

# Hermite 곡선을 이용한 자동차 엔진 캠 형상의 최적 설계에 관한 연구

## A Study on the Optimal Design of Automotive Cam Profiles using Hermite Curve

김 도 중\*, 김 원 현\*\*  
D. J. Kim, W. H. Kim

### ABSTRACT

A numerical method is proposed to optimize automotive cam profiles. An acceleration curve of a cam follower motion is described by Hermite spline curves. Because of the intrinsic characteristics of the Hermite curve, it is possible to design an acceleration curve with arbitrary shape. Design variables in the optimization problem are location of control points which define the acceleration curve. Objective function includes dynamic performances as well as kinematic properties of a valve train. Similar optimization procedure was also performed using Polydyne cam profile synthesis method. Optimized profiles using the Hermite curve are proved to be superior to those using the Polydyne method.

주요기술용어 : Automotive Engine(자동차 엔진), Valve Train(밸브구동장치), Cam Profile Synthesis(캠 형상 합성), Cam Profile Optimization(캠 형상 최적화)

### 1. 서 론

캠(cam)과 종동자(follower)로 이루어진 캠 기구는 정확한 운동 전달, 운동 형태 설계의 유연성, 운전의 정숙함 등 여러 가지 장점으로 인하여 다양한 분야의 기구 및 자동화 기계에 널리 사용되고 있다. 내연기관의 밸브 개폐는 반복적이고 정확한 운동 전달과 고속 운전이 요구된다.

그러므로 극히 일부의 저속 운전용 대형 디젤 기관을 제외하고는 대부분의 내연기관이 기계식 캠 기구를 이용하여 밸브트레인을 구동한다.<sup>1)</sup>

내연기관에 사용되는 캠 형상은 빠른 밸브 개폐가 요구되는 가솔린 엔진이나 소형 디젤 엔진에 사용되는 DRRD(Dwell-Rise-Return-Dwell) 캠과 엔진의 회전속도가 상대적으로 낮은 선박 엔진이나 대형 디젤 엔진에 쓰이는 DRDR(Dwell-Rise-Dwell-Return) 캠으로 나눌 수 있으며 이 캠의 형상은 엔진의 열역학적 성능과 동적 성능에 중요한 영향을 미친다. 그러므로 지난 수

\* 정회원, 울산대학교 자동차공학과

\*\* 한국중공업(주)

십 년 동안 보다 나은 캠 형상을 설계하기 위한 많은 형태의 캠 형상 합성법들이 개발되어 왔다.<sup>2)</sup> 운전속도가 비교적 저속이었던 초기 내연기관에는 원호와 직선을 조합한 캠(circular arc and straight line cam), 여러 개의 조화함수를 조합한 캠(multi sine wave cam) 등 간단한 형태의 캠 형상들이 합성되어 사용되었다. 그러나 내연기관의 진화와 함께 좀 더 정밀한 형태의 캠 형상이 요구됨에 따라 다항식을 이용한 캠 합성법, 이를 개선한 Polydyne 합성법, 그리고 수치 해석적인 방법을 이용한 캠 형상 합성법 등이 연구되어 왔다.<sup>3-7)</sup>

오늘날 엔진의 운전 속도가 고속화됨에 따라 단순히 기구학적 성능만 고려한 캠 형상 설계뿐 아니라, 캠 형상이 밸브트레인 전체의 동적 성능에 미치는 영향을 고려한 캠 형상 설계법에 대한 중요성이 커지게 되었다. 그러므로 설계자가 원하는 밸브트레인 성능에 가장 적합한 캠 즉, 최적 캠 형상 설계에 대한 연구가 활발하게 진행되고 있다.<sup>8-13)</sup>

Sandgren과 West<sup>8)</sup>는 비-스플라인(B-Spline) 곡선을 이용하여 캠 형상을 합성한 뒤 캠/중동자 사이의 접촉력, 변위, 캠 단면의 곡률 반경 등에 대한 최적화를 시도했다. 그러나 최적화 된 캠 형상이 속도 곡선에서 구속조건을 만족시키지 못하거나 가속도 곡선에서 부드럽지 못한 떨림 현상이 생기는 등 실제 캠 설계에 사용되기에는 많은 문제점이 노출되었다. 국내에서도 김성훈<sup>9)</sup> 등이 내연기관 밸브트레인의 캠/중동자 접촉력을 최소화하기 위한 연구를 수행했다. 그러나 캠 형상을 다항식 합성법으로 표현하고, 다항식의 계수들을 최적화 했기 때문에 최종적으로 설계되는 캠 형상도 궁극적으로 다항식 캠의 한계를 벗어날 수 없었다. Ernst<sup>11)</sup> 등은 캠 형상의 가속도 곡선을 3차 스플라인(cubic spline)과 변수 스플라인(parametric spline)으로 합성하고 내연기관 밸브트레인의 점핑 현상을 피하는 최적 캠 형상 설계를 시도했다.

Fabian<sup>12)</sup> 등은 캠 구동계의 잔류 진동과 캠/중동자 접촉력을 줄이기 위한 DRD(Dwell-Rise-Dwell) 캠 형상의 최적화를 시도했다. 국내에

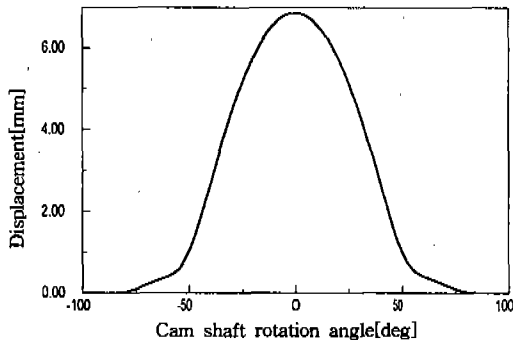
서도 손태영<sup>13)</sup> 등이 3차 스플라인 곡선(cubic spline curve)을 이용하여 DRD 캠을 합성하고, 캠 형상의 속도, 가속도, 저크 값들을 최소화시키기 위한 연구가 있었다. 그러나 이들 방법은 캠 변위 곡선을 3차 스플라인 곡선으로 표현했기 때문에 가속도 곡선이 직선으로 표현될 수밖에 없으며, 내연기관 밸브트레인에서 일반적으로 사용되는 부드러운 가속도 곡선은 이 방법으로 설계될 수 없다.

최적 캠 형상 설계 방법은 일반적으로 캠 형상 합성에 사용되는 설계변수들의 함수로 밸브트레인의 여러 성능을 포함하는 목적함수(objective function)를 설정하고, 그 목적함수를 최대 또는 최소화시키는 설계변수들을 구한 다음, 얻어진 설계변수들을 이용하여 다시 캠 형상을 합성하는 방식을 취한다. 그러므로 최적 캠 형상 설계는 근본적으로 캠 형상 합성 방법에 의하여 최적 캠의 한계가 결정되며, 만약 캠 형상 합성법의 유연성이 부족할 경우 얻어진 결과가 일반적인 최적화라고 보기 어렵다.

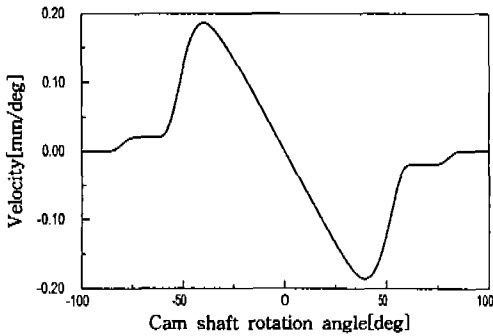
본 연구에서는 유연성과 부분구간 조절 능력이 우수한 Hermite 곡선을 이용한 캠 형상 합성법<sup>7)</sup>으로 캠 형상을 합성한 다음 밸브트레인 전체의 기구학적, 동적 거동을 고려하여 DRRD 최적 캠 형상을 설계하는 방법을 제시했다. 밸브트레인 계를 1자유도로 모델링하고 밸브의 동적 거동 즉, 가속도 오버슈트(acceleration overshoot), 밸브 시팅 속도(valve seating velocity), 밸브 바운싱(valve bouncing), 로우브 면적(lobe area) 등을 목적함수로 하여 이들을 최대화 또는 최소화시키는 최적 캠 형상을 설계했다. 설계된 캠 형상을, 기존의 캠 형상 및 Polydyne 캠 합성법으로 최적화 한 캠과 그 성능을 비교하여, 본 논문에서 제시한 방법이 기존의 Polydyne 합성법을 이용한 최적화에 비하여 우수한 캠 형상을 설계할 수 있음을 보였다.

## 2. Hermite 곡선을 이용한 캠 형상 합성

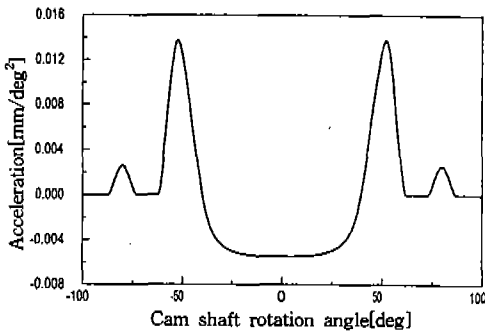
그림 1은 내연기관 밸브트레인에 사용되는 전형적인 DRRD 캠 형상의 변위, 속도, 가속도를



(a) 변위 곡선



(b) 속도 곡선



(c) 가속도 곡선

Fig.1 전형적인 자동차 엔진용 DRPD 캠 형상

나타낸 것이다. Hermite 곡선을 이용한 캠 형상 합성법은 이미 참고문헌 (7)에 소개된 바와 같이 설계하고자 하는 캠 형상 가속도 곡선을 곡선에 외접하는 몇 개의 다각형으로 근사화하고, 이를 기준으로 Hermite 곡선을 생성한다. 생성된 Hermite 곡선이 캠 가속도 곡선이 만족해야 할 조건 즉, 속도 구속조건과 변위 구속조건을 만족하도록 각 구간의 Hermite 곡선 조정변수

들을 조정했다. 가속도 곡선으로부터 변위 및 속도 구속조건을 구성할 때, 램프 지점에서부터 최대 변위 지점으로 적분방향을 설정했기 때문에 최대 변위 지점에서 열림 구간과 닫힘 구간의 연속성을 보장하기 위해서는 캠 형상 설계시 요구되는 정밀도  $10^{-4}$ mm 정도의 오차만이 허용될 수 있었다. 그러므로 캠 형상을 설계하기 위하여 초기 다각형을 구성할 때 많은 시행착오를 반복해야 하는 어려움이 있었다.

본 연구에서는 캠 형상을 합성하기 위한 다각형의 구성, 각 곡선 식의 구성방법 등은 참고문헌 (7)에 소개된 것과 동일한 방법을 이용하고, 수렴성 개선을 위하여 경계조건외의 구성 방법과 해를 구하는 방법을 수정했다. Hermite 곡선으로 구성된 캠 가속도 곡선이 만족시켜야 할 속도 및 변위 구속조건을 아래 표에서 보는 바와 같이 설계자가 설정한 최대 변위 지점에서부터 램프 방향으로 적분하여 구성했다. 최대 변위 지점에서는 열림 구간과 닫힘 구간의 작은 불일치도 허용될 수 없지만 램프 높이와 램프 속도에서는 적분 과정에서 누적되는 약간의 오차( $10^{-2}$ mm 정도)도 무리 없이 허용될 수 있기 때문이다.

또한 참고문헌 (7)에서는 Hermite 곡선을 구성하는 접선 벡터의 크기를 조정하는 계수들( $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N$ )을 각 구간마다 다르게 설정하여 지나치게 많은 설계 변수로 인하여 곡선 수렴에 어려움을 야기시켰다. 그러나 캠 형상에 결정적인 영향을 미치는 변수는 각 구간에 지정된  $\alpha$  값들이 아니라 초기 가속도 곡선을 근사화시킨 다각형 자체이므로 그림 2에서 보듯이 양의 가속도 구간에 지정된  $\alpha$  값들은  $\alpha_1$ , 음의 가속도 구간에 지정된  $\alpha$  값들은  $\alpha_2$ 로 두어 수렴에 영향을 미치는 변수의 개수를 줄였다.

그림 2는 설계하고자 하는 캠 형상의 닫힘 구간 가속도 곡선을 근사화한 다각형의 간단한 예이다. 다각형의 모양을 변화시키는 설계 변수들은  $y_1, y_2, y_3, y_4, y_5$ 이며,  $\alpha_1, \alpha_2$  는 Hermite 곡선의 다각형 내접성을 조정하는 변수들이다. 그림 2와 같이 캠 가속도 곡선이 매개변수  $t$ 의 함수  $Acc(t)$ 로 주어질 때, 속도 곡선  $Vel(t)$  및 변위 곡선  $Dis(t)$ 는 다음과 같이 표현된다.

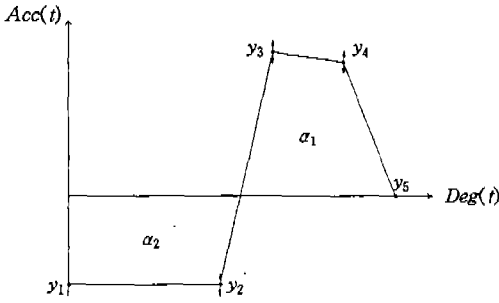


Fig.2 닫힘 구간 가속도 곡선 생성을 위한 다각형 구성 예

$$Vel(t) = \int Acc(t) dDeg(t) \quad (1)$$

$$Dis(t) = \int Vel(t) dDeg(t) \quad (2)$$

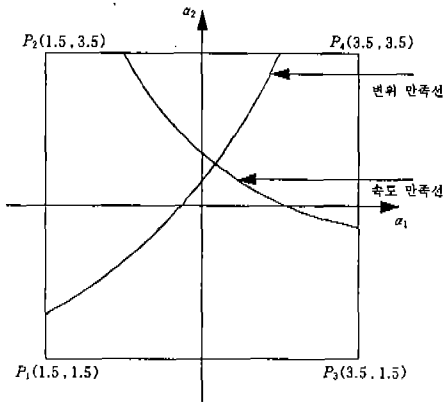
여기서  $Deg(t)$ 는 캠 축의 회전 각도를 의미하며, 그림 2에 나타난 Hermite 곡선의 횡축 성분으로서 가속도 값과 마찬가지로 매개변수  $t$ 의 함수이다. 위와 같은 방법으로 구성된 임의의 곡선들이 모두 다 캠 곡선이 될 수 있는 것은 아니며, 각각의 곡선들이 표 1에 주어진 경계 조건들을 만족시켜야 한다. 캠 곡선을 구성하기 위해서는 위의 조건들을 만족하는 설계변수들( $y_1, y_2, y_3, y_4, y_5, \alpha_1, \alpha_2$ )을 찾아야 하는데, 정속도 램프와의 연속성과 최저 가속도 값에서의 제한 등을 고려한다면 위 설계변수들( $y_1, y_2, y_3, y_4, y_5, \alpha_1, \alpha_2$ ) 중  $y_1, y_5$ 는 이미 고정된 값이다. 속도 곡선과 변위 곡선에 설정되는 두 개의 제한조건

을 만족하는  $\alpha_1, \alpha_2$  값들을 찾기 위하여 참고문헌 (7)에서는 두 조건식을 제한조건으로 하는 최적화 문제를 구성한 다음 라그랑지 연산자를 사용하여 해를 구했다. 그러나 이러한 방법을 사용할 때, 초기 다각형이 구성하고자 하는 캠 형상에 근접하지 않으면 수렴에 많은 어려움이 있다. 그러므로 참고문헌 (7)의 방법을 사용하여 캠 형상을 합성할 경우 시행착오를 반복하여야 한다. 이러한 문제점을 개선하기 위하여 본 연구에서는 부드러운 캠 가속도 곡선을 보장하는  $\alpha_1, \alpha_2$ 의 영역 즉, 두 값이 1.5와 3.5 사이에서 제한조건들을 만족시키는  $\alpha_1, \alpha_2$ 를 찾는 방식으로 전환했다. 그림 3(a)와 같이 두 개의 구속조건이 동시에 만족되는 설계 변수 값이 1.5~3.5 사이에 존재한다면, 본 논문에서는 golden section search method를 사용하여 변위 만족선과 속도 만족선이 교차하는 지점의 정확한  $\alpha_1, \alpha_2$ 를 구했다. 먼저  $\alpha_1$  한 변수에 대하여 golden section search method를 적용하여 교차점의 영역이 줄어들면, 줄어든 영역의 경계선 즉,  $\alpha_1 = constant$  line 과 속도 구속조건이 만나는 지점을 해석적으로 계산할 수 있다.  $\alpha_1$ 의 영역이 좁혀지면  $\alpha_2$ 의 영역은 자동적으로 좁혀지게 되므로 엄밀한 의미에서 2차원 golden section search method를 사용한 것은 아니며, 통상적인 1차원 golden section search method를 적용했다.

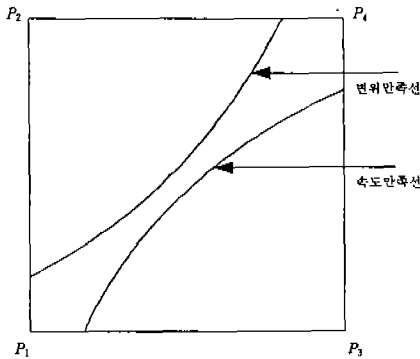
그림 3(a)와 같이 속도 만족선과 변위 만족선이 서로 교차하는 경우와는 달리 각각의 구속조건은 만족하더라도 그림 3(b)와 같이 두 구속조건을 동시에 만족시키는 설계 변수가 없는 경우

Table 1 Hermite 곡선이 캠 형상을 구성하기 위한 경계조건

	닫힘 구간(Closing side)		열림 구간(Opening side)	
	시작점	끝점	시작점	끝점
변위	최대 변위 ( $Y_{max}$ )	닫힘 구간 램프높이 ( $Y_{cramp}$ )	최대 변위 ( $Y_{max}$ )	열림 구간 램프높이 ( $Y_{oramp}$ )
속도	0	닫힘 구간 램프속도 ( $V_{cramp}$ )	0	열림 구간 램프속도 ( $V_{oramp}$ )
가속도	최저 가속도	0	최저 가속도	0



(a) 구속조건이 동시에 만족하는 경우



(b) 구속조건이 동시에 만족하지 않는 경우

Fig.3 속도 구속조건과 변위 구속조건의 만족 영역

가 있다. 이 경우 다각형을 수정하여 두 만족선이 서로 교차되도록 할 수 있으나 시행착오를 겪어야 한다. 본 연구에서는 비록 두 만족선이 교차하지 않더라도 어느 정도 그 조건에 근접해 있으면 캠 형상을 결정하는 설계변수(design variables)들 즉,  $\alpha_1, \alpha_2$ 와 그림 2의  $y_2, y_3, y_4$ 를 미세하게 움직이면서 두 조건을 자동적으로 만족시키도록 하였다. 즉, 캠 형상을 결정하는 변수들을 설계변수로 하여 식 (3)과 같은 목적함수(objective function)를 구성한 다음 이 식을 최소화시키는 설계변수들을 구하였다. 이 값들이 두 만족선을 교차시키는  $\alpha_1, \alpha_2$  그리고 다각형입을 알 수 있다. 그러나 설계변수들에 대해 아무런 제

한조건 없이 최적화를 할 경우 가속도 곡선의 과도한 변형으로 인해 설계자의 원래 의도와 다른 캠 형상이 설계될 수 있다. 그러므로 본 논문에서는  $\alpha_1, \alpha_2$ 에 대해서는 1.5와 3.5를 각각 하한값과 상한값으로 주었고 가속도 다각형은 입력된 점들에서 양 끝점을 제외한 나머지 점들이 최대 가속도 값의 5% 정도 범위 내에서만 변형될 수 있도록 제한했다. 최대 가속도 값의 5% 정도 범위 내에서만 변형이 가능하도록 한 것은 설계자가 애초에 의도했던 가속도 곡선 모양을 보장하기 위함이다. 이 값이 지나치게 작아지면 수렴에 어려움이 있고, 이 값이 지나치게 커지면 설계자의 의도를 벗어난 캠 형상이 설계될 수 있다. 식 (3)에 나타난 최적화 문제의 해는 IMSL 에서 제공하는 finite difference gradient method<sup>14,15)</sup>를 이용하여 구하였다.

$$\text{minimize } \Phi(\alpha_1, \alpha_2, y_2, y_3, \dots, y_{N-2},$$

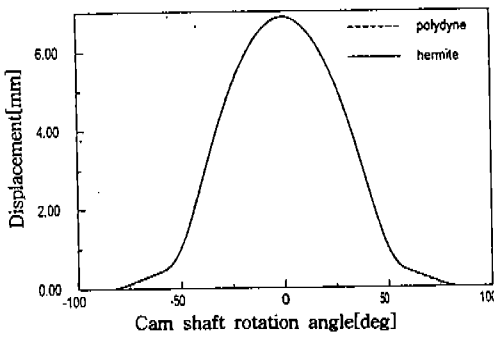
$$y_{N-1}) = w_1 \left( \frac{V_{final} - V_{cramp}}{V_{cramp}} \right)^2 \quad (3)$$

$$+ w_2 \left( \frac{Y_{final} - Y_{cramp}}{Y_{cramp}} \right)^2$$

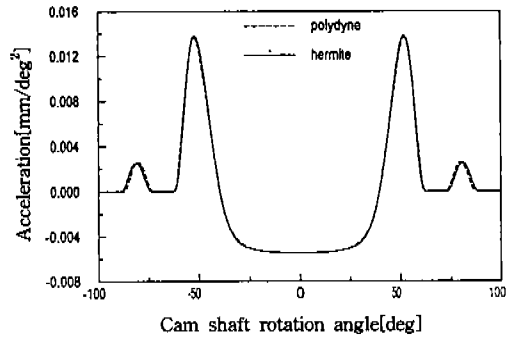
여기서,  $w_1, w_2$  : 가중치

$N$  : 입력된 다각형의 꼭지점 수

Hermite 곡선을 이용한 캠 형상 설계법의 효용성을 검증하기 위하여 기존의 Polydyne 캠<sup>3)</sup> 형상과 유사한 캠을 합성해 보았다. 다항식 합성법의 일종인 Polydyne 캠 설계법은 다항식의 지수를 조정하며 캠 형상을 설계하는 방법으로서 현재까지도 저속 엔진 및 직선운동 종동자를 사용하는 엔진에 널리 사용되고 있다. 그림 4에서 보듯이 Hermite 곡선을 이용해서도 Polydyne 합성법으로 합성한 기존의 캠 형상을 거의 오차 없이 합성할 수 있음을 알 수 있다. Hermite 곡선을 정의하기 위한 다각형의 모양을 설계하고자 하는 캠 가속도 곡선의 모양과 유사하게 지정한다면 거의 완벽하게 일치하는 캠 형상 설계도 가능하다.



(a) 변위 곡선의 비교



(b) 가속도 곡선의 비교

Fig.4 기존 캠 형상을 Hermite 곡선으로 합성한 예

### 3. 캠 형상 합성 방법에 따른 최적화 결과 비교

캠 형상 최적화는 기본적으로 설계 변수를 도출하는 캠 형상 합성법의 유연성에 따라 그 결과가 좌우된다. Polydyne 캠 형상 합성법을 이용하여 최적화를 수행할 경우, 설계되는 최적 캠도 궁극적으로 Polydyne 캠의 범주를 벗어나지 못하기 때문에 최적화의 성과가 제한적일 수밖에 없다. 그러므로 보다 다양한 형태의 캠 곡선 설계가 가능한 설계법을 이용하여 최적 캠을 설계할 경우 보다 우수한 성능의 최적 캠 설계가 가능할 것이다. 본 연구에서 개발한 캠 형상 설계법은 Hermite 곡선이 가지는 고유의 유연성으로 인하여 매우 다양한 형태의 캠 곡선을 설계할 수 있다. 본 연구에서는 Hermite 곡선을 이용한 캠 형상 최적화의 결과와 Polydyne 설계법을 이용한 캠 형상 최적화의 결과를 비교함으로써 본 연구에서 제안하는 최적 캠 설계법의 효용성을 증명하고자 한다. 이 때 최적화 과정에서 캠 형상 합성법만 다르게 구성했으며 설계되는 캠의 최대 변위, 램프 속도 및 램프 높이 등 기본적인 캠 형상의 경계조건들과 목적함수의 구성, 최적화 방법 등은 완전히 동일한 것을 사용했다. 그러므로 최종적으로 얻어지는 최적 캠의 성능은 전적으로 캠 형상 합성법의 차이에 기인한 것이다. 구체적인 예로는 기하학적 특성과 동

적 특성을 고려한 최적 캠 형상을 설계한 뒤 그 결과들을 비교하였다.

#### 3.1 기하학적 특성을 고려한 캠 가속도 곡선의 최적화

문제를 단순화시키기 위하여 캠 형상의 기하학적 특성만을 고려하여 최적화를 수행해 보았다. 캠의 기하학적 성능 중 최대 가속도( $A_{max}$ ), 로우브 면적( $A_{lobe}$ ), 음의 곡률 반경(negative radius of curvature :  $R_{curvature}$ ) 등을 식 (4)와 같이 목적함수와 제한조건으로 구성하여 최적화를 시도했다. 가중치가 같을 때, 목적함수에 포함된 최대 가속도와 곡률 반경의 상대적 중요도를 동일하게 유지시키기 위하여 목적함수에 포함된 값들은 기존 캠의 값에 대한 비율로 scaling 하여서 계산했다. 캠 형상의 최대 가속도 값은 캠 구동계의 관성 하중(inertia force)과 직접적인 관련이 있다. 그러므로 캠 설계시 최대 가속도 값을 낮게 유지하는 것이 무엇보다 중요하다. 그러나 최대 가속도 값이 낮게 설계될 때 일반적으로 캠 로우브 면적이 작아질 수밖에 없다. 캠 로우브 면적이란 그림 1 (a)에서 변위 곡선과 횡축으로 둘러싸인 부분의 면적을 의미하며, 로우브 면적이 줄어들면 엔진의 흡배기 유동 효율에 나쁜 영향을 미친다. 그러므로 본 연구에서는 캠 로우브 면적을 동일한 수준으로 유지하는 범위 내에서 최대 가속도 값을 최소화시키는 캠을 설계했다.

objective :

$$\begin{aligned} & \text{minimize } \Phi ( \alpha_1, \alpha_2, y_2, y_3, \dots, y_{N-2}, \\ & y_{N-1} ) = w_1 \left( \frac{A_{\max}}{A_{\max \text{ original}}} \right)^2 \quad (4) \\ & + w_2 \left( \frac{R_{\text{curvature}}}{R_{\text{curvature original}}} \right)^2 \end{aligned}$$

equality constraints :

$$Y_{\text{final}} - Y_{\text{cramp}} = 0, \quad V_{\text{final}} - V_{\text{cramp}} = 0$$

inequality constraint :  $A_{\text{lobe}} \geq A_0$

여기서,  $N$  : 입력된 다각형의 꼭지점 수(control point)

$w_1, w_2$  : 가중치

$A_0$  : 최소 허용 로우브 면적

캠 단면의 곡률에 오목한 구간이 발생하는 것을 under-cutting 현상이라고 하는데, 이는 회전운동을 하는 롤러 태핏을 사용할 때 많이 발생한다. 캠 단면 오목구간의 곡률 반경이 캠 그라인더 휠의 반경(양산 캠 그라인더의 경우 175mm 정도)보다 작을 때는 가공 자체가 불가능하므로

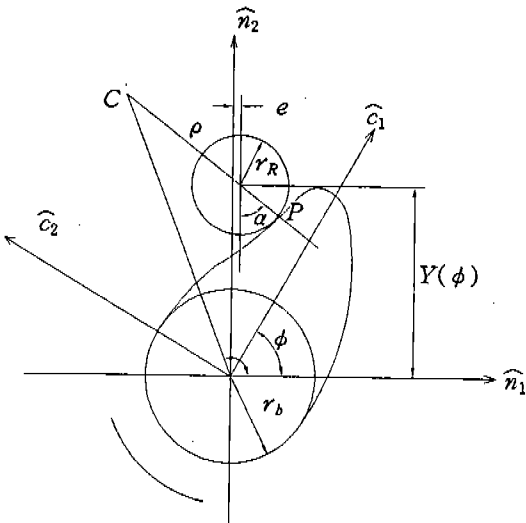


Fig.5 캠 단면 곡률반경 계산을 위한 캠/종동자 접촉 관계(concave)

오목 구간의 최소 곡률 반경은 캠 형상 설계시 반드시 고려되어야 할 사항이다. 그림 5는 직선운동을 하는 종동자와 오목구간을 가지는 캠의 접촉관계를 나타낸 것이다. 캠 단면 오목 구간의 곡률 반경은 캠 형상의 변위 곡선이  $y(\phi)$ 로 주어질 때, 캠 회전운동과 종동자 직선운동 사이의 기하학적 접촉 조건으로부터 구해진다. 참고 문헌 (1)에서 제시하는 접촉 조건을 이용하여 직선운동 종동자 변위,  $y(\phi)$  만의 함수로 유도하면 식 (5)와 같다.

$$\begin{aligned} \frac{1}{\rho} = & \frac{\cos^3 \alpha}{Y^2(\phi)} \left[ - \frac{Y(\phi)}{\cos^2 \alpha} \right. \\ & \left. - y'(\phi) \cdot \tan \alpha - y''(\phi) \right] \quad (5) \end{aligned}$$

여기서  $\rho$ 는 종동자 중심 궤적의 곡률반경이며, 캠 단면의 곡률 반경  $\rho_c$ 는 다음과 같이 계산된다.

$$\text{캠 단면이 볼록할 때 : } \rho_c = \rho - r_R \quad (6)$$

$$\text{캠 단면이 오목할 때 : } \rho_c = \rho + r_R \quad (7)$$

식 (5)에서  $Y(\phi)$ 는 종동자 중심의 캠축 중심에 대한 종동자 운동방향 변위이며,  $\alpha$ 는 압력 각으로서 다음과 같이 계산된다.

$$Y(\phi) = \sqrt{(r_b + r_R)^2 - e^2} + y(\phi) \quad (8)$$

$$\tan \alpha = \frac{y'(\phi) - e}{Y(\phi)} \quad (9)$$

여기서  $r_b$ 는 캠 기초원 반경,  $r_R$ 은 롤러 반경,  $e$ 는 그림 5에 보는 바와 같이 편심량을 나타낸다.

식 (4)의 등식 제한조건(equality constraint)들은 식(3)에 보이는 바와 같이 캠 형상이 되기 위한 기본적인 구속조건들이므로 항상 만족되어야 한다. 식 (4)의 목적함수에 나타난 최대 가속도, 음의 곡률 반경 등은 캠 형상 최적화의 목적

에 따라 가중치를 적절히 조정하면 된다. 최적화 문제의 해는 IMSL의 NCONF/DNCONF 알고리즘<sup>14,15)</sup>을 이용하여 구하였다. 표 2는 초기조건으로 사용된 캠의 특성으로서, 구하고자 하는 최적 캠도 최대 변위, 밸브 개폐시기, 램프 특성 등은 동일하게 유지시켰다. 최적 캠을 설계하는 과정에서는 변위 및 속도 구속조건들이 최적화 문제의 등식 제한조건에 포함되기 때문에 그림 3과 같은 구속조건 만족 형태를 구별할 필요가 없다.

그림 6은 로우브 면적이 기존 캠과 동일한 수준으로 유지되는 범위 내에서 최대 가속도를 최소화시키는데 중점을 둔 캠의 가속도 특성을 나타낸 것이고, 표 3은 이 결과를 수치로 정리한 것이다. 이 때 식 (4)의 목적함수에서 가중치  $w_1$ 은 1.0,  $w_2$ 는 0.1로 하고, 로우브 면적은 490.0mm.deg 이상을 유지하며 최적화를 수행했다. 그림과 표에 나타나 있듯이 Hermite 곡선을 이용한 최적화가 Polydyne 합성법을 이용한 최적화에 비하여 캠 형상의 최대 가속도 값이 훨씬 더 줄어

들었음을 알 수 있다. 더구나 최대 가속도를 감소시키면 로우브 면적도 함께 줄어드는 것이 일반적인데, Hermite 곡선을 이용한 최적화에서는 로우브 면적이 소폭이나마 늘어난 것을 알 수 있다. 이는 로우브 면적을 추가적으로 희생시킬 경우 최대 가속도 값을 더 줄일 수 있음을 의미한다.

그림 7은 두 개의 합성법을 이용하여 캠 단면 오목구간에서 발생하는 곡률반경의 절대값을 최대화시키는데 중점을 둔 결과이다. 이 때는 식 (4)의 목적함수에서 가중치  $w_1$ 은 0.1,  $w_2$ 는 1.0으로 하여 최적화를 수행했다. 이 경우에도 마찬가지로 Hermite 곡선을 이용한 최적화가 보다 큰 효과를 나타냄을 알 수 있다. 기존 캠의 경우 캠 각도  $-52^\circ$  부근에서 약  $-150\text{mm}$ 의 음의 곡률반경을 갖는다. 이는 자동차 업체에서 주로 사용하는 양산 캠 그래이더 휠(반경이 175mm)로는 가공이 불가능한 캠이다. 음의 곡률반경을 개선시키는 최적화 결과, Polydyne 합성법을 사용했을 때는 약  $-200\text{mm}$ 로 개선되었으나 Hermite 합성법을 사용했을 때는 약  $-400\text{mm}$ 까지 개선되

Table 2 설계하고자 하는 캠 형상의 기본적 특성

최대 변위	6.86mm
열림 각도	$-62.5\text{deg}$
닫힘 각도	$62.5\text{deg}$
열림 구간 램프 높이	0.37mm
열림 구간 램프 속도	$0.02\text{mm/deg}$
닫힘 구간 램프 높이	0.37mm
닫힘 구간 램프 속도	$-0.02\text{mm/deg}$
최저 가속도	$-0.0055\text{mm/deg}^2$

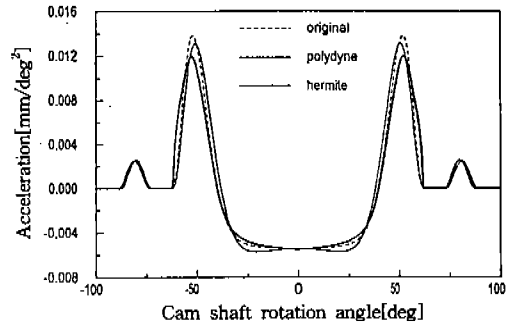


Fig.6 최대 가속도를 최소화시킨 최적 캠의 가속도 곡선 비교

Table 3 최적화 전후의 최대 가속도와 로우브 면적의 비교

		Polydyne	Hermite
최적화 전	최대 가속도	$0.01383 [ \text{mm/deg}^2 ]$	$0.01376 [ \text{mm/deg}^2 ]$
	로우브 면적	491.2	490.1
최적화 후	최대 가속도	$0.01312 [ \text{mm/deg}^2 ]$ (5.1% 감소)	$0.01197 [ \text{mm/deg}^2 ]$ (13.0% 감소)
	로우브 면적	490.2	494.9



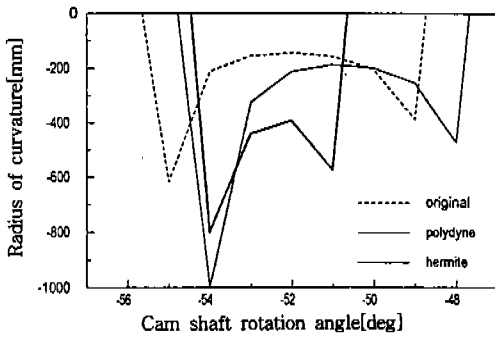


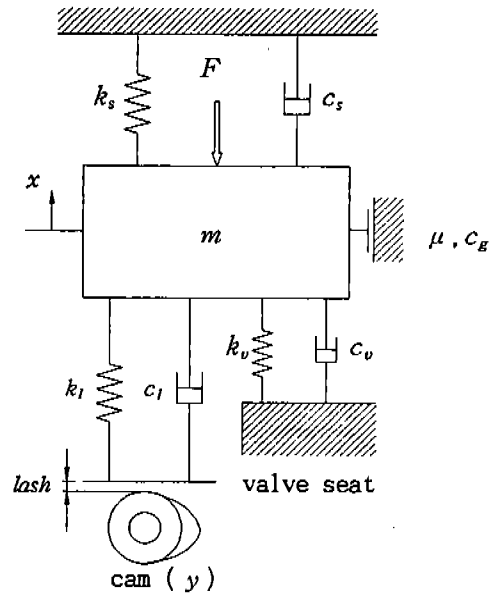
Fig.7 오목구간 곡률반경을 최대화시킨 최적 캠의 곡률반경 비교

었다. Hermite 합성법을 사용하여 최적화를 수행할 때, 보다 양산성이 뛰어난 캠 형상 설계가 가능함을 의미한다. 이러한 결과는 캠 형상 설계의 유연성에 한계가 있는 Polydyne 합성법을 사용할 때 보다 설계의 유연성이 뛰어난 Hermite 곡선을 이용하여 최적화를 수행할 때, 보다 진정한 의미의 최적 캠 형상에 접근함을 나타낸다.

### 3.2 동적 특성을 고려한 캠 가속도 곡선의 최적화

고속으로 운전되는 내연기관 밸브트레인이 한계속도 부근의 동적 거동은 밸브 개폐시기, 밸브트레인의 내구성, NVH 특성 등에 중요한 영향을 미친다. 밸브트레인의 비정상적인 운동을 나타내는 몇 가지 현상들 즉, 밸브 가속도 오버슈트, 종동자 점핑(follower jumping), 과도한 밸브 시팅 속도(valve seating velocity), 밸브 바운싱(bouncing), 등은 밸브트레인계의 강성과 운전속도에도 관계되지만 캠 형상 가속도 곡선의 특성파도 밀접한 관계가 있다.

본 연구에서는 Hermite 곡선을 이용하여 밸브트레인의 동특성 최적화를 수행하고, 기존의 Polydyne 합성법을 이용하는 것보다 밸브트레인의 동적 거동을 보다 효과적으로 제어할 수 있음을 보이고자 한다. 최적화 문제를 단순화시키기 위하여 밸브트레인의 동특성은 그림 8에 보는 바와 같이 1 자유도계 모델을 이용하여 계산했다. 다자유도계 모델을 이용하여 보다 엄밀한 동특성 예측이 가능하지만, 이러한 모델을 이



- $m$  : 동가 질량(밸브 쪽에 집중된 질량)
- $k_s, c_s$  : 밸브스프링의 강성과 댐핑계수
- $k_1, c_1$  : 밸브트레인 각 부품들의 동가 강성과 댐핑계수
- $k_v, c_v$  : 밸브시트의 강성과 댐핑계수
- $F$  : 스프링의 장착하중(install load)
- $y$  : 캠 변위(cam lift)
- $x$  : 동가질량의 변위(valve motion)
- $lash$  : valve lash
- $\mu, c_g$  : 밸브트레인 계 내의 마찰계수와 댐핑계수

Fig.8 밸브트레인의 1 자유도계 동특성 해석 모델

용할 경우 실험을 통한 장기간의 모델 튜닝 작업이 필요하기 때문에 초기 설계 과정에서는 단순한 모델을 이용하는 것이 바람직하다. 그림에 나타난 1 자유도계 동특성 해석 모델은 밸브트레인의 동적 거동, 한계속도 등을 판단하는데 흔히 사용되는 모델로서 밸브트레인의 강성, 밸브트레인계의 마찰 등이 고려되고 있다.

그림 8의 모델에 대하여 자유물체도를 그리고 운동방정식을 유도하면 식 (10)과 같다.

$$m\ddot{x} + (c_1 + c_s - c_v)\dot{x} + (k_1 + k_s - k_v)x = k_1(y - lash) + c_1\dot{y} - F \pm f_0 \quad (10)$$

밸브 시트에서의 접촉-분리 현상을 고려하기

위하여  $x > 0$  일 때는 시트의 강성 및 댐핑을 0으로 설정한다 ( $k_v = c_v = 0$ ).  $f_0$  는 계 내부의 마찰력으로써 다음 식으로 표현된다. 식 (11)의 첫 번째 항은 쿨롱마찰(Coulomb friction)을, 두 번째 항은 점성 감쇠를 의미한다.

$$f_0 = -(\mu + c_g |\dot{x}|) \text{sign}(\dot{x}) \quad (11)$$

그림에 나타난 벨브트레인 동특성 해석 모델은 시트에서의 접촉 및 분리 현상, 종동자 점핑 등으로 인하여 시스템의 강성이 운전 중 급격히 변화하게 된다. 그러므로 수치 적분 과정에서 정확도와 안정성(stability)을 보장하기 위해서는 적분 간격을 수시로 조정해 줄 필요가 있다. 본 연구에서는 적분 스텝마다 적분 오차를 검증하며 자동적으로 적분 스텝 크기를 조절하는 Gear method를 이용하여 식 (10)의 해를 구했다.<sup>16)</sup> 표 4는 본 연구에서 사용한 벨브트레인 동특성 모델의 구체적인 데이터를 나타낸다.

시뮬레이션 결과를 이용하여 벨브트레인의 동적 거동 중 고속에서의 운전 성능을 나타내는 가속도 오버슈트, 밸브 바운싱 크기, 밸브 시팅 속도 등을 예측했으며 예측 결과를 식 (12)와 같이 최적화 문제의 목적함수에 포함시켰다. 가중치가 같을 때, 목적함수에 포함된 가속도 오버슈트, 시팅 속도, 바운싱 크기 등의 상대적 중요도를 동일하게 유지시키기 위하여 모든 값들은 기존 캠의 계산 값에 대한 비율로 scaling 하여서 목적함수에 포함시켰다.

objective :

$$\text{minimize } \Phi(\alpha_1, \alpha_2, \gamma_2, \gamma_3, \dots, \gamma_{N-2}, \gamma_{N-1})$$

Table 4 벨브트레인 동특성 모델 데이터

$m$	0.164kg	$k_v$	13100N/mm
$k_s$	42.9N/mm	$C_v$	0.02N·sec/mm
$C_s$	0	$F$	250N
$k_l$	11,900N/mm	lash	0.05mm
$C_l$	0.029N·sec/mm	$\mu, C_g$	0

$$= w_1 \sum_{rpm} \left( \frac{\text{Accel. overshoot}}{\text{max. overshoot}} \right)^2 + w_2 \sum_{rpm} \left( \frac{\text{seating velocity}}{\text{max. seating vel.}} \right)^2 + w_3 \sum_{rpm} \left( \frac{\text{valve bouncing}}{\text{max. bouncing}} \right)^2 \quad (12)$$

equality constraints :

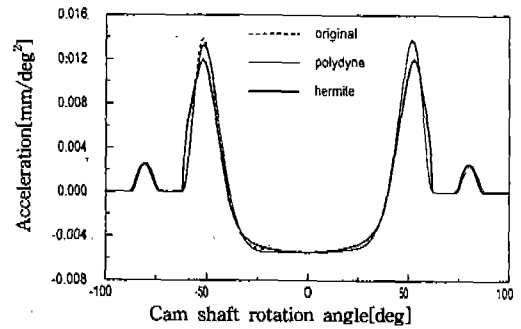
$$Y_{final} - Y_{cramp} = 0, \quad V_{final} - V_{cramp} = 0$$

inequality constraint :  $A_{lobe} \geq A_0$

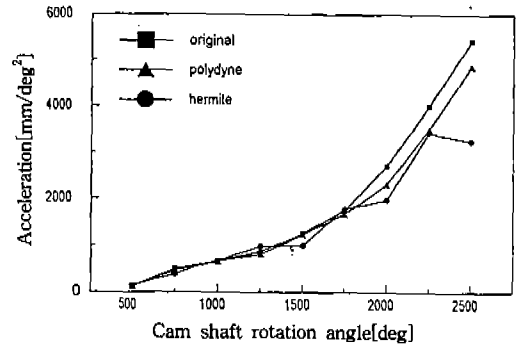
여기서,  $N$  : 입력된 다각형의 꼭지점 수(control point 수)

$w_1, w_2, w_3$  : 가중치

그림 9(a)는 가속도 오버슈트를 최소화시키기



(a) 가속도 곡선 비교



(b) 최적 캠의 밸브 동 가속도 비교

Fig.9 가속도 오버슈트를 최소화시킨 최적 캠의 특성

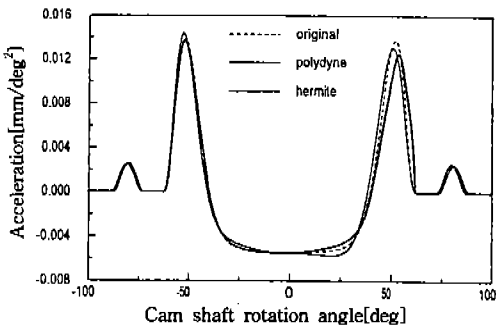
위하여 식 (12)의 가중치를  $w_1=1.0, w_2=0.1, w_3=0.1$ 로 하여 캠 가속도 곡선을 설계한 것이다. 이 때 표 2에 주어진 캠 형상의 기본적인 조건들과 로우브 면적은 일정하게 유지시켰다. 또한 설계 대상이 된 벨브트레인의 동특성 모델 데이터는 표 4에 주어진 것을 이용했다. 두 합성법 모두 가속도 형상이 개선되었으나 Hermite 곡선을 이용해 최적화 된 가속도 곡선은 오버슈트를 피하기 위해 최대 가속도 부근의 기울기(jerk)가 크게 완화된 것을 확인할 수 있다. 이러한 형상의 가속도 곡선은 기존의 Polydyne 방법으로는 결코 구성될 수 없는 형상이다. 각각의 캠으로 벨브트레인을 구동시켰을 때 얻어지는 벨브의 최대 동 가속도 값을 비교하여 그림 9(b)에 나타냈다. 그림에서 보듯이 Hermite 곡선을 이용한 캠 형상 최적화 방법이 Polydyne 합성법을 이용한 최적화 방법보다 한계 속도 부근의 최대 벨브 동 가속도를 약 30% 정도 낮게 할 수 있다. 벨브의 최대 가속도는 벨브트레인에 작용하는 동 하중과 직접적 관련이 있으므로 Hermite 곡선을 이용하여 최적 캠 형상을 설계할 경우 내구 특성이 상대적으로 우수한 벨브트레인 설계가 가능함을 의미한다.

벨브 시팅 속도는 벨브가 닫히는 순간의 충격 속도로서 벨브 바운싱, 시트 마모, 엔진의 NVH 특성과 밀접한 관계가 있다. 그림 10(a)는 앞에서와 동일한 방법으로 벨브 시팅 속도가 최소가 되도록 하는데 중점을 둔 최적 캠 형상을 설계하여 가속도 곡선을 비교한 것이다. 이 때 사용한

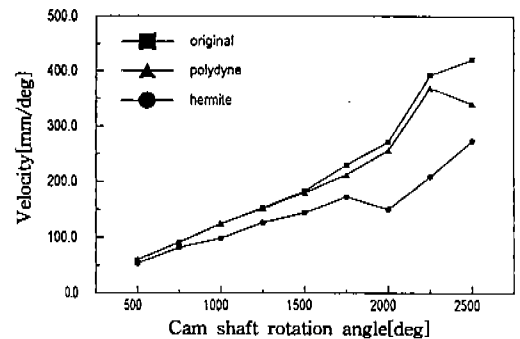
식 (12) 목적함수의 가중치는  $w_1=0.1, w_2=1.0, w_3=0.1$ 이다. 벨브 시팅 속도는 벨브가 닫히는 구간의 캠 형상에 관계되므로 최적화된 캠도 닫힘 구간 가속도 형상이 크게 변경되었음을 알 수 있다. 그림 10(b)는 최적화 된 캠 형상과 최적화 전의 캠 형상에 대해 벨브 시팅 속도를 엔진의 여러 운전 속도에서 비교한 것이다. 그림에서 보듯이 Hermite 곡선을 이용한 캠 형상 최적화 방법이 Polydyne 합성법을 이용한 최적화 방법보다 개선 효과가 월등히 우수함을 알 수 있다.

#### 4. 결 론

본 연구에서는 Hermite 곡선을 이용한 캠 형상 합성법을 바탕으로 자동차 엔진의 캠 형상을 최적화 하는 방법을 개발했다. 개발된 방법의 효용성을 증명하기 위하여, 현재 많이 사용되고 있는 Polydyne 캠 형상 합성법을 이용하여 동일한 문제의 최적화를 수행하고 그 결과들을 비교했다. 엔진 벨브트레인의 기구학적 성능을 고려한 최적화, 동적 성능을 고려한 최적화 등 시도된 모든 문제에 있어서 Hermite 곡선을 이용한 최적화가 월등히 우수한 결과를 보여줬다. 이는 Polydyne 합성법과 같이 단순히 다항식 차수의 조정만으로는 변화시킬 수 있는 캠 형상에 한계가 있으며, 유연성과 부분조절 능력이 우수한 Hermite 곡선을 이용한 합성법이 최적 설계에서도 큰 효과를 보여주고 있음을 의미한다. 또한



(a) 가속도 곡선 비교



(b) 최적 캠의 벨브 시팅 속도 비교

Fig.10 벨브 시팅 속도를 최소화시킨 최적 캠의 특성

초기 가속도 곡선을 구성할 때, 조정점의 개수를 증가시킨다면, 캠 형상 합성법의 제약을 받지 않는 진정한 의미의 최적 캠 형상 설계도 가능할 것으로 판단된다.

### 참고 문헌

1. F. Y. Chen, "Mechanics and Design of Cam Mechanisms", Pergamon Press Inc, 1982.
2. P. Hollingworth, R. A. Hodges "The History and Mathematical Development of Cam Profile Design in Rover", IMechE C427/107, Nov. 1991.
3. D. A. Stoddart, "Polydyne cam design I, II, III", Machine Design, 1953.
4. J. Angeles, "Synthesis of plane curves with prescribed local geometric properties using periodic splines", Computer Aided Design, Vol. 15, No. 3, pp. 147~155, May 1983.
5. B. L. MacCarthy, M. D. Burns, "An evaluation of spline functions for use in cam design", IMechE Proceedings vol. 199 No. C3, 1985.
6. K. Yoon, "Cam motion synthesis using cubic splines", J. Mechanical Design, Sep, Vol. 115, pp. 441~446, 1993.
7. 김도중, 이종원 "Hermite 곡선을 이용한 자동차 엔진 캠 형상 합성법에 관한 연구", 한국자동차공학회 논문집 제3권 제5호 1995.
8. E. Sandgren, R. L. West "Shape Optimization of Cam Profiles Using a B-

- Spline Representation", ASME J. of Mechanism, Transmissions, and Automation in Design, Vol. 111, 195~201, June 1989.
9. 김성훈, 전혁수, 박윤식 "캠-밸브 기구에서 접촉력 최소화를 위한 캠과 종동자 형상 최적 합성", 대한 기계 학회 논문집 제14권 제3호, pp. 534~546, 1990.
10. J. Angeles, C. S. Lopez-Cajun, "Optimization of Cam Mechanisms", Kluwer Academic Publishers, 1991.
11. R. Ernst, A. R. Schamel, J. Meyer "Advanced Optimization Techniques in Valve Train Design", SAE Technical paper 932004, 1993.
12. B. C. Fabian, R. W. Longman, F. Freudenstein "The Design of High-Speed Dwell-Rise-Dwell Cams Using Linear Quadratic Optimal Control Theory", ASME J. of Mechanical Design 1994.
13. 손태영, 양민양 "Cubic Spline을 사용한 최적 캠곡선의 합성", 대한기계학회논문집 제19권 제5호, pp. 1168~1175, 1995.
14. B. S. Gottfried, J. Weisman "Introduction to Optimization Theory", Prentice-Hall, pp. 80~84, 1973.
15. IMSL, "Math/Library : FORTRAN Subroutines for Mathematical Applications", IMSL Inc., pp. 847~852, 1992.
16. C. W. Gear, "Numerical Initial Value Problem in Ordinary Differential Equations", Prentice Hall, 1971.