

모멘트 하중을 고려한 깊은 홈 볼 베어링의 정등가 하중에 관한 연구

이재선 · 한동철*

서울대학교 기계설계학과 대학원
*서울대학교 기계설계학과

The Static Equivalent Radial Load under the Moment and Radial Force for the Deep Groove Ball Bearings

Jae-Seon Lee and Dong-Chul Han*

*Dept. of Mechanical Design & Production Engineering Graduate School, Seoul National Univ.
Dept. of Mechanical Design & Production Engineering, Seoul National Univ.

Abstract—Generally not only the radial load but also the moment may be applied to the ball bearings for a shaft system. However it has been difficult to determine the static equivalent load because there is the radial static equivalent equation only for the axial and radial force on the bearings. In this paper, the same static equivalent radial load which makes the maximum contact force at the interface between the ball and groove as the applied radial force and moment generate is calculated under the condition that the radial force and the moment are applied to the bearings simultaneously. The relation between the static equivalent load and applied force is studied. Therefore the simple and effective equation for the static equivalent radial load of the radial load and moment is proposed for the deep groove ball bearings.

Key word—ball bearing, equivalent load, moment load, radial load.

1. 서 론

일반적으로 베어링의 적용 부위에는 경방향 하중 및 축방향 하중이 동시에 작용된다. 특히 깊은 홈 볼 베어링은 단일 베어링으로 축방향 하중 및 경방향 하중을 동시에 받을 수 있으므로 그 적용 범위가 방대하며, 또한 간단하게 조립, 해체할 수 있어 일반 산업 기계에 널리 사용되고 있다. 그러나 볼 베어링이 적용되는 부위에 축경사가 발생하면 베어링의 피로 수명은 경방향 및 축방향 하중에 비해 크게 영향을 받게 되고 [1], 따라서 모멘트 하중에 따른 베어링 선정 및 설계 문제가 중요하게 된다. 상기 연구에서는 베어링에 작용하는 모멘트 하중과 경방향 하중이 동시에 작용할 때, 경방향 하중만이 작용될 때의 수명과 같은 수명을 갖는 동등가 하중(Equivalent dynamic radial load)을 계산하는 관계식을 제시하였다.

선회 베어링(Slewing Bearing)은 수명보다는 변형의 관계가 중요한 굴삭기 등에 주로 적용된다. 그 장착부에는 작업시 필수적으로 모멘트 하중이 발생하게 되며, 따라서 저속회전시 작용하는 큰 축방향 및 모멘트 하중에 의한 접촉부 변형이 더욱 중요한 설계 인자라고 할 수 있다. 이전의 규격에서는 전동체와 케도문의 접촉에 의한 영구 변형 합이 전동체 지름의 1/10,000 이하가 되도록 정정격 하중을 규정하고 있으며, 개정된 규격에서는 접촉부의 Hertzian 접촉 압력이 볼 베어링의 경우 4,200 MPa 이하가 되도록 조건을 수정하여 규정하고 있다[2]. 베어링에 작용되는 모멘트 하중은 접촉부의 하중 및 변형에 있어 수명에 대한 영향과 마찬가지로 큰 영향을 미치게 되므로 이를 베어링에 적용할 때에는 반드시 고려해 주어야 한다. 그러나 볼 베어링의 경우에 베어링 생산자에 의해 제공되는 자료에는 축방향 하중 및 경방향 하중을 등가의 경방향

하중으로 환산하는 정등가하중(Static Equivalent Load)만이 제시되어 있어, 등가 하중의 적용이 어려운 경우가 많다. 따라서 본 연구에서는 신뢰할 만한 오차 범위 내에서 볼 베어링에 작용하는 모멘트 하중과 경방향 하중을 등가의 경방향 하중으로 환산할 수 있는 관계식을 제시하고, 이를 이론적으로 검증하고자 한다. 본 연구에 적용한 베어링은 깊은 홈 볼 베어링을 대상으로 하며, 앵글러 콘택트 볼 베어링은 내부 구조 상 양방향의 축방향 하중을 지지하지 못할 뿐 아니라, 모멘트 하중이 작용하면 강구가 궤도에 올라타는 현상이 발생하게 되므로 해석 대상에서 제외하였다.

2. 이론적 해석

베어링의 정등가 하중은 베어링에 하중이 가해질 때 발생하는 최대변형량이 순수 경방향 또는 축방향 하중에 의한 변형과 동일할 때의 하중으로 정의된다. 깊은 홈 볼 베어링에 축방향 하중 및 경방향 하중이 작용하는 경우 정등가 하중은 다음과 같이 간략식으로 얻어진다.

$$F_s = X_s F_r + Y_s F_a \quad (1)$$

$$\begin{aligned} X_s &= 0.6 \\ Y_s &= 0.5 \end{aligned} \quad (2)$$

실제 상기의 식으로는 완전한 등가의 정하중을 얻을 수는 없지만 신뢰할 만한 오차 범위 내에서 유사한 최대 변형값을 갖는 정등가하중을 얻을 수 있다.

좀 더 정확한 등가 하중을 얻기 위해서는 베어링에 경방향, 축방향 및 모멘트가 작용하는 경우에 각 전동체로 전달되는 하중을 구하고, 이로 인한 탄성 변형량을 구하여야 한다. A. B. Jones[3]에 의해 제안된 해석 방법을 적용하여 하중에 따른 전동체 하중을 계산해보면, 베어링에 3방향의 하중이 작용할 경우 베어링의 내륜은 고정된 외륜에 대해 Fig. 1과 같이 변형됨을 알 수 있다.

전동체에 작용되는 하중을 변형을 고려하여 계산하기 위해, 접촉점에서의 변형은 Hertz의 탄성 변형을 한다고 가정하여 다음의 식을 이용하였다.

$$Q = K \delta^{1.5} \quad (3)$$

여기서 Q 는 접촉 하중, K 는 형상과 재질에 따른 상수, δ 는 접촉점 변형을 나타낸다.

볼 베어링은 Fig. 2와 같이 볼과 궤도륜의 접촉에

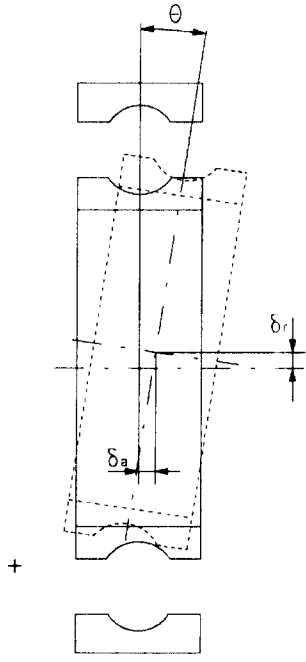


Fig. 1. Displacements of an inner ring due to radial, axial and moment loading.

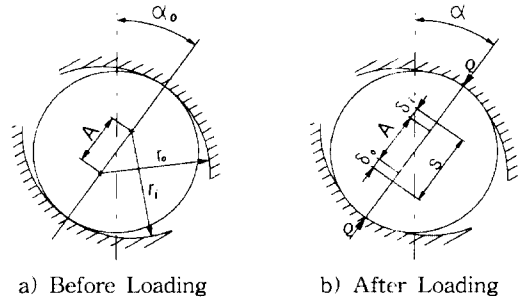


Fig. 2. Ball-raceway contact.

의해 탄성 변형을 일으키며, 이로 인해 내륜과 외륜의 궤도홈 반경 중심간 거리가 증가된다. 이 경우 변형 후 궤도홈 반경 중심간 거리와 변형전의 값, 그리고 내, 외륜의 변형간의 관계는 식 (4)와 같이 주어진다.

$$S = A + \delta_i + \delta_o \quad (4)$$

여기서 S 는 변형 후 궤도홈 반경 중심간 거리이며, A 는 변형 전의 값을 나타낸다.

이 때, 중심축에 대한 내륜과 외륜 궤도홈의 곡률 반경을 계산하면 곡률 반경은 식 (5), (6)과 같이 주어진다.

$$R_i = 0.5 d_m + (r_i - 0.5D) \cos \alpha_0 \quad (5)$$

$$R_o = R_i - A \cos \alpha_0 \quad (6)$$

여기서 d_m 은 베어링 피치원 지름, D 는 볼지름, α_0 는 초기 접촉각, r_i 는 내륜 케도홈 반지름이다. 또한 이 때, Fig. 2에서 나타나는 형상 관계와 접촉 하중의 힘 평형을 고려하기 위하여 접촉부에 주어지는 힘의 각 방향 성분을 구하면 다음과 같다.

$$Q_a = Q \sin \alpha \quad (7)$$

$$Q_r = Q \cos \psi \cos \alpha \quad (8)$$

$$M = \frac{1}{2} Q d_m \sin \alpha \cos \psi \quad (9)$$

여기서 Q_a 는 축방향 성분, Q_r 은 반경방향 성분, M 은 모멘트 성분을 나타내며, ψ 는 베어링 내에서 볼의 위치를 나타낸다.

이제 변형 및 하중 평형식을 정리하면 식 (10), (11), (12)와 같다. 이 때 N_n 는 볼 개수, d_m 은 베어링의 피치원 지름, n 은 볼 베어링에 대해 1.5를 적용하는 상수, K_n 은 하중-변형 계수, α_0 는 초기 접촉각, $\bar{\delta}_i$ 및 $\bar{\delta}_o$ 는 베어링의 경방향 및 축방향 변위, ψ 는 볼의 위치를 각각 나타낸다.

$$F_a - K_n A^n \sum_{n=1}^{n=N_n} \frac{\{[(\sin \alpha_0 + \bar{\delta}_a + R_i \bar{\theta} \cos \psi)^2 + (\cos \alpha_0 + \bar{\delta}_r \cos \psi)^2]^{1/2} - 1\}^n (\sin \alpha_0 + \bar{\delta}_a + R_i \bar{\theta} \cos \psi)}{[(\sin \alpha_0 + \bar{\delta}_a + R_i \bar{\theta} \cos \psi)^2 + \cos \alpha_0 + \bar{\delta}_r \cos \psi]^2]^{1/2}} = 0 \quad (10)$$

$$F_r - K_n A^n \sum_{n=1}^{n=N_n} \frac{\{[(\sin \alpha_0 + \bar{\delta}_a + R_i \bar{\theta} \cos \psi)^2 + (\cos \alpha_0 + \bar{\delta}_r \cos \psi)^2]^{1/2} - 1\}^n (\cos \alpha_0 + \bar{\delta}_r \cos \psi) \cos \psi}{[(\sin \alpha_0 + \bar{\delta}_a + R_i \bar{\theta} \cos \psi)^2 + \cos \alpha_0 + \bar{\delta}_r \cos \psi]^2]^{1/2}} = 0 \quad (11)$$

$$M - \frac{1}{2} d_m K_n A^n \sum_{n=1}^{n=N_n} \frac{\{[(\sin \alpha_0 + \bar{\delta}_a + R_i \bar{\theta} \cos \psi)^2 + (\cos \alpha_0 + \bar{\delta}_r \cos \psi)^2]^{1/2} - 1\}^n (\sin \alpha_0 + \bar{\delta}_a + R_i \bar{\theta} \cos \psi) \cos \psi}{[(\sin \alpha_0 + \bar{\delta}_a + R_i \bar{\theta} \cos \psi)^2 + \cos \alpha_0 + \bar{\delta}_r \cos \psi]^2]^{1/2}} = 0 \quad (12)$$

식 (10), (11), (12)를 주어진 하중에 대하여 Newton-Raphson 방법을 사용하여 연립 계산하면 각 하중 상태에서의 전동체 하중 및 변형을 얻게 된다.

이 때, 등가의 모멘트 하중을 구하기 위해서는 정등가 하중의 정의에 따라 접촉점의 변형을 구하여야 한다. 볼 베어링의 경우 접촉점의 변형은 다음과 같다[4].

$$\delta = \delta^* \left[\frac{3Q}{2\Sigma\rho} \left(\frac{(1-\xi_1^2)}{E_1} + \frac{(1-\xi_2^2)}{E_2} \right) \right]^{2/3} \frac{\Sigma\rho}{2} \quad (13)$$

$$\delta^* = \frac{2F}{\pi} \left(\frac{\pi}{2\chi^2 E} \right)^{1/3} \quad (14)$$

여기서 $\Sigma\rho$ 는 합성곡률반경, χ 는 타원변수, F 는 1차 타원 적분, E 는 2차 타원 적분, E_1, ξ_1 은 내륜의 Young's Modulus 와 Poissons 비를 나타낸다.

3. 해석결과 및 고찰

정등가 하중을 얻기 위하여 표준 설계의 깊은 홈 볼 베어링 60, 62, 63 계열 중 내경 10~70 mm의 베어링을 해석 대상으로 하였다.

모멘트 하중과 경방향 하중의 관계를 얻기 위해, 등가의 경방향 하중과 동일한 최대 변형을 얻게 되는 모멘트 하중과 경방향 합성 하중을 구하면 Fig. 3과 같은 곡선을 얻게 된다. 순수 경방향 하중은 제시된 정격 수명을 만족하는 하중이며, 그래프의 선도는 주어진 경방향 하중에 대해 동일한 접촉점 하중이 발생하도록 식 (10)~(12)를 이용하여 모멘트 하중을 계산하

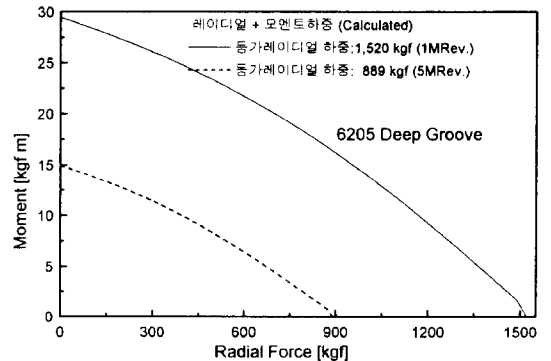


Fig. 3. Static equivalent radial load for 6205 deep groove ball bearing.

고 이를 도시한 것이다. 시험 형번으로 6205 베어링에 대한 결과를 도시하였다.

이러한 경향은 모든 해석 대상 베어링에 대해 동일하다. 또한 베어링 수명에 대한 영향을 고찰하기 위해 L_{10} 수명을 각각 1×10^6 회전에서 5×10^6 회전으로 증가시켜도 여전히 동일한 경향을 보이고 있다.

결과적으로 모멘트 하중 만이 작용하는 경우 등가의 변형을 갖도록 여러 형번에 대해 계산을 수행하였으며, 그 결과를 Fig. 4에 도시하였다.

이 선도의 형태로부터 경방향 하중의 모멘트 하중에 대한 비가 베어링 내경에 대해 반비례한다는 것을

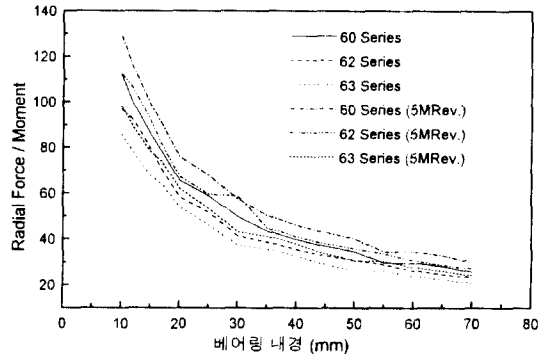
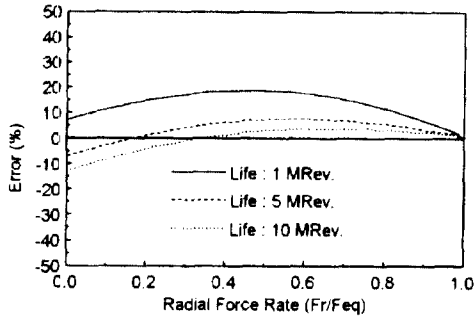
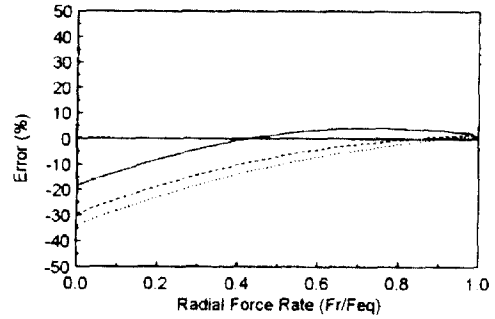


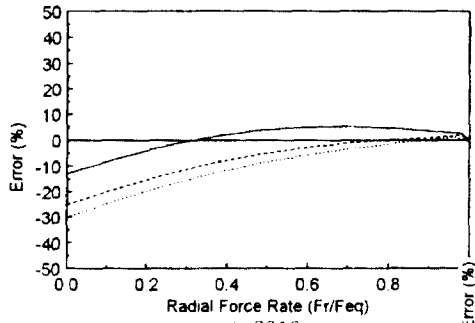
Fig. 4. Equivalent moment-radial load according to inner race diameter.



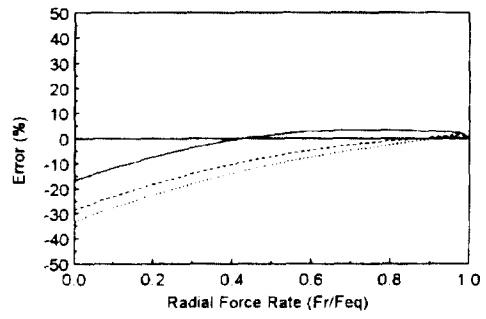
a) 6000



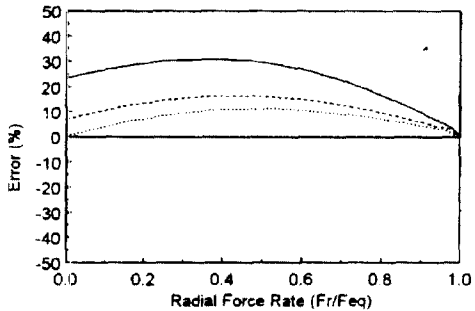
b) 6005



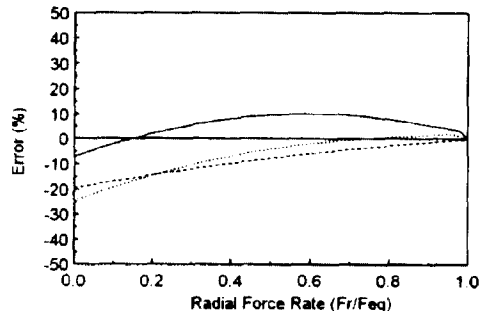
c) 6010



d) 6014



e) 6200



f) 6205

Fig. 5. Errors in static equivalent load for moment loading.

예측하여, 이 관계를 식 (15)와 같이 가정하고 곡선보정(Curve Fitting)하였다.

$$\frac{F_r}{M} = \frac{A}{d} \tag{15}$$

여기서 A 는 보정 상수, $d(\text{mm})$ 는 베어링 내경을 나타낸다. 이로부터 정등가 하중식은 다음과 같이 주어진다.

$$F_{eq} = \frac{A}{d} M + F_r \tag{16}$$

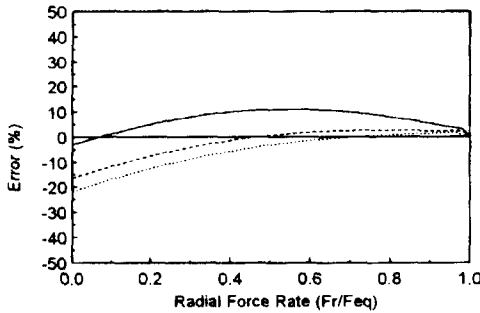
깊은 홈 볼 베어링의 모멘트 하중에 대한 부하 용량은 베어링의 내부 설계 및 내부 틈새 등에 많은 영향을

받기 때문에 식 (16)에서 제시된 계수 A 를 모든 형변에 대해 동일하게 적용하는 것은 무리가 있으며, 따라서 본 연구에서는 베어링 내경을 50 mm를 기준으로 구분하여 적절한 계수를 선정하도록 하였다. 그 결과는 다음과 같다.

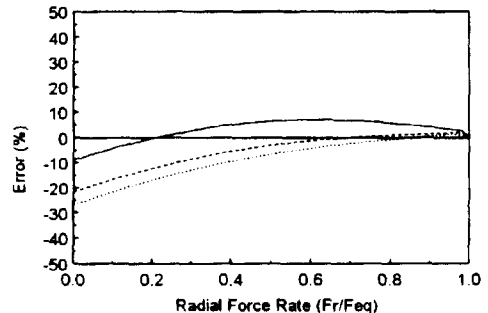
$$F_{eq} = \frac{1200}{d} M + F_r \quad \text{if } d \leq 25 \tag{17}$$

$$F_{eq} = \frac{1500}{d} M + F_r \quad \text{if } d > 25 \tag{18}$$

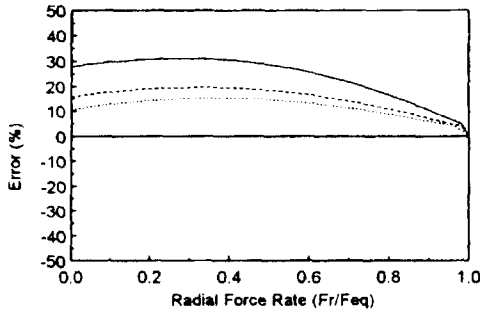
식 (17) 및 (18)을 적용하여 볼 베어링의 정등가 하중을 계산한 결과는 다음과 같다.



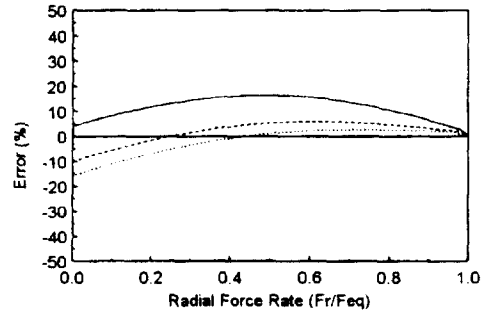
g) 6210



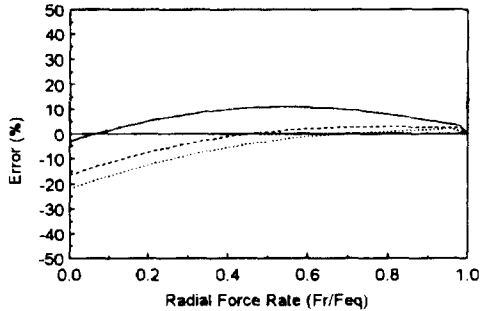
h) 6214



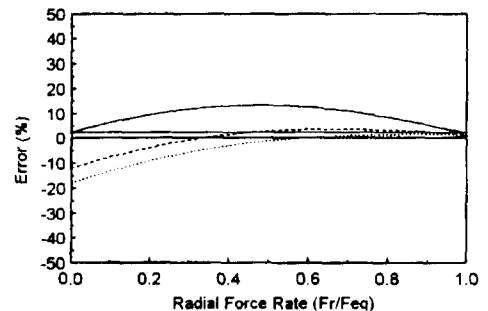
i) 6300



j) 6305



k) 6310



l) 6314

Fig. 5. Continued.

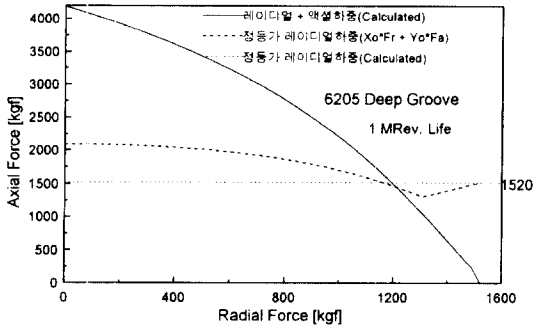


Fig. 6. Static equivalent load for axial load.

Fig. 5의 선도들은 정격 피로 수명을 1×10^6 회전, 5×10^6 회전, 10×10^6 회전으로 설정하여 각 경우에 정격 수명을 만족하는 순수 경방향 하중(F_r)을 계산하고, 접촉점 최대 변형이 순수 경방향 하중 만이 작용될 때와 동일하게 발생하는 등가의 경방향 하중, 모멘트 하중의 합성력을 구하여, 이들의 차이를 나타내고 있다. 즉,

$$Error (\%) = \frac{F_{eq} - F_r}{F_r} \times 100 \quad (19)$$

그래프에서 알 수 있듯이 표준 설계의 깊은 홈 볼 베어링에 대해 정등가 하중의 오차는 최대 30% 정도이지만, 대부분의 형번 및 수명 조건에서는 20% 이내의 오차를 갖게 된다. 정등가 하중 계산의 간략식을 적용한 결과 동일한 내경을 갖는 경우에 60계열 베어링보다 63계열 베어링이 큰 정등가 하중을 예측하고 있다. 따라서 정등가 하중을 좀 더 적은 오차 내에서 계산하기 위해서는 베어링의 폭계열에 따라 계수를 조정할 수는 있지만 다소의 오차가 포함되더라도 일반화된 식을 제안하는 것이 상용으로 널리 쓰이는 깊은 홈 볼 베어링의 적용에 편리할 것으로 판단된다. 축방향 하중에 대한 정등가 하중계산에 식(1) 및 (2)를 적용하게 되면 Fig. 6과 같이 6205 베어링에 대해 최대 38%의 오차가 발생하게 되므로, 본 연구에서 제

안한 정등가 하중 계산식을 적용하는 것은 신뢰할 만하다 할 수 있다.

4. 결 론

깊은 홈 볼 베어링에 작용하는 모멘트 하중을 고려하여 등가의 정하중을 계산할 수 있는 간략식을 제안하였으며, 이 식이 일부 하중 조건을 제외하고 약 20% 이내의 신뢰도로 적용 가능함을 확인하였다.

1. 깊은 홈 볼 베어링에 작용하는 모멘트 하중은 베어링의 접촉 하중에 큰 영향을 미치며, 베어링의 적용 및 설계 시에 이를 고려하여야 한다.
2. 모멘트 하중과 경방향 하중이 볼 베어링에 동시에 작용하는 경우 이를 등가의 경방향 하중으로 환산할 수 있는 관계식을 정립하였으며, 최대 30% 이내의 오차로 동일한 최대 변형을 만족하는 정등가 하중을 계산토록 하였다.

후 기

본 연구는 (주)신일정밀 및 서울대학교 공학연구소의 지원에 의하여 진행되었으며, 이에 관계자 여러분들에게 감사드립니다.

참 고 문 헌

1. 김완두, "축경사가 볼 베어링의 피로수명에 끼치는 영향에 관한 연구," 서울대학교 박사학위논문, 1993.
2. International Standard ISO 76, "Rolling Bearings-Static Load Ratings," 1989.
3. A.B. Jones, "A General Theory for Elastically Constrained Ball and Radial Roller Bearings under Arbitrary Load and Speed Conditions," J. of Basic Engineering, ASME Trans., 1960.
4. T.A. Harris, "Rolling Bearing Analysis," John Wiley and Sons Inc., 1991.