

## 수치미분에 의한 차량 현가장치의 기구학적 민감도 해석

Kinematic Design Sensitivity Analysis of Vehicle Suspension Systems using a Numerical Differentiation Method

탁 태 오\*  
T. O. Tak

### ABSTRACT

A numerical approach for performing kinematic design sensitivity analysis of vehicle suspension systems is presented. Compared with the conventional analytical methods, which require explicit derivation of sensitivity equations, the proposed numerical method can be applied to any type of suspension systems without obtaining sensitivity equations, once any kinematic analysis procedure is established. To obtain sensitivity equations, a numerical differentiation algorithm that uses the third order Lagrange polynomial is developed. The algorithm efficiently and accurately computes the sensitivity of various vehicle static design factors with respect to kinematic design variables. Through a suspension design problem, the validity and usefulness of the method is demonstrated.

주요기술용어 : Sensitivity Analysis(민감도 해석), Suspension System(현가장치), Lagrange Polynomial(라그란지 다항식), Multibody Dynamics(다물체 동역학)

### 1. 서 론

현가장치의 설계점(hard point)은 조종 안전성 및 승차감과 관련한 차량의 동특성에 직접적 영향을 미치므로, 차량 개발의 초기 단계에서 설계점을 결정하는 일은 대단히 중요하다. 차량의 동특성은 주로 현가장치의 여러 정적설계인자(static design factor)들에 의해서 파악할 수 있으나, 설

계점과 정적설계인자와의 상관 관계가 명확하지 않아 현가장치의 설계에 많은 어려움이 있다. 즉, 현가장치의 기구학적 특성은 비선형적 이어서, 설계점의 변경이 정적설계인자에 미치는 영향을 예측하기가 쉽지 않다. 따라서 설계점과 정적설계인자에 대한 민감도 해석을 수행함으로서 설계점과 정적설계인자 사이의 상관 관계를 파악할 수 있다. 본 논문에서는 별도의 민감도 방정식을 유도하지 않고 기구학 해석만을 이용하여 수치적으로 민감도를 구하는 방법을 다루고자 한다.

\* 정희원, 강원대학교 기계공학과

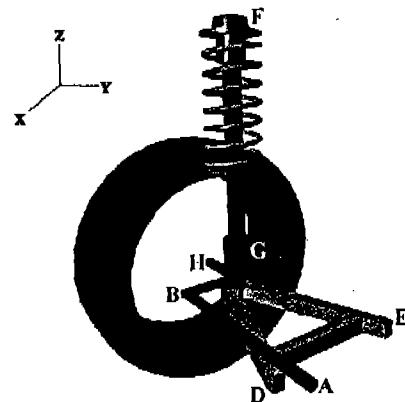
민감도 해석은 해석적 방법과 수치적 방법으로 구분할 수 있다. 해석적 방법으로는 변수부기법 (adjoint variable method)<sup>1~3)</sup>이나 직접미분법 (direct differentiation method)<sup>4~6)</sup>등이 있다 해석적 방법은 기구학적 관계식으로부터 민감도 방정식을 유도해야 하나, 민감도 방정식은 유도 과정이 대단히 복잡하여 여러 방식의 현가장치에 적용할 수 있는 일반적인 민감도 방정식을 유도하기가 쉽지 않다. 반면 수치적 방법은 설계변수를 미소량 변경하면서 기구학 해석을 반복적으로 수행하여 민감도를 구하는 방법이다. 따라서 해석적 방법에 비하여 과정이 단순하고 일반화가 가능한 장점이 있다. 그러나 수치적 방법은 수치미분과 관련한 해의 정확성을 확보해야 하는 문제가 있다. 본 연구에서는 이러한 면에 초점을 맞추어 효율적이고 정확한 수치적 민감도 해석 기법을 제시하고자 한다.

현가장치의 기구학적 설계변수에 대한 민감도 해석을 수행하기 위해서는 기구학 해석이 선행되어야 하고, 기구학 해석을 위해서는 현가장치의 기구학적 모델이 필요하다. 현가장치와 같이 3차원적 공간 구조를 가지는 시스템은 다물체 동역학 (multibody dynamic) 해석기법<sup>7)</sup>을 적용하는 것이 보편적인데, 다물체 동역학적 관점에서는 현가장치를 물체와 조인트의 결합으로 보고 조인트의 기구학적 구속 조건을 대수적 방정식으로 표현한다. 좌표계의 선택도 민감도 계산에 큰 영향을 미치는데, 일반적으로 직교 좌표계를 사용하면 일반좌표(generalized coordinates)의 수가 증가하고, 상대 좌표계를 사용하면 일반좌표의 수가 줄어들어 계산의 효율성 측면에서 유리하다.<sup>8)</sup> 본 연구에서는 정적설계인자와 관련하여 휠어셈블리(wheel assembly)의 운동에 관심이 있으므로, 휠어셈블리만을 물체로 보고 나머지 콘트롤암, 타이로드 등은 물체가 아닌 기구학적 구속 요소로 봄으로서 일반좌표와 구속조건식을 최소화하여 계산의 효율성을 제고하였다.

## 2. 현가장치 모델링 및 설계변수

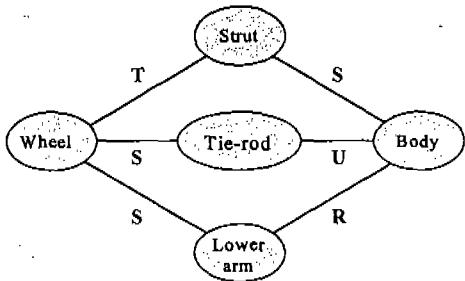
3차원 공간에서 구속되지 않은 물체는 3개의

병진자유도와 3개의 회전자유도를 포함하여 모두 6개의 자유도를 가진다. 독립식 전륜 현가장치의 경우 휠어셈블리는 차체에 대해서 상하방향운동과 조향운동의 2개의 자유도를 가져야 한다. 휠어셈블리의 차체에 대한 구속조건을 규정하기 위해서 회전조인트(revolute joint), 병진조인트(translational joint), 구면조인트(spherical joint), 원통조인트(cylindrical joint) 혹은 만능조인트(universal joint)등과 같은 단순조인트를 이용하여 현가장치를 모델링하는 것이 일반적인 방법이다. Fig.1의 맥퍼슨 현가장치를 단순조인트를 사용하여 모델링한 것이 Fig.2(a)에 나타나 있다. 여기서 조향장치는 고정되었다고 가정한다. 그럼에서 물체는 원으로 조인트는 선으로 표시하였는데, 물체마다 6개의 일반좌표가 필요하고 회전, 병진조



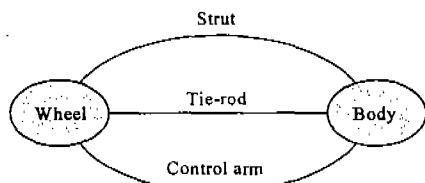
좌표 설계점	단위 mm		
	X	Y	Z
A	1,493.750	-311.150	434.000
B	1,491.211	-711.698	466.328
C	1,826.500	-378.600	395.000
D	1,587.753	-310.711	394.000
E	1,624.945	-659.040	417.952
F	1,656.900	-501.800	979.950
G	1,585.408	-625.317	502.975
H	1,622.929	-757.862	500.000

Fig.1 맥퍼슨 현가장치와 설계점



T : Translational      S : Spherical  
R : Revolute            U : Universal

(a) 단순 조인트에 의한 모델링



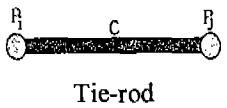
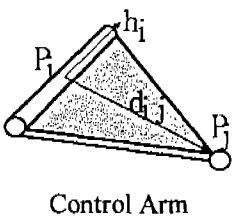
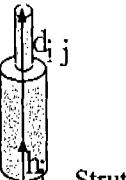
(b) 복합 조인트에 의한 모델링

Fig.2 현가장치 모델링

인트는 각각 5개, 만능조인트 4개 그리고 구면조인트인 경우 3개의 구속식이 필요하므로 차체를 제외하고 모두 24개의 일반좌표와 23개의 구속조건식이 필요하다.

한편 본 연구에서는 휠어셈블리만 물체로 보고 콘트롤암(control arm)이나 타이로드(tie-rod), 스트럿(strut) 등은 물체가 아닌 기구학적 구속조건으로 간주하기로 한다. 예를 들어 타이로드를 물체로 보면 양끝의 구면조인트를 고려하여 6개의 일반좌표와 6개의 구속조건식이 생기는 반면, 타이로드전체를 하나의 구속조건으로 보면 타이로드 양 끝단의 간격이 항상 일정하다는 거리구속조건(distance constraint)으로 볼 수 있으므로 거리구속조건에 해당하는 1개의 구속조건만 필요하다. 이와 같이 단순조인트의 결합으로 이루어진 조인트를 복합조인트(composite joint)라 하는데 차량의 현가장치에 적용할 수 있는 복합조인트와 이들의 구속조건식이 Table 1에 나타나 있다. 복합조인트를 사용하여 Fig.1의 맥퍼슨 현가장치를 모델링하면 휠어셈블리 1개의 물체와 스트럿, 타이로드, 그리고 콘트롤암 요소 1개씩을 사용하면

Table 1 복합 조인트와 구속 조건식

요 소 명	구속조건	구속자유도	구 속 식
 Tie-rod	Distance constraint	1	$\Phi^{SS} = d_{ij}^T d_{ij} - C^2 = 0$ (두 점 $P_i, P_j$ 의 거리가 $C$ 를 유지)
 Control Arm	Revolute-spherical	2	$\Phi = \begin{bmatrix} \Phi^{SS}(P_i, P_j, C) \\ \Phi^d(h_i, d_{ij}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{ij}^T d_{ij} - C \\ h_i^T d_{ij} \end{bmatrix} = 0$ (tie-rod 조건 + $h_i d_{ij}$ 가 수직을 유지)
 Strut	Cylindrical-spherical	2	$\Phi^{P_i}(h_i, d_{ij}) = \begin{bmatrix} \Phi^d(f_i, d_{ij}) \\ \Phi^d(g_i, d_{ij}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_i^T d_{ij} \\ g_i^T d_{ij} \end{bmatrix} = 0$ (tie-rod 조건 + $h_i d_{ij}$ 가 평행을 유지)

되므로, 모두 6개의 일반 좌표와 5개의 기구학 구속식이 필요하므로 방정식의 크기가 단순조인트를 사용한 경우에 비해 훨씬 감소함을 알 수 있다. 방정식의 크기가 감소하면 기구학해석은 물론 기구학해석의 결과를 바탕으로 하는 민감도해석에 있어서 계산의 복잡성이 현저히 감소된다.

기구학 해석을 위한 복합 조인트와 이에 대한 구속식과 구속식의 자료비안은 이미 알려져 있다. 그러나 구속식과 자료비안은 기구학해석에 주안점을 두었으므로 각 조인트의 설계변수를 명시적으로 포함하고 있지 않다. 따라서 민감도해석을 수행하기 위해서는 우선 각 복합 조인트 별로 설계변수를 정의하고 이들 설계변수의 함수로서 구속식을 새로이 구해야 한다.

Fig.3~Fig.5에는 각각 타이로드, 콘트롤암, 그리고 스트럿이 나타나 있다. 우선 Fig.3의 타이로드의 경우 각각 물체  $i$ 와 물체  $j$ 에서 구면 조인트를 정의하는 점  $P_i$ 와  $P_j$ 의 X, Y, Z성분이 관성 좌표계로 주어지며, 현가장치의 설계점에 해당하는 설계변수이다.  $P_i$ 와  $P_j$ 는 설계자가 임의대로 바꿀 수 있는 점이므로  $P_i$ 와  $P_j$  사이의 거리는 고정된 값이 아니라  $P_i$ 와  $P_j$ 값이 변화함에 따라 바뀌게 된다. 두 점 사이의 거리를 C라 하면 C는 다음과 같다.

$$C = \sqrt{(P_i - P_j)^T (P_i - P_j)} \quad (1)$$

설계변수  $P_i$ 와  $P_j$ 가 주어지고, 물체  $i$ 와  $j$ 의 국부좌표계 중심점의 위치벡터  $r_i$ 와  $r_j$  그리고 방향 행렬  $A_i$ 와  $A_j$ 가 주어지면, 물체  $i$ 와  $j$ 의 국부좌표계 중심에서  $P_i$ 와  $P_j$ 점까지의 위치를 나타내는 벡터  $S_i^p$ 와  $S_j^p$ 는 각각 다음과 같이 구해진다.

$$S_i^p = P_i - r_i \quad (2)$$

$$S_j^p = P_j - r_j \quad (3)$$

여기서 물체  $i$ 의 국부좌표의 위치를 나타내는  $r_i$ 의 세 성분과 방향을 나타내는 방향행렬  $A_i$ 에 포함된 3개의 변수가 물체  $i$ 의 일반좌표가 된다. 만

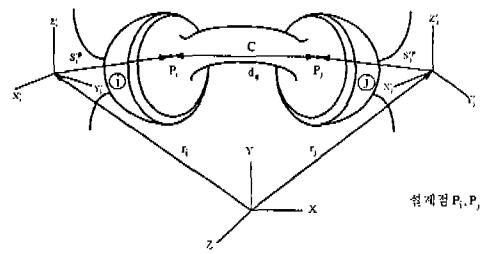


Fig.3 타이로드 복합조인트

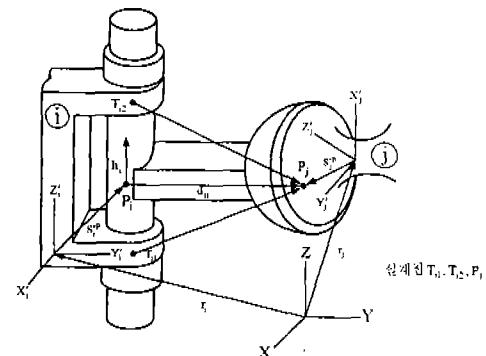


Fig.4 콘트롤암 복합조인트

약  $A_i$ 를  $Z-Y-Z$  오일러 각으로 표시하면

$$A_i = \begin{bmatrix} \cos \alpha_i & \sin \alpha_i & 0 \\ \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \beta_i & 0 & \sin \beta_i \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \beta_i & 0 & \cos \beta_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \gamma_i & -\sin \gamma_i & 0 \\ \sin \gamma_i & \cos \gamma_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

이 되는데 여기서  $\alpha_i$ ,  $\beta_i$ ,  $\gamma_i$ 는 각각  $Z$ ,  $Y$ ,  $Z$ 축에 관한 순차적인 회전량을 나타낸다. 이때 물체  $i$ 의 일반좌표  $q_i$ 는 다음과 같다.

$$q_i = [r_{ix}, r_{iy}, r_{iz}, \alpha_i, \beta_i, \gamma_i]^T \quad (5)$$

$S_i^p$ 와  $S_j^p$ 로부터 이들의 국부좌표계의 값인  $S_i^p$ 와  $S_j^p$ 는 다음과 같이 구해진다.

$$S_i^p = A_i^T S_i^p \quad (6)$$

$$S_i^p = A_j^T S_j^p \quad (7)$$

현가장치의 상하운동에 의해  $r_i$ 와  $r_j$  그리고  $A_i$ 와  $A_j$ 는 변하나  $S_i^p$ 와  $S_j^p$ 는 상수가 된다.  $P_i$ 와  $P_j$  사이의 거리를 나타내는 벡터  $d_{ij}$ 는

$$d_{ij} = r_j + A_j S_j^p - r_i - A_i S_i^p \quad (8)$$

로 쓸 수 있고 타이로드의 구속조건식은  $P_i$ 와  $P_j$  사이의 거리가 일정하다는 조건으로부터 다음과 같다.

$$\Phi^s = d_{ij}^T d_{ij} - C^2 = 0 \quad (9)$$

위 식에서 설계변수는  $d_{ij}$  및  $C$ 와 함수관계를 가진다. Fig.4의 콘트롤암의 경우 설계변수에 해당하는 하드포인트는  $T_{il}$ ,  $T_{iz}$ ,  $P_j$ 의 세 점이다. 여기서  $T_{il}$ ,  $T_{iz}$ 는 각각 로우어콘트롤암과 차체의 접합점이며  $P_j$ 는 로우어콘트롤암과 휠어셈블리의 연결점이며 모두 관성좌표계에서 표시된 값이다. 기구학 해석을 위한 콘트롤암 조인트의 구속식을 유도하기 위해서  $T_{il}$ 과  $T_{iz}$ 의 두 점을 연결하는 선과  $P_j$ 와의 수직 최단거리에 위치한  $P_i$ 점이 알려져야 한다.  $P_i$ 점은  $T_{il}$ 과  $T_{iz}$  점의 연선상에 존재하므로  $T_{il}$ 점과  $P_i$ 점 사이의 위치벡터를  $V_1$ 라 하면  $V_1$ 는 다음과 같다.

$$V_1 = k(T_{iz} - T_{il}) \quad (10)$$

여기서  $k$ 는 결정되어야 할 상수이다. 한편  $P_i$ 와  $P_j$  사이의 위치벡터를  $V_2$ 라 하면  $V_2$ 는

$$V_2 = P_j - P_i = P_j - T_{il} - k(T_{iz} - T_{il}) \quad (11)$$

$V_1$ 과  $V_2$ 는 서로 수직이므로  $V_1^T V_2 = 0$ 의 조건을 적용하면  $k$ 는 다음과 같이 결정된다.

$$k = \frac{(T_{iz} - T_{il})^T (P_j - T_{il})}{|T_{iz} - T_{il}|^2} \quad (12)$$

따라서  $P_i$ 의 위치는 다음과 같다.

$$P_i = T_{il} + k(T_{iz} - T_{il}) \quad (13)$$

물체  $i$ 와 콘트롤암 사이의 회전조인트의 축방향 단위벡터를  $h_i$ 라 하면  $h_i$ 는 다음과 같이 구해진다.

$$h_i = \frac{(T_{iz} - P_j)}{|T_{iz} - P_j|} \quad (14)$$

$P_i$ 와  $P_j$  사이의 거리  $C$ 는 식(1)과 같이,  $S_i^p$ 와  $S_j^p$ 는 식(6)이나 (7)과 같이 구한다. 여기서 현가장치의 움직임으로 인하여  $r_i$ 와  $r_j$  그리고  $A_i$ 와  $A_j$ 는 변하지만 주어진 설계점에 대해  $S_i^p$ ,  $S_j^p$  그리고  $C$ 는 고정된 값을 가진다.  $P_i$ 와  $P_j$  사이의 위치벡터  $d_{ij}$ 는

$$d_{ij} = r_j + A_j S_j^p - r_i - A_i S_i^p \quad (15)$$

이미 콘트롤암의 구속조건식은 점  $P_i$ 와  $P_j$ 의 거리가  $C$ 로서 일정하고,  $h_i$ 와  $d_{ij}$ 가 항상 수직을 이룬다는 조건으로부터 다음과 같이 쓸 수 있다.

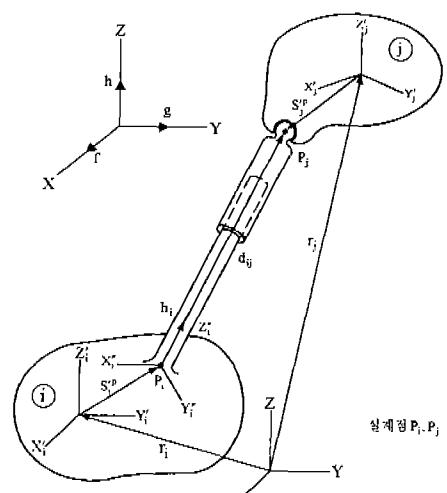


Fig.5 스트럿 복합조인트

$$\Phi = \begin{bmatrix} d_{ii}^T d_{ii} & -C^2 \\ h_i^T d_{ii} \end{bmatrix} = 0 \quad (16)$$

Fig.5의 스트럿의 경우 설계점은  $P_i$ 와  $P_j$ 점이 되며 스트럿의 운동은  $P_i$ 와  $P_j$ 의 연결선 상에서 발생한다. 구속조건식은  $h_i$ 와  $d_{ij}$ 가 항상 평행하다는 조건으로부터 다음과 같이 주어진다.

$$\Phi = \begin{bmatrix} d_{ii}^T d_{ii} & -C^2 \\ g_i^T d_{ii} \end{bmatrix} = 0 \quad (17)$$

여기서  $f_i$ 와  $g_i$ 는  $h_i$ 에 수직한 두 벡터이다.

### 3. 기구학 및 민감도해석

현가장치의 일반좌표를  $q = [q_1, q_2, \dots, q_n]^T$ , 각조인트에서의 설계점을 설계변수 벡터  $b = [b_1, b_2, \dots, b_k]^T$ 라 하면 복합조인트의 구속식은  $q, b$  그리고 시간  $t$ 의 함수로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\Phi(q(b), b, t) = 0 \quad (18)$$

여기서 일반좌표  $q$ 는 훨어셈블리의 위치와 방향에 대한 6개의 좌표가 되며, 설계변수  $b$ 는 각 복합 조인트에서의 현가장치의 하드포인트에 해당하는 점들이다. 기구학해석을 위해서 식(18)의 기구학적 구속 조건식을 일반좌표  $q$ 에 대해서 풀어야 하는데 이를 위해서 뉴우튼-랩슨 방법을 적용한다.

$$\Phi_q \Delta q = -\Phi \quad (19)$$

여기서 아래 첨자  $q$ 는  $q$ 에 대한 편미분을 의미하며  $\Phi_q$ 는 구속식의 자코비안이고 항등된 해는  $q = q + \Delta q$ 가 된다.

민감도해석을 위한 기존의 해석적 방법중의 하나는 식(18)의 기구학적 구속식을 설계변수  $b$ 에 대해 직접 미분하여 민감도 방정식을 구하는 것이다.

$$\Phi_q q_b + \Phi_b = 0 \quad (20)$$

위 식을 일반좌표의 민감도  $q_b$ 에 관해서 풀면 일반좌표에 대한 민감도가 다음과 같이 구해진다.

$$q_b = -\Phi_q^{-1} \Phi_b \quad (21)$$

따라서 기구학적 해석 및 민감도해석 과정에서 계산되어야 할 항은  $\Phi_q$ 과  $\Phi_b$ 인데, 자코비안  $\Phi_q$ 는 이미 알려져 있으나, 구속조건식의 설계변수에 대한 편미분  $\Phi_b$ 는 구하기가 대단히 어렵다. 그 이유는 앞의 유도과정에서 알 수 있듯이,  $\Phi$ 가 설계변수들에 대해서 명시적으로 표현되지 않았기 때문이다. 본 연구에서는 식(20)의 민감도 방정식을 구하지 않고 다음과 같은 수치적방법을 이용하여 일반좌표에 대한 민감도를 구한다

$$q_b \approx \frac{q(b + \delta b) - q(b)}{\delta b} \quad (22)$$

이때  $q(b)$ 와  $q(b + \delta b)$ 는 식 (19)에 의해 구한다. 수치적방법에 의해서 민감도를 구하는 과정은 수학적 관점에서 볼 때 불안정한 요소가 있다. 우선  $\delta b$ 는 계산의 정확도를 위해서 가능한 한 작은 값을 취해야 하는데, 식 (22)에서  $\delta b$ 가 분모가 되므로 전지오차(truncation error)에 의해서 오차가 증폭될 가능성이 있다. 또한 수치미분에 의해서 구해진 민감도가 실제 값에 얼마나 정확하게 수렴했는가를 판단하기도 매우 어렵다. 계산의 효율성을 저해하지 않으면서 수치미분과 관련한 여러 문제를 해결하기 위해서 본 연구에서는 식 (22)에 의한 단순수치미분이 아니라 3차의 라그란지다항식(Lagrange polynomial)을 이용한 수치미분 알고리즘을 적용하였다.

각각  $\frac{h}{2}$ 의 간격을 가지는 세점  $x_0, x_1 = x_0 + \frac{h}{2}, x_2 = x_1 + \frac{h}{2}$ 에서 정의된 함수  $f(x_0), f(x_1), f(x_2)$ 에 대한 라그란지 다항식  $P(x)$ 는 다음과 같다.

$$P(x) = \frac{2f(x_0)(x-x_1)(x-x_2)}{h^2} - \frac{4f(x_1)(x-x_0)(x-x_2)}{h^2} + \frac{2f(x_2)(x-x_0)(x-x_1)}{h^2} \quad (23)$$

위식을  $x$ 에 대해 미분하면

$$P'(x) = \frac{2f(x_0)(2x-x_1-x_2)}{h^2} - \frac{4f(x_1)(2x-x_0-x_2)}{h^2} + \frac{2f(x_2)(2x-x_0-x_1)}{h^2} \quad (24)$$

이 되고  $x=x_0$ 의 값은 다음과 같다.

$$P'(x_0) = \frac{3f(x_0) + 4f(x_1) - f(x_2)}{h} \quad (25)$$

이때 함수  $f(x)$ 의  $x=x_0$ 의 실제 미분 값  $f'(x_0)$ 와 식(25)에 의한 값과의 오차는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$f'(x_0) - P'(x_0) = \frac{h^2}{12} f^{(3)}(c) \quad (26)$$

여기서  $c$ 는  $x_0 \leq c \leq x_2$ 의 범위에 존재하는 상수이다. 3차 라그란지다항식에 의한 수치미분은 3점에서의 함수값  $f(x_0), f(x_1), f(x_2)$ 을 필요로 하며 오차는 미분구간  $h$ 의 제곱에 비례한다. 만약 식(22)와 같은 방식으로 수치미분을 수행한다면  $f'(x_0)$ 는 다음과 같이 근사적으로 계산되며

$$f'(x_0) \approx \frac{f(x_2) - f(x_0)}{h} \quad (27)$$

두 점에서의 함수값  $f(x_0), f(x_2)$ 이 필요하나 그 오차는  $\frac{h}{2} f^{(2)}(c)$ 가 되어  $h$ 에 비례하므로 3차

라그란지다항식에 의한 수치미분보다 큰 오차를 가진다. 한편 3차보다 고차의 다항식을 적용했다면 오차는 감소하지만 더 많은 점에서의 함수값이 필요하므로 보다 많은 계산 시간이 필요하다. 여기서 한번의 함수값의 계산은 식(19)에 의한 뉴우튼-랩슨 과정을 의미한다. 적정한 미분구간을 결정하고 수렴여부를 판정하는 수치미분의 계산알고리즘이 Fig.6에 나타나 있으며 다음과 같은 절차에 의해서 민감도를 계산한다.

- 1) 설계변수의 1%를  $h$ 로 취한다
- 2) 미분구간  $h$ 로 식(25)에 의해  $p'(x_0)$ 를 계산한다
- 3) 미분구간  $\frac{h}{2}$ 로  $\bar{p}'(x_0)$ 를 계산한다
- 4)  $\max\{|p'(x_0)|, |\bar{p}'(x_0)|\} \leq \varepsilon_1$ 이면 수렴으로 간주한다
- 5)  $\frac{\{|p'(x_0)|, |\bar{p}'(x_0)|\}}{\max\{|p'(x_0)|, |\bar{p}'(x_0)|\}} \leq \varepsilon_2$ 이면 수

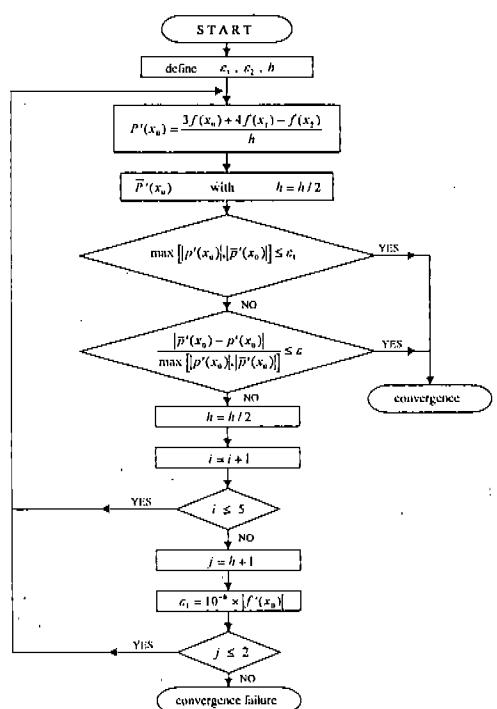


Fig.6 수치미분 계산흐름도

령으로 간주한다

- 6) 4)와 5)에서 수렴하지 않으면  $h=h/2$ 로 하여 2)에서 5)의 과정을 반복한다
- 7) 최종적으로 수렴조건을 완화하기 위해서  $\epsilon_1$ ,  $\epsilon_2$ 를 증가시켜 2)에서 6)의 과정을 반복한다.

## 5. 민감도를 이용한 현가장치설계

이상에서 설명한 기구학적 민감도해석 기법을 현가장치의 설계문제에 적용해 보았다. 맥퍼슨 현가장치가 상하로 운동할 때 캠버 캐스터각, 그리고 토우각을 동시에 원하는 대로 만족시켜야 하는 경우를 생각해 보자. 이 경우의 최초 설계상태에서의 정적설계인자와 목표로하는 정적설계인자가 Fig.7에 나타나 있다 토우각에 관한 성능지수는 휠어셈블리의 상하운동 구간에 걸쳐 제곱오차를 적용하여

$$I_t = \int_{bump}^{rebound} (Toe - \overline{Toe})^2 dz \quad (28)$$

로 정의한다. 여기서  $\overline{Toe}$ 는 목표하는 토우각이며 Fig.7(a)에 나타나 있다. 캠버에 관해서는 디자인 상태에서 캠버의 기울기가 -0.01이 되기를 원한다고 가정하여

$$I_c = \left( \frac{d(camber)}{dz} + 0.01 \right)^2 \quad (29)$$

로 정의하고 캐스트는 휠의 상하운동 구간에 걸쳐 Fig.7(a)에 나타난 목표함수를 추종하기를 바라므로 다음과 같이 정의하기도 한다.

$$I_{cs} = \int_{bump}^{rebound} (caster - \overline{caster})^2 dz \quad (30)$$

식(27)~식(29)에 의해서 성능지수를 계산하고 토, 캠버, 캐스트에 대한 성능지수의 값이 서로 대등한 크기의 값을 갖도록 가중치를 결정하여 다음과 같은 다중성능지수를 구성한다.

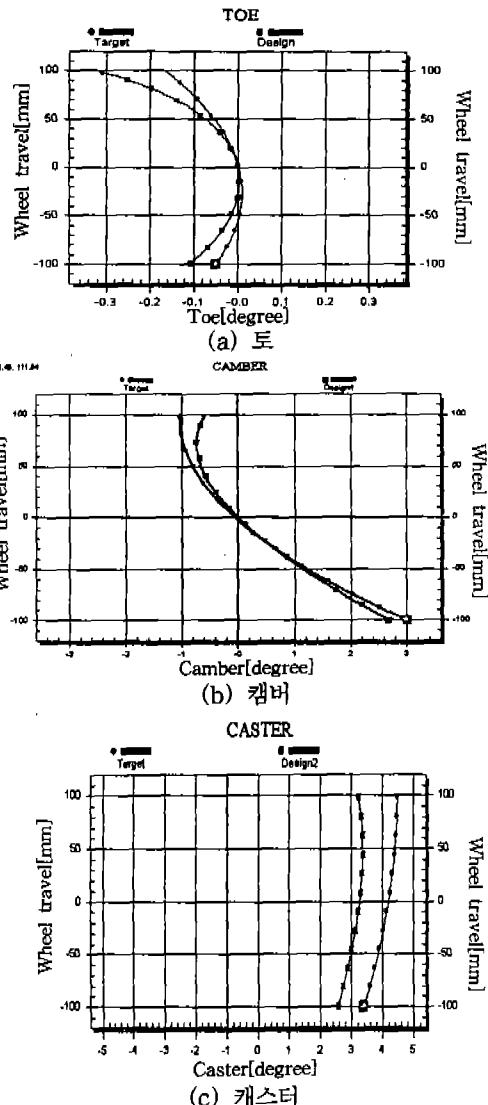


Fig.7 최초의 정적설계인자와 목표치

$$I = I_t + 2.5I_c + 1.5I_{cs} \quad (31)$$

우선 성능지수의 민감도를 검증하기 위해서 식(30)의 성능지수에 대한 민감도를 구한 결과가 Table 2에 나타나 있다. 계산된 민감도를 검증하기 위해서 식(30)의 성능지수에서 설계변수를  $\delta b = 1\% 5\% 10\%$  변화시킨 값과 민감도를 이용한 예측값을 이용하여 다음과 같은 %민감도를 정의하였다.

Table 2 민감도 계산 결과

설계점	좌표	Value	Sensitivity	%Sen(1)	%Sen(5)	%Sen(10)
A	X	1,493.750	.170091E-01	100.02	100.09	100.19
	Y	-311.150	-.121631E+00	100.49	102.52	105.27
	Z	434.000	-.115489E+01	108.96	169.74	559.20
B	X	1,491.211	.181241E-01	99.68	98.39	96.79
	Y	-711.698	-.109155E+00	101.10	105.85	112.66
	Z	466.328	-.122269E+01	112.69	228.75	-799.45
C	X	1,826.500	-.371282E+01	90.61	-45.10	-18.41
	Y	-378.600	.204729E+00	99.26	96.51	93.54
	Z	395.000	.210989E+01	85.80	54.40	36.99
D	X	1,587.753	.347468E-03	99.86	99.29	98.58
	Y	-310.711	.122434E-01	99.97	99.86	99.73
	Z	394.000	.231113E-04	100.00	100.00	100.01
E	X	1,624.945	.676387E-01	95.76	81.89	69.35
	Y	-659.040	-.126866E+01	117.37	379.62	-214.85
	Z	417.952	-.110863E+00	101.09	105.81	112.63
F	X	1,656.900	.369558E+01	90.69	23.59	13.37
	Y	-501.800	.126375E+01	87.12	57.42	40.19
	Z	979.950	.137780E+00	96.81	86.08	75.99
G	X	1,585.408	-.825877E-01	101.09	105.48	111.02
	Y	-625.317	-.120381E+00	101.44	107.63	116.45
	Z	502.975	.348443E-02	91.24	90.25	90.13
H	X	1,622.929	-.319707E-02	100.14	100.69	101.38
	Y	-757.862	.139113E+00	98.57	93.14	86.98
	Z	500.000	.237274E+00	92.57	42.87	46.85

$$\% \text{ sensitivity} = \frac{\frac{dI}{db} \delta b}{I(b + \delta b) - I(b)} \times 100 \quad (32)$$

Table 2에서 알 수 있는 바와 같이 설계변수의 변화가 작을수록 %민감도는 100에 접근함을 알 수 있다.

다중성능지수의 민감도가 큰 설계변수를 선정하여(Table 2에서 민감도가 상대적으로 큰 설계변수  $A_x, B_x, C_x, C_z, E_y, F_x, F_y$ ) 민감도의 부호에 따라  $\pm 5\text{mm}$ 씩 변화시킨후 다시 민감도해석을 수행하였다. 두 번째 민감도해석을 수행한 후 민감도가 큰 설계변수를 다시 선정하고  $\pm 2.5\text{mm}$ 씩

변화시킨 결과 Fig.8과 같이 목표치에 접근한 정적설계인자가 구해졌다. 민감도를 이용한 단 2회의 설계변경으로 3개의 정적설계인자가 원하는 설계에 대단히 근접했음을 알 수 있다.

## 6. 결 론

수치적 방법을 이용한 민감도해석 기법을 개발하였다. 라그란지 다항식을 이용하여 계산의 효율성과 정확도가 동시에 구현되도록 수치미분 알고리즘을 개발하였다. 기구학적 모델의 단순화를 실현하고자 단순조인트 대신에 복합조인트를 도입하였다. 조인트의 구속조건식을 설계변수를 이용

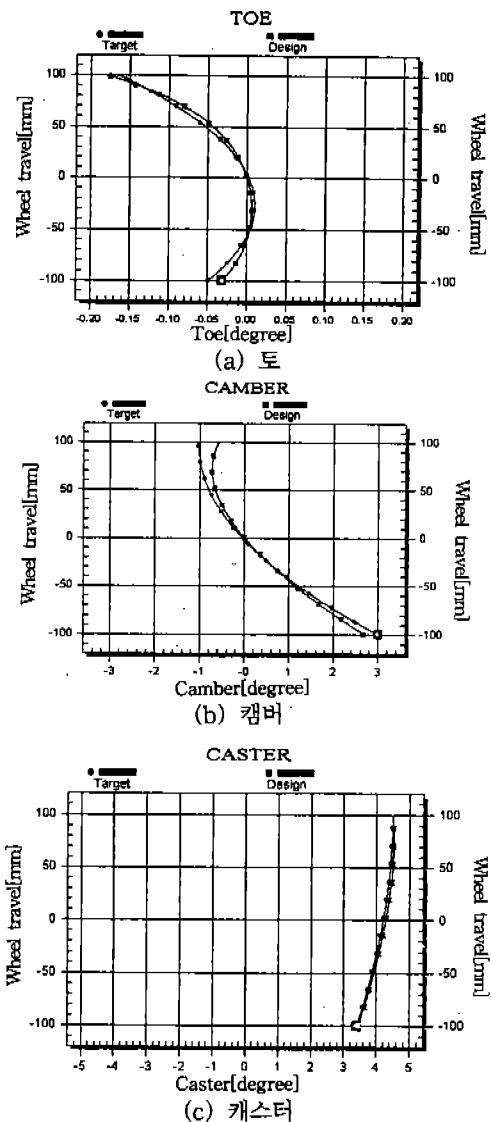


Fig.8 향상된 정적설계인자

하여 설계변수의 미소변화를 이용하는 수치미분이 가능하도록 하였다. 본 방법은 현가장치의 형식에 상관없이 기구학 해석을 반복적으로 수행하여 구할수 있으므로 다양한 형태의 현가장치에 적용할 수 있다. 구해진 민감도를 이용하여 맥퍼슨 현가장치의 설계를 수행하였으며, 원하는 정적 설계인자를 구현할 수 있었다.

1. Haug, E. J., Wehage, R. A., and Barman, N. C., "Design Sensitivity Analysis of Planar Mechanism and Machine Dynamics", Journal of Mechanical Design, Vol. 103, No. 3, pp. 560~570, 1981.
2. Haug, E. J., and Wehage, R. A., and Mani, N. K., "Design Sensitivity Analysis of large-scale Constrained Dynamic Mechanical Systems", ASME J. of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design, Vol. 106, June, pp. 156~162, 1984.
3. Sohoni, V. and Haug, E. J., "A State Space Method for Kinematic Optimization of Mechanisms and Machines", Journal of Mechanical Design, Vol. 104, January, pp. 101~107, 1982.
4. Neumann, C. P., and Murray, J. J., "Linearization and Sensitivity Functions of Dynamic Robot Models", IEEE Trans. Systems, Man, Cybernetics, Vol. SMC-14, pp. 805~818, 1984.
5. Balafoutis, C. A., Misra, P., and Patel, R. V., "Recursive Evaluation of Linearized Dynamic Robot Models", IEEE J. of Robotics and Automation, Vol. RA-2, No. 3, September, pp. 146~155, 1986.
6. 타태오, "민감도해석을 이용한 현가장치의 동역학적 최적설계", 한국자동차 공학회지, 제2권 제 3호, 1994.
7. Haug, E. J., Computer-Aided Kinematics and Dynamics of Mechanical Systems Vol. I: Basic Method, Allyn and Bacon, 1989.
8. Bae, D. S., and Haug, E. J., "A Recursive Formulation for Constrained Mechanical System, Part II Closed-loop Systems", Mechanics of Structures and Machines, Vol. 15, No.4, 1987.