

박판 정4각튜브의 동적 평균압괴하중

The Dynamic Mean Crush Load of Thin-walled Square Tubes

김 천 욱*, 한 병 기**, 원 중 진***
C. W. Kim, B. K. Han, C. J. Won

ABSTRACT

Assuming that the static loaded square tube and the dynamic loaded one have no difference in their characteristics of the crush distance, the theoretical mean dynamic crush load was calculated with respect to the impact speed considering the strain rate sensitivity of the material. The ratio of dynamic to static mean crush load was predicted with previous results. The theoretical analysis was compared with the experimental results of aluminum square tubes axially loaded dynamically.

주요기술용어 : Dynamic Mean Crush Load(동적 평균압괴하중), Static Mean Crush Load(정적 평균압괴하중), Strain-rate Sensitivity(변형률 속도 민감도), Dynamic to Static Ratio(동정비)

1. 서 론

자동차의 차체구조는 정규부하를 프레임 구조로 지지하고 여기에 보드를 얹어 승객의 안락성을 유지하는 구조로부터 프레임과 보드를 일체구조로 하는 모노코크 구조로 발달하였다. 하지만 충돌, 전복과 같은 특별한 상황에서 승객의 안전을 확보하기 위해서는 특수부하를 고려한 설계가 필요하다.

구조적 관점에서 보면 정면 충돌시 에너지 흡수는 엔진 레일, 사이드 멤버 등의 종부재가 받게 되는데, 모자형 단면으로 이루어진 두 측면부재는 축방향 접힘 모드로 유도되어야 많은 충돌에너지를 흡수할 수 있다. 이와 관련되어 박판4각튜브의 에너지 흡수능력을 평가하기 위하여 평균압괴하중에 대한 연구가 많이 이루어졌다.

박판4각튜브는 평판으로 구성되는데, Gerard¹⁾는 압축하중을 받는 평판의 미분방정식을 구하였고, 4변이 단순지지된 판의 좌굴거동시 용력분포가 균일하지 않음을 보였으며 최대압괴하중은 대변형에 의한 영향을 고려하여 구해야 한다고 하였

* 정회원, 연세대학교 기계공학과
** 정회원, 홍익대학교 기계공학과
*** 정회원, 국민대학교 기계설계학과

다. 1981년 Mahmood²⁾은 반경험적 접근을 통해 압괴모드가 분기되는 임계후폭비를 제시하였고, Bleich³⁾의 좌굴판과 구속판의 개념을 기초로 하여 4각튜브의 최대압괴강도와 평균압괴강도를 구하는 실험식을 제시하였다.

1983년 이후 Wierzbicki와 Abramowicz^{4,5)}는 일련의 연구를 통해 정규압괴모드(compact mode)를 갖는 4각튜브에 대하여 기본압괴기구(basic folding mechanism)를 설명하고, 에너지 평형조건에 의해 정적 평균압괴하중을 구하였으며, 극한 해석을 통하여 압괴주름길이를 구하였고 다양한 단면형상을 가진 박판구조물까지 연구범위를 확장시켜 평균압괴하중을 구하였다.

1995년 김천욱 등⁶⁾은 외측(outward) 및 내측(inward) 접힘 현상을 고려하여 4각튜브의 압괴기구를 해석함으로써 보다 정확한 압괴과정을 설명하고 있다. 또한 엄기호⁷⁾는 직4각튜브의 압괴강도는 최대압괴강도에 비례한다고 가정하여 압괴하중을 구하고 하중-변위 선도를 간단한 함수로 나타내어 에너지 흡수능력을 평가하였다.

실제 자동차의 에너지 흡수 부재가 받고 있는 하중은 충돌시에 동적 하중을 받고 있으므로 이에 대한 연구가 필요하다.

1974년 Ohkubo 등⁸⁾은 정규 압괴모드가 발생하는 박판4각튜브의 압괴기구를 소성현지의 개념을 도입하여 해석하였고, 극한해석을 통하여 정적 평균압괴하중을 구하여 에너지 흡수능력을 평가하는 척도로 고려하였다. 그리고 충돌속도를 고려하여 정적 평균압괴하중과 동적 평균압괴하중의 상관관계를 제시하였다. 1978년 Tani⁹⁾는 자동차의 충돌특성을 수학적모델로 해석하여 다양한 경계조건을 갖는 박판 부재의 정적 최대압괴하중을 구하였고, 변형률 속도 민감도(strain rate sensitivity)를 고려한 동적 하중과 정적 하중의 상관관계를 구하였다. 1984년 이후, Abramowicz와 Jones^{10,11)}의 일련의 연구들은 Wierzbicki⁴⁾의 이론을 기초로 하여 변형률 속도 민감도를 고려한 동적 평균압괴하중과 정적 평균압괴하중 사이의 관계를 규명하였다.

본 연구에서는 동일한 압괴모드에서 정적실험과 동적실험의 차이에 의하여 압괴거리에 대한 특

성이 변하지 않는다는 가정 하에, 알루미늄 재질의 박판4각튜브에 대한 충돌실험을 통해 동적 평균압괴하중을 구하고, 변형률 민감도를 고려하여 충돌속도에 따른 동적 평균압괴하중의 변화를 규명함으로써 충돌에너지 흡수능력을 평가하고자 한다.

2. 이 론

2.1 박판4각튜브의 압괴거동

평판으로 이루어진 4각튜브가 Fig.1과 같이 압축하중을 받을 때 판이 얇으면 모서리가 근사적으로 단순지지 조건을 만족하며, Fig.2와 같은 전

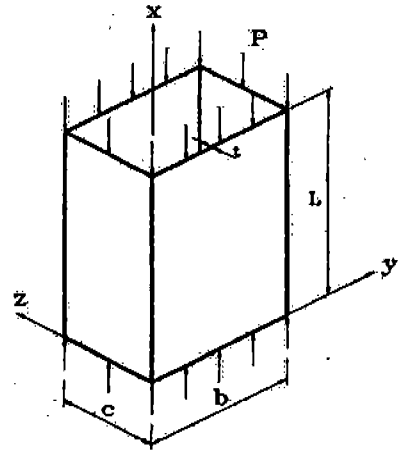


Fig.1 A thin-walled rectangular tube subjected to uniform axial load

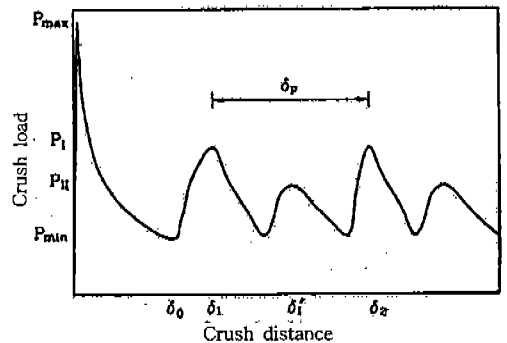


Fig.2 Curve of crush load vs. crush distance of a thin-walled rectangular tube

형적인 하중-변위선도를 나타낸다.

압피시 처음에는 튜브의 패널 부분이 탄성적으로 변형되면서 좌굴하중까지 선형적으로 하중이 증가하고, 이후 좌굴 경로를 거쳐 최대압피강도까지 비선형적으로 증가하게 된다. 최대압피강도에 도달하면 모서리부분에서부터 소성변형이 되면서 튜브의 패널부분에 좌형 굴곡이 발생하기 시작한다.

압피가 진행되면서 패널부분에서는 소성힌지선이 형성되고 모서리부분이 말림에 따라 하중은 감소하고 변형량이 증가한다. 모서리부의 말림에서 접촉이 일어나면 하중은 더 이상 감소하지 않고 패널부분에서의 접촉이 일어날 때까지 다시 하중은 증가된다. 패널에서의 접촉이 일어난 후 다시 패널에서 국부좌굴이 일어나고, 더 하중을 가하면 소성힌지선이 발생되면서 하중은 감소하게 된다. 이와 같은 압피현상이 계속 되풀이되면서 연속적인 접힘이 일어난다.

2.2 정적 평균압피하중

Abramowicz 등^{10,11)}은 일련의 연구에서 Fig. 3에 보여진 두 개의 기본 압피요소를 이용하여 4개의 다른 압피모드를 이론적으로 예측하였다.

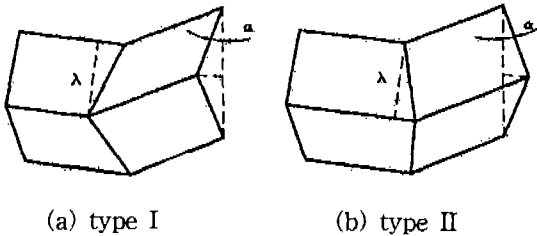


Fig.3 Basic collapse elements

위의 기본압피요소를 도입하여 마주보는 두 패널이 안쪽으로 나머지 두 개가 바깥쪽으로 접히는 경우를 대칭모드(symmetric mode), 3개가 바깥쪽으로 나머지 한 개가 안쪽으로 접히는 경우를 비대칭모드 A형(asymmetric mode-A type), 인접한 두 개가 바깥쪽으로 나머지 두 개가 안쪽으로 접히는 경우 비대칭모드 B형(asymmetric mode-B type), 4개의 패널 모두가 바깥쪽으로 접히는 경우를 확장모드(extensional mode)라 정의하였다. Fig.4에 각 모드에 대한 형태를 도식적으로 나타내었다.

본 연구자⁶⁾는 박판4각튜브가 대칭모드로 주름이 형성되어갈 때, 외축 및 내축 접힘길이의 차이를 고려하였으며, 압피과정을 3개의 압피기구로 나누어 해석하면서, 기하학적 관계와 최소에너지원리를 이용하여 평균압피하중을 결정하였다. 첫 번째 주름이 형성된 후부터는 2차 및 3차 압피구가 교차 반복된다. 에너지원리를 이용하여 얻어진 한 주기의 평균압피하중(P_m^s)과 반좌장 압피주름길이(H)는 다음과 같다.

$$\frac{P_m^s}{M_0} = 42.52 \left(\frac{b}{t} \right)^{\frac{1}{3}} \quad H = 1.96 \sqrt{b^2 t} \quad (1)$$

여기서 $M_0 = \sigma_0 t^2 / 4$ 이다.

Abramowicz 등¹¹⁾은 비대칭모드 A형, B형, 그리고 확장모드에 대한 평균압피하중과 반좌장 압피주름길이를 각각 식(2), 식(3), 식(4)와 같이 나타내었다.

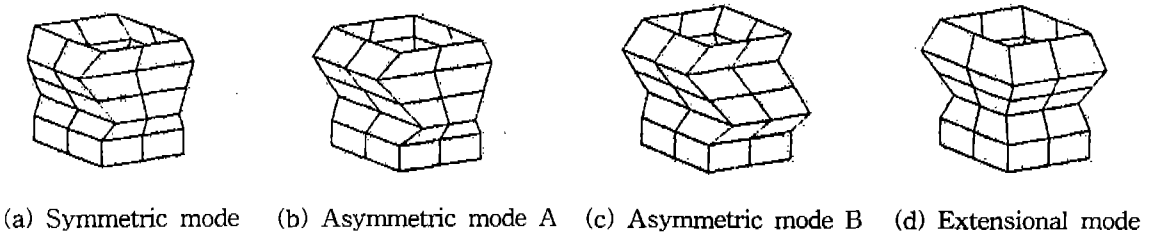


Fig.4 Configuration of tube in crushing

$$\frac{P_m^s}{M_0} = 42.92 \left(\frac{b}{t}\right)^{\frac{1}{3}} + 3.17 \left(\frac{b}{t}\right)^{\frac{2}{3}} + 2.04$$

$$H = 1.56 \sqrt[3]{b^2 t} \quad (2)$$

$$\frac{P_m^s}{M_0} = 45.90 \left(\frac{b}{t}\right)^{\frac{1}{3}} + 1.75 \left(\frac{b}{t}\right)^{\frac{2}{3}} + 1.02$$

$$H = 1.72 \sqrt[3]{b^2 t} \quad (3)$$

$$\frac{P_m^s}{M_0} = 32.64 \left(\frac{b}{t}\right)^{\frac{1}{2}} + 8.16$$

$$H = 2.00 \sqrt{bt} \quad (4)$$

2.3 동적 평균압괴하중

구조문제에 있어서 소성유동을 지배하는 항복 조건은 변형률 속도 $\dot{\epsilon}$ 과 무관하다고 가정하지만, 어떤 물질의 소성유동은 변형률 속도에 민감하다. 이런 특성을 변형률 속도 민감도 또는 점소성(visco-plasticity)이라고 한다. 특히 연강과 가공경화된 알루미늄은 변형률 속도에 민감하며, Cowper-Symond¹²⁾은 1축 하중에 대한 구성방정식을 다음과 같이 제시하였다.¹³⁾

$$\frac{\sigma_0^d}{\sigma_0} = 1 + \left(\frac{\dot{\epsilon}}{D}\right)^{\frac{1}{q}} \quad (5)$$

여기서 σ_0^d 는 소성변형률속도 $\dot{\epsilon}$ 에서의 동적 유동응력이고, D와 q는 재료에 따라 실험적으로 결정되는 동적상수로 Cowper-Symond¹²⁾에 의하여 제시된 값을 Table¹³⁾에 나타내었다.

Abramowicz 등¹⁰⁾은 변형률 속도 $\dot{\epsilon}$ 에 대해 다음과 같이 표시하였다.

$$\dot{\epsilon} = \frac{tV}{4 r_f \delta_e} \quad (6)$$

여기서 V는 mass가 시편에 충돌하기 직전의 속도이고, δ_e 는 유효압괴거리로 대칭모드일 경우는 0.73H이고, 비대칭모드와 확장모드일 경우 0.77H이다. r_f 는 이중곡면요소의 말립반경의 최종값으로 대칭모드, 비대칭모드 A형, 비대칭모드 B형에 대해서 각각 다음과 같다.

$$\begin{aligned} r_f/t &= 0.53 (b/t)^{1/3}, & r_f/t &= 0.47 (b/t)^{1/3}, \\ r_f/t &= 0.49 (b/t)^{1/3} \end{aligned} \quad (7)$$

따라서 식(1), (2), (3)과 식(7)에 의해 대칭모드, 비대칭모드 A형, 비대칭모드 B형, 확장모드에 대한 정4각튜브의 변형률 속도 $\dot{\epsilon}$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon} &= 0.33 V/b, & \dot{\epsilon} &= 0.44 V/b, \\ \dot{\epsilon} &= 0.39 V/b, & \dot{\epsilon} &= 0.25 V/b \end{aligned} \quad (8)$$

확장모드에 대한 변형률 속도 $\dot{\epsilon}$ 는 다음과 같이 쓰여진다.

따라서 식(5)의 관계로부터 각 모드에 대한 정4각튜브의 동적 평균압괴하중 (P_m^d)은 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\frac{P_m^d}{M_0} = 42.52 \left[1 + \left(\frac{0.33V}{bD}\right)^{\frac{1}{q}} \right] \left(\frac{b}{t}\right)^{\frac{1}{3}} \quad (9.a)$$

$$\begin{aligned} \frac{P_m^d}{M_0} &= \left[1 + \left(\frac{0.44V}{bD}\right)^{\frac{1}{q}} \right] \left[42.92 \left(\frac{b}{t}\right)^{\frac{1}{3}} \right. \\ &\quad \left. + 3.17 \left(\frac{b}{t}\right)^{\frac{2}{3}} + 2.04 \right] \end{aligned} \quad (9.b)$$

$$\begin{aligned} \frac{P_m^d}{M_0} &= \left[1 + \left(\frac{0.39V}{bD}\right)^{\frac{1}{q}} \right] \left[45.90 \left(\frac{b}{t}\right)^{\frac{1}{3}} \right. \\ &\quad \left. + 1.75 \left(\frac{b}{t}\right)^{\frac{2}{3}} + 1.02 \right] \end{aligned} \quad (9.c)$$

Table 1 Dynamic coefficients

Material	D(s-1)	q
Mild steel(KSD3512SCP1)	6844	3.91
Aluminum(6063-T5)	674666.6	4

$$\frac{P_m^d}{M_0} = \left[1 + \left(\frac{0.25V}{bD} \right)^{\frac{1}{q}} \right] \left[32.64 \left(\frac{b}{t} \right)^{\frac{1}{2}} + 8.16 \right] \quad (9.d)$$

또한 식(1.a), (2.a), (3.a), (4.a)와 식(9)에 의해 평균압괴하중의 동정비는 다음과 같다.

$$\frac{P_m^d}{P_m^s} = 1 + \left(\frac{0.33V}{bD} \right)^{\frac{1}{q}} \quad (10.a)$$

$$\frac{P_m^d}{P_m^s} = 1 + \left(\frac{0.44V}{bD} \right)^{\frac{1}{q}} \quad (10.b)$$

$$\frac{P_m^d}{P_m^s} = 1 + \left(\frac{0.39V}{bD} \right)^{\frac{1}{q}} \quad (10.c)$$

$$\frac{P_m^d}{P_m^s} = 1 + \left(\frac{0.25V}{bD} \right)^{\frac{1}{q}} \quad (10.d)$$

3. 실험

동하중에 의한 압괴특성을 관찰하기 위해 6063 재질의 압출재 알루미늄 정4각튜브 시험편을 사용하였다. 시험편의 기계적 성질은 인장실험을 하여 얻었으며, 그 값과 단면치수를 Table 2에 나타내었다.

Fig.5는 동하중을 가하기 위한 실험장치의 개요도를 보여주고 있다. 질량변화에 따른 효과를 관찰하기 위하여 낙하추의 무게는 42kg 또는 52kg, 56kg, 65.6kg로 변화시킬 수 있도록 하였다. 그

Table 2 Mechanical properties and dimensions of aluminum tube specimens

Dimensions(b×c×t)	30mm×30mm×1.1mm
Young's modulus(kgf/mm ²)	7000
Poisson's ratio	0.34
Yielding stress(kgf/mm ²)	19.5
Ultimate stress(kgf/mm ²)	22.5

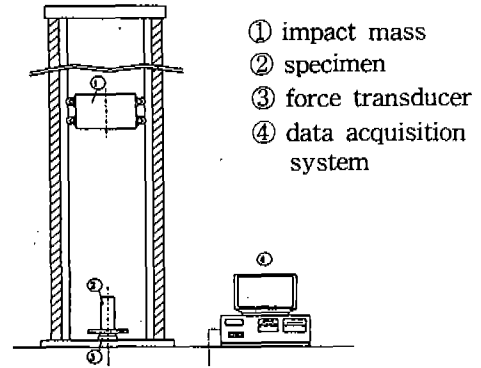


Fig.5 Schematic diagram of experimental setup for dynamic tests

Table 3 Experimental result for dynamic tests on aluminum tubes

No	L (mm)	M (kg)	height (m)	V (m/s)	K.E. (kgf·m)	δ_t (mm)	(P _m ^d)ex (kgf)
S1	220.2	65.6	2.1	5.96	118.89	136.4	871.0
S2	220.3	65.6	2.1	6.21	129.07	156.4	820.1
S3	220.0	65.6	2.1	6.01	120.89	133.1	909.0
S4	220.3	56.0	1.4	4.66	62.04	71.1	869.4
S5	220.2	56.0	1.4	4.62	60.98	71.0	860.5
S6	182.0	56.0	1.4	4.88	68.04	77.9	874.9
S7	219.8	56.0	2.1	5.95	101.15	111.5	900.8
S8	220.0	56.0	2.1	5.95	101.15	114.8	872.0
S9	150.7	52.0	2.23	5.51	80.55	88.5	910.12
S10	150.4	52.0	2.23	5.47	79.29	90.4	877.12
S11	150.7	52.0	2.23	5.56	81.83	92.9	880.83
S12	150.6	52.0	1.53	4.96	65.34	72.3	903.80
S13	150.7	52.0	1.53	4.93	64.43	72.0	894.83
S14	150.8	52.0	1.53	4.93	64.43	71.6	899.83
S15	150.8	42.0	1.53	4.81	49.56	56.5	877.24
S16	150.7	42.0	1.53	4.83	49.91	56.1	889.60
S17	150.6	42.0	1.53	4.79	49.23	54.7	899.92
S18	150.8	42.0	1.53	4.90	51.31	56.0	916.29
S19	220.1	41.6	2.1	5.60	66.56	79.7	834.1
S20	200.3	41.6	2.1	5.46	63.27	73.1	856.9
S21	220.2	41.6	2.8	6.49	89.40	99.5	892.5
S22	220.2	41.6	2.8	6.51	89.95	98.5	903.8

리고 충돌속도의 변화를 주기 위하여 낙하추의 위치를 Table3에서와 같이 변화시켰다. PCB Piezotronics사의 quartz type 압축하중용 force transducer를 사용하여 하중을 측정하고, 이 신호를 샘플링타입이 50 μ sec인 'Lab-View'라는 data acquisition program으로 가해진 하중에 대한 전압변화를 실시간 data로 취득하며, PCB사에서 calibration을 거쳐 제시한 변환계수를 곱하여 이를 시간과 하중의 data로 변환할 수 있다. 이로부터 시편에 충돌하기 직전의 추의 속도와 충돌 후 최종적인 시편의 압괴거리 δ_f , 그리고 추의 운동에너지를 압괴거리 δ_f 로 나누어줌으로써 동적 평균압괴하중을 구할수 있다. 얻어진 실험결과는 Table 3에 정리되어 있다.

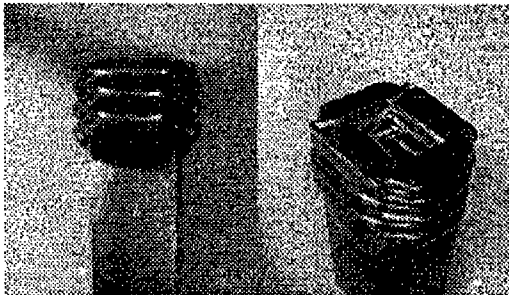
4. 검토 및 고찰

평균압괴하중에 관한 식을 보면 가공경화제질인 경우 소성유동응력 σ_0 의 영향을 받게 되며, 본 연구에서는 $\sigma_0=0.92\sigma_u$ 를 사용하여 이론값을 계산하였다.

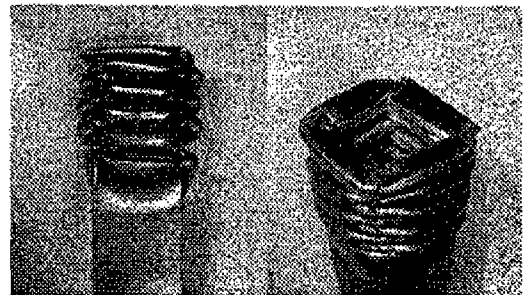
Fig.6은 대칭모드, 비대칭모드 A형, 비대칭모드 B형, 확장모드를 보이는 시편의 사진이다. 사진에서 알수 있듯이 Fig.6 (c)의 비대칭모드 B형은 모드가 유지되면서 계속 주름이 발달되었으나, Fig.6의 (b)와 (d)는 첫 번째 주름만 비대칭모드 A형과 확장모드를 보이고 점차 대칭모드로 모드 변화가 진행되었다.

후폭비(b/t)에 대한 각 모드의 정적 평균압괴하중의 변화를 Fig.7에 도시하였다. 4각튜브의 b/t가 본 실험에 사용된 시편면의 후폭비 27.27일 때 정적 평균압괴하중은 대칭모드일 때 가장 작고 비대칭모드 B형, 비대칭모드 A형, 확장모드 순으로 커진다. 그러나 b/t가 10이하에서는 확장모드의 P_m^s 가 비대칭모드 보다도 작은 값을 보이고 있다. 일반적으로 사용되는 박판튜브의 경우에는 대칭모드의 정적평균압괴하중이 가장 작다.

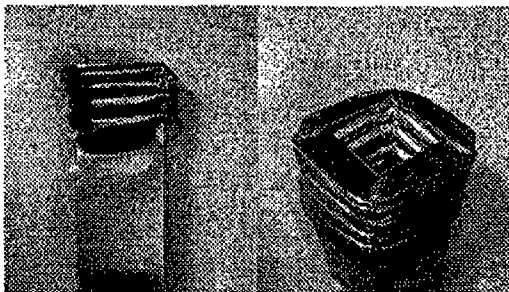
Fig.8에서는 b=30, t=1.1인 시편면에서 충돌속도에 대한 각 모드의 동적 평균압괴하중의 변화를 보여주고 있다. Fig.7에서와 같이 대칭모드의 동적 평균압괴하중이 가장 작고, 비대칭모드 B형, 비대칭모드 A형, 확장모드 순으로 커진다. 따라서



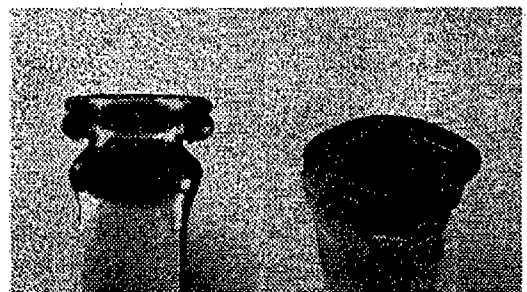
(a) Deformed shaped of symmetric mode



(b) Deformed shaped of asymmetric mode A



(c) Deformed shaped of asymmetric mode B



(d) Deformed shaped of extensional mode

Fig.6 Photograph of crushing mode

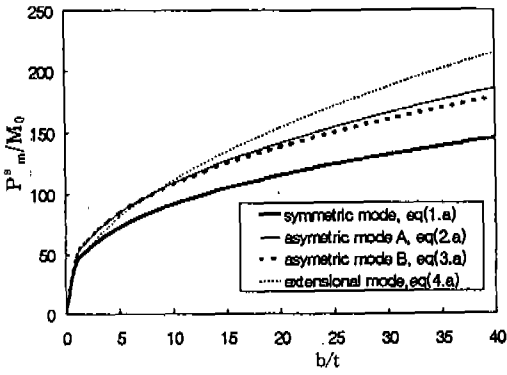


Fig.7 Comparison of theoretical static mean load of each crush mode

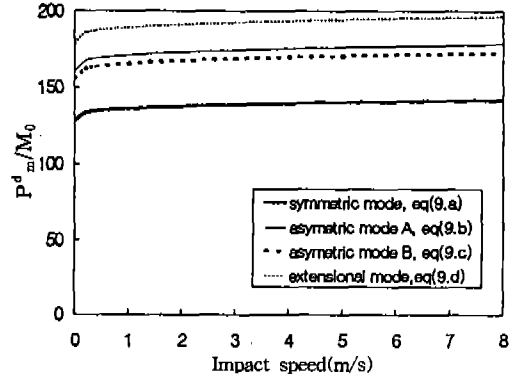


Fig.8 Comparison of theoretical dynamic mean load of each crush mode

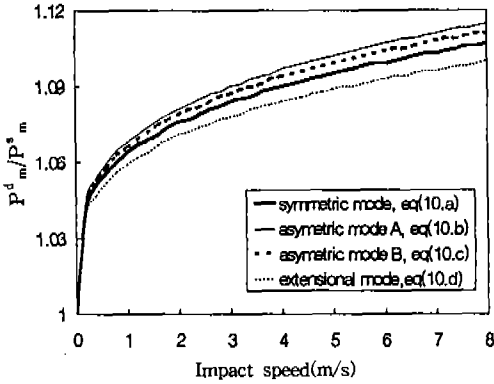


Fig.9 Comparison of theoretical ratio of dynamic to static axial load of each crush mode

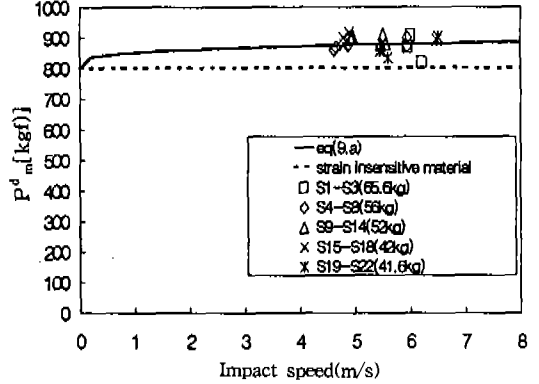


Fig.10 Variation of dynamic mean crushing load w.r.t impact speed

정적 압축실험에서는 평균압괴하중값이 가장 낮은 대칭모드가 주로 얻어지고 있지만, 충격을 가해주는 동적 압축실험에서는 기타 모드들도 발생된다. 이는 하중을 가할 때 시편의 불안정한 상태 즉, 시편의 벽면이 수직을 유지하지 못하고 있을 때 그외의 모드가 발생하기도 한다. 또한 이론적으로 예측된 각 모드의 평균압괴하중은 대칭모드 일때가 제일 작은 값을 가지는 것으로 미루어 보아 대칭모드의 발생이 지배적임을 알 수 있다.

Fig.9에서는 충돌속도에 대한 각 모드의 동적 평균압괴하중과 정적 평균압괴하중의 비를 도시하였다. 여기서는 확장모드, 대칭모드, 비대칭모드 B, 비대칭모드 A의 순으로 커진다. 확장모드는 정적 또는 동적 실험시 하중에 대한 저항이 커서 시편의 모서리부분이 찢어지기도 한다.

Fig.10에는 추의 충돌속도에 따른 이론적인 동적 평균압괴하중의 변화와 실험값을 도시하였다. 점선부분은 변형을 민감도가 전혀 없는 이상적인 재료의 평균압괴하중으로 충돌속도가 증가하더라도 정적 평균압괴하중과 동일한 값을 가지게 된다. 실선은 식(9.a)에 의한 것으로 변형을 민감도에 의해 충돌 속도가 증가함에 따라 평균압괴하중도 점차 증가함을 알 수 있다.

Fig.11에는 추의 충돌속도에 따른 정적 평균압괴하중에 대한 동적 평균압괴하중의 비, 즉 동정비의 변화와 실험값을 도시하였다. 점선부분은 변형을 민감도가 전혀 없는 재료이므로 동정비는 충돌속도가 증가하더라도 계속 1의 값을 가지고 있으며 실선은 식(10.a)에 의한 것으로 Fig.9와 마찬가지로 속도가 증가함에 따라 동정비가 증가하나

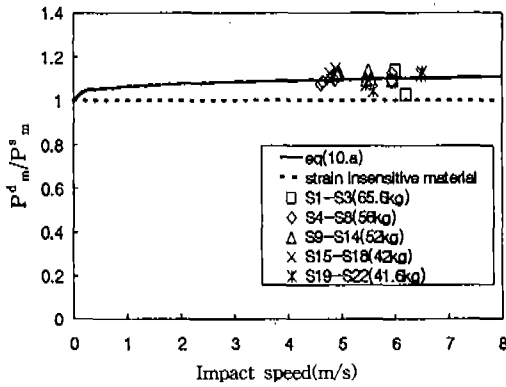


Fig.11 Variation of the ratio of dynamic to static crushing load with impact speed

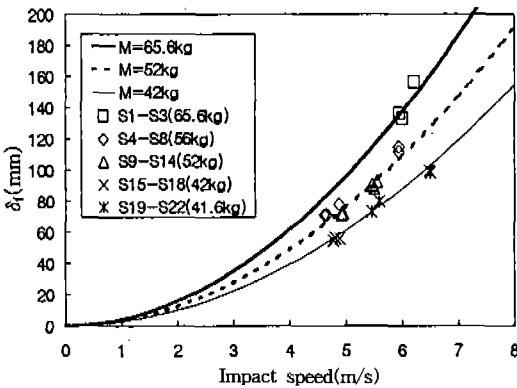


Fig.12 Variation of final crush distance with impact speed

속도가 커질수록 그 기울기가 완만하게 증가한다.

Fig.12에서는 충돌속도가 압괴거리에 미치는 영향을 알아보기 위해 추의 운동에너지를 식(9.a)의 이론적인 동적 평균압괴하중으로 나누어 충돌속도에 따른 최종압괴거리 δ_f 의 변화를 도시하고 실험값과 비교하였다.

충돌속도 4.8m/s부근에서 질량이 56kg인 추로 충돌시켰을 때가 질량이 42kg인 추로 충돌시켰을 때보다 38%가량 δ_f 가 증가하며, 속도가 증가할수록 압괴거리는 급격히 증가함을 알 수 있다.

5. 결 론

본 연구에서는 압괴거리에 대한 특성은 변하지 않는다는 가정하에, 변형을 속도 민감도를 고려하

여 속도에 따른 동적 평균압괴하중을 구하고, 이 결과로부터 정적 평균압괴하중에 대한 비를 구하였다. 그리고 알루미늄 재질의 박판 정4각튜브에 대한 충돌실험을 하여 얻어진 실험값과 이론값을 비교하였다.

본 연구의 결과를 요약하면 다음과 같다.

- 1) 정적실험에서는 에너지 수준이 가장 낮은 대칭모드로 압괴되지만 동적실험에서는 기타 모드들도 발생될 수 있다.
- 2) 충돌속도가 증가함에 따라 동적 평균압괴하중은 증가하지만 속도가 커지면 증가하는 기울기가 완만해진다.
- 3) 정적 평균압괴하중에 대한 동적 평균압괴하중의 비는 속도의 함수이며 4~6m/s의 속도에서 약 10% 정도 증가한다.
- 4) 추의 질량과 충돌속도가 증가하면 최종 압괴거리 δ_f 는 증가하며, 충돌속도의 증가가 더 압괴 거리의 증가에 기여한다.

참 고 문 헌

1. Gerard, G., Introduction to Structural Stability Theory, McGraw-Hill Book Co., New York, 1962.
2. Mahmood, H.F. & Paluszny, A., "Design of Thin Walled Columns for Crash Energy Management -Their Strength and Mode of Collapse", SAE 811302, 1981.
3. Bleich, F., Buckling Strength of Metal Structures, McGraw-Hill Book Co., New York, 1952.
4. Wierzbicki, T. and Abramowicz, W., "On the Crushing Mechanics of Thin Walled Structures", J. Applied Mechanics, Vol. 50, No. 4, pp. 727~734, 1983.
5. Wierzbicki, T. and Abramowicz, W., "Axial Crushing of Multicorner Sheet Metal Columns", J. Applied Mechanics, Vol. 56, No. 4, pp. 113~120, 1989.
6. 김천욱, 한병기, 원종진, 임채홍, "박판4각튜브의 에너지 흡수 특성", 한국자동차공학회 춘계학술대회, 제2권, pp. 42~48, 1995.

7. 염기호, “박판4각튜브의 압괴거동과 에너지 흡수 능력 연구”, 연세대학교 대학원 석사학위 논문, 1995.
8. Ohkubo, Y., Akamatsu, T. & Shirasawa, K., “Mean Crushing Strength of Closed Hat Section Members”, SAE 740040, 1974.
9. Tani, M & Funahashi, A., “Energy Absorption by the Plastic Deformation of Body Structural Members”, SAE 780368, 1978.
10. Abramowicz, W. & Jones, N., “Dynamic Axial Crushing of Square Tubes”, Int. J. Impact Eng., Vol. 2, No. 2, pp. 179~208, 1984.
11. Abramowicz, W. & Jones, N., “Dynamic Progressive Buckling of Circular and Square Tubes”, Int. J. Impact Eng., Vol. 2, No. 2, pp. 179~208, 1986.
12. Cowper, G.R. and Symonds, P.S., “Strain Hardening and Strain-rate Effects in the Impact Loading of Cantilever Beams”, Brown University Division of Applied Mathematics Report No.28 September, 1957.
13. Jones, N., Structural Impact, Cambridge University Press, 1989.