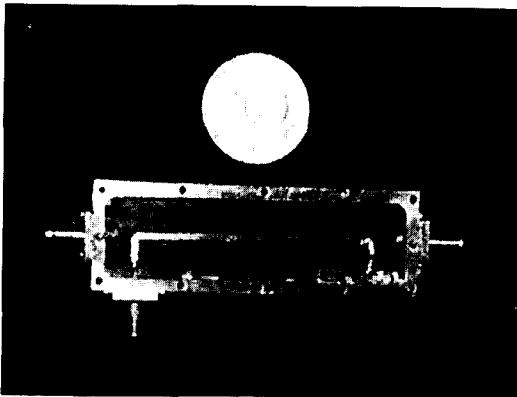


그림 5. 제작된 이중층 방향성 결합기
Fig. 5. Photograph of the bilevel microstrip directional coupler.

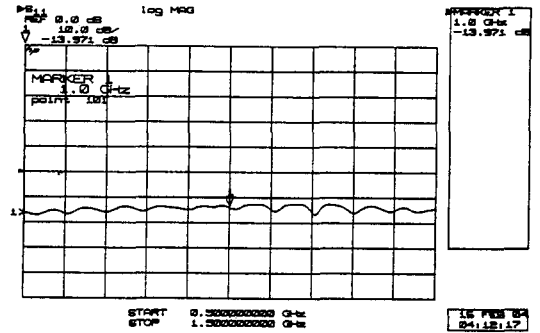


그림 6. 측정된 S_{11}
Fig. 6. S_{11} of the coupler.

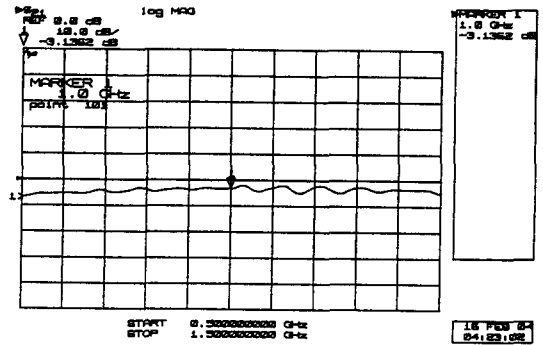


그림 7. 측정된 S_{21}
Fig. 7. S_{21} of the coupler.

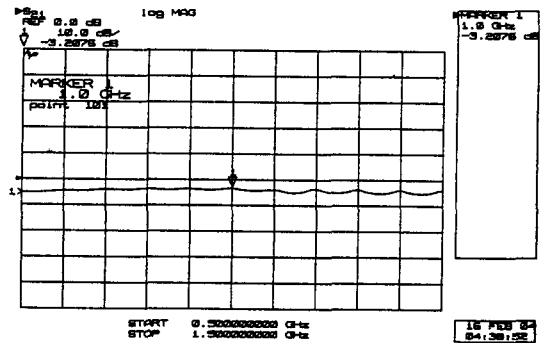


그림 8. 측정된 S_{31}
Fig. 8. S_{31} of the coupler.

를 나타내었다.

VI. 결 론

최근들어 사용 주파수가 매우 높아지고 부품의 소형화 설계에 따라 초고주파 통신용 부품의 MIC, MMIC화를 위한 연구가 가속화 되고 있는 추세이며 마이크로스트립을 이용한 부품설계에 있어 접지면 위에 두 개 이상의 유전체와 도체들로 이루어진 다층구조를 갖는 전송선로에 대한 해석과 응용에 관한 연구들이 활발해지고 있다. 본 논문에서는 수치해석법의 하나인 최소자승법과 eigenvalue 문제 해석법을 이용하여 다층구조의 기본구조가 되는 이중층 마이크로스트립 선로를 사용하여 broadside-coupled 방향성 결합기를 설계하고 제작, 측정하였으며 본 논문에서 제시된 다층구조 마이크로스트립 선로의 해석법은 다양한 다층구조 전송선로 해석에 적절히 응용될 수 있을 것이다.

참 고 문 헌

[1] S. Bada, T. Hasegawa, and H. Ogawa, "Multilayer MMIC branch-line hybrid using thick dielectric layers," *IEEE Microwave Guided Wave Lett.*, vol. 1, pp. 346-347, Nov. 1991.

[2] A. M. Pavio, A. Kitel, and S. K. Sutton, "Designing multilayer ICs," *Appl. Microwave Mag.*, vol. 2, no. 4, pp. 75-81, Dec. 1990.

[3] T. C. Edward, *Foundations for Microstrip Circuit Design*. New York : Wiley, 1981.

[4] H. Howe, Jr., *Stripline Circuit Design*. Norwood, MA : Artech House, 1974.

[5] O. P. Gandhi, *Microwave Engineering and Applications*. New York : Pergamon Press, 1988.

[6] J. Lang, "Interdigited stripline quadrature hybrid," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-17, pp. 1150-1151, Dec. 1969.

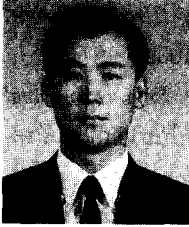
[7] M. D. Prouty, S. E. Schwarz, "Hybrid couplers in bilevel microstrip," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-41, pp. 1939-1944, Nov. 1993.

[8] V. K. Tripathi and Y. K. Chin, "Analysis of the general nonsymmetrical directional coupler with arbitrary terminations," *IEEE Proc.* vol. 129, pp. 36J-352, 1982.

[9] K. Sachse, "The scattering parameters and directional coupler analysis of characteristically terminated coupled transmission lines in an inhomogeneous medium," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.* vol. MTT-38, pp. 417-425, Apr. 1990 ; and corrections, vol. MTT-39, P. 1252, July 1991.

[10] Matthew N. O. Sadiku, *Numerical Techniques in Electromagnetics*. Boca Raton, FL : CRC Press, 1992.

양 기 덕



1987년 2월 : 인하대학교 전자공학과 (공학사)
1993년 6월 : 미 Polytechnic Univ. 전기전자공학과 대학원(공학석사)
1994년 3월~현재 : 아주대학교 전자공학과 대학원 박사과정

1997년 9월~현재 : 안산전문대 전자통신과 전임강사
[주 관심분야] 이동 및 위성통신 부품 개발, 초고주파 통신 부품 수치해석

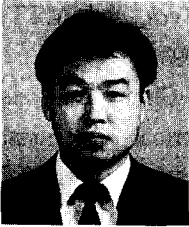
김 원 기



1995년 2월 : 아주대학교 전자공학과(공학사)
1997년 2월 : 아주대학교 대학원 전자공학과(공학석사)
1997년 3월~현재 : 동 대학원 박사과정 재학중

[주 관심분야] 이동통신 및 위성통신 부품 설계, 수치 해석

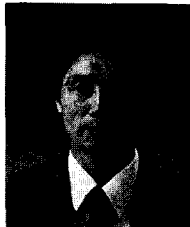
이 용 민



1993년 2월 : 광운대학교 전자공학과 (공학사)
1995년 2월 : 광운대학교 전자공학과 대학원(공학석사)
1995년 3월~현재 : 광운대학교 전자공학과 대학원 박사과정

[주 관심분야] 마이크로파 및 밀리미터파 수동부품 설계, 전파전파 및 전자기 해석

나 극 환



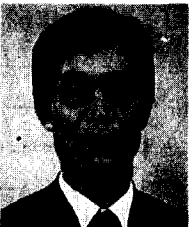
1973년 2월 : 연세대학교 전자공학과(공학사)
1977년 2월 : 연세대학교 전자공학과 대학원(공학석사)
1981년 7월 : 불란서 ENSEEIHT 국립종합공과대학 전자공학과

(공학박사)

1986년~현재 : 광운대학교 전자공학과 교수

[주 관심분야] 초고주파 회로설계, 레이다 및 위성통신

신 철 재



1964년 : 연세대학교 전자공학과(공학사)
1968년 : 연세대학교 전자공학과(공학석사)
1983년 : 연세대학교 전자공학과(공학박사)

1970년~1977년 : 광운대학교 조교수

1986년~1987년 : 플로리다대학교 방문교수

1977년~현재 : 아주대학교 전기전자공학부 교수

[주 관심분야] 안테나설계 및 해석, EMI/EMC, 초고주파 통신부품 개발, 전파전파