

# 입사각 추정을 위한 고유 부공간 적응 추정 알고리즘

## Adaptive Eigensubspace Estimation Algorithm for Direction Finding Problem

성 하종\*, 박영철\*\*, 이충용\*, 윤대회\*

(Ha Jong Sung\*, Young Cheol Park\*\*, Chung Yong Lee\*, Dae Hee Youn\*)

### 요약

본 논문에서는 Gram-Schmidt 구조와 Inverse Power Method를 이용한 고유 부공간 추정 방법을 제안하고 입사각을 추정하는 문제에 적용하여 성능을 평가하였다. 그리고, 어레이 센서들이 가운데를 중심으로 대칭으로 배열되어 있을 때, 전후방 GS 필터를 이용한 향상된 고유 부공간 방법을 제안하였다. 그리고, 제한된 방법들을 제한조건을 갖는 gradient search 방법과 비교하였다.

### ABSTRACT

In this paper, an eigensubspace estimation method using the Gram-Schmidt structure and the Inverse Power Method is proposed and the performance of the method applied to estimating the direction of arrival is analyzed. In addition, when sensors are distributed symmetrically around the center of the linear array, an improved IPM using the forward-backward GS filter is proposed for eigensubspace estimation. The proposed methods are compared with the IPM using the constrained gradient search method.

### I. 서론

신호의 벡터 공간을 이용한 신호 처리 기법은 스펙트럼 추정 및 어레이 신호 처리 [1,2], 패턴 인식 [3], 영상 부호화 [4] 와 같이 여러 분야에 응용되어 많은 연구가 진행되어 왔다. 특히, MUSIC(Multiple Signal Classification) [1] 과 ESPRIT(Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques) [2] 는 잡음 부공간(subspace) 전체를 이용하여 직교하는 신호 부공간을 찾아 신호의 입사각을 추정한다. 이렇게 고유 구조(eigenstructure)에 바탕을 둔 방법을 사용하기 위해서는 신호 벡터로부터 추정된 자기 상관 행렬(correlation matrix)을 고유치 분해(eigenvalue decomposition)를 해서 고유 부공간(eigensubspace)을 구해야 하며, 스펙트럼이나 입사각이 변하는 경우와 같이 입력 신호의 특성이 변화하는 환경에서는 이에 따라 변하는 고유 부공간을 적응적으로 구해야 한다. 즉, 신호가 입력될 때마다 추정된

자기 상관 행렬로부터 매번 고유치 분해를 수행해야 하기 때문에 많은 계산량을 필요로 한다. 이를 해결하기 위해 새로 입력되는 신호에 따라 고유치 분해를 적응적으로 수행하는 방법이 제안되었으며 [5,6], 고유 부공간만을 찾는 경우에 제한 조건을 갖는 gradient search 방법 [7] 과 IPM(Inverse Power Method) [8,9] 을 이용하는 방법이 제안되었다. 이 방법들은 직접 행렬 연산을 이용하여 고유 벡터를 구하는 것이 아니라 현재 입력된 신호 벡터를 이용하여 과거의 고유 벡터를 조정함으로써 새로운 고유 벡터를 적응적으로 추정한다. 제한 조건을 갖는 gradient search 방법은 구조가 단순하고 계산량이 적다는 장점은 있지만 초기 조건에 따라 수렴 속도에 제한을 받으며, 수렴 계수의 영향을 많이 받는다 [10]. 이에 반해 IPM은 잡음 부공간을 반복적으로 찾는데 매우 효율적인 알고리즘으로 수렴 속도가 빠르며, 수렴 계수가 필요하지 않지만 입력 신호에 대하여 공분산 역행렬을 추정해야 한다는 계산량의 문제가 따른다.

본 논문에서는 입력 신호 자기 상관 행렬의 역행렬을 효율적으로 적응 추정하는 방법과 IPM을 결합하여 적은 계산량으로 빠른 수렴 속도를 얻을 수 있는 방법을 제안

\* 연세대학교 전자공학과 융합, 음성 및 신호처리 연구실

\*\* 삼성의료원 생명공학 연구소

접수일자 : 1998년 3월 31일

한다. 공분산 역행렬을 추정하는 방법에는 역행렬 공식 (matrix inverse lemma)을 이용한 방법 [7] 과 Cholesky 분할을 이용한 방법 [11,12] 등이 있다. 역행렬 공식을 이용한 방법은 계산상의 오차가 계속 증가하여 수치적으로 안정되지 못한 문제점이 있으며 [11], 이를 해결하기 위해 Cholesky 분할을 이용하는 방법이 연구 되었다. 이 방법을 이용하기 위해서는 입력 신호를 직교 변환하는 변환 행렬을 추정해야하는데 이는 GS (Gram-Schmidt) 직교화 과정을 수행하는 Lattice 필터나 GS 필터를 이용하여 얻을 수 있다[12].

본 논문에서는 GS 구조의 필터를 이용하여 입력 신호가 갖는 공분산 역행렬을 Cholesky 분할하고, 이를 IPM 반복식과 결합하여 역행렬 연산을 필요로하지 않는 수정된 IPM 반복식을 이용하여 고유 부공간을 적응 추정하고, 이를 입사각 추정 문제에 적용한 후 성능을 분석하였다. 제안된 방법에서는 IPM을 구현하는 과정에서 필요로 하는 공분산 역행렬 연산을 피하기 위해 역행렬의 Cholesky 분할 특성을 이용하였으며, 변화하는 입력 신호 환경에 따라 적응적으로 Cholesky factor를 구하기 위해 적응 GS 필터를 사용하였다. 개발된 고유 부공간 추정 방법은 GS 구조가 갖는 systolic 특성을 이용하여 역행렬의 Cholesky 분할과 IPM을 동시에 실현하는 구조로 구현된다. 또한, 전후방 GS 필터 [13] 를 사용한 개선된 IPM을 제안하여 고유 부공간 추정에 사용하였으며 이를 전방 GS 필터를 사용한 기존의 수정된 IPM 과 비교하였다. 개선된 IPM에서는 선형 어레이의 가운데를 중심으로 센서들이 대칭으로 배열되어 있을때 자기 상관 행렬이 특별한 구조를 갖고 있는 특성 [14,15] 을 이용하여 IPM에 사용할 공분산 역행렬의 Cholesky factor를 전후방 GS 필터를 사용하여 구하였다.

## II. 고유 부공간 추정법

### 2.1 신호의 모델링

L개의 센서로 구성된 선형 어레이에 평면파인 N개의 협대역 신호가 입사될때 다음과 같이 센서 출력  $\underline{x}(k)$ 를 모델링할 수 있다.

$$\underline{x}(k) = \sum_{i=1}^N s_i(k) \underline{a}(\theta_i) + \underline{n}(k) \quad (1)$$

위 식에서  $s_i(k) (i=1, \dots, N)$  는 서로 상관 관계가 없는 협대역 신호이며,  $\underline{a}(\theta_i) (i=1, \dots, N)$  는 i번째 신호의 입사각을 나타낸 방향 벡터,  $\underline{n}(k)$  는 공분산행렬이  $\sigma_n^2 \mathbf{I}$  인 복소 가우시안 (Gaussian) 백색 잡음 벡터이다.

이제,  $\underline{x}(k)$ 의 자기 상관 행렬 R의 고유 벡터를 열로 갖는 행렬 Q를 다음과 같이 정의한다.

$$Q = [\underline{q}_1 \ \underline{q}_2 \ \dots \ \underline{q}_L] = [Q_s \ Q_n] \quad (2)$$

이때, 신호 부공간을  $Q_s = [\underline{q}_1 \ \underline{q}_2 \ \dots \ \underline{q}_N]$  의 열벡터들이 이루는 공간, 잡음 부공간을  $Q_n = [\underline{q}_{N+1} \ \underline{q}_{N+2} \ \dots \ \underline{q}_L]$  의 열벡터들이 이루는 공간이라 정의한다. Q의 열벡터들은 L차원 공간을 이루는 완전한 직교 벡터들이므로 다음의 관계가 성립한다.

$$span\{\underline{a}(\theta_1), \dots, \underline{a}(\theta_N)\} = span\{\underline{q}_1, \dots, \underline{q}_N\} \quad (3)$$

위 식에서  $span\{\cdot\}$ 은 벡터들이 이루는 공간을 나타낸다. 식 (3)으로부터 신호 부공간과 잡음 부공간은 직교하며 신호 부공간과 방향 벡터가 이루는 공간이 일치함을 알 수 있다. 이 성질을 이용하여 잡음 부공간을 구한 후 이것과 직교하는 방향 벡터를 구함으로써 신호의 입사각을 알 수 있다 [1,2].

### 2.2 Inverse Power Method

PM (Power Method)는 어떤 행렬에서 가장 큰 고유치에 해당하는 고유 벡터를 반복적으로 찾는 방법이다 [16]. 크기가  $L \times L$ 인 행렬 B가 있고 크기가  $L \times 1$ 인 벡터  $\underline{v}(k)$ 가 k번째 추정된 행렬 B의 최대 고유치에 해당하는 고유 벡터라 한다면 PM의 과정은 다음과 같다.

$$\underline{u}^T(0) = [1 \ 0 \ \dots \ 0] \quad (4)$$

$$\underline{v}(k) = B \underline{u}(k-1) \quad (5)$$

$$\underline{u}(k) = \frac{\underline{v}(k)}{\|\underline{v}(k)\|} \quad (6)$$

위 식에서  $\|\cdot\|$ 은 벡터의 유클리디안 놈 (euclidean norm)이다. 행렬 B와 행렬 B-1의 고유치는 역수 관계이지만 고유 벡터는 변하지 않으므로 식 (5)에서 B대신 B<sup>-1</sup>를 사용하면 행렬 B의 최소 고유치에 해당하는 고유 벡터를 찾을 수 있다. 이와 같이 역행렬을 PM에 이용하는 것을 일반적으로 IPM (Inverse Power Method) 라 부른다. IPM은 제한 조건을 갖는 gradient search 방법에 비해 수렴 속도가 빠르며 수렴 계수가 필요없는 장점이 있다.

IPM을 이용한 잡음 부공간 추정법은 다음과 같다.

$$\text{초기화 } U(0) \quad (7)$$

$$V(k) = \hat{R}(k)^{-1} U(k-1) \quad (8)$$

$$U(k) = GSO[V(k)] \quad (9)$$

위 식에서  $U(k)$ 는 k번째 추정된 잡음 부공간을 열벡터로 갖는 행렬이다.

M개의 가장 큰 고유치에 대한 고유 벡터가 이루는 고유 부공간은 다음과 같은 수렴 속도를 갖는다 [16].

$$\begin{aligned}
 r(k) &\propto \left( \frac{N+1\text{번째 큰 고유치}}{N\text{번째 큰 고유치}} \right) \\
 &= \left( \frac{1/\lambda_N}{1/\lambda_{N+1}} \right)^k \\
 &= \left( \frac{\sigma_n^2}{\sigma_n^2 + v_N} \right)^k \\
 &= \left( \frac{1}{1 + v_N/\sigma_n^2} \right)^k
 \end{aligned} \tag{10}$$

윗 식에서  $\lambda_N$ 은  $\hat{R}(k)$ 의  $N$ 번째 큰 고유치이며  $v_N$ 은 잡음이 없는 신호벡터 자기 상관 행렬의  $N$ 번째 큰 고유치이다. 그리고,  $r(k)$ 는  $R^{-1}$ 를 이용한 IPM의  $k$ 번째 반복 수행에서 나타난 수렴 계수이다. 이때,  $v_N$ 은 신호의 전력에 비례하므로 수렴 속도는 신호대 잡음비가 클수록 증가한다.

### III. Gram-Schmidt 구조를 이용한 고유 부공간 추정법

#### 3-1. Cholesky 분할을 이용한 수정된 Inverse Power Method

IPM을 구현하기 위해서는 공분산 역행렬을 추정해야 하며 입사 신호의 특성이 변하는 환경이라면 그것에 따라 적응적으로 추정해야 한다. 역행렬 공식에 의해 공분산 역행렬을 추정하는 방법은 망각 계수  $0 < a < 1$ 에 대하여  $1/(1-a) > 1$ 이므로 계산 과정에서의 오차가 계속 증가한다 [11]. 정적 환경을 가정할 경우, 망각 계수를 0에 가깝도록 선택하면 오차의 증가를 막을 수 있지만, 비정적 환경의 경우에는 변하는 신호의 특성에 맞도록 망각 계수의 값도 증가시켜 공분산 역행렬을 빨리 갱신해야 한다. 이런 경우, 오차의 증가를 막을 수 없으며, 수치적으로 안정한 추정 방법이 될 수 없다.

이를 개선하기 위하여 Cholesky 분할 특성을 이용하여 공분산 역행렬을 구하는 방법 [8,11,12]이 제안되었다. Cholesky 분할법 [17]은 positive semidefinite hermitian 행렬을 하위 삼각 행렬 (lower triangular matrix) 과 그것의 hermitian 형태의 행렬, 그리고 대각 행렬로 분할하는 방법이며 이러한 특징 때문에 공분산 역행렬을 구하는데 효율적인 알고리즘이다.

Schreiber [11]는 각각 IPM을 수행하고, 빔형성기의 계수를 구하기 위해 역행렬의 Cholesky 분할을 이용하였지만, 이 방법은 일단 자기 상관 행렬을 구해야하는 단점이 있다. 이런 문제를 극복하기 위해서 Givens, Householder, GS 직교화 방법을 사용하면 자기 상관 행렬을 구하고 역행렬을 구하는 과정없이 입력 신호에 대해 직접 공분산 역행렬을 구할 수 있다 [17]. Cholesky factor는 Cholesky 분할한 상위 삼각 행렬을 말하며, 입력 신호를 직교화하는 변환 행렬의 의미를 갖고 있으므로 Lattice나 GS 필터를 이용하여 구할 수 있다. Durrani [8]는 Lattice 필터를 이용

하여 입력 신호로부터 Cholesky factor를 찾아 공분산 역행렬을 구현후 IPM을 구현하는 방법을 제안하였다. 그러나, 이 방법은 부분 상관 계수 (partial correlation coefficient)로부터 Cholesky factor를 직접 구해야하며 IPM을 하기 위해 다시 공분산 역행렬을 만들어야 한다. 본 논문에서는 변화하는 신호 환경에 따라 적응적으로 Cholesky factor를 구하기 위해 적응 GS 필터를 사용하였으며, GS 구조가 갖는 systolic 특성을 이용하여 역행렬의 Cholesky 분할과 IPM을 동시에 실현하는 수정된 IPM [12]을 이용하여 잡음 부공간을 추정하였다.

서로 상관 관계가 있는 신호  $x_i(k)$  ( $i=1, \dots, L$ )를 상관 관계가 없는 신호  $d_i(k)$  ( $i=1, \dots, L$ )로 변환 해주는 행렬  $L_d$ 가 존재할때 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$d(k) = L_d x(k) \tag{11}$$

이때  $d(k)$ 의 자기 상관 행렬은 다음과 같이 나타나는 대각행렬(diagonal matrix)이다.

$$D_d = L_d R L_d^H \tag{12}$$

위 식에서 입력 신호의 자기 상관 행렬  $R$ 이 positive definite이면  $D_d$ 도 positive definite이므로,  $D_d$ 의 대각 원소는 모두 0이상의 값을 갖는다. 그러므로  $R$ 은 역행렬이 존재하며 다음과 같이 공분산 역행렬을 나타낼 수 있다.

$$R^{-1} = L_d^H D_d^{-1} L_d \tag{13}$$

본 논문에서는 식 (13)과 같이 공분산 역행렬의 Cholesky 분할을 이용하여 잡음 부공간을 추정하였다.

$$\text{초기화 } U(0) \tag{14}$$

$$\begin{aligned}
 V(k) &= \hat{R}(k)^{-1} U(k-1) \\
 &= \hat{L}_d(k)^H \hat{D}_d(k)^{-1} L_d(k) U(k-1)
 \end{aligned} \tag{15}$$

$$U(k) = GSO\{V(k)\} \tag{16}$$

위의 수정된 IPM을 이용한 잡음 부공간을 수행하기 위해서는 시간에 따라 갱신되는 공분산 역행렬을 구성하기 위해  $\hat{L}_d(k)$ 와  $\hat{D}_d(k)^{-1}$ 가 필요하며, 이는 신호가 입력될 때마다 적응적으로 이를 직교화하는 적응 GS 필터나 적응 Lattice 필터를 이용하여 구할 수 있다. 적응 Lattice 필터를 사용할 경우에는 변환 행렬은 부분 상관 계수로부터 Levinson의 식을 이용하여 구한다. Lattice 필터와는 달리 GS 필터의 systolic 구조를 이용하면 변환 행렬을 직접 계산하지 않고 IPM을 수행할 수 있다.

본 논문에서 제안한 GS 필터와 IPM을 이용한 잡음 부공간 추정 과정은 다음과 같다. 먼저 입력 신호로부터 적

은 알고리즘으로 적응 GS 필터의 계수와 출력 신호의 전력을 구한다. 그리고, 이를 이용하여 systolic 구조의 필터를 만든다.

이 systolic 구조의 필터는 그림 1과 같이  $\hat{L}_d(k)$ 를 나타내는 GS 구조의 필터와 출력을 정규화해주는  $\hat{D}_d(k)$ , 그림 2와 같이  $\hat{D}_d(k)^{-1}$ 를 나타내는 GS 구조를 뒤집은 형태의 필터로 구성되어 있다. 이때,  $\hat{L}_d(k)$ 와  $\hat{L}_d(k)^H$ 의 계수는 적응 GS 필터의 계수를 사용한다. 그리고,  $\hat{L}_d(k)$ 를 통과한 출력값을 정규화해주는 역할을 한다. 이 systolic 구조의 필터는 그림 3과 같이 각각의 필터들이 직렬로 연결되어 있어  $\hat{L}_d(k)$ 를 나타내는 GS 구조 필터부터  $U(k)$ 의 열벡터  $u_i(k) (i=1, \dots, M)$ 를 차례대로 통과 시키면 식 (15)의 과정이 수행된다. 그리고, 식 (16)의 GS 정규 직교화를 마지막으로 수행함으로써 잡음 부공간을 이루는 직교 벡터를 추정할 수 있으며, 이 벡터를 MUSIC과 같은 고유 벡터를 이용한 입사각 추정 기법에 사용할 수 있다.

이와 같이 수정된 IPM은 Lattice 구조의 필터를 사용할 때와 같이 변환 행렬을 직접 계산해서 공분산 역행렬을 만드는 과정 없이 Cholesky 분할을 통한 공분산 역행렬 추정 과정과 IPM 과정이 통합된 간단한 형태로 구현할 수 있다.

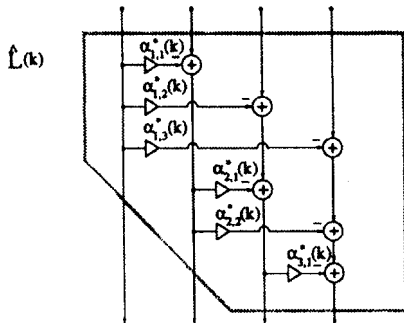


그림 1.  $\hat{L}(k)$ 를 나타내는 GS구조의 필터 ( $L=4$ 일 때)

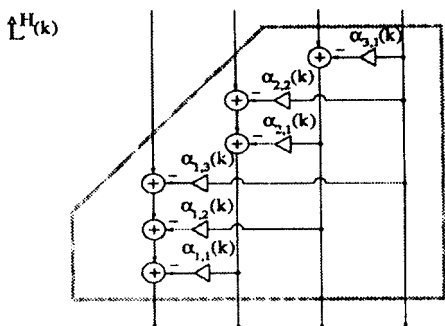


그림 2.  $\hat{L}(k)^H$ 를 나타내는 GS구조의 필터 ( $L=4$ 일 때)

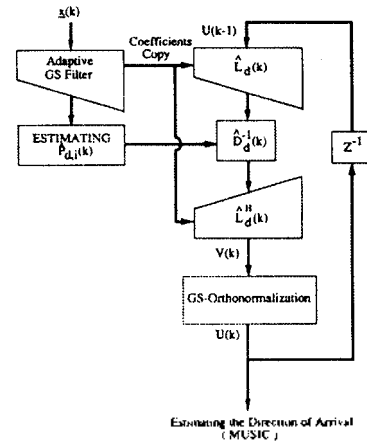


그림 3. GS 필터와 IPM을 이용한 잡음 부공간 추정법의 블록 다이아그램

#### IV. 전후방 Gram-Schmidt 필터를 이용한 개선된 Inverse Power Method

##### 4.1 전후방 공분산 역행렬

선형 어레이의 가운데를 중심으로 센서들이 대칭으로 배열되어 있을 때 잡음이 없는 입사 신호에 대한 센서들의 위상 지연은 서로 대칭이면서 복소 관계를 가진다 [14,15]. 이때, 양상불 자기 상관 행렬 Rfb는 persymmetric hermitian 행렬이 된다. Nitzberg [15]는 persymmetric hermitian 행렬에 대한 MLE (Maximum Likelihood Estimator)를 유도했는데, 그 식은 다음과 같다.

$$\hat{R}_{fb}(k) = \frac{\hat{R}_f(K) + \hat{R}_b(K)}{2} \tag{17}$$

$$= \frac{1}{2K} \sum_{k=0}^{K-1} [x(k)x(k)^H + x_b(k)x_b(k)^H]$$

$$x_b(k) = Jx^*(k) \tag{18}$$

위 식에서  $\hat{R}_{fb}(K)$ ,  $\hat{R}_f(K)$ ,  $\hat{R}_b(K)$ 는 각각 K번째 추정된 전후방 자기 상관 행렬, 전방 자기 상관 행렬, 후방 자기 상관 행렬이며 J는 교환행렬(exchange matrix)이다.

식 (17)과 같이 전방 신호 벡터  $x(k)$ 와 후방 신호 벡터  $x_b(k)$ 를 모두 사용하여  $R_{fb}(k)$ 를 구하는 방법은 같은  $k$ 에 대하여  $x(k)$ 만을 사용하여  $R_f(k)$ 를 구하는 방법보다, 두 벡터가 서로 독립일 때, 최대 2배의 입력 신호를 사용하는 셈이 된다 [15]. 또한, 정적 신호 환경에서 많은 입력 벡터를 이용하여 추정된 전후방 자기 상관 행렬과 전방 자기 상관 행렬은 모두 양상불 자기 상관 행렬에 가까우므로 가능한 입력 벡터의 수가 적을 때 전후방 자기 상관 행렬을 이용하는 방법이 효과적이다. 그리고, 추정된 전후방 자기 상관 행렬은 추정된 전방 자기 상관 행렬에 비해 유클리디안 거리로 양상불 자기 상관 행렬 Rfb에 더 가깝다 [14].

$$\|\hat{R}_{fb}(k) - R_{fb}\| \leq \|\hat{R}_f(k) - R_{fb}\| \quad (19)$$

윗 식에서  $\|\cdot\|$ 는 행렬의 유클리디안 norm이며,  $\|C\| = \text{trace}\{C^H C\}$  이다.

식 (19)로부터, 앙상블 자기 상관 행렬  $R_{fb}$ 에 더 가까운 전후방 자기 상관 행렬을 사용한 방법은 전방 자기 상관 행렬을 사용한 것보다 좋은 결과를 기대할 수 있다.

4-2. 개선된 Inverse Power Method를 이용한 잡음 부공간 추정법

적응 전후방 GS 필터는 전방 오차를 추정하는 적응 전방 GS 필터와 후방 오차를 추정하는 적응 후방 GS 필터로 구성되어 있다 [13]. 이 필터의 계수는 변환 행렬로 사용하여 Cholsky 분할을 수행하는데 사용한다. 지금부터는 적응 전후방 GS 필터와 전후방 자기 상관 행렬과의 관계를 알아보자.

입력 벡터  $x(k)$ 가 GS 필터를 통과해서 서로 상관 관계가 없는 원소로 구성된 벡터  $f(k)$ 로 변환해주는 행렬  $L_f$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다 [18].

$$f(k) = L_f x(k) \quad (20)$$

$$L_f = \begin{bmatrix} 1 & & & & \\ a_{2,2}^f & 1 & & & 0 \\ a_{3,3}^f & a_{2,3}^f & 1 & & \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{L,L}^f & a_{L-1,L}^f & \cdots & a_{2,L}^f & 1 \end{bmatrix} \quad (21)$$

윗 식에서  $a_{i,j}^f (i=1, \dots, j, j=1 \dots L)$ 는 정적 환경에서 그림 4와 같은  $j$ 차 전방 예측 오차 필터 출력  $f_j(k)$ 의 평균 제곱값을 최소화하는  $i$ 번째 최적 계수이며, 이때  $a_{i,j}^f (j=1 \dots L)$ 는 1이다. 한편, 입력 벡터  $x_b(k)$ 가 GS 필터를 통과할 때 벡터  $b(k)$ 로 변환해주는 행렬  $L_b$ 는 정적 환경에서 다음과 같이 나타낼 수 있다.

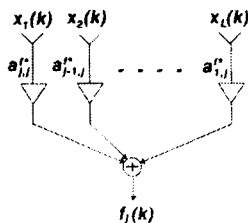


그림 4. 전방 예측 오차 필터

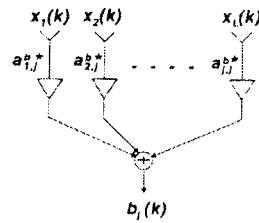


그림 5. 후방 예측 오차 필터

$$\begin{aligned} b(k) &= L_b x_b(k) \\ &= L_b J x(k) \end{aligned} \quad (22)$$

$$L_b = \begin{bmatrix} 1 & & & & \\ a_{2,2}^b & 1 & & & 0 \\ a_{3,3}^b & a_{2,3}^b & 1 & & \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{L,L}^b & a_{L-1,L}^b & \cdots & a_{2,L}^b & 1 \end{bmatrix} \quad (23)$$

윗 식에서  $a_{i,j}^b (i=1, \dots, j, j=1 \dots L)$ 는 정적 환경에서 그림 5와 같은  $j$ 차 후방 예측 오차 필터 출력  $b_j(k)$ 의 평균 제곱값을 최소화하는  $i$ 번째 최적 계수이며, 이때  $a_{i,j}^b (j=1 \dots L)$ 는 1이다.

$j$ 차 전방 예측 오차 필터의 최적 계수 벡터를  $a_j^f = [a_{j-1,j}^f \dots a_{1,j}^f]^H$ ,  $j$ 차 후방 예측 오차 필터의 최적 계수 벡터를  $a_j^b = [a_{j,j}^b \ a_{j-1,j}^b \ \dots \ a_{1,j}^b]^H$  라고 할 때 두 계수 벡터는 다음과 같은 관계를 갖는다 [18].

$$a_j^f = J a_j^b \quad j=1, \dots, L \quad (24)$$

식 (24)를 이용하면  $L_f$ 와  $L_b$ 의 관계는 다음과 같다.

$$L_f = L_b^* J \quad (25)$$

전후방 예측 오차 필터는 식 (24)에 근거하여 그림 6의 구조를 가지며 최적 필터 계수 벡터  $a_j^{fb} = [a_{j,j}^{fb} \ a_{j-1,j}^{fb} \ \dots \ a_{1,j}^{fb}]^H (j=1, \dots, L)$ 는  $C_j^T a_j^{fb} = 1 (j=1, \dots, L)$ 의 제한 조건을 갖고 비용 함수  $G_j^{fb} (j=1, \dots, L)$ 를 최소화 하도록 결정된다. 여기서  $(j=1, \dots, L)$ 는 모든  $C_j^T (j=1, \dots, L)$  원소가 0이고 마지막 원소만 1인  $1 \times j$ 인 행벡터이다.

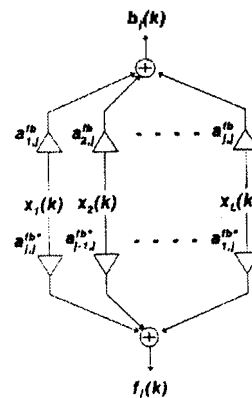


그림 6. 전후방 예측 오차 필터

$$\begin{aligned} G_j^{fb} &= G_j^f + G_j^b \\ &= E\{|f_j(k)|^2\} + E\{|b_j(k)|^2\} \quad j=1, \dots, L \end{aligned} \quad (26)$$

식 (26)에서  $f_j(k)$ 와  $b_j(k)$ 는 각각  $j$ 차 전후방 예측 오차 필터의 전방 출력, 후방 출력이다.



10000 개의 샘플에 대해서 자기 상관 행렬  $R_x$ 를 구한후 고유치 분해를 이용하여 얻은 잡음 부공간 행렬이다. 유클리디안 거리가 작을수록 추정된 고유 부공간의 추정 오차가 줄어드는 것이므로, 고유 부공간을 이용하여 입사각을 추정하는 방법을 사용하는 경우 입사각 추정 오차를 감소시킬 수 있다.

모의 실험은 신호의 입사각이 고정되어 있는 정적 환경과 신호의 입사각이 변하는 비정적 환경에서 성능을 분석하였다. 그리고, 성능의 일관성을 보이기위해 모든 모의 실험 방법과 환경에 대하여 각각 50번의 독립 수행을 행하였다. 유클리디안 거리를 사용할 때에는 수렴이 이루어진 정상 상태 (steady state)가 일치하도록 각 모의 실험 방법의 망각 계수와 수렴 계수를 선택하여 정상 상태에 도달하기 전인 과도 상태 (transient state)에서의  $J(k)$ 에 대하여 독립 수행한 값을 평균을 취해서 비교하였다. 한편, 역행렬 공식을 사용하여 공분산 역행렬을 구할 때에는 에러가 증가하여  $J(k)$ 가 발산하지 않도록 망각 계수  $\alpha$ 를 결정하였다.

모의 실험에 사용한 방법은 다음과 같다.

표 1. 모의 실험에 사용한 방법

잡음 부공간 추정 방법	공분산 역행렬의 종류	공분산 역행렬 추정 방법	고유 벡터 추정 방법
ICO	전방	역행렬 공식	제한 조건을 갖는 Gradient Search (공분산 역행렬 gradient)
PGS	전방	Cholesky 분할 (적용 전방 GS 필터)	IPM
PFB	전후방	Cholesky 분할 (적용 전후방 GS 필터)	IPM

5.1 정적 환경에 대한 모의 실험

전력이 같은 신호가 각각  $-5^\circ, 5^\circ$ 로 입사할 때 그림 8,9는 각각 신호대 잡음비가 0, 5 dB인 경우에 대하여 모의 실험을 행한 결과이다.

신호의 입사각이 고정된 정적 환경에서 신호대 잡음비가 낮을수록 모든 모의 실험 방법에 대하여 유클리디안 거리  $J(k)$ 의 수렴 속도가 떨어졌다. 이와 같은 현상은

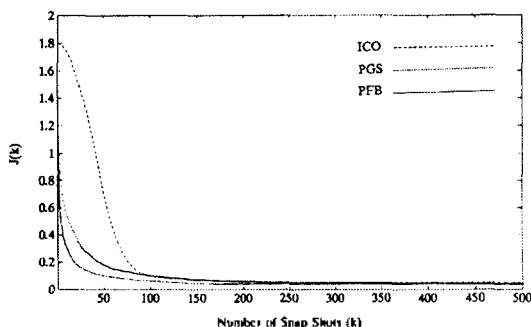


그림 8. 5 dB SNR 환경에서의 유클리디안 거리

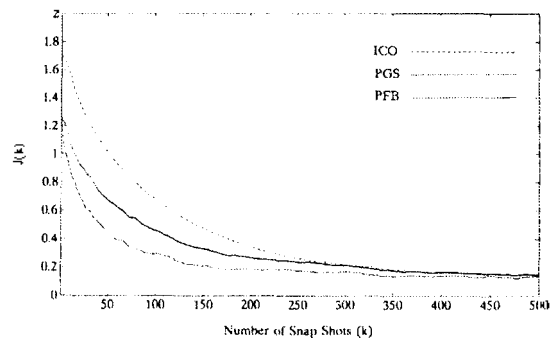


그림 9. 9.0 dB SNR 환경에서의 유클리디안 거리

IPM의 경우, 식 (10)에서 볼 수 있듯이 신호대 잡음비와 수렴 속도가 반비례하는 관계를 입증하는 것이다. 한편 제한 조건을 갖는 gradient search 방법의 경우도 신호대 잡음비가 낮을수록 수렴속도가 떨어지는 현상을 보였다. 그리고 모든 경우에 대하여 제한 조건을 갖는 gradient search 방법이 IPM보다 수렴 속도가 매우 느렸다. 센서가 같은 거리를 갖고 배열된 선형 어레이에서 모의 실험을 하였으므로 전후방 자기 상관 행렬을 구하는 조건을 만족하며, 이에 따라 양상블 공분산 역행렬에 가까운 전후방 공분산 역행렬을 사용한 방법이 전방 자기 상관 행렬을 사용한 방법보다 수렴 속도가 빠를 것임을 예상할 수 있다. 역행렬 공식에 의한 공분산 추정법은 망각 계수가 너무 클 경우 공분산 역행렬을 측정하는 데 오차가 증가하므로 입력 신호 벡터의 수  $k$ 가 커질수록 유클리디안 거리  $J(k)$ 가 증가하는 문제점이 있다. 유클리디안 거리는 양상블 자기 상관 행렬이 잡음 부공간과 추정된 잡음 부공간과의 차이를 수치적으로 표현한 것으로 일종의 오차라고 볼 수 있다. 이 오차는 추정된 잡음 부공간과 방향 벡터의 직교 정도를 함수로 나타낸 것이다. 그러므로 유클리디안 거리  $J(k)$ 가 작을수록 신호의 입사각에 해당하는 방향 벡터와 추정된 잡음 부공간을 이루는 벡터의 직교 정도가 커지므로 추정된 입사각의 오차가 작게 나타난다.

5.2 비정적 환경에 대한 모의 실험

신호대 잡음비가 5 dB이고 어레이에 신호가 1번째에서

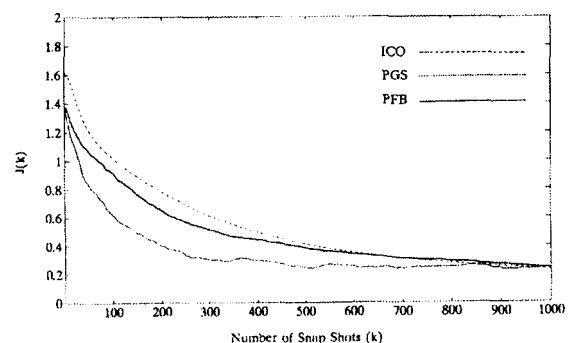


그림 10. -5 dB SNR 환경에서의 유클리디안 거리

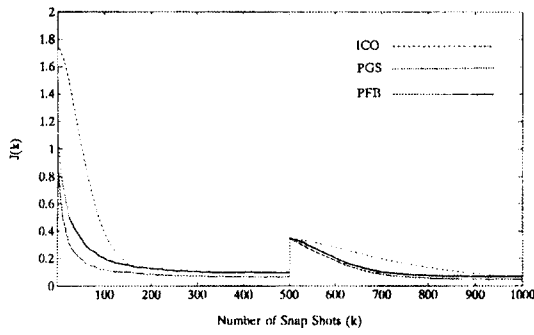


그림 11. 비정적 환경에서의 유클리디안 거리

500번째 입사될 때에는  $-5^\circ, 5^\circ$ 이고 501번째에서 1000번째 입사될 때에는  $-10^\circ, 10^\circ$ 로 변하는 비정적 환경에 대하여 모의 실험을 수행하였으며, 모의 실험에 사용한 파라미터는 다음과 같다. 유클리디안 거리  $J(k)$ 의 수렴 곡선을 그림 10에 나타내었다.

신호의 입사각이 변하는 비정적 환경에서는 신호의 입사각이 변하는 501번째 입력 신호에서부터 모든 방법이 입력 신호의 환경 변화에 맞게 적응적으로 잡음 부공간을 추정하였으며 성능 비교 결과는 정적 환경의 경우와 비슷하였다. 그러므로, 입사각이 변하는 비정적 환경에서도 적응적으로 구한 잡음 부공간을 이용하여 입사각을 추정할 수 있다. 한편, 정적 환경에서와 마찬가지로 역행렬 공식에 의한 공분산 역행렬 추정법은 비정적 환경처럼 신호의 환경 변화에 빠르게 적응하기 위해 망각 계수를 너무 크게 한 경우 에러가 증가하는 현상이 발생하여 유클리디안 거리가 커지는 문제점이 있었다.

## VI 결 론

본 논문에서는 GS 구조를 사용한 수정된 IPM을 이용하여 고유 부공간을 추정하는 방법을 제안하였으며, 이를 입사각 추정 문제에 적용하여 성능을 분석하였다.

또한, 선형 어레이의 가운데를 중심으로 센서들이 대칭으로 배열되어 있을때, 전후방 GS 필터를 사용하여 IPM 반복식을 구현하는 개선된 IPM을 제안하여 고유 부공간 추정에 적용하였으며 그 성능을 전방 GS 필터를 사용한 기존의 수정된 IPM, 역행렬 공식을 이용한 기존의 IPM, 제한 조건을 갖는 gradient search 방법과 비교하였다.

모의 실험에서는 제안한 고유 부공간 추정 방법을 입사각 추정 문제에 적용하여 정적 환경과 비정적 환경을 나누어 성능을 평가하였다. 충분히 많은 신호 벡터를 이용하여 추정한 자기 상관 행렬의 잡음 부공간과 여러 가지 방법으로 추정한 잡음 부공간과의 유클리디안 거리를 계산하고, 추정한 잡음 부공간으로부터 입사각을 알아내기 위해 정규화된 MUSIC 영 스펙트럼을 구하여 성능을 비교하였다. 모든 경우에서 IPM을 이용한 잡음 부공간 추정법

이 제한 조건을 갖는 gradient search 방법을 이용한 것보다 성능이 우수하였다.

제안한 GS 구조를 이용한 IPM에 의한 고유 부공간 추정법은 역행렬 공식에 의한 방법보다 에러의 증가가 없는 수치적으로 안정된 방법이며 특히 전후방 GS 필터를 이용한 방법은 빠른 수렴 속도를 보였다. 전후방 GS 필터를 이용한 방법은 후방 GS 필터가 부가적으로 있어서 전방 GS 필터만을 이용한 기존의 방법보다 계산량은 많지만 고유 부공간을 빨리 추정하는 장점이 있다. 그러므로, 제안한 방법은 입력 신호 벡터의 수가 적을때와 신호의 입사각이 바뀌는 비정적 환경에서 효과적이다. 앞으로 제안한 구조의 이론적인 성능 분석과 고유 벡터를 이용하는 적응 신호 처리에 적용하는 연구가 진행되어야 하겠다.

## 참 고 문 헌

1. R. O. Schmidt, "Multiple Emitter Location and Signal Parameter Estimation", *IEEE Trans. Antenn. Propag.*, Vol. AP-34, No. 3, pp. 276-280, Mar. 1986.
2. R. Roy and T. Kailath, "Estimation of Signal Parameters Via Rotational Invariance Techniques", *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Proc.*, Vol. ASSP-37, No. 7, Jul. 1989.
3. R. Schalkoff, *Pattern Recognition Statistical, Structural and Neural Approaches*, John Wiley & Sons, Inc., 1992.
4. P. A. Wintz, "Transform Picture Coding", *Proce. IEEE*, Vol 60, pp. 809-820, Jul. 1972.
5. R. D. DeGroat and R. A. Roberts, "Efficient, Numerically Stabilized Rank-One Eigenstructure Updating", *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Proc.*, Vol. ASSP-38, No. 2, pp. 301-316, Feb. 1990.
6. K. B. Yu, "Recursive Updating the Eigenvalue Decomposition of a Covariance Matrix", *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Proc.*, Vol. ASSP-39, No. 5, May 1991.
7. J. Yang and M. Kaveh, "Adaptive Eigensubspace Algorithm for Direction or Frequency Estimation and Tracking," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Proc.*, Vol. ASSP-36, No. 2, pp. 241-251, Feb. 1988.
8. T. S. Durrani and K. C. Sharman, "Eigenfilter Approach to Adaptive Array Processing," *IEE Proc.*, Vol. 130, Pt. F, No. 1, pp. 22-28, Feb. 1983.
9. D. W. Tufts, C. D. Melissinos, "Simple, Effective Computation of Principal Eigenvectors and Their Eigenvalues and Application to High-Resolution Estimation of Frequencies," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Proc.*, Vol. ASSP-34, No. 5, pp.1046-1053, Oct. 1986.



10. M. G. Larimore, "Adaptation Convergence of Spectral Estimation Based on Pisarenko Harmonic Retrieval," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Proc.*, Vol. ASSP-31, No. 4, pp. 955-962, Aug. 1983.
11. R. Schreiber, "Implementation of Adaptive Array Algorithms," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Proc.*, Vol. ASSP-34, No. 5, pp. 1038-1045, Oct. 1986.
12. 박 영철, 최적 레이다 신호 처리 기술의 구현을 위한 적응 알고리즘, 박사 학위 논문, 연세 대학교 1993.
13. W. C. Lee, S. T. Park, I. W. Cha and D. H. Youn, "Adaptive Spatial Domain Forward-Backward Predictors for Bearing Estimation", *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Proc.*, Vol. ASSP-38, pp. 1105-1109, Jul. 1990.
14. K. C. Huang and C. C. Yeh, "Adaptive Beamforming with Conjugate Symmetric Weights", *IEEE Trans. Antenn. Propag.*, Vol-AP 39, No. 7, Jul. 1991.
15. R. Nitzberg, "Application of Maximum Likelihood Estimation of Persymmetric Covariance Matrices to Adaptive Processing", *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, Vol AES-16, No. 1, Jan. 1980.
16. G. H. Golub and C. F. Van Loan, *Matrix Computations*, Johns Hopkins University Press, Baltimore, 1983.
17. A. Farina and F. A. Studer, "Application of Gram-Schmidt Algorithm to Optimum Radar Signal Processing", *IEE Proc.*, Vol. 131, Part F, No. 2, pp. 139-145, April 1984.
18. S. Haykin, *Adaptive Filter Theory*, Prentice-Hall, 1991.

▲성 하 종 (Ha-Jong Sung)

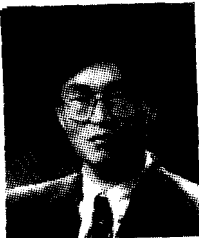


1988년 3월~1992년 2월:연세대학교  
전자공학과(공학사)  
1992년 3월~1994년 2월:연세대학교  
전자공학과(공학석사)  
1994년 3월~현재:연세대학교 전자공  
학과 박사 과정

\*주관심분야 : 어레이 신호처리, 레

이다소나 신호처리, 스마트 안테나

▲박 영 철 (Young-Cheol Park)



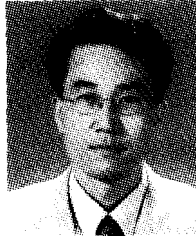
1982년 3월~1986년 2월:연세대학교  
전자공학과(공학사)  
1986년 3월~1988년 2월:연세대학교  
전자공학과(공학 석사)  
1988년 3월~1993년 2월:연세대학교  
전자공학과(공학 박사)  
1993년 8월~1995년 11월:Pennsyl-  
vania 주립대 postdoc.

1996년 3월~1997년 3월:삼성반도체 DSP팀 선임연구원

1997년 3월~현재:삼성생명과학연구소 전문연구원

\*주관심분야 : 적응필터 알고리즘 응용, 능동소음제어, 디  
지탈 보청기 알고리즘, 어레이 신호처리

▲이 충 용 (Chung-Yong Lee)



1983년 3월~1987년 2월:연세대학교  
전자공학과(공학사)

1987년 3월~1989년 2월:연세대학교  
전자공학과(공학 석사)

1990년 3월~1991년 8월:연세대학교  
부설 산업기술 연구소 연  
구원

1991년 9월~1995년 12월:Georgia. of Tech., USA, 공학  
박사

1996년 2월~1997년 7월:삼성전자 System LSI 본부 선임  
연구원

1997년 9월~현재:연세대학교 기계전자공학부 조교수

\*주관심분야 : 통신 신호처리, 비선형 신호처리, 음성 인  
식, 어레이 신호처리

▲윤 대 회 (Dae-Hce Youn)

한국 음향학회지 제17권 1호 참조