

〈논 문〉 SAE NO. 98370013

## 유한요소법에 의한 엔진 구조소음 해석

### An Engine Structure-Borne Noise Analysis by Finite Element Method

안 상 호\*, 김 주 연\*\*, 김 규 철\*  
S. H. Ahn, J. Y. Kim, K. C. Kim

#### ABSTRACT

This paper presents the static analysis, the modal analysis and the forced vibration analysis on engine structures to find out the structure-borne noise sources by finite element method.

The deformation of engine structures under the maximum combustion gas force was calculated through the static analysis, and the resonance possibilities were predicted by the modal analysis which ascertains mode shapes and the corresponding frequencies of engine global and its major components in consideration of the oil film stiffness inside main bearings. One hand, the major noise sources in engine surfaces were investigated with the forced vibration analysis by means of finding the transfer mobilities on engine surfaces due to the piston impact and the velocity levels due to the combustion in consideration of oil film stiffness and damping coefficients.

Finally, the direction of engine structure-borne noise reduction can be established by the above-mentioned analysis procedure and the reduction effect of cost on proto-type engine build-up is expected.

주요기술용어 : Oil Film Stiffness(유막강성), Ladder Frame(레더 프레임), Linear Interference Method(선형 간섭법), Dynamic Degree of Freedom(동적 자유도), Transfer Mobility(전달 이동도), Normal Mode(정규모드), Velocity Level(속도치)

#### 1. 서 론

환경에 대한 규제가 날로 심화되면서 차량 특

히, 디젤 엔진이 장착된 차량의 소음에 대한 규제 역시 엄격히 실시되고 있으며, 이런 차량소음의 주요 소음원은 엔진으로 엔진의 저소음·저진동은 차량 시장성을 위한 필수 요건중의 하나가 되고 있다.

\* 아시아자동차 서울연구소 엔진개발부

\*\* 정회원, 아시아자동차 서울연구소 엔진개발부

Fig.1에 나타낸 바와 같이 엔진소음은 엔진 본

체 표면에서 방사된 소음, 흡배기 소음, 보기류 소음 및 엔진과 연결된 부품의 소음등으로 구성된다.<sup>1)~3)</sup> 이중 엔진 본체 표면에서 방사된 소음은 엔진의 작동범위 및 설계에 의해 좌우되면서 한정된 범위내에서 구조물의 진동특성과 가진력에 의해 결정되기 때문에 다른 소음원을 제어하는 것보다 훨씬 많은 노력이 요구된다.

기계적인 힘 및 연소 부하에 의한 가진과 더불어 실린더블럭 및 크랭크계 구조물의 진동특성은 엔진 표면에 방사되는 소음을 지배하는 주요 변수로서 설계단계부터 크랭크계 및 블럭 구조 등에 대한 최적설계를 실시함으로써 목표로 하는 소음 및 진동특성을 갖는 엔진을 개발할 수 있다. 이런 일련의 작업을 시험을 통해 수행하는 것은 상당한 비용이 소요됨으로 엔진 설계시 해석적 기법을 통해 소음 및 진동특성을 예측한다.<sup>4)~6)</sup>

지금까지의 엔진 구조물 진동에 대한 연구는 크랭크계 및 블럭 상호간의 진동 영향을 고려하지 않은 주로 실린더블럭에 대한 고유진동수만을 고려하는 해석 및 실험이 실시되어왔다.<sup>7)~10)</sup>

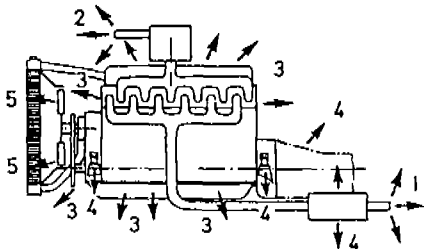
따라서 본 연구에서는 상기 언급한 두 구조물의 진동영향을 고려하여 즉, 메인베어링내 유막의 강성 및 감쇄를 고려하여 엔진 표면에서의 진동 및 소음 특성을 유한요소법을 이용하여 해석 기법을 제시함과 동시에 그에따른 해석을 수행하

고져 한다. 해석범위는 설정된 유한요소 모델에 대해 최대 폭발압력 작용하에서 구조물에 대한 정적 해석을 수행하고 엔진 전체 및 각 부품에 대한 모드해석을, 그리고 피스톤 충격 및 최대 연소압력 작용시의 강제진동해석을 각각 수행한다. 본 연구의 대상 엔진은 직렬형 6기통으로 과급기 및 인터쿨러가 장착된 대형 디젤 엔진을 선정하였다.

## 2. 유한요소모델

### 2.1 사용된 요소

본 해석을 위해 사용된 개략적인 유한요소 모델을 Fig.2에 나타내며 본 모델은 크랭크케이스, 크랭크계, 실린더헤드, 레더 후레임, 오일펌프 및 리어 플레이트 등으로 구성된다. 이 모델은 9,770 절점, 11,920 요소 및 53,310 자유도를 가지며, 모델을 위한 좌표계로는 Cartesian Right Hand를 사용하고 X축을 횡방향, Y축을 크랭크축 방향 그리고 Z축은 실린더 축방향으로 설정한다. 엔진 모델은 근본적으로 4개 또는 3개 절점을 갖는 쉘 요소를 사용하여 구성하며, 레더 후레임과 같이 재질 집중도가 매우 높은 몇몇 부분에서는 8개 또는 6개 절점을 갖는 체적 요소를 사용한다. 또한, 홀라이퀀 하우징의 강성을 고려하여 엔진 후단에 강성을 갖는 쉘요소로



- 1 Exhaust System Noise
- 2 Intake System Noise
- 3 Engine Noise(=Engine Surface Noise=Bare Engine Noise)
- 4 Noise from Parts Connected with the Engine
- 5 Cooling System Noise

Fig.1 Noise Sources of Internal Combustion Engines

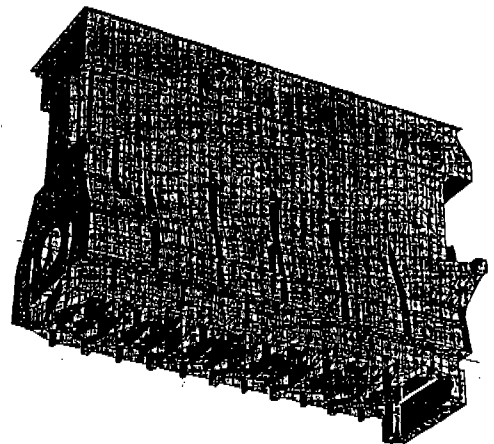


Fig.2 Finite Element Model(Intake Side View)



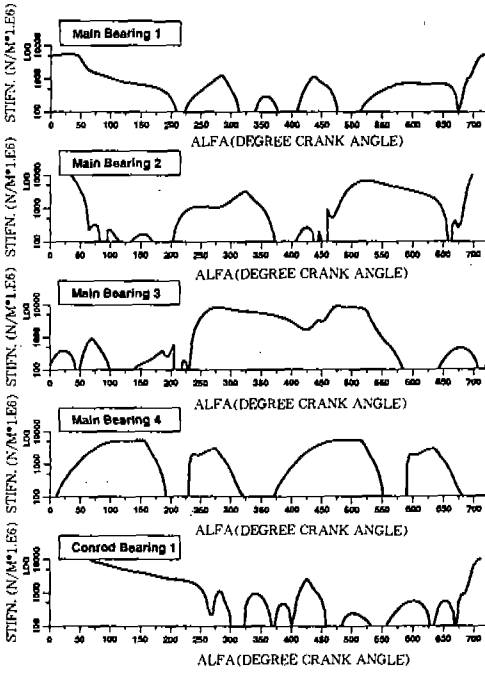


Fig.4 Oil Film Stiffnesses of Main Bearing No.1~4 and Con-rod Bearing

본 해석을 위해 사용한 해석 프로그램인 MSC/ NASTRAN에서 DDOF를 결정하는데는 Guyan Reduction을 사용한다.<sup>17)</sup>

DDOF를 검사하기 위해 간소화된 모델과 그렇지 않은 모델사이의 고유진동수 및 고유모드 비교를 실시하였으며 그 결과 대응하는 모드들의 주파수들은 무시할 정도의 작은 차이를 나타냄으로서 간소화의 타당성을 입증하였다.

각 고유모드에 대한 감쇄치는 엔진 구조물의 여러 실험적 해석에 따른 경험치로부터 취하였고 이는 저주파 영역에서는 높으며 대략 1,500Hz 이상부터는 거의 일정하게 유지된다. 또한, 이 값들은 임계 감쇄치와 일정한 관계를 갖고 있다.

2.2.3 동적 부하

강제진동 해석의 전체 적분 주기를  $T=80ms$ 로 선정하고 이 주기는  $\Delta t=0.078125ms$ 의 시간 간격으로 1,024개로 나누며 엔진에 작용하는 동적 부하를 다음과 같이 두가지로 구분하여 해석한다.

① 실린더 라이너 No.3의 피스톤 충격

피스톤 슬랩에 의한 전달 이동도(Transfer Mobility) 계산을 위해 피스톤으로부터 실린더

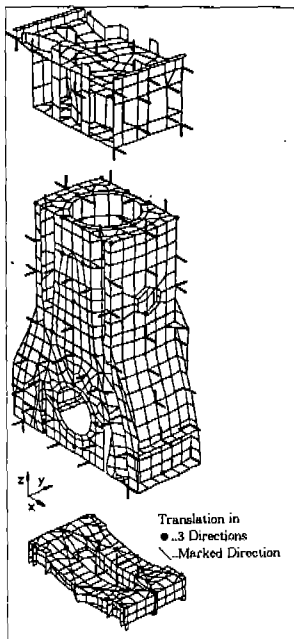


Fig.5 Dynamic Degrees of Freedom(Intake Side)

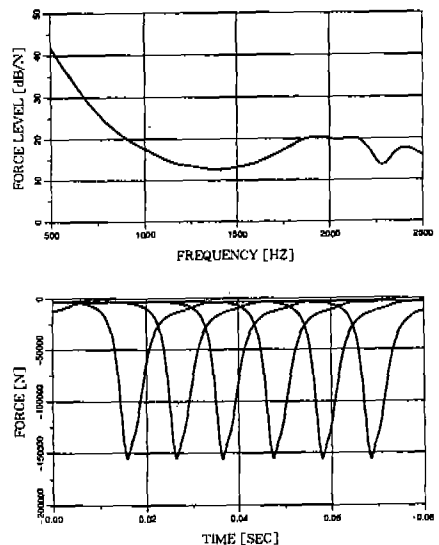


Fig.6 Gas Force Diagram of Engine at Rated Power

라이너까지의 충격력을 가정한다.

② 가스부하-모든 실린더에서 폭발 순서에 의해 폭발시

강제진동 해석을 위해 열역학 계산에 의한 정격 최대출력에서 실린더 압력선도를 사용하고 이러한 가스압력은 폭발순서 1-5-3-6-2-4에 따라 여러 피스톤에 적용시키며 그 선도를 Fig.6에 나타낸다.

### 2.3 재질 물성치 및 해석 프로그램

본 해석을 위해 사용된 각 엔진 부품의 재질 물성치는 Table 3에 나타낸다.

한편, 유한요소 해석을 위한 전·후처리 프로그램은 SDRC사 I-DEAS를 사용하였고 주해석 프로그램은 MSC/NASTRAN으로 수행하였으며 FFT 및 Level 계산이 요구되는 강제진동 계산은 MODANS로 수행하였다.

## 3. 해석 결과

### 3.1 가스부하에 의한 정적 해석

최대 폭발 압력인 147bar의 정적 가스 부하가 작용시 엔진 구조물 거동을 해석하는 것으로 이 가스 부하를 커벡팅 로드 상부 및 실린더 헤드 연소테크의 18개 절점에 절점력으로 각 실린더에 차례로 적용한다.

서로 다른 실린더의 부하는 각 실린더의 변형에 있어서 상당히 미세한 차이를 보이므로 실린더 No.3에 대한 해석결과를 일례로 나타낸다. 메인 베어링 벽 No.3 및 No.4와 실린더 No.3의 중심을 통과하는 횡단면 변형중 일례를 Fig.7에

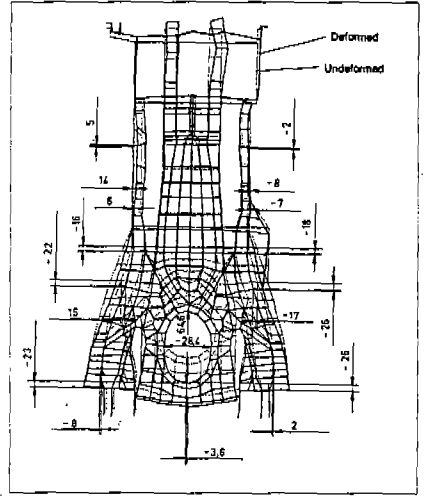


Fig.7 Distorsion in Cross-Section Main Bearing Wall No.3 Under Gas Load (p= 147bar)

나타낸다. 흡기쪽에 고정된 연료 분사 펌프와 수직 방향으로 위치한 오일 리턴 통로등 약간의 비대칭 설계 때문에 변형은 정확하게 일정하지 않다. 또한, 메인 베어링 벽의 변형은 메인 베어링 벽 No.4에 있는 오일 리턴 통로 때문에 다소 다르게 나타난다. 이러한 변형은 유사 엔진과 비교시 상당히 작으며 이에따라 수용 가능한 수준이다.

메인 베어링 자체의 변형은 수평방향으로(메인 베어링 No.3과 No.4) -28.4 $\mu$ m의 변형을 보인다. 수직방향 변형에서 팽창은 메인 베어링 No.3에서 +64.6 $\mu$ m, 메인 베어링 No.4에서는 +60.7 $\mu$ m를 나타낸다. 이러한 변형량은 유사 엔진과 비교시 상당히 작은 범위내에 있으며 베어

Table 3 Material Properties of Engine Components

	Young's Modulus [N/mm <sup>2</sup> ]	Poisson Ratio [-]	Mass Density [kg/dm <sup>3</sup> ]
Cast Iron	130,000	0.3	7.6
Cast Iron Alloy	120,000	0.3	7.6
Nodular Cast Iron	169,000	0.3	7.6
Steel(Crankshaft)	210,000	0.3	7.84
Aluminum Alloy	76,000	0.3	2.9



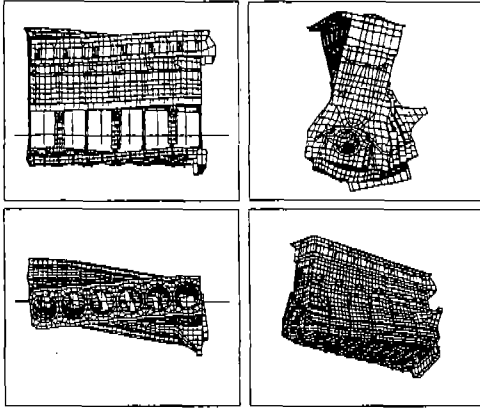


Fig.9 Engine Global 1st Torsion Mode Shape (388Hz)

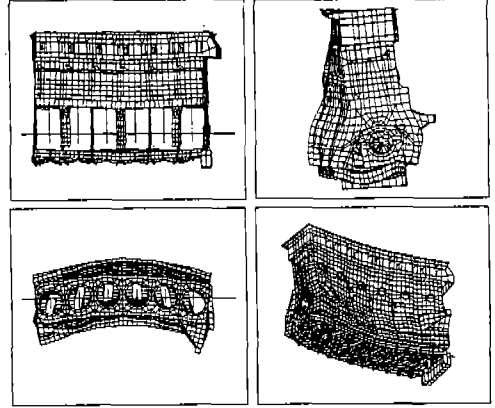


Fig.10 Global 1st Bending Mode Shape (442Hz)

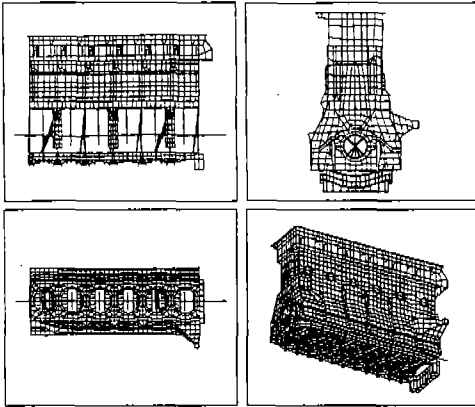


Fig.11 Typical Main Bearing Walls Mode Shape(551Hz)

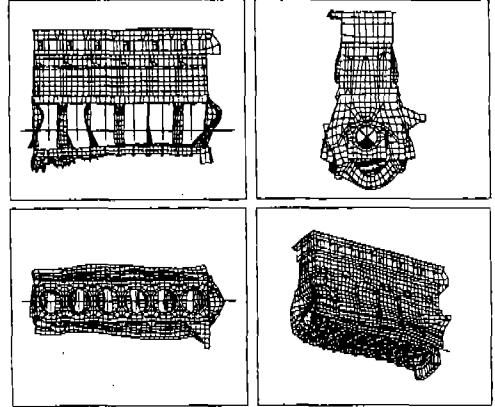


Fig.12 Mode Shape of Main Bearing Walls, Skirt and Ladder Frame(1,498Hz)

메인 베어링 벽의 국부적인 모드 형상은 제1차 굽힘으로 460~650Hz 주파수 범위내에서, 900~1,400Hz에서는 비틀림이, 1,500~1,700Hz에서는 제2차 굽힘이 각각 발생된다. 메인 베어링 벽의 고유진동수가 전체적인 고유진동수와 대응하지 않는다는 사실로 부터 이곳에서 공진이 기대되지 않음을 알 수 있다. 전형적인 메인 베어링 벽의 모드 형상은 Fig.11에 나타낸다. 레더 프레임 및 스커트의 모드 형상은 함께 800~1,050Hz 및 1,450~1,700Hz에서 나타나며, 1,500Hz에서의 모드 형상은 메인 베어링 벽, 측벽 및 라이너 모드 형상에 대응하고 이는 Fig.12에 보여준 바와 같이 이 주파수에서 공진이 가능함을 지

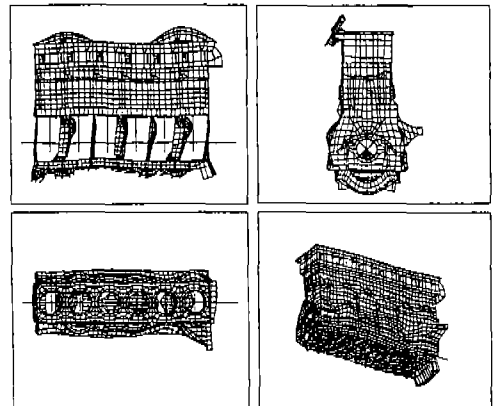


Fig.13 Mode Shape of Main Bearing Walls, Skirt and Cylinder Head(1,676Hz)

적한다. 측벽 모드 형상은 1,300Hz부터 2,000Hz 이상에서 나타난다. 실린더라이너와 메인 베어링 벽이 갖는 공진 가능성은 1,368Hz에 나타난다. 또한, 스키투와 실린더헤드에 대한 부가적인 공진 가능성은 1,845Hz에 나타난다. 실린더라이너는 1,050Hz에서 1,500Hz사이에서 진동하며, 1,500~2,000Hz에서 발생하는 실린더헤드 모드 형상에는 Fig.13에 보여준 바와 같이 캠축 갤러리가 포함된다. 한편, 오일 펌프는 900~1,100Hz사이 및 1800Hz 이후에서 모드 형상을 갖는다.

### 3.3 강제 진동

#### 3.3.1 실린더 No.3에서 피스톤 충격에 의한 전달 이동도

전달 이동도(Transfer Mobility)는 다음과 같이 정의된다.

$$TM = 20 \log(v/F) \quad (1)$$

실린더 라이너 No.3에 작용되는 피스톤 충격에 대해 500~2,500Hz사이 주파수 범위에서 TM을 계산하였으며 그 일례를 Fig.14에 나타낸다. 오일팬 플랜지에서의 TM이 상대적으로 낮은 수준을 보인 것은 래더 프레임에 의해 강성이 잘 보장되었다는 것을 지적한다. 가장 높은 TM 값은 메인 베어링 벽면 측벽에서 발생하는 반면에 실린더 중간 측벽에서는 보다 낮은 수준을 보인다. 측벽 중간에서와 같이 유사한 스펙트라가 스키투상에 나타나며 스키투와 측벽상의 TM값은 고주파수 영역에서 증가한다. 측벽의 중간부에서는 약 1,500Hz에서 추가로 최대치가 관찰되며 배기측의 경우 피스톤 충격이 흡기측으로 향하기 때문에 부분적으로 보다 낮은 값이 얻어지나 그 특성은 동일하게 유지된다.

#### 3.3.2 모든 실린더가 폭발순서에 따른 폭발시 속도치

속도치(Velocity Level)는 다음과 같이 정의된다.

$$VL = 20 \log(v/v_0) \quad (2)$$

여기서,  $v_0 = 5 \times 10^{-8} \text{ m/s}$

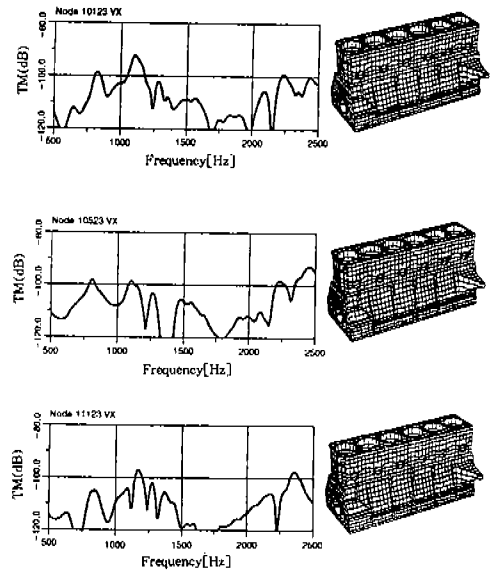


Fig.14 Transfer Mobility at Oil Pan Flange of Intake Side(Impact cyl. No.3)

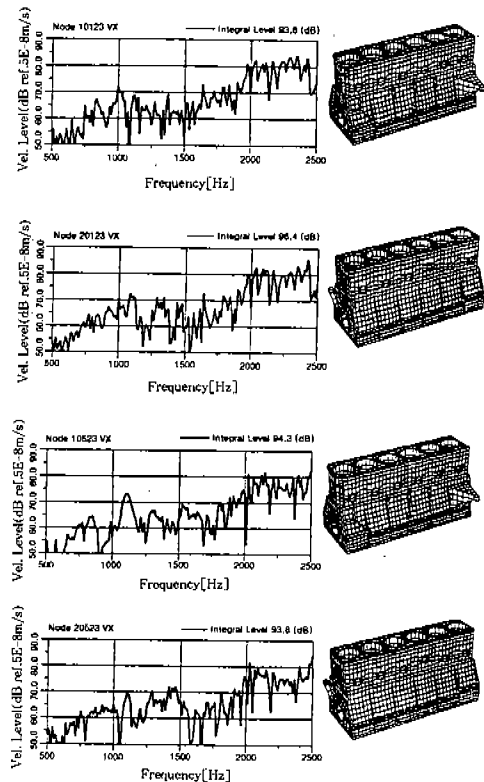


Fig.15 Vibration Velocity Levels at Oil Pan Flange of Intake and Exhaust Sides



상기 식에 따른 해석 결과, 흡기 및 배기측에 대한 속도치 스펙트라 수준은 물론 오일팬 플랜지상의 특성이 거의 동일하다. 일례로 Fig.15에 흡기 및 배기측의 동일 위치에서의 속도치를 나타낸다. 스커트부의 국부적인 공진 최대치는 1,000Hz 및 2,000Hz이후에서 관찰되고 각 측의 평균 적분치는 94dB를 보인다. 이 값은 다른 엔진과 비교시 매우 낮은 수준이며 이는 레더 프레임 을 갖는 설계가 잘 이루어졌음을 의미한다. 스커트 상부 크랭크 케이스에서의 스펙트라 특성은 엔진 양측에서 유사하게 나타나나 속도치는 서로 다르다. 보다 강성이 강한 흡기측의 경우 평균 적분치는 105dB를 나타내며 이는 배기측보다 약 1dB 낮게 나타난다. 흡기 및 배기측 벽의 경우 속도치는 실린더헤드 볼트 보스로 인해 양벽에 강성을 갖는 실린더 중앙에서 보다 높게 나타난다. 흡기측의 스커트와 하단 데크부의 강성 때문에 양벽으로의 가진력 전달은 배기측에서 보다 높으며, 104dB의 평균 적분치를 보인 흡기측은 배기측보다 약 4dB 높게 나타난다. 실린더헤드의 배기측에 있는 챔축 갤러리는 약 103 dB의 평균 적분치를 얻는다.(Fig.16)

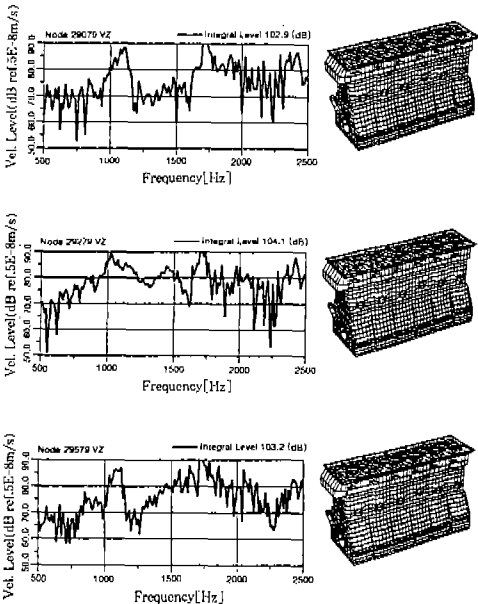


Fig.16 Vibration Velocity Levels at Cylinder Head Gallery

본 엔진은 특히 오일팬 플랜지에서 좋은 결과를 보이며, 보다 높은 값을 갖는 유일한 소음원은 측벽 및 스커트에서 상대적으로 구속이 없는 부분임을 알 수 있다.

3.3.3 설계 변경안에 따른 재해석 결과

앞선 해석결과로 부터 타 부분보다 높은 속도치 및 변형을 갖는 스커트부의 진동을 줄이기 위해 경험에 의거하여 메인 베어링 블록 및 벽사이에 작은 Free Cut을 주고 스커트에 수평한방향으로 리브를 보강하는 한편 실린더 중앙면을 따라 수직방향으로 리브 등을 추가하는 설계변경안에 대해 앞서 실시한 것과 동일한 해석을 재실시하였다. 그 결과에 대한 일례로 Fig.17에 나타낸 바와 같이 스커트부와 오일팬 플랜지에서 적분 속도치는 약 1.6dB가 감소하였고 측벽에서도 7.4dB가 감소하였다. 한편, 측벽에서는 앞선 모델과 동등 수준의 속도치를 보였다.

4. 결 론

엔진의 구조 소음원 파악 및 이에 따른 설계변경 방향을 제시하기 위해 유한 요소법을 이용하

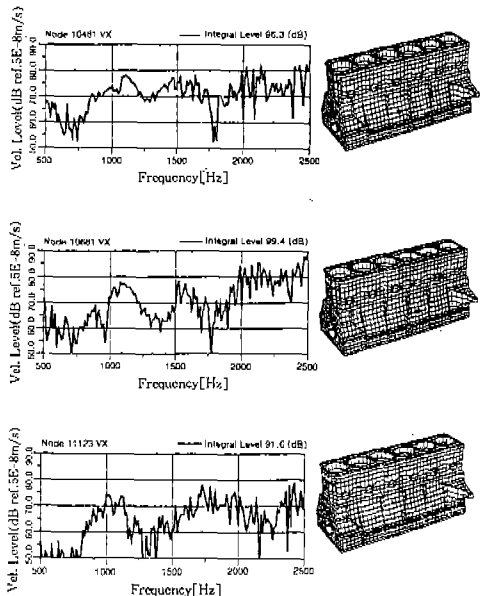


Fig.17 Vibration Velocity Levels at Oil Pan Flange and Skirt Area of Intake Side

여 엔진 구조물의 정적 해석 및 강제 진동 해석을 실시하였으며, 이를 통해 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 1) 최대 가스부하 작용에 따른 엔진 구조물의 정적 해석을 통해 엔진 각 부의 변형량을 파악하였다. 최대 변형량은 메인베어링에서 수직방향으로 +64.6 $\mu$ m을 보였고, 이는 베어링 간극과 비교하여 약 50%수준으로 유사 엔진과 비교시 상당히 작은 값으로 정적 해석 결과를 기준하에서 본 모델은 안정된 설계가 이루어졌다고 할 수 있다.
- 2) 메인 베어링내 유막 강성을 고려한 모드 해석을 통해 엔진 전체 및 엔진 각 주요 부품의 모드 형상과 주파수를 파악하고 이에 따라 공진가능성을 예상하였다. 일례로 레더 프레임과 스커트가 1,500Hz에서 갖는 모드형상은 메인 베어링, 축벽 및 실린더 라이너의 모드 주파수와 일치하여 공진가능성을 보인다. 이상의 모드해석으로 각 부품의 설계변경 방향을 인식할 수 있었다.
- 3) 강제진동 해석 즉, 피스톤 충격에 따른 소음 전달이동도 및 엔진폭발에 의한 속도치를 메인 베어링 유막 강성 및 감쇠를 고려하여 해석함으로써 엔진 표면에서의 주요 소음원을 파악하였다. 피스톤 충격에 따른 전달이동도는 메인 베어링 벽면의 축벽에서 최대로 발생하였으며 엔진폭발에 의한 속도치도 역시 축벽에서 최대로 약 106dB를 보였다. 스커트부의 속도치는 약 94dB를 보여 유사 엔진과 비교시 상당히 낮은 값으로 이는 레더 프레임을 갖는 설계에 기인한 것으로 여겨진다.
- 4) 앞선 해석 결과를 토대로 설계변경후 재해석을 실시한 결과, 스커트부와 오일팬 플랜지부의 속도치는 1.7dB 그리고 축벽의 경우 최대 7.4dB가 감소하였다.

이상과 같이 본 연구에서는 엔진의 새로운 구조소음 해석방법을 제시하였고, 이를 통해 시제작에 앞서 설계안의 소음특성을 파악하였으며 시제작 등에 소요되는 비용절감 효과를 기대할 수 있다.

## 참 고 문 헌

1. F.K.Brandl, P.Wuenche and E.Gschweilt, "Design Strategies for Low Noise Engine Concept", SAE-Paper 911070, 1991.
2. H.H.Priebsch and W.Hellinger, "Application of Computer Simulation for the Prediction of Vibration and Noise in Engines", ATA 3rd Int. Conference, 1992.
3. G.E.Thien and H.A.Fachbach, "Design Concepts of Diesel Engines with Low Noise Emission", SAE-Paper 750838, 1975.
4. J.P.Brandeis, "The Use of Finite Element Techniques to predict Engine Vibration", SAE-Paper 820436, 1982.
5. M.D.Croker, "Engine Noise : Practicalities and Prediction, Part 1-Hardware Evaluation", SAE-Paper 870977, 1987.
6. R.J.Tyrrell and M.D.Croker, "Engine Noise : Practicalities and Prediction, Part 2-Finite Element Analysis", SAE-Paper 870978.
7. R.G.DeJong and J.E.Manning, "Modeling of Vibration Transmission in Engines to achieve Noise Reduction", SAE-Paper 790360, 1979.
8. J.Affenzeller and G.E.Thien, "Dynamic Structural Modeling for Low Noise Engine Design", I Mech E C109/82, 1982.
9. Thien, G.E., "A Review of Basic Design Principles for Low-noise Research", SAE-Paper 790506, P-80, 1979.
10. H.Priebsch and J.Affenzeller, "Structure Borne Noise Prediction Techniques", SAE-Paper 900019, 1990.
11. F.K.Brandl, J.Affenzeller and G.E.Thien, "Some Strategies to meet Future Noise Regulations for Truck Engines", SAE-Paper 870950, 1987.
12. Affenzeller, J. and Thien, G.E., "Evaluat-

- ing Engine Design for Low-noise using Dynamic Structural Modeling”, SAE-Paper 820435, 1982.
13. G.Schaffrath, “Feder- und Daempfungskoeffizienten von Radialgleitlagern”, (“Stiffness and Damping Coefficients of Radial Plain Bearings”), Research Report of Forschungsvereinigung Verbrennungskraftmaschinen e.V., Heft 97, Frankfurt 1969.
  14. H.Peecken and G.Knoll, “Zylindrische Gleitlager unter elasto-hydrodynamischen Bedingungen”, (“Cylindrical Plain Bearings at Elastic-Hydrodynamic Conditions”), Konstruktion 27, 1975.
  15. J.A.Spearot and C.K.Murphy, “A Comparison of the Total Capacitance and Total Resistance Techniques for Measuring the Thickness of Journal Bearing Oil Films in an Operating Engine”, SAE-Paper 880680, 1988.
  16. A.K.Deysarkar, “The Bearing Oil Film Thickness of Single and Multi-Grade Oils -Part 1: Experimental Results in a 3.8L Engine”, SAE-Paper 880681, 1988.
  17. MSC/NASTRAN USER’s Manual MacNeal-Schwendler Cooperation, Los Angels USA 1992.

부 록

유막강성계수

기 호 설 명

- B/D : 너비/직경비
- $c_{ij}$  : 강성 계수
- $d_{ij}$  : 감쇠 계수
- $F_D$  : 유막의 반력
- $\beta$  : 변위 각도
- $\delta$  : 최소유막간극 지점의 각도
- $\epsilon$  : 상대적인 편심
- $\pi$  : 무차원화한 압력

- $\phi$  : 가장 넓은 간극에서 시작된 각도
- $\omega_1$  : 베어링의 각속도
- $\omega_2$  : 축의 각속도
- $\omega$  : 유체운동적인 유효 각속도

저어널과 베어링사이의 간극에서 발생하는 유막압력으로 베어링내 저어널의 비정상 거동에 대한 베어링 반력을 나타내는 비정상형태의 레일놀즈 미분방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial}{\partial \phi} \left[ (1 + \epsilon \cos \phi) \frac{\partial \pi}{\partial \phi} \right] + \left[ \frac{D}{B} \right]^2 \frac{\partial}{\partial z} \left[ (1 + \epsilon \cos \phi) \frac{\partial \pi}{\partial z} \right] = -6 \left[ \epsilon \sin(\phi - \delta) - \frac{2\epsilon}{\omega} \frac{\partial \delta}{\partial t} \sin(\phi - \delta) - \frac{2}{\omega} \frac{\partial \epsilon}{\partial t} \cos(\phi - \delta) \right]$$

$$\omega = \omega_1 + \omega_2 - 2 \frac{\partial \delta}{\partial t} \tag{1}$$

저어널의 모든 변위점에서는 저어널에 대한 힘의 평형이 존재한다. 저어널의 위치는 힘의 장범위 내에서 변화하기 때문에 저어널의 거동은 이러한 힘의 평형을 방해한다. 그 결과 저어널의 편향과 속도의 변화는 저어널의 다른 변위점에서 새로운 평형이 가능토록 변해야 하며 저어널의 편향 및 속도의 변화와 이에 대응하는 유막반력 변화간의 관계를 강성계수와 감쇠계수의 형태로 나누어 설명할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \Delta F_1 \\ \Delta F_2 \end{bmatrix}_c = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \end{bmatrix} \tag{2}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta F_1 \\ \Delta F_2 \end{bmatrix}_d = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \end{bmatrix} \tag{3}$$

즉, 베어링에 작용하는 힘을 강성력과 감쇠력으로 구분하여, 식(2)에 나타난 바와 같이 강성력은 강성계수와 편향 치의 곱으로 표시하고, 감쇠력은 식(3)에 나타난 바와 같이 감쇠계수와 속도변화량의 곱으로 나타낼 수 있다. 강성계수 계산은 베어링내 저어널의 정적 무게중심에서의 간섭 계산과 대응되고, 원통형 베어링에서 변위 각  $\beta$ 를 갖는 유막의 반력  $F_D$ 는 각각의 편심  $\epsilon$ 에

대응한다. 따라서, 강성계수와 반력은 레이놀즈 미분방정식 계산에 의해 B/D 및  $\epsilon$ 의 함수로 표현할 수 있다.

즉,

$$\Delta F_1 = c_{11} \Delta x_1 + c_{12} \Delta x_2$$

$$\Delta F_2 = c_{12} \Delta x_1 + c_{22} \Delta x_2$$

$$F_1 = F \cos \beta \cos \delta - (-F \sin \beta \sin \delta)$$

$$F_2 = F \cos \beta \sin \delta + (-F \sin \beta \cos \delta) \quad (4)$$

여기서,  $F \cos \beta$ 는 원주방향의 힘이고,  $F \sin \beta$ 는 접선방향의 힘이다.