

3차원 곡면 내삽법을 이용한 자동차 박판 부품의 변형을 측정법 개선

An Improvement of Strain Measuring Technique by using the B-spline Surface Interpolation Method

김 종 봉*, 양 동 열**
J. B. Kim, D. Y. Yang

ABSTRACT

The measurement of strains in stamped sheet metal is essential to the design and manufacture of sound sheet metal products. The measured strains can also be used in verifying the reliability of the computer analysis such as finite element analysis. In most engineering applications, strains are measured from the deformed square grids or deformed circular grids in comparison with the initial undeformed grids. In such a case, however, strains are averaged in each grid and the localized strain in a region smaller than a grid size can not be measured. In the present study, the B-spline surface interpolation technique is introduced in order to measure the strains more exactly and effectively. The strains calculated by using the surface interpolation technique are compared with the strains calculated from the three-noded grids as well as with the finite element analysis.

주요기술용어 : Strain Measurement(변형율 측정), Surface Interpolation(곡면 내삽), B-spline(비스플라인)

1. 서 론

변형율의 측정은 여러 가지 공학적인 문제와 생산 기술 분야에서 필수적으로 요구되고 있다. 측정된 변형율은 제품의 결함을 예측하고 정의하기 위해(성형한계곡선) 이용됨은 물론 유한요소

해석 등과 같이 이론적인 방법으로 모델링한 결과를 검증하기 위해서도 많이 이용된다. 제품의 결함을 정의하는 대표적인 예가 성형한계 곡선이다. 측정된 변형율을 성형한계곡선 위에 표시함으로써 제품의 파단 가능성과 추가적인 성형의 가능 정도를 알 수 있다. 이론적인 결과를 검증하기 위해서는 용력이나 변형 형상 등을 이용할 수도 있지만 용력의 경우는 측정이 거의 불가능하기 때문에 검증이 불가능하다. 그리고, 변형 형

* 한국과학기술원 기계공학과
** 정회원, 한국과학기술원 기계공학과

상은 거시적으로만 비교가 가능할 뿐 구체적인 자료를 제공하지 못하는 단점이 있다.

변형율은 소재의 변형 전 형상과 변형 후 형상을 알고 있으면 계산이 가능하다. 여기에서 형상이란 단순히 모양을 의미하는 것이 아니고 소재상의 모든 점들의 위치를 의미한다. 그렇기 때문에 그 형상의 변화를 모두 실험적으로 측정하는 것은 불가능하다. 그래서 많은 경우에 변형 전 소재에 격자를 표시한 후, 변형 전과 변형 후의 격자의 모양을 이용하여 변형율을 측정하였다.¹⁾ 가장 대표적인 것이 원형 격자를 이용한 측정이다. Fig.1(a)와 같은 원형 격자를 성형 전 소재에 예칭한 후 성형을 수행하면 Fig.1(b)와 같은 타원 격자가 얻어진다. 그리고 이 타원 격자의 장축과 단축의 길이를 측정하여 각각 최대 및 최소 변형율을 구한다. 이 방법은 자동화 되지 않고 수작업에 의해 이루어 지기 때문에 정밀도도 떨어지고 많은 시간과 노력을 필요로 한다. 최근에는 컴퓨터 비전과 화상처리 기법의 발달과 더불어, 이러한 수작업에 의한 측정의 단점을 보완하고 보다 쉽게 변형율을 측정할 수 있는 측정기가 개발 되었고, 또한 아직도 활발히 연구가 진행 중에 있다.¹⁻⁵⁾ 이미 개발된 측정기들 중에서는 대표적인 것이 Lee등이 개발한 자동화된 변형율 측정기(ASAME : Automated Strain Analysis and Measuring Environment)이다.^{1,4,5)} 그러나 격자를 이용하여 변형율을 측정할 경우 한 격자 내에서는 변형율이 일정하다고 가정하기 때문에 변형율을 격자 내에서 평균화하는 경향이 있다.

그리고 또한 격자의 크기보다 작은 영역에서 발생하는 국부적인 변형을 측정할 수 없다는 단점이 있다. 본 연구에서는 이러한 단점을 보완하고 보다 정확하고 편리하게 변형율을 계산하기 위해 3차원 곡면 내삽법을 도입하였다. 변형 전 질점의 좌표와 변형 후 질점의 좌표를 각각 부드러운 3차원 곡면으로 내삽한 후 그로부터 변형율을 계산하였다. 질점의 좌표는 Lee등이 개발한 자동화된 변형을 측정기(ASAME)를 이용하여 측정하였다.

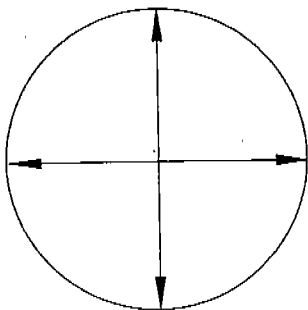
2. 일반적인 변형율 계산식

전술한 바와 같이 소재가 변형할 때 변형 전 소재의 형상과 변형 후 소재의 형상이 주어지면 변형율의 계산이 가능하다. 변형 전과 후의 소재의 형상이 Fig.2와 같고 각각의 형상이 환류 좌표계 u_1, u_2 로 나타내어지는 위치벡터 $\hat{R}(u_1, u_2)$, $\hat{r}(u_1, u_2)$ 로 나타내어 진다고 하면, 점 P에서의 변형율은 다음과 같이 계산된다.⁶⁾

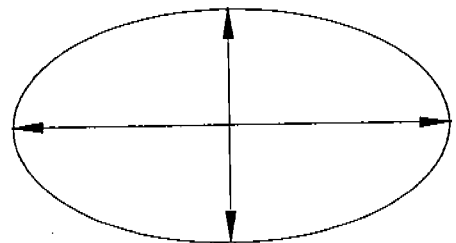
$$\epsilon_{1,2} = \frac{1}{2} \ln(\phi_1 \pm \sqrt{\phi_1^2 - \phi_2}) \quad (1)$$

$$\text{where, } \phi_1 = \frac{1}{2} G^{\bar{u}} g_{\bar{u}}, \quad \phi_2 = \frac{g}{G}$$

여기에서, $G^{\bar{u}}$ 는 메트릭 텐서 $G_{\bar{u}}$ 의 컨트라베리언트(contravariant) 성분으로 $G_{\bar{u}}$ 의 역행렬과 같다. $G_{\bar{u}}$ 와 $g_{\bar{u}}$ 는 각각 변형 전과 후의 좌표 변환식

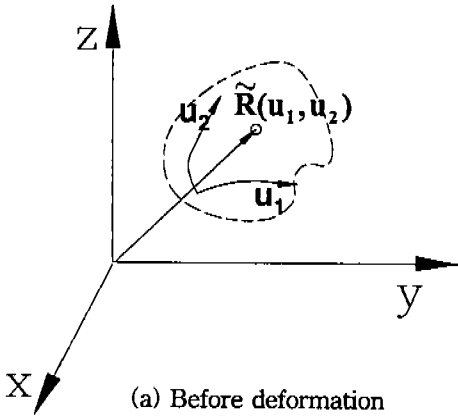


(a) Before deformation

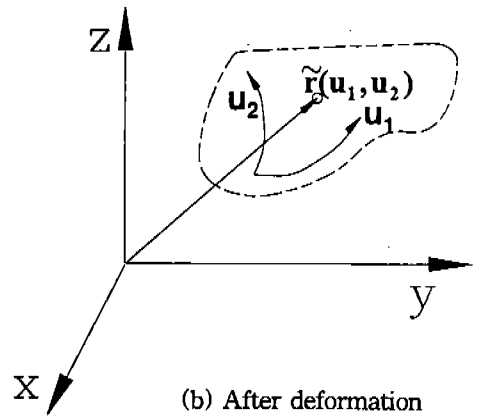


(b) After deformation

Fig.1 Deformation of a circular grid

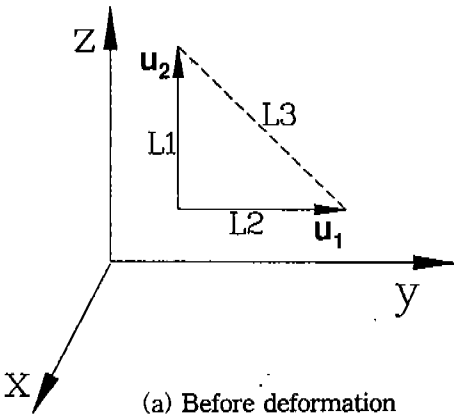


(a) Before deformation

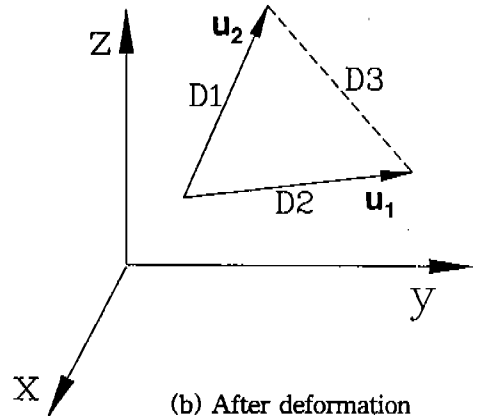


(b) After deformation

Fig.2 Surface convected coordinate system in the sheet deformation



(a) Before deformation



(b) After deformation

Fig.3 Deformation of a three-noded grid

$\tilde{R}(u_1, u_2)$ 와 $\tilde{r}(u_1, u_2)$ 의 메트릭 텐서로 다음과 같이 정의 된다.

$$G_{ij} = \tilde{A}_i \cdot \tilde{B}_j = \frac{\partial \tilde{R}(u_1, u_2)}{\partial u_i} \cdot \frac{\partial \tilde{R}(u_1, u_2)}{\partial u_j} \quad (2)$$

$$g_{ij} = \tilde{a}_i \cdot \tilde{b}_j = \frac{\partial \tilde{r}(u_1, u_2)}{\partial u_i} \cdot \frac{\partial \tilde{r}(u_1, u_2)}{\partial u_j} \quad (3)$$

그리고 G 와 g 는 각각 G_{ij} 와 g_{ij} 의 행렬식(determinant)이다.

3. 3절점 격자를 이용한 변형률 계산

3절점 격자를 이용한 계산에서는 3각형 격자의 변의 길이를 이용한다. Fig.3과 같이 격자가 변형하고, u_1, u_2 좌표계를 그림과 같이 두 변을 따라서 정의하면, 두 변환의 메트릭 텐서는 다음과 같이 정리된다.

$$G_{ij} = \begin{bmatrix} L_1^2 & \frac{1}{2}(L_1^2 + L_2^2 - L_3^2) \\ \text{sym} & L_2^2 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$g_{ij} = \begin{bmatrix} D_1^2 & \frac{1}{2}(D_1^2 + D_2^2 - D_3^2) \\ \text{sym} & D_2^2 \end{bmatrix} \quad (5)$$

이와 같이 정의된 매트릭 텐서 G_{ij} 와 g_{ij} 를 이용하여 식(1)에서와 같이 변형율을 계산할 수 있다. 그러나 앞에서 기술한 바와 같이 길이를 이용하여 계산을 하기 때문에 평균된 변형율이 계산된다.

4. B-spline 곡면 내삽에 의한 변형율의 계산

본 장에서 이용되는 변형율의 계산식은 앞장에서 기술한 것과 같지만, 매트릭 텐서 G_{ij} 는 격자의 길이로 구하지 않고 점들을 부드럽게 연결한 3차원 곡면의 패치(patch)로부터 계산한다. 3차원 곡면 내삽의 의미는 변형된 소재의 모든 점의 좌표를 가정하고 형상을 수학적인 함수로 묘사하는 것이다. 즉 측정된 점들의 좌표를 이용하여 그 중간 점들의 좌표를 가정하는 것이다. 물론 3절점 격자를 이용한 방법에서도 내삽의 의미가 있지만, 그 경우에는 3점을 지나는 평면으로 내삽을 하기 때문에 오차가 발생한다. B-spline 3차원 내삽의 경우 단순히 점들을 부드럽게 연결하는 것이 아니라 변형의 정도도 함께 내삽하기 때문에, 즉 좌표의 1차 미분이 경계에서 연속이기 때문에 보다 정확하고 신빙성 있는 결과를 준다. B-spline 곡면 핏팅(fitting)은 참고문헌[7]에 잘 나타나 있다. 3차원 곡면의 핏팅을 Fig.4에 개략적으로 나타내었다. 본 절에서는 핏팅된 3차원

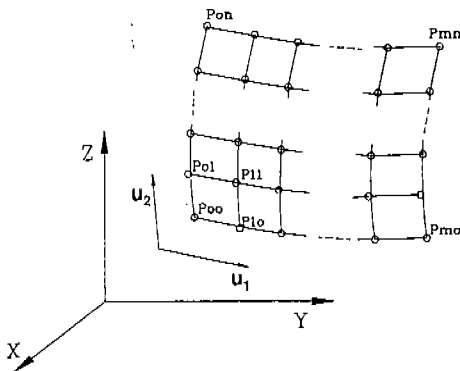


Fig.4 Schematic diagram of 3D surface interpolation

곡면 패치로 부터 매트릭 텐서를 계산하는 방법을 기술하였다.

핏팅된 3차원 곡면을 이루고 있는 각각의 패치들은 행렬의 형태로 이루어진 16개의 조정점(control vertex)들로 다음과 같이 정의된다.

$$\tilde{r}(u_1, u_2) = UNBN^T V^T \quad (6)$$

where,

$$U = [1 \ u_1 \ u_1^2 \ u_1^3], \quad V = [1 \ u_2 \ u_2^2 \ u_2^3]$$

$$B = \begin{bmatrix} V_{00} & V_{01} & V_{02} & V_{03} \\ V_{10} & V_{11} & V_{12} & V_{13} \\ V_{20} & V_{21} & V_{22} & V_{23} \\ V_{30} & V_{31} & V_{32} & V_{33} \end{bmatrix},$$

$$N = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} 1 & 4 & 1 & 0 \\ -3 & 0 & 3 & 0 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -1 & 3 & -3 & 1 \end{bmatrix}$$

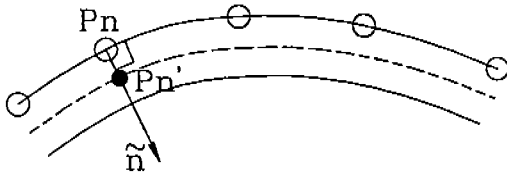
여기에서 v_{ij} 는 점 데이터들을 3차원 곡면으로 전체적으로 핏팅할 때 계산이 된다.⁷⁾ 식(6)에 나타나 있듯이 패치 내의 모든 점들의 좌표는 u_1, u_2 의 함수가 되고, 또한 내삽된 함수를 이용하여 모든 점에서 변형율 계산이 가능하다. 기존의 3절점 격자를 이용한 계산에서는 한 요소가 한 개의 일정한 변형율 값을 가지지만, B-spline 곡면 내삽을 이용하여 계산을 수행하면 모든 점에서 변형율을 계산이 가능하고, 계산된 변형율이 연속적인 분포를 가지게 된다.

Fig.4에 변형 전과 후의 내삽된 형상을 나타내었다. 이와 같이 내삽된 형상은 다음과 같이 각각 수학적인 식으로 나타내어진다.

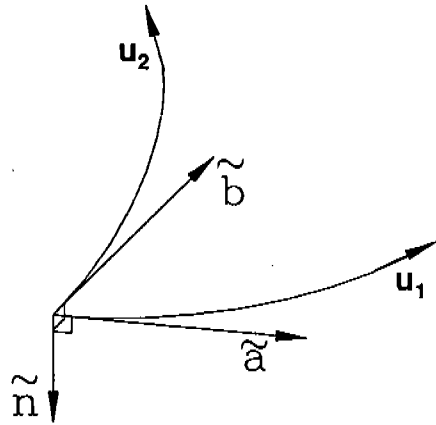
$$\tilde{R}(u_1, u_2) = UNB_1 N^T V^T \quad (7)$$

$$\tilde{r}(u_1, u_2) = UNB_2 N^T V^T \quad (8)$$

이와 같이 정의된 함수를 이용하여 2장에서와 같은 방법으로 원하는 점에서의 변형율을 계산할 수 있다.



(a) Thickness correction



(b) Normal vector to the sheet surface

Fig.5 Thickness correction

두께 보정

박판 제품의 표면 변형율은 소재의 곡률 때문에 안쪽 면과 바깥쪽 면에서 서로 다르게 나타난다. 소재에 표시된 점의 좌표로 변형율을 계산하면 바깥쪽 면의 변형율을 구한 것이다. 그러나 박판 소재의 경우 바깥면이나 안쪽면의 표면 변형율을 보다는 중간면에서의 변형율을 구하는 것이 필요한 경우가 많다. 예를 들면 유한요소 해석등과 같은 이론적인 결과들은 대부분 중간면에서의 변형율 값을 결과로 주기 때문에, 결과를 비교하기 위해서는 중간면에서의 변형율 값을 측정해야 한다. 그래서 표면 변형율을 중간면에서의 변형율로 나타내기 위해 보정이 필요하다. 본 연구에서는 변형율을 계산하기 전에 표면의 좌표를 중간면의 좌표로 이동시켜 주었다. 이것은 Fig.5에 나타난 바와 같이 소재 표면의 점에서 그 면에 수직인 방향으로 두께의 1/2만큼 평행이동 시킴으로써 가능하다.

$$\tilde{x}' = \tilde{x} + \frac{t}{2} \tilde{n} \quad (9)$$

여기에서 t는 소재의 두께이고, \tilde{n} 는 수직 방향 벡터로 Fig.5에서와 같이 면에 접하고 있는 두 벡터를 외적(cross product)하여 구한다.

$$\tilde{n} = \frac{\tilde{a} \times \tilde{b}}{|\tilde{a} \times \tilde{b}|} \quad (10)$$

이때 두 벡터 \tilde{a} 와 \tilde{b} 는 각각 u_1, u_2 좌표축을 따라 다음과 같이 정의 된다.

$$\tilde{a} = \frac{\partial \tilde{r}(u_1, u_2)}{\partial u_1}, \quad \tilde{b} = \frac{\partial \tilde{r}(u_1, u_2)}{\partial u_2} \quad (11)$$

5. 유한요소 해석

측정된 변형율의 유용성을 보여주기 위해 유한요소 해석 결과와 비교하였다. 유한요소 해석은 수직 이방성을 고려한 강소성⁸⁾ 재료 모델링으로 하였고, 요소는 BEAM요소⁸⁾를 이용하였다. 강소성 재료에 대한 변분식은 다음과 같이 표시된다.

$$\delta W = \int_{V_0} \bar{\sigma} \delta(\Delta \bar{\epsilon}) dV - \int_{S_0} \bar{T} \delta \tilde{u} dS = 0 \quad \forall \delta \tilde{u} \quad (12)$$

여기에서 δW 는 최소화해야 할 에너지 함수(functional)이고, $\bar{\sigma}$ 는 유효응력(flow stress), $\Delta \bar{\epsilon}$ 는 유효 변형율 증분, \bar{T} 는 외력 벡터이다. 식(12)는 비선형 방정식이므로 잘 알려진 뉴턴-랩슨 방법으로 푼다.

박판 소재의 평면 이방성의 고려는 강판 소재의 거동을 잘 묘사한다고 알려진 Hill의 항복식¹⁰⁾을 이용하였다. Hill의 항복식을 이용할 때 등가의 유효 변형을 증분은 다음과 같이 표시된다.

$$\Delta \bar{\epsilon} = \frac{[2(1+r)]^{1/m}}{2} \left[\frac{1}{(1+2r)^{1/(m-1)}} \phi_1^{m/(m-1)} + \phi_2^{m/(m-1)} \right]^{(m-1)/m} \quad (13)$$

여기에서, r 과 m 은 각각 수직 이방성 계수와 상수이고, ϕ_1 과 ϕ_2 는 주 변형율의 함수로 다음의 식과 같이 표현된다.

$$\phi_1 = \frac{1}{4} \left(\ln \frac{g_1}{G_1} - \ln \frac{g_2}{G_2} \right)^2 \quad (14)$$

$$\phi_2 = \frac{1}{4} \left(\ln \frac{g_1}{G_1} + \ln \frac{g_2}{G_2} \right)^2$$

여기에서 g_1, g_2 는 변형후 주 환류 좌표계에서의 매트릭 텐서이고, G_1, G_2 는 변형전 주 환류 좌표계에서의 매트릭 텐서이다.

오일팬의 성형을 해석하였고 금형의 묘사는 비매개변수 패치법(nonparametric patch description)을 이용하였다. 유한요소 이산화는 1,200개의 4절점 요소와 1,271절점으로 하였다. 그리고 사용된 재료 상수 및 성형 조건은 다음과 같다.

Sheet material : cold-rolled steel
stress-strain characteristics :

$$\bar{\sigma} = 537.17(0.000978 + \bar{\epsilon})^{0.2707} \text{MPa}$$

index used in Hill's new yield criterion :

$$m=2.0$$

Lankford value for normal anisotropy :

$$r=1.91$$

uhickness : t=1.2mm

Coulomb coefficient of friction : $\mu=0.1$

blank holding force : 860KN

dimension of sheet blank :

$$560\text{mm} \times 860\text{mm}$$

6. 측정 결과 및 고찰

변형율의 측정은 2가지의 인위적인 예제와 사각형 컵, 그리고 오일팬에 대해서 수행하였다. 2가지의 인위적인 예제는 3차원 곡면 내삽이 변형율의 계산에 주는 영향을 살펴보기 위해 수행하였다. 그리고 사각형 컵과 오일팬의 측정은 실제적인 시편(제품)에 적용하여 결과를 비교해 보고, 또한 유한요소 해석 결과와 비교해 보기 위한 것이다. 사각형 컵은 비교적 작기 때문에 전체를 모두 측정하였고, 오일팬은 제품이 크고 형상이 복잡하여 변형이 주로 심하게 일어난 부분만을 측정하였다. 그리고 오일팬에 대해서는 앞 절에서 기술한 바와 같이 유한요소 해석을 수행하였으며, 측정된 결과와 비교하였다.

Fig.6은 2개의 인위적인 예제를 보여준다. Fig.6(a)의 경우는 가운데에서 변형율이 최소인 경우이고 Fig.6(b)의 경우는 가운데에서 변형율이 최대인 경우이다. B-spline 곡면 내삽의 경우 가장자리 부분에서 약간의 오차가 나타나기 때문에 이를 최소화 하기 위해 양쪽 끝 부분에 같은 크기의 격자 두개를 붙여서 계산하였다. 측정된 결과를 Fig.7에 나타내었다. 예상 했던 대로 격자의 길이를 이용하여 계산한 결과는 격자 내에서 일정하게 나타나지만 내삽된 곡면을 이용하여 계산한 결과는 부드러운 분포로 나타나고 있다. 특히 변형율이 최대 및 최소가 되는 가운데 부분에서 두 결과가 큰 차이를 보여주고 있다. 여기에 내삽된 곡면을 이용하여 변형율을 계산해야 하는 필요성이 있다. 변형율을 계산하고자 하는 목적 중의 하나가 성형성 및 성형한계의 예측이다. 성형의 한계 예측에 큰 영향을 주는 것은 소재의 모든 점들에서의 변형율값이 아니고 국부적인 변형이 발생한, 즉 최대로 변형이 발생한 점에서의 변형율 값이다. 그런데 격자의 길이로 변형율을 계산하면 변형율이 평균화 되어 실제로 예측되는 변형율 값, 즉 내삽된 곡면으로부터 계산된 변형율값보다 약 20%정도 작게 나타난다. 이것은 성형한계 예측에 큰 오차를 줄 수 있다. 이 결과로

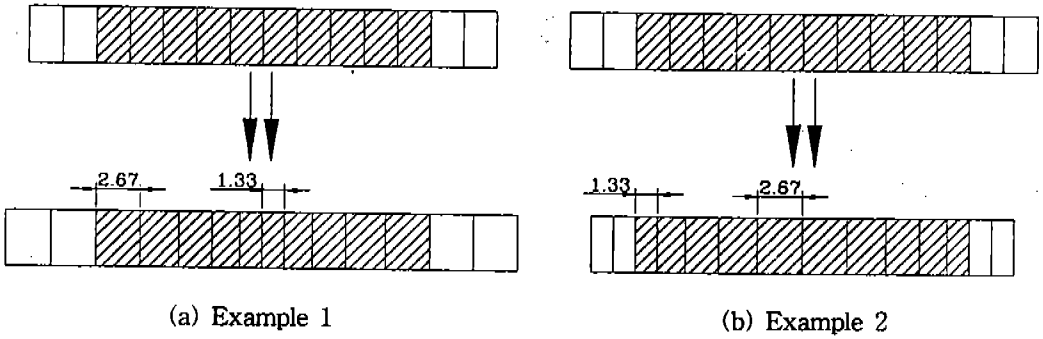


Fig.6 Deformation of the artificial example sheets

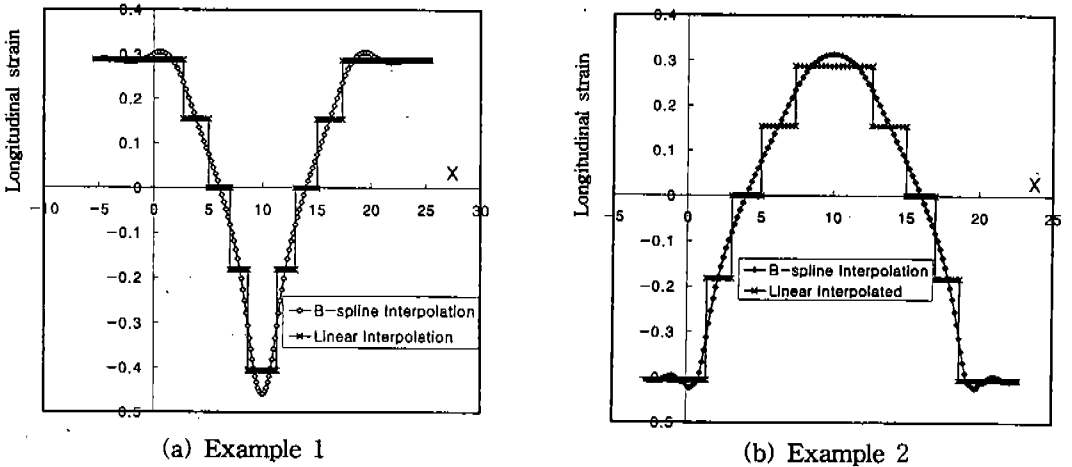


Fig.7 Longitudinal strain distribution of the artificial example sheets

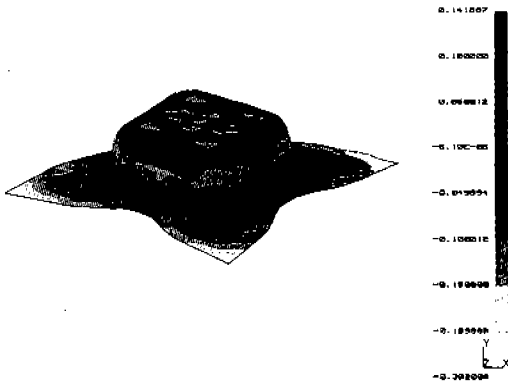
볼때 정확하게 변형율을 측정하고 성형 한계를 예측하기 위해서는 내삽된 곡면으로부터 변형율을 계산하는 것이 바람직하다.

Fig.8은 사각형 칩의 측정된 두께 변형율 분포를 보여준다. Fig.8(a)는 3절점 격자의 형상으로부터 계산한 결과이고 Fig.8(b)는 곡면 내삽법을 도입하여 계산한 결과이다. 두께 변형율의 분포가 비슷하지만, 전술한 바와 같이 Fig.8(a)에서는 분포가 부드럽게 완화된 것을 보여주는 반면 Fig.8(b)에서는 변형율의 분포가 보다 세분화되고 최고값과 최저값이 확실하게 나타나고 있다. 그리고 Fig.8(c)는 내삽한 곡면을 이용하여 앞에서 변형율을 계산한 점의 수보다 4배 많은 점에서 변형율을 계산한 결과이다. 예상했던 바와 같이 보다 더 세분화되고 구체적인 결과를

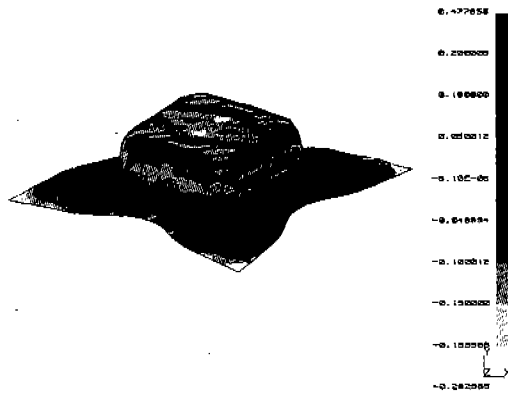
제시함을 알 수 있다.

Fig.9는 Fig.8에 나타난 각각의 경우에 대한 성형한계곡선을 보여준다. 계산된 변형율을 성형한계곡선에 이와 같이 나타냄으로써 파단의 가능성을 예측할 수 있다. 성형한계 곡선은 냉간 압연된 강판에 대해 ASAME에서 제공하는 것을 이용하였다. Fig.9에서도 Fig.8에서와 같이 변형율이 상당히 세분화 되어 나타나고 있고, 파단의 가능성도 보다 구체적으로 제시해 주고 있다.

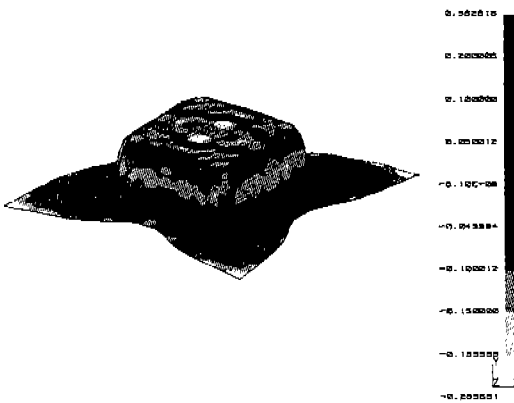
Fig.10은 변형율을 측정된 오일팬의 실물사진을 보여준다. 변형율은 비교적 변형이 크다고 생각되는 원으로 표시된 부분에서 측정되었다. Fig. 11는 두가지 방법으로 측정된 두께 변형율 분포를 보여준다. 이 경우에는 전체적으로 변형의 차이가 심하지 않고 변화가 크지 않기 때문에 큰 차



(a) Calculated from the dimensions of three-noded grids

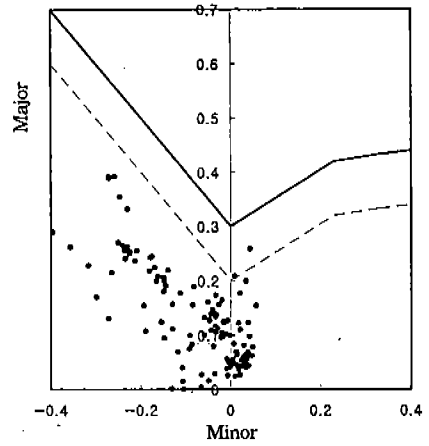


(b) Calculated from the interpolated surface

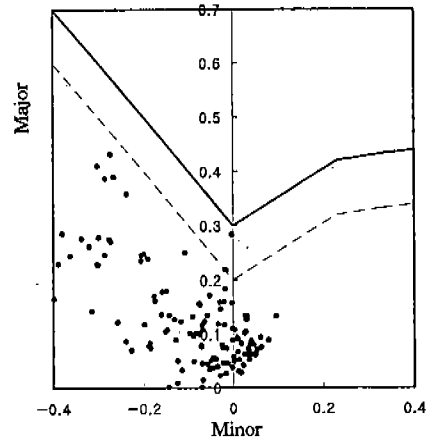


(c) Calculated from the interpolated surface (refined)

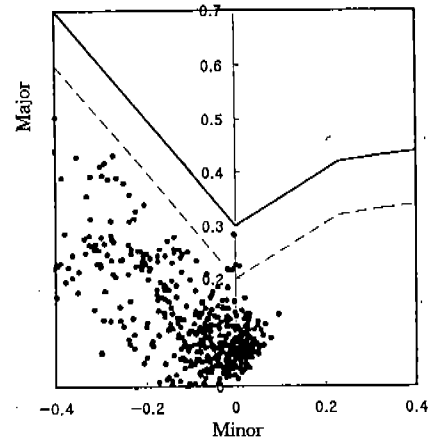
Fig.8 Thickness strain distribution of the square cup



(a) Calculated from the dimensions of three-noded grids



(b) Calculated from the interpolated surface



(c) Calculated from the interpolated surface (refined)

Fig.9 Forming limit diagram of the square cup

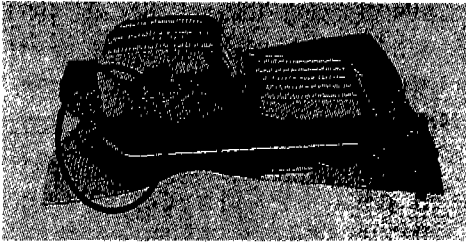
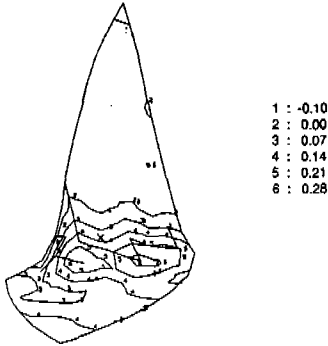
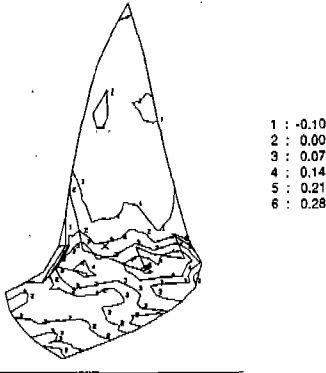


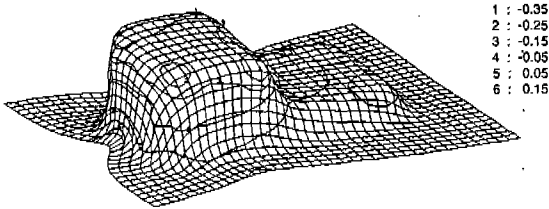
Fig.10 Measured oilpan



(a) Calculated from the dimensions of three-noded grids

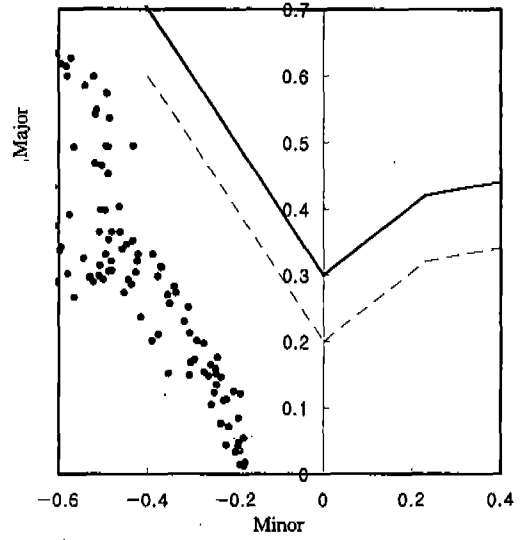


(b) Calculated from the interpolated surface

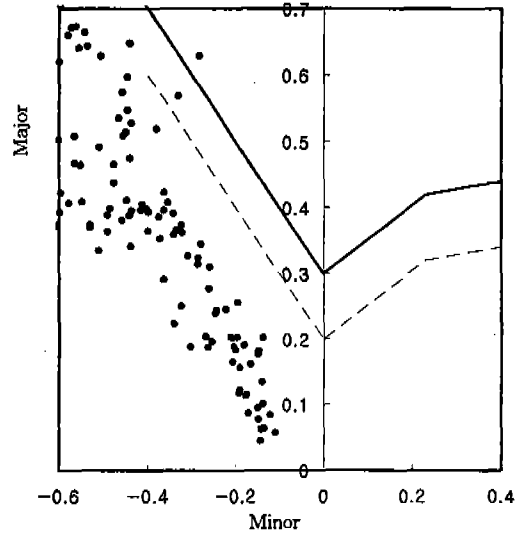


(c) Calculated by finite element method

Fig.11 Thickness strain distribution of the oilpan



(a) Calculated from the dimensions of three-noded grids



(b) Calculated from the interpolated surface

Fig.12 Forming limit diagram of the oilpan

이를 보여주지 않고 있다. 하지만 Fig.12에 나타난 성형한계곡선상의 점들을 보면 본 연구에서 제안한 방법으로 측정된 것이 세분화된 결과를 보여줄을 알 수 있다. Fig.11(c)는 유한요소 해석에서 계산한 두께 변형을 분포를 보여주고 있다. 유한요소해석 결과에 나타난 분포가 측정된 결과

보다 더 부드러운 분포를 보여주고 있다. 이것은 유한요소 해석이 이론적으로 계산을 하기 때문에 충분히 예상할 수 있는 결과이다. 측정된 결과가 전체의 일부분이기 때문에 전체적으로는 비교가 쉽게 되지 않지만 부분적인 변형율의 값은 충분히 잘 비교할 수 있다.

6. 결 론

본 연구에서는 변형율을 계산하는데 3차원 곡면 내삽법을 도입하였다. 그로부터 박판 소재의 변형율 분포를 계산하였으며, 3절점 격자의 길이로부터 계산한 변형율 분포와 비교하였다. 사각형 컵과 오일팬의 변형율 분포를 측정하여 비교하였고 그로부터 다음을 알 수 있었다.

첫째, 선형으로 내삽한 격자, 즉 3절점 격자로부터 계산된 변형율은 격자내 변형율의 평균화된 값이기 때문에 분포가 전체적으로 완화된어 나타난다. 그렇게 때문에, 변형이 심하게 발생하는 부분에서 변형율이 실제보다 작게 계산되는 경향이 있고, 측정된 변형율을 이용하여 파단을 예측할 때 오차를 유발시킬 수 있다.

둘째, 측정된 점들을 B-spline 내삽법을 이용하여 3차원 곡면으로 내삽하여 계산한 변형율 분포는 보다 세분화된 결과를 주고, 변형이 심하게 발생한 부분의 변형율을 잘 계산해 주기 때문에 파단을 보다 정확하게 예측할 수 있다.

셋째, 이와 같이 측정된 변형율 분포는 성형 한계를 예측하는 데 이용됨은 물론, 유한요소 해석 등의 이론적인 방법으로 해석한 결과를 검증하는데 유용하게 이용될 수 있다.

참 고 문 헌

1. J. H. Vogel and D. Lee, "An automated two-view method for determining strain distribution on deformed surface", J.

- Mat. Shaping Technol., 64, 205, 1989.
2. 황창원, 김낙수, "화상처리 기법을 이용한 판재의 변형을 측정(I)", 한국소성가공학회 춘계학술대회 논문집, pp. 207~212, 1997.
3. 김영수, 김영중, "화상처리 기법을 이용한 곡면 변형을 측정에 관한 연구", 한국소성가공학회 춘계학술대회 논문집, pp. 213~216, 1997.
4. H.J.Kim and D.Lee, "Further Development of Experimental Methods to Verify Computer Simulations", Proceedings of NUMISHEET'96, edited by J.K Lee, G. L. Kinzel and R. H. Wagoner, Ohio State Univ., USA, pp. 316~323, 1996.
5. J.H.Vogel and D.Lee, "An automated method of measuring strains from three dimensional deformed surface", J. Metals, Vol. 42, pp. 8~13, 1990.
6. I.S.Sokolnikoff, Tensor analysis, John Wiley & Sons, 1964.
7. Byoung K. Choi, Surface Modeling for CAD/CAM, Elsevier, 1991.
8. D.Y.Yang, W.J.Chung and H.B Shim, "Rigid-plastic finite element analysis of sheet metal forming process with initial guess generation", Int. J. Mech. Sci., Vol. 32, No. 8, pp. 687~708, 1990.
9. D. J. Yoo, I. S. Song, D. Y. Yang and J. H. Lee, "Rigid-plastic finite element analysis of sheet metal forming process using continuous contact treatment and membrane elements incorporating bending effect", Int. J. Mech. Sci., Vol. 36, No. 6, pp. 513~546, 1994.
10. R. Hill, "Theoretical plasticity of textured aggregates", Math. Proc. Comb. Phil. Soc., Vol. 85, pp. 179~191, 1979.