

다물체로 구성된 궤도차량에 대한 동적 해석(Ⅱ) : 비선형 접촉력 모듈 개발

Dynamic Analysis of Multibody Tracked Vehicles(Ⅱ) : Development of the Nonlinear Contact Force Module

신 장 호*, 최 진 환**, 이 승 종***
J. H. Shin, J. H. Choi, S. J. Yi

ABSTRACT

In this study, a procedure is presented for the dynamic analysis of a multibody tracked vehicle system. The planar vehicle model used in this investigation is assumed to consist of two kinematically decoupled subsystems, i.e., the chassis subsystem and track subsystem. The chassis subsystem includes the chassis frame, sprocket, idler and rollers, while the track subsystem is represented as a closed kinematic chain consisting of rigid links interconnected by revolute joints. The nonlinear contact force modules describing the interaction between track links, and sprocket, idler, rollers and ground will be developed.

주요기술용어 : Tracked Vehicle(궤도차량), Track Subsystem(궤도 부속시스템), Chassis Sub-system(차시 부속시스템), Track Link(궤도링크), Sprocket(스프라킷), Idler(아이들러), Roller(롤러), Nonlinear Contact Force(비선형 접촉력)

1. 서 론

1부 논문에서는 다물체로 구성된 궤도차량의 동적 해석을 위한 순환 방정식 모듈에 대해서 기술하였다. 본 논문에서는 궤도링크와 롤러, 궤도링크와 스프라킷, 궤도링크와 아이들러 사이의 접촉력을 궤도차량의 진동특성에 의해 결정되는 비

선형 접촉력 모델을 제시하고 시뮬레이션 결과를 소개하였다.

일반적으로 접촉력에 영향을 미치는 요인은 굉장히 많으나 궤도차량에서 발생하는 접촉력은 주로 궤도링크의 재료, 움직이는 강체의 속도, 마찰 등의 영향을 받는다. 본 연구에서는 접촉력 모델을 개발하기 위해서 궤도차량에서 발생할 수 있는 실제 상황에서의 궤도링크 상태를 고려하였다.(Fig.1)

* 한양대학교 대학원 자동차공학과

** 정회원, 국방과학연구소

*** 정회원, 한양대학교 기계공학부

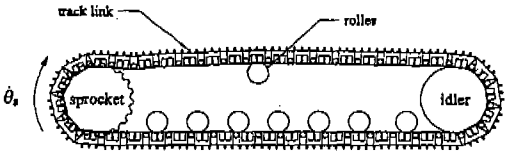


Fig.1 Planar tracked vehicle model

2. 롤러와 케도링크의 접촉

케도링크와 롤러 사이의 상호작용은 2가지 경우를 고려한다. 첫번째는 롤러와 케도링크가 접촉하지 않았을 경우이며 이때는 롤러와 케도링크 사이의 접촉력은 존재하지 않는다. 두번째는 케도링크와 롤러가 접촉하였을 경우이며 이때는 롤러에 작용한 접촉력은 케도링크에 작용한 힘과 크기는 같고 방향은 반대이다. 시뮬레이션시 어떤 강체들이 접촉해 있으며 또한 접촉점이 어디인지를 결정하기 위해서는 차량 모델에서 모든 롤러와 케도링크들의 위치에 관한 정보가 필요하게 된다.

Fig.2는 롤러와 케도링크의 접촉을 나타낸 것이다. 케도링크에 대한 롤러의 위치를 결정하기 위해서는 모든 케도링크와 롤러 좌표계 원점의 전역위치벡터(global position vector)에 대한 정보가 필요하다. R^i 는 i 번째 케도링크 좌표계의 원점 O^i 의 전역위치벡터이고, R^j 는 j 번째 롤러 좌표계의 원점 O^j 의 전역위치벡터이다. 점 O^j 에 대한 점 O^i 의 상대위치벡터는 다음과 같다.

$$u^{\ddot{j}} = R^j - R^i \quad (1)$$

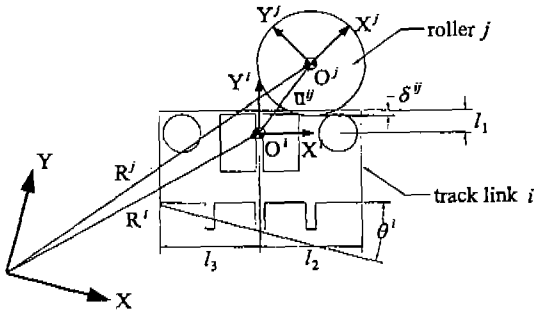


Fig.2 Roller and track link interaction

i 번째 케도링크의 좌표계에서 상대위치벡터는 다음과 같다.

$$\bar{u}^{\ddot{j}} = A^i{}^T u^{\ddot{j}} \quad (2)$$

여기서 A^i 는 변환행렬로 다음과 같고 θ^i 는 전역 좌표계(global coordinate)에 대한 케도링크 좌표계의 회전각이다.

$$A^i = \begin{bmatrix} \cos \theta^i & -\sin \theta^i \\ \sin \theta^i & \cos \theta^i \end{bmatrix}$$

벡터 $\bar{u}^{\ddot{j}}$ 의 요소는 다음과 같이 나타낼 수 있으며,

$$\bar{u}^{\ddot{j}} = \begin{bmatrix} \bar{u}_x^{\ddot{j}} \\ \bar{u}_y^{\ddot{j}} \end{bmatrix} \quad (3)$$

i 번째 케도링크가 j 번째 롤러와 접촉하기 위한 필요조건은 다음과 같다.

$$-l_3 \leq \bar{u}_x^{\ddot{j}} \leq l_2 \quad (4)$$

여기서 l_2 와 l_3 는 케도링크의 중심에서 각 케도링크까지의 거리이다. 만약에 $\bar{u}^{\ddot{j}}$ 가 필요조건을 만족시키지 못한다면 i 번째 케도링크는 j 번째 롤러와 접촉하지 못하게 된다. 만약에 필요조건을 만족시키게 되면 관통(penetration) 상태인지를 확인해야 한다. 관통 $\delta^{\ddot{j}}$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$\delta^{\ddot{j}} = \bar{u}_y^{\ddot{j}} - r - l_1 \quad (5)$$

여기서 r 은 롤러의 반지름이며 l_1 은 케도링크의 좌표계 원점으로부터 케도링크 표면까지의 거리이다. 따라서 롤러와 케도링크는 다음과 같은 경우에 접촉하게 된다.^{1,2)}

$$\delta^{\ddot{j}} \leq 0 \quad (6)$$

3. 스프라킷 이와 케도링크 핀의 접촉

Fig.3는 케도링크와 스프라킷 이의 접촉을 나타내고 있다. 그림에서 볼수 있듯이 다수의 스프라킷 이들은 다수의 케도링크들과 동시에 접촉될 수 있다. 스프라킷의 이는 3개의 면들로 구성되며 이들은 좌측면 l , 바닥면 s , 우측면 r 이다. 각 면은 지역좌표계를 가지며 이들 좌표계들의 회전은 일정각만큼 다르다. O^l , O^s , O^r 는 세 좌표계의 원점들이며 이의 좌표계의 원점은 O^i 로 정의한다. 본 연구에서는 스프라킷 이와 케도링크의 접촉을 나타내기 위해 3개의 연속된 변환을 사용하였다. 3개의 연속된 변환을 나타내기 위해 i 번째 케도링크와 스프라킷 이가 접촉할 때를 좌측면 l , 바닥면 s , 그리고 우측면 r 에서 발생하는 경우들을 각각 고려하여 고찰하였다.

바닥면 (seating surface)

점 A 를 케도링크 핀의 중심이라 하면 전역위치벡터는 다음과 같다.

$$r_A^i = R^i + A^i \bar{u}_A^i \quad (7)$$

여기서, R^i 는 i 번째 케도링크의 전역위치벡터, A^i 는 케도의 변환행렬 그리고 \bar{u}_A^i 는 케도링크 좌표계에 대한 케도링크 핀 중심의 위치벡터이다.

스프라킷 좌표계 원점을 O^i 로 정의하면 전역좌표계에 대한 위치벡터는

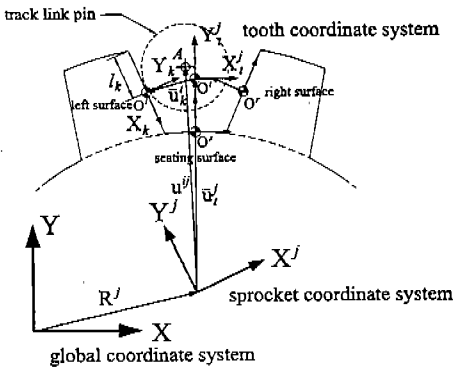


Fig.3 Sprocket tooth and track link pin interaction

$$r_{O^i}^j = R^j \quad (8)$$

이고, O^i 에 대한 케도링크 핀 중심의 상대위치벡터는 다음과 같다.

$$u^{\bar{i}} = r_A^i - r_{O^i}^j \quad (9)$$

스프라킷 좌표계에 대한 상대위치벡터는 다음과 같다.

$$\bar{u}^{\bar{i}} = \begin{bmatrix} \bar{u}_x^{\bar{i}} \\ \bar{u}_y^{\bar{i}} \end{bmatrix} = A^{jT} u^{\bar{i}} \quad (10)$$

여기서 A^j 는 스프라킷의 변환행렬이다.

케도링크 핀이 스프라킷 바닥면(seating surface 또는 base circle)과 접촉할 조건은 다음과 같다.

$$\delta \bar{u}^{\bar{i}} = \sqrt{(\bar{u}_x^{\bar{i}})^2 + (\bar{u}_y^{\bar{i}})^2} - r_p - r_s \leq 0 \quad (11)$$

여기서, r_p 는 케도링크 핀의 반지름이고 r_s 는 스프라킷 바닥면의 반지름이다.

좌측면 및 우측면(right and left surface)

케도링크 핀의 중심을 A , 스프라킷 잇면을 k (좌측면 또는 우측면), 잇면 좌표계의 원점을 O_k 로 한다면, 전역좌표계에 대한 O_k 의 위치벡터는 다음과 같다.

$$r_{O_k}^j = R^j + A^j \bar{u}_{O_k}^j \quad (12)$$

여기서, R^j 와 A^j 는 각각 스프라킷 좌표계 원점의 위치벡터와 변환행렬이고, $\bar{u}_{O_k}^j$ 는 스프라킷 좌표계에 대한 O_k 의 위치벡터이다.

전역좌표계에서 스프라킷 잇면 k 에 대한 케도링크 핀 중심의 상대위치벡터는 다음과 같다.

$$u_k^{\bar{i}} = r_A^i - r_{O_k}^j \quad (13)$$

전역좌표계에 대한 좌우측 잇면 좌표계의 변환행렬은 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$A_k^j = A^j A_i^j A_{kt}^j \quad (14)$$

여기서, A_i^j 는 스프라킷 좌표계에 대한 스프라킷 이 좌표계 t 의 변환행렬이고 A_{kt}^j 는 스프라킷 이 좌표계 t 에 대한 스프라킷 잇면 좌표계 k 의 변환행렬이다.

변환행렬 A_i^j 와 A_{kt}^j 는 상수변환행렬(constant transformation matrix)이며 다음과 같이 정의될 수 있다.

$$A_i^j = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix},$$

$$A_{kt}^j = \begin{bmatrix} \cos \beta & -\sin \beta \\ \sin \beta & \cos \beta \end{bmatrix}$$

여기서, α 는 스프라킷 좌표계에 대한 스프라킷 이 좌표계 t 의 회전을 나타내는 각이고 β 는 스프라킷 이 좌표계 t 에 대한 스프라킷 잇면 좌표계 k 의 회전을 나타내는 각이다.

그러므로 벡터 u_k^j 의 요소는 스프라킷 잇면 좌표계에서 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\bar{u}_k^j = \begin{bmatrix} \bar{u}_x^j \\ \bar{u}_y^j \end{bmatrix} = A_k^{jT} u_k^j \quad (15)$$

스프라킷 잇면 k 와 궤도링크 핀 사이에서 접촉이 발생하기 위한 필요조건은 다음과 같다.

$$-l_k \leq \bar{u}_x^j \leq l_k \quad (16)$$

여기서 l_k 는 잇면 k 의 반길이(half length)이다. 만약 위의 조건이 만족된다면 접촉에 의한 관통(penetration)은 다음과 같다.

$$\delta^j = \bar{u}_y^j - r_p \quad (17)$$

여기서 r_p 는 궤도링크 핀의 반지름이다. 그러므로

궤도링크 핀과 스프라킷 이의 접촉은 다음 조건을 만족시킬때 발생한다.³⁻⁵⁾

$$\delta^j \leq 0 \quad (18)$$

4. 지면과 궤도링크의 접촉

궤도링크와 평면으로 가정한 지면 사이의 접촉력은 연속력모델(continuous force model)을 사용하였다. 각 궤도링크는 3개의 슈 플레이트를 가졌기 때문에, 각각의 궤도링크들에 대해 3점 접촉력 모델을 사용하였다(Fig.4).

슈 바닥면에 있는 접촉점의 수직좌표값에 대한 정보를 이용해서 수직좌표값이 0보다 작으면 지면과 접촉하고 있는 한점을 고려한다. 접촉점 C 의 전역위치벡터 r_C^i 는 다음과 같다.

$$r_C^i = R^i + A^i \bar{u}_C^i \quad (19)$$

여기서 R^i 는 i 번째 궤도링크의 전역위치벡터, A^i 는 변환행렬, 그리고 \bar{u}_C^i 는 궤도링크 지역좌표계에 대한 접촉점 C 의 위치벡터이다. 식 (19)를 시간에 대해서 미분하면 다음과 같이 절대속도 벡터를 구할 수 있다.

$$\dot{r}_C^i = \dot{R}^i + A^i \dot{\theta}^i \bar{u}_C^i \quad (20)$$

식 (19)와 (20)을 이용하면 수직접촉력 F_y 와 수평마찰력 F_x 는 다음과 같이 정의된다.

$$F_y = k(r_y^j - r_{Cy}^j) + c(\dot{r}_y^j - \dot{r}_{Cy}^j), \quad F_x = -\mu F_y$$

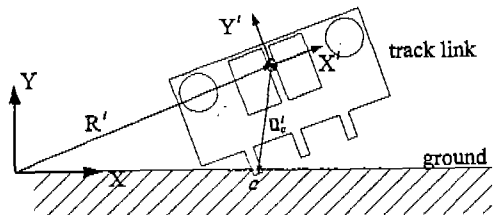


Fig.4 Ground and track link interaction

여기서 r_y^j 와 r_x^j 은 각각 지면위에 있는 접촉점의 수직좌표값과 속도, k 는 강성계수, c 는 감쇠계수, 그리고 μ 는 마찰계수이다.

5. 일반화된 접촉력(Generalized contact force)

앞에서 구한 각각의 접촉논리와 접촉관통량을 이용하여 차량 구성부품들간에 접촉으로 인해서 작용하는 상호힘을 나타낼수 있는데 이 경우 접촉력은 다음과 같다.

$$F_c^{\ddot{u}} = k\delta^{\ddot{u}} + c\dot{\delta}^{\ddot{u}} \quad (21)$$

여기서 k 와 c 는 각각 접촉력 모델의 강성계수와 감쇠계수이다.

만약 두 강체 i 와 j 가 접촉한다면 r_p^i 는 i 번째 강체에 있는 접촉점의 전역위치벡터를 나타내며 r_p^j 는 j 번째 강체에 있는 접촉점의 전역위치벡터를 나타낸다. 두 벡터 r_p^i 와 r_p^j 를 각각 i 번째 강체와 j 번째 강체에 대해서 일반화시킨 좌표로 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} r_p^i &= R^i + A^i \bar{u}_p^i \\ r_p^j &= R^j + A^j \bar{u}_p^j \end{aligned} \quad (22)$$

여기서 A^i 와 A^j 는 2차원 변환행렬이며, \bar{u}_p^i 는 i 번째 강체에 있는 접촉점의 지역위치 벡터이고 \bar{u}_p^j 는 j 번째 강체에 있는 접촉점의 지역위치벡터이다. 또한 벡터 $r_p^{\ddot{u}}$ 는 다음과 같다.

$$r_p^{\ddot{u}} = r_p^i - r_p^j \quad (23)$$

이 벡터의 단위벡터 $\hat{n}^{\ddot{u}}$ 는 다음과 같다.

$$\hat{n}^{\ddot{u}} = \frac{r_p^{\ddot{u}}}{|r_p^{\ddot{u}}|} \quad (24)$$

접촉력 벡터는 다음과 같다.

$$F_c^{\ddot{u}} = F_c^{\ddot{u}} \hat{n}^{\ddot{u}} \quad (25)$$

이때 접촉력의 가상일은 다음과 같다.

$$\delta W_c^{\ddot{u}} = F_c^{\ddot{u}T} \delta r_p^{\ddot{u}} \quad (26)$$

식 (23)와 (25)을 식 (26)에 대입하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \delta W_c^{\ddot{u}} &= [(Q_R^i)_c \ (Q_\theta^i)_c] \begin{bmatrix} \delta R^i \\ \delta \theta^i \end{bmatrix} \\ &+ [(Q_R^j)_c \ (Q_\theta^j)_c] \begin{bmatrix} \delta R^j \\ \delta \theta^j \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (27)$$

여기서 $(Q_R^i)_c$, $(Q_\theta^i)_c$, $(Q_R^j)_c$ 그리고 $(Q_\theta^j)_c$ 는 i 번째 강체와 j 번째 강체의 좌표계로 일반화된 힘(generalized force)이다.⁶⁻¹⁰⁾

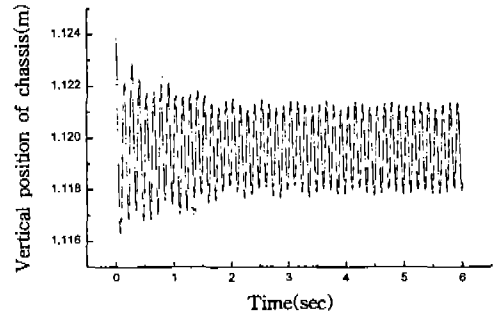


Fig.5 Vertical position of chassis

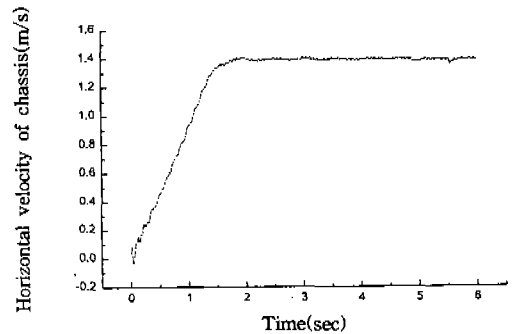


Fig.6 Horizontal velocity of chassis

6. 시뮬레이션 결과

본 연구에 사용된 궤도차량 모델은 강체 1로 명명된 지면(ground)을 포함하여 총 54개의 강체로 구성되어 있으며 강체 2는 샤시, 강체 3은 스프라킷, 강체 4는 아이들러, 강체 5~12는 롤러 그리고 강체 13~54는 회전이음(revolute joint)로 연결된 궤도링크이다.

차량의 스프라킷은 4.796rad/s의 등속으로 회전하는 것으로 가정하여 시뮬레이션을 수행하였다. 이 회전속도는 차량속도의 약 1.4m/s에 상응되는 속도이다. Fig.5는 궤도차량 샤시의 수직방향 위치이며 Fig.6는 궤도차량 샤시의 수평방향 속도를 나타낸 것으로 본 연구에서는 0.1의 마찰계수를 사용하였으며 약 1.5초 후에는 일정한 속도에 도달함을 보여주고 있다. Fig.7은 궤도차량 샤시의 각속도를 나타낸 것으로 처음 움직이기 시작한후 과도기를 지나 점차 안정되나 궤도 부속시스템과의 접촉으로 진동함을 알 수 있다. Fig.

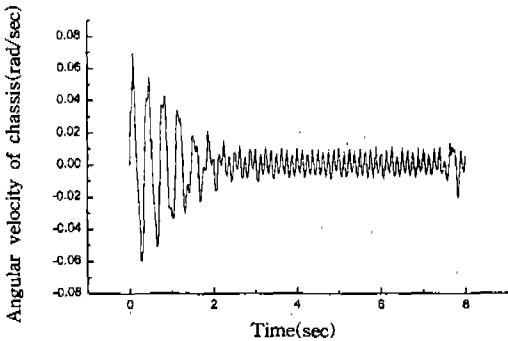


Fig.7 Angular velocity of chassis

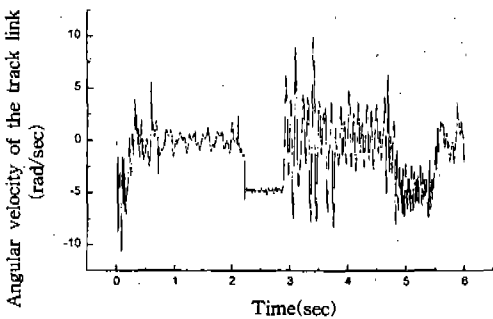


Fig.8 Angular velocity of track link

8은 한 궤도링크의 각속도를 나타낸 것이다. Fig. 9와 Fig.10는 각각 궤도링크의 수직방향 위치와 궤도에서 발생한 접촉력을 나타낸 것이다. 두 그림에서 볼 수 있듯이 궤도가 지면에 위치해 있을 경우 지면과 롤러에 의해서 접촉력이 발생한 것을 알 수 있다. 하지만 궤도가 약 2.5초후에는 롤러와 접촉하지 않기 때문에 접촉력이 발생하지 않음을 알 수 있다. Fig.11은 시간에 대한 2차원 궤도차량의 컴퓨터 애니메이션(computer animation)을 보여주고 있다.

7. 결론

본 논문에서는 궤도차량을 기구학적으로 비연성된 2개의 부속시스템으로 나타내었으며 특히, 궤도 부속시스템을 회전이음으로 연결된 궤도링크로 이루어진 폐연쇄로 모델링하였다. 궤도 부속시스템과 샤시 부속시스템의 요소들 즉, 스프라킷, 아이들러 및 롤러와의 접촉력 모델을 개발하

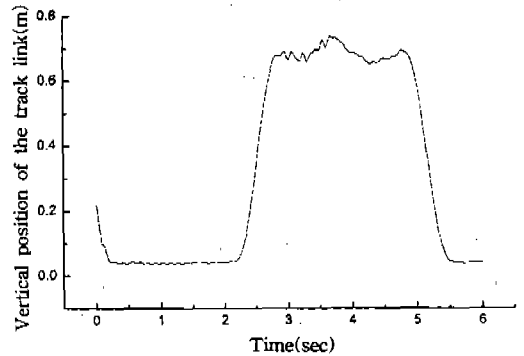


Fig.9 Vertical position of track link

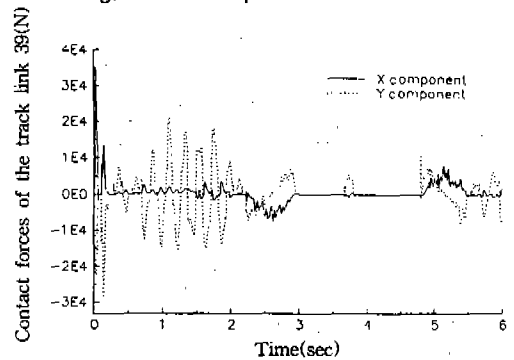


Fig.10 Contact force of track link 39

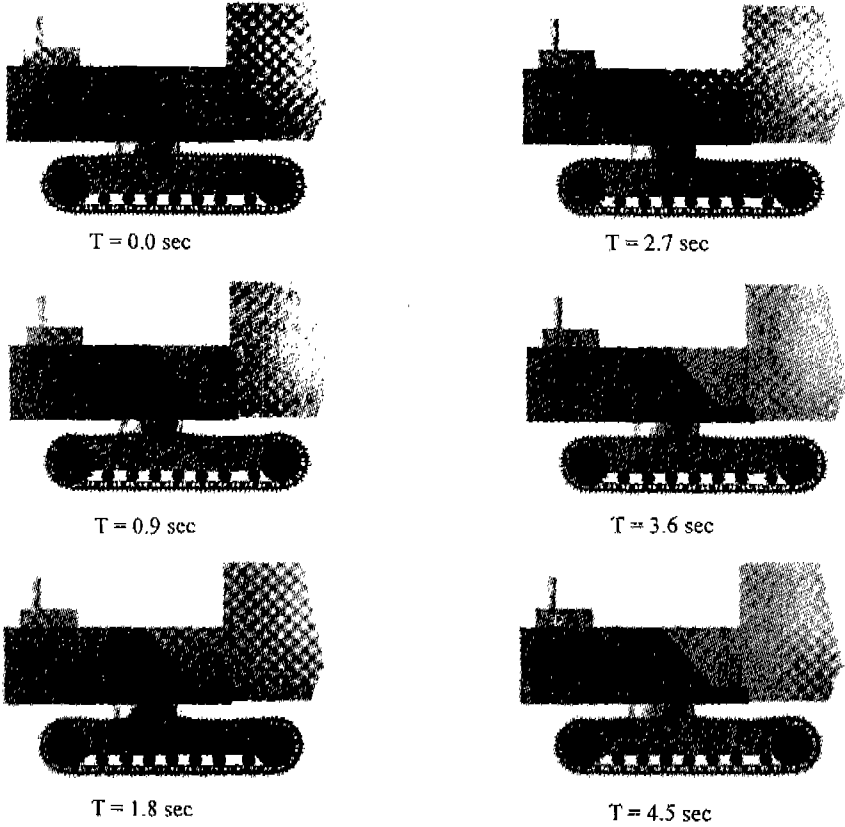


Fig.11 Animation for the planar tracked vehicle

였으며 이때의 접촉은 연속력(continuous force) 모델을 이용하였다. 접촉력 모델에서 사용된 강성 계수와 감쇠계수는 케도차량의 진동특성에 의해 결정된 값들을 이용하였다.

후 기

본 연구는 한국과학재단의 연구비 지원(과제번호 971-1002-013-2)으로 일부 이루어졌으며 이에 감사드립니다.

참 고 문 헌

1. Grag, V., Anald, S., and Hodge, P., "Elastic-Plastic Analysis of A Wheel Rolling on A Rigid Track", International Journal of Solids Structures, Vol. 10, pp. 945-956, 1974.
2. Kim, S. M., and Johnson, G. E., "Mechanics of Roller Chain-Sprocket Contact: Observations about the Contact Phenomena and Load Distribution", Proceedings of the ASME International Power Transmission and Gearing Conference, DE-Vol. 43-2, Scottsdale, Arizona, 1992.
3. Kim, S. M., and Johnson, G. E., "Mechanics of Roller Chain-Sprocket Contact: A General Modeling Strategy", Proceedings of the ASME International Power Transmission and Gearing Conference, DE-Vol. 43-2, Scottsdale, Arizona, 1992.

- zona, 1992.
4. Naji, M. R., and Marshek, K. M., "Analysis of Roller Chain Sprocket Pressure Angles", ASME Journal of Mechanisms, Mechanism and Machine Theory, Vol. 19, No. 2, pp. 197~203, 1984.
 5. Yang, D., and Lin, J., "Hertzian Damping, Tooth Friction and Bending Elasticity in Gear Impact Dynamics", ASME Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design, Vol. 109, pp. 189~196, 1987.
 6. Naji, M. R., and Marshek, K. M., "Experimental Determination of the Roller Chain Load Distribution", ASME Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design, Vol. 105, pp. 331~338, 1983.
 7. Khulief, Y. A., and Shabana, A. A., "A Continuous Force Model for the Impact Analysis of Flexible Multibody Systems", Mechanism and Machine Theory, Vol. 22, No. 3, pp. 213~224, 1987.
 8. Wang, K.W., Liu, S.P., Hayek, S.I., and Chen, F.H.K., "On the Impact Intensity of Vibrating Axially Moving Roller Chains", ASME Journal of Vibration and Acoustics, Vol. 114, pp. 397~403, 1992.
 9. Choi, J. H., "Use of Recursive and Approximation Methods for Dynamic Analysis of Spatial Tracked Vehicles", Ph. D. Thesis, University of Illinois at Chicago, 1996.
 10. 신장호, 최진환, 이승중, "접촉력을 고려한 궤도 차량의 동적 모델링", 한국자동차공학회 추계학술대회, 1996.