다중경로 환경에서 DOA를 추정하기 위한 전후방 일차 평균 알고리즘

Forward/Backward First Order Statistics Algorithm for the Estimation of DOA in a Multipath Environment

김 한 수*, 임 준 석**, 성 굉 모*
(Han Su Kim*, Jun Seok Lim**, Koeng Mo Sung*)

본 논문은 '수중음향특화연구센터'의 지원으로 이루어졌습니다.

요 약

여러 해 동안 많은 연구자들에 의해서 코히런트한 간섭신호가 있는 환경에서 신호의 도래각을 추정하는 방법에 대한 연구가 진행 되어왔다. 이런 방법들은 대부분 공간 평활(Spatial Smoothing)류의 방법을 사용하고 있으나 Pillai에 의해서 각 센서에 들어오는 신호의 평균을 이용한 방법이 제안되었다. 이 방법에서는 특별히 복소수의 입력에 대해서는 대칭형 배열을 사용하도록 했기 때문에 실수 입력을 다룰 때 보다 약 2배의 센서 개수가 필요하다[S.U. Pillai, *Array Signal Processing*, Springer-Verlang New York, 1989].

본 논문에서는 Pillai의 방법을 사용할 때 복소수 입력에서도 실수 입력의 경우와 같은 개수의 센서를 사용하는 방법을 제안한다.

ABSTRACT

Many kinds of DOA estimation methods in the coherent environments have been studied for many decades. Most of them use spatial smoothing to tackle the coherent environments. An alternative method was proposed by Pillai and et al which used 1st order statistics on each sensor data[S.U. Pillai, *Array Signal Processing*, Springer-Verlang New York, 1989]. The method handled the complex numbered input data with symmetric array so that it needed two times as many sensors as it needed in case of the real numbered input data.

In this paper a method is proposed which can handle the complex numbered input data with only the same numbers of sensors for the real numbered input data.

I. 서 론

이동통신이나 레이더, 소나 분야에서 신호원의 도래각 (DOA - Direction Of Arrival)을 추정하는 문제는 오랫동안 주된 관심사가 되어왔고 많은 연구가 진행되어 왔다. 특히 다중경로 환경과 같이 간섭신호가 원하는 신호와 코히런트한 경우는 많은 어려움이 따른다[1,2,3]. 이것은 배열 출력의 공분산 행렬을 이용하는 경우 출력 공분산 행렬의 rank가 줄어들기 때문에 코히런트한 간섭신호의 도래각을 추정하지 못하는 경우가 발생하기 때문이다. 이와 같은 문제를 해결하기 위하여 공간 평활 (Spatial Smoothing) 이나 대칭 배열 (Symmetric Array)과 같은 방법들이 연구되어왔다[1,2,3]. 공간 평활(Spatial Smoothing)방법은 공분산 행렬을 full rank로 만들기 위하여 전체 배열 소자 개수보다 적은 부배열를 사용하여 평균하기 때문에 배열의 실효 크기가 작아져서 분해능에 손해를 보게된다. 또한 대칭 배열 방법은 원래의 배열 소자의 개수만큼 추가적인 소자를 공간적으로 대칭이 되게 삽입하여 공분산 행렬을 구하기 때문에 필요 소자수가 많아지고, 공분산 행렬의 크기가 커지며 많은 계산량이 요구되는 단점이 있다[3]. 이 방법 또한 공간 평활을 이용하는 것의 일종이라고 할 수 있다. 이에 반해서 Pillai등은 소자 각각에 들어오

*서울대학교 전기공학부
**세종대학교 전자공학과
접수일자 : 1998년 8월 6일

는 신호를 일차 평균을 사용한 평균을 이용하여 이로부터 얻은 데이타를 사용하여 코히런트 신호의 방위 정보를 추정하는 방법을 제안하였다[3]. 이 방법의 경우는 입력신호가 실수인 경우는 추가의 소자를 요구하거나 배열 실크기가 작아지는 등의 영향이 없으나, 입력이 복소수 일 경우는 대칭 배열 구조를 사용하도록 하였기 때문에 약 두 배의 소자가 필요하게 된다.

본 논문에서는 Pillai가 제안한 방법으로 복소수 입력에 방위 추정할 경우 소자가 약 두 배로 드는 단점을 개선한 전후방 일차 평균 (Forward/ Backward First Order Statistics)을 이용한 방법을 제안하고 이 방법이 소자를 추가적으로 부가할 필요가 없음을 보인다.

본 논문의 구성은 2장에서는 Pillai의 방법을 살펴보고 3장에서는 제안하는 알고리듬에 대해 살펴볼 것이고 4장에서 제안된 알고리듬의 성능을 기존의 발표된 방법과 비교하여 모의실험을 통해 보인다.

II. 복소수 입력일 때 일차 평균을 사용한 방위 추정법

복소수 입력을 다룰 때 Pillai의 방법에서 필요로 하는 배열 구조를 그림으로 나타내면 다음과 같다.

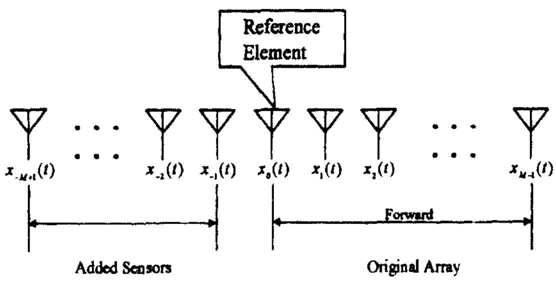

그림 1. 복소수의 경우 일차 평균을 사용한 방위 추정을 위한 배열 구조

Fig. 1. Array structure in First Order Statistics DOA estimation for the complex inputs.

위 배열 구조에 대해서 일차 평균을 사용할 경우의 임의 소자의 평균 입력신호를 0번 소자를 기준으로 살펴보면 다음과 같다.

$$a_i = E[x_i(t)] = \sum_{k=1}^{K} \mu_k e^{-j\pi d_i \cos\theta_k}, \quad i = 0,1,\cdots,(M-1) \tag{1}$$

여기서 $\mu_k = E[u_k(t)]$, $k=1,2,\cdots,K$이고, $u_k(t)$는 k 번째 방위 신호, d는 소자간 간격, K는 총 도래 신호수, M은 총 소자수 이다.

부가 소자에 대한 식은 다음과 같다.

$$x_{-i} = \sum_{k=1}^{K} u_k e^{j\pi d_i \cos\theta_k} + n_{-i}(t), \quad i = 0,1,\cdots,(M-1) \tag{2}$$

$$a_{-i} = E[x_{-i}(t)] = \sum_{k=1}^{K} \mu_k e^{j\pi d_i \cos\theta_k}, \quad i = 0,1,\cdots,(M-1) \tag{3}$$

최종적으로 필요한 값을 얻기 위해서 식(1)과 (3)을 이용한 평균을 다음과 같이 취한다.

$$c_i = \frac{a_i^* + a_{-i}}{2}. \tag{4}$$

평균에 의해서 얻은 결과는 다음 식과 같이 실수 계수를 갖는 식으로 표현된다.

$$c_i = \sum_{k=1}^{K} b_k e^{j\pi d_i \cos\theta_k}, \qquad i = 0,1,\cdots,(M-1) \tag{5}$$

여기서 $b_k = Re(\mu_k) \neq 0$, $k=1, 2, \cdots, K$.

위 c_i를 이용하여 방위를 추정하기 위해서 공분산 행렬을 구하는 대신 다음과 같이 Toeplitz행렬을 구성한 후 이를 통하여 방위를 추정한다.

$$T = \begin{pmatrix} c_0 & c_1 & c_2 \cdots c_{M-1} \\ c_1^* & c_0 & c_1 \cdots c_{M-2} \\ c_2^* & c_1^* & c_0 \cdots c_{M-3} \\ \vdots & \vdots & \vdots \cdots \vdots \\ c_{M-1}^* & c_{M-2}^* & c_{M-3}^* \cdots c_0 \end{pmatrix} \tag{6}$$

III. 전후방 일차 평균 방법

제안하는 전후방 일차 평균 (Forward/Backward First order statistics) 방법은 그림 2와 같이 동일한 배열에 소자의 추가 없이 기준이 되는 소자를 한번은 1번 소자를 기준으로 하고 또 한 번은 제일 마지막 *M-1*번째 소자를 기준으로 하여 전후방으로 Pillai의 일차 평균 방법을 적용하여 입력 신호의 평균값을 실수화하는 방법이다.

그림2를 통해 다음과 같이 수식으로 표현할 수 있다.

$$a_0 = \sum_{k=1}^{K} \mu_k e^{-j\pi d_0 \cos\theta_k}, a_1 = \sum_{k=1}^{K} \mu_k e^{-j\pi d_1 \cos\theta_k}, \cdots,$$
$$a_{M-1} = \sum_{k=1}^{K} \mu_k e^{-j\pi d_{M-1} \cos\theta_k}, \tag{7}$$

$$a_0' = \sum_{k=1}^{K} \mu_k e^{j\pi d_0 \cos\theta_k}, a_1' = \sum_{k=1}^{K} \mu_k e^{j\pi d_1 \cos\theta_k}, \cdots,$$
$$a_{M-1'} = \sum^{K} \mu_k e^{j\pi d_{M-1} \cos\theta_k}, \tag{8}$$

여기서 $\mu_k = E[u_k(t)], k=1,2,\cdots,K$로 정의된다.

$c_i = (a_i^* + a\ \ )/2, \quad i=0,1,\cdots,M-1$라고 하면, 그 결과는 식(9)과 식(10)과 같다.

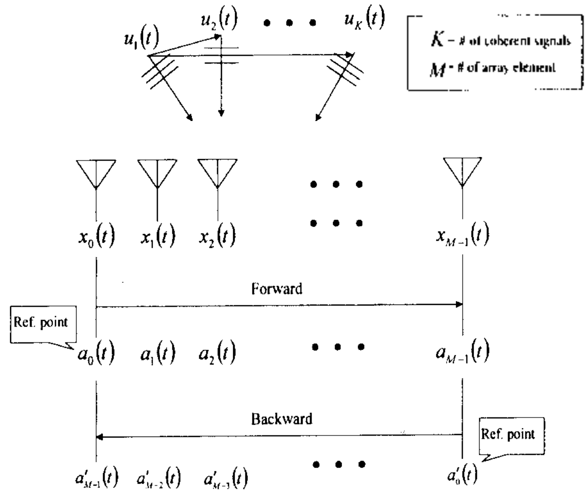

그림 2. 전후방 일차평균을 위한 새로운 배열 사용법
Fig. 2. The new array structure for Forward / BackwardFirst Order Statistics DOA estimation.

$$
\begin{aligned}
c_0 &= \sum_{k=1}^{K} 0.5(\mu_k^* + \mu_k) e^{j\pi d_0 \cos\theta_k}, \\
c_1 &= \sum_{k=1}^{K} 0.5(\mu_k^* + \mu_k) e^{j\pi d_1 \cos\theta_k}, \\
&\vdots \\
c_{M-1} &= \sum_{k=1}^{K} 0.5(\mu_k^* + \mu_k) e^{j\pi d_{M-1} \cos\theta_k},
\end{aligned}
\tag{9}
$$

$$
\begin{aligned}
c_0 &= \sum_{k=1}^{K} \mathrm{Re}(\mu_k) e^{j\pi d_0 \cos\theta_k}, \\
c_1 &= \sum_{k=1}^{K} \mathrm{Re}(\mu_k) e^{j\pi d_1 \cos\theta_k}, \\
&\vdots \\
c_{M-1} &= \sum_{k=1}^{K} \mathrm{Re}(\mu_k) e^{j\pi d_{M-1} \cos\theta_k},
\end{aligned}
\tag{10}
$$

위 식(10)을 보면 II장의 식(5)와 동일한 결과를 얻을 수 있음을 알 수 있다. 위 결과를 이용한 Toeplitz 행렬T는 식(11)과 같이 구성되며 식(10)에서 $Re(\mu_k)$, k=1,2,⋯, K가 실수이기 때문에 T는 rank K(즉 신호수)가 된다. 그러므로 MUSIC과 같은 공분산 행렬을 이용하는 방위 추정법을 이용하여 코히런트한 간섭신호의 도래각을 추정할 수 있다.

$$
T = \begin{bmatrix}
C_0 & C_1 & \cdots & C_{M-1} \\
C_1^* & C_0 & \cdots & C_{M-2} \\
\vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
C_{M-1}^* & C_{M-2}^* & \cdots & C_0
\end{bmatrix}
\tag{11}
$$

또한 식(7)와 식(8)을 통해보면 원래의 방법과는 달리 신호수 K보다 배열 소자 수 M이 하나만 더 크면 도래각을 추정가능 함을 알 수 있고 코히런트한 간섭신호의 도래각을 추정하기 위해 필요한 부가적인 배열 소자가 없음을 알 수 있다.

IV. 모의 실험

모의실험에서는 원하는 신호가 $\pi/5$ 방향에서 들어오고 $2\pi/5$, $3\pi/5$의 방향으로 코히런트한 간섭신호가 크기는 원래신호의 1/2로 들어오는 것으로 가정하였고 제안한 알고리듬의 성능을 보이기 위하여 Pillai의 복소수 입력을 위한 방법과 공간 평활 (Spatial Smoothing)방법 및 전후방 공간 평활 (Forward / Backward Spatial Smoothing)방법과 비교하여 다음과 같이 실험하였다.

코히런트한 간섭신호가 있는 상황에서 원하는 신호와 코히런트한 간섭신호의 도래각을 추정하기 위해 최소로 필요한 배열 소자 수를 알아보기 위해 100번의 반복 실험하였고 그림 3과 같다.

그림 3에서 보듯이 본 논문에서 제안한 알고리듬은 K+1 (신호수 K는 3)인 4개일 때부터 추정이 가능하였다. 여기서 배열 소자 수가 3개 이하는 추정이 안되는데 그것

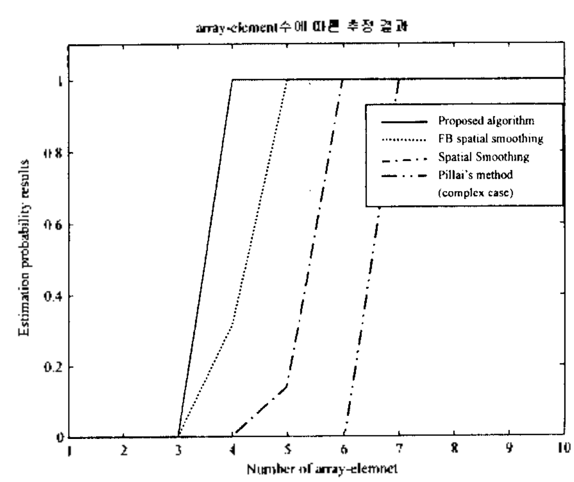

그림 3. 시뮬레이션을 통한 최소 요구 배열 소자 수 추정 결과
Fig. 3. The simulation result of the minimum required number of elements.

은 사용한 추정방법인 MUSIC에서 신호공간과 잡음 부공간을 구분하기 위하여 최소 (신호수+1)이 필요하기 때문이다. 기존의 방법은 각각 5와 6 및 7일 때부터 추정이 가능해지는 것을 볼 수 있는데 이는 이론적인 식과 잘 일치한다. 신호수를 K라하고 배열 소자 수를 M이라 할 때 Pillai의 복소수를 위한 방법은 $2K+1$이고, 공간 평활(Spatial Smoothing)의 경우는 $M \ge 2K$이고 전후방 공간 평활 (Forward/Backward Spatial Smoothing)의 경우는 $M \ge [3K/2]$이다[3].

V. 결 론

본 논문에서는 코히런트한 다중 경로 환경에서 방위 추정을 위해서 사용하는 방법중 하나인 Pillai의 일차 평균 입력신호 사용한 추정법의 단점을 개선한 전후방 일차평균 방위 추정법을 제안하였다. 제안한 방법은 복소수 입력일 때도 이전의 방법과는 달리 추가의 소자 증가 없이 방위를 추정할 수 있는 이점을 보였다.

참 고 문 헌

1. T.J. Shan, M. Was, and T. Kailath, "Spatial smoothing approach for location estimate of coherent sources," in Proc. 17th Asilomar Conf., 1983, pp.367-371.
2. T.J. Shan, M. Wax, and T. Kailath, "On spatial smoothing for estimation of coherent signals," IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, vol. ASSP-33, pp. 806-811, Aug. 1985
3. S.U. Pillai, Array Signal Processing, Springer-Verlang New York, 1989.

▲김 한 수(Han-Su Kim)

1994년 2월 : 연세대학교 전자공학과 졸업(공학사)
1996년 2월 : 서울대학교 전자공학과 졸업(공학석사)
1996년 3월 ~ 현재 : 서울대학교 전기공학부 박사과정
※관심분야 : 레이더/소나 신호처리, 통계 신호처리, 수중음향학

▲임 준 석(Jun-Seok Lim)

1986년 2월 : 서울대학교 전자공학과 (공학사)
1988년 2월 : 서울대학교 전자공학과 (공학석사)
1988년 3월 ~ 1993년 4월 : 국방과학연구소
1996년 8월 : 서울대학교 전자공학과(공학박사)
1996년 7월 ~ 1998년 2월 : LG종합연구소
1998년 3월 ~ 현재 : 세종대학교 전자공학과 (조교수)
※관심분야 : 레이더/소나 신호처리, 통계 신호처리, 수중음향학

▲성 굉 모(Koeng-Mo Sung)
한국음향학회지 1998년 17권 4호 참조
현재 : 서울대학교 전기공학부 교수