

## 유압 피스톤 펌프의 피스톤과 실린더 사이의 윤활해석 (제1보: 피스톤 형상에 의한 영향)

박태조 · 전병수\*

경상대학교 기계공학과, 항공기부품기술연구소  
\*동명중공업

### A Lubrication Analysis between the Piston and Cylinder in Hydraulic Piston Pumps Part 1: The effect of piston shape

Tae-Jo Park and Byeong-Su Jun\*

Dept. of Mech. Eng. and ReCAPT, Gyeongsang National University  
\*Tongmyung Heavy Industries Co., Ltd.

**Abstract**—A numerical analysis is carried out to study the effect of piston shape on the lubrication characteristics between the cylinder and piston in hydraulic piston pumps. The results showed that the shape of piston affect significantly the pressure distribution in the clearance, the lateral force acting on the piston and leakage flow through the clearance. Partially tapered piston is more effective than any other piston shapes because it reduces the possibility of hydraulic locking and improves the volumetric efficiency of the pump.

**Key words**—hydraulic piston pump, piston shape, lubrication analysis, pressure distribution, lateral force, leakage flow rate.

#### 1. 서 론

고압이 요구되는 유압기계의 유압원으로 주로 사용되는 유압 피스톤 펌프(hydraulic piston pump)에서는 유압원에 대한 고압화 추세에 부응하기 위해서 주요 섭동부의 간극(clearance)의 크기를 점차 축소하고 있다. 이에 따라서 트라이볼로지(tribology)와 관련된 새로운 문제가 많이 발생하고 있다. 특히, 피스톤과 실린더 사이 간극에서의 적절한 윤활은 피스톤 펌프의 전체성능에 아주 큰 영향을 미치므로 이에 대한 정확한 이해가 요구되고 있다. 그러나, 현재까지 유압공학 분야에서 제기되고 있는 다른 많은 윤활문제에서와 마찬가지로 이 부분에 대한 상세한 이론해석결과가 아직 제시되지 않고 있는 실정이기 때문에 실제의 설계는 실험에 기초한 경험적인 방법에 거의 의존하고

있다[1-3].

한편, 유압 피스톤 펌프의 피스톤과 실린더는 가공상의 문제, 장시간 사용에 기인한 마멸(wear) 등에 의하여 실제의 형상은 정확한 원통(cylinder)이 아닐 것으로 쉽게 예상할 수 있다. 실제로 피스톤부의 설계 및 제작시에 고압측과 인접하는 피스톤의 선단부에 국부적으로 테이퍼 형상을 부여한다는 보고도 있다[3]. 그러나, 지금까지 수행된 유압 피스톤 펌프의 피스톤과 실린더 사이의 윤활특성에 대한 거의 대부분의 연구는 피스톤이 완전한 원통형상이거나 테이퍼(taper) 형상인 경우로 한정되어 있다[4-9]. 다만, 참고 문헌[10]에서 원통형 피스톤의 선단부를 국부적으로 테이퍼지게 한 복합(composite) 형상인 경우에 대한 윤활해석결과로부터 이 형상의 실제적인 유용성을 처음으로 제기하였다.

이에 본 논문에서는 피스톤의 형상에 따른 피스톤과 실린더 사이 간극에서의 윤활특성을 상세하게 밝히고자한다. 이를 위하여 피스톤이 실린더내에서 편심되고 틸팅(tilting)된 상태로 운동하는 경우에 대한 윤활문제를 수치해석하고 피스톤의 형상이 압력분포, 피스톤에 작용하는 축력, 간극을 통하는 누설유량에 미치는 영향을 조사하고자 한다.

### 2. 기본방정식

Fig. 1은 본 논문에서 해석하고자 하는 피스톤 펌프의 피스톤과 실린더에 대한 이론 모델을 나타낸 그림으로서 고압( $p_n$ )과 접하는 부분에 테이퍼부가 있는 복합형상의 피스톤이 실린더내를 일정속도  $u$ 로 직선운동하고 있다. 이때, 실린더와 피스톤 사이 간극에서의 박막유동에 대한 유체의 운동방정식은 다음의 레이놀즈 방정식으로 주어진다.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( h^3 \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( h^3 \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) = 6 \mu u \frac{\partial h}{\partial x} \quad (1)$$

여기서,  $h$ 는 간극의 크기인 유막두께이고,  $\mu$ 는 유압유의 점도이다.

피스톤의 양단부에 작용하는 압력은 다음과 같다.

$$x = 0, p = p_o ; x = l, p = p_n \quad (2)$$

만일, 식 (1)의 해인 간극에서의 압력  $p$ 가 음(-)인 경우에는 다음의 레이놀즈 경계조건(Reynolds' boundary condition)을 만족하도록 한다.

$$p = \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial p}{\partial \theta} = 0 \quad (3)$$

복합형상의 피스톤이 실린더축에 대하여 균일하게

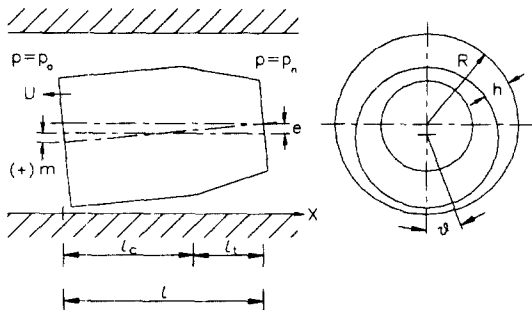


Fig. 1. Geometry of a composite shaped piston.

$e$ 만큼 편심되고 길이방향 중앙에 대하여 반시계 방향으로  $m$ 만큼 틸팅된 경우(Fig. 1),  $h$ 는 다음식과 같이 표현된다.

$$h = c_o - (e + m_x) \cos \theta, \quad 0 \leq x \leq l_c \quad (4)$$

$$= c_o - (e + m_x) \cos \theta + \frac{(c_n - c_o)(x - l_c)}{l_t}, \quad l_c \leq x \leq l$$

여기서,  $l, l_c$  및  $l_t$ 는 각각 피스톤의 전길이, 원통부 및 테이퍼부의 길이이고,  $c_o, c_n$ 은 각각 동심상태에서의  $x=0$  및  $x=l$ 에서의 간극이며,  $m_x$ 는 다음식과 같이 정의된다.

$$m_x = m \left( 1 - 2 \frac{x}{l} \right) \quad (5)$$

간극에의 유체압력에 의하여 피스톤에 작용하는 축력  $w$ 와 간극을 통하는 유압유의 누설유량  $q$ 는 각각 다음식으로부터 구할 수 있다.

$$w = 2R \int_0^\pi \int_0^\pi p \cos \theta d\theta dx \quad (6)$$

$$q = -2R \int_0^\pi \left( \frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial x} - u \frac{h}{2} \right) d\theta \quad (7)$$

축력에 의하여 발생하는 피스톤의 길이방향 중앙부에 대한 틸팅 모멘트(tilting moment)는 다음식과 같다.

$$t_m = 2R \int_0^\pi \int_0^\pi p (x - 0.5l) \cos \theta d\theta dx \quad (8)$$

### 3. 수치해석

해석을 간단하게 수행하기 위하여 다음과 같은 무차원변수를 도입한다.

$$X = x/l, \quad L = l/R, \quad K_n = c_n/c_o, \quad Cl = l_c/l, \quad Tl = l_t/l,$$

$$H = h/c_o, \quad \epsilon = e/c_o, \quad M = m/c_o, \quad P = (p - p_o)/p_d, \quad (9)$$

$$\lambda = 6 \mu u l / p_o c_o^2, \quad W = w / \pi R^2 p_o, \quad Q = 6 \mu q l / \pi R p_o c_o^3,$$

$$T_m = t_m / \pi R^2 l p_d$$

여기서,  $p_d = p_n - p_o$ 이다.

따라서, 식 (1)의 레이놀즈 방정식과 식 (2) - 식 (3)의 경계조건식은 각각 다음식과 같이 무차원화된다.

$$\frac{\partial}{\partial X} \left( H^3 \frac{\partial P}{\partial X} \right) + L^2 \frac{\partial}{\partial \theta} \left( H^3 \frac{\partial P}{\partial \theta} \right) = \lambda \frac{\partial H}{\partial X} \quad (10)$$

$$X = 0, P = 0 ; X = 1, P = 1 \quad (11)$$

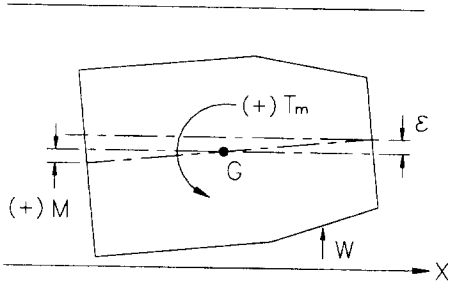


Fig. 2. Free-body diagram.

$$P = \frac{\partial P}{\partial X} = \frac{\partial P}{\partial \theta} = 0 \quad (12)$$

유막에 대한 무차원식은 다음과 같다.

$$H = 1 - (\epsilon + M_x) \cos \theta \quad 0 \leq X \leq Cl \quad (13)$$

$$= 1 - (\epsilon + M_x) \cos \theta + \frac{(K_n - 1)(X - Cl)}{Tl} \quad Cl \leq X \leq 1$$

여기서,  $M_x = M(1 - 2X)$ 이다.

식 (6)-식 (8)의 무차원식은 순서대로 다음과 같다.

$$\frac{W}{L} = \frac{2}{\pi} \int_0^1 \int_0^\pi P \cos \theta d\theta dX \quad (14)$$

$$Q = -\frac{1}{\pi} \int_0^\pi \left( H^3 \frac{\partial P}{\partial X} - \lambda H \right) d\theta \quad (15)$$

$$\frac{T_m}{L} = \frac{2}{\pi} \int_0^1 \int_0^\pi P (X - 0.5) \cos \theta d\theta dX \quad (16)$$

Fig. 2는 피스톤에 대한 자유물체도(free body diagram)이다. 임의의 운전조건에 대한 식 (10)의 레이놀즈 방정식의 해석해(analytic solution)는 구할 수가 없으므로 수치해석해야 된다. 본 논문에서는 참고문헌 [8]과 동일하게 식 (10)을 격자점  $(i, j)$ 에서의  $P$ 에 대한 유한차분식으로 나타내면 다음과 같다.

$$H_{i+\frac{1}{2},j}^3 (P_{i+1,j} - P_{i,j}) - H_{i-\frac{1}{2},j}^3 (P_{i,j} - P_{i-1,j})$$

$$+ \left\{ L \frac{\Delta X}{\Delta \theta} \right\}^2 \left\{ H_{i,j+\frac{1}{2}}^3 (P_{i,j+1} - P_{i,j}) - H_{i,j-\frac{1}{2}}^3 (P_{i,j} - P_{i,j-1}) \right\}$$

$$= \lambda \Delta X (H_{i+\frac{1}{2},j} - H_{i-\frac{1}{2},j}) \quad (17)$$

여기서,  $\Delta X$ ,  $\Delta \theta$ 는 각각  $X$  및  $\theta$ 방향의 격자간격이다.

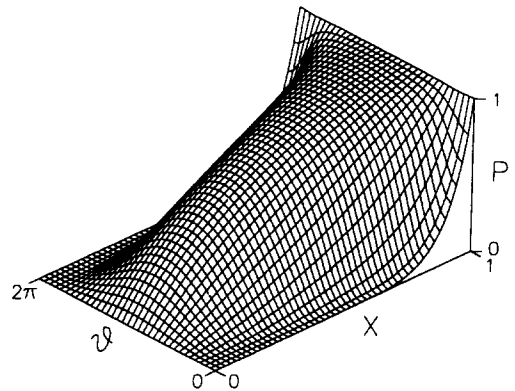
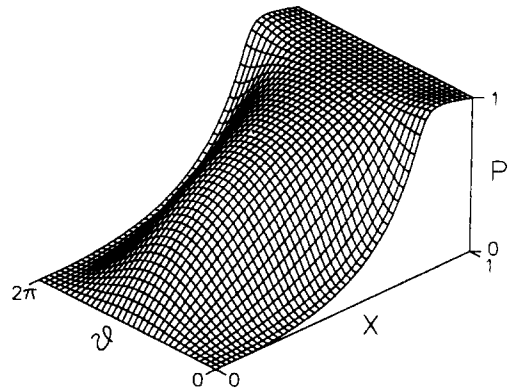
수치해석과정은 참고문헌[8]과 동일하며, 식 (14)-식 (16)의 적분은 Simpson 방법으로 수치적분하였다.

## 4. 결과 및 고찰

본 논문에서는 다음의 무차원변수는 일정하게 두고 피스톤의 형상에 따른 윤활특성의 변화를 중점적으로 조사하였다.

$$\lambda = -2, \quad K_n = 2.0, \quad L = 2.0$$

Fig. 3~Fig. 5에는 피스톤 형상이 서로 다른 경우에 대한 간극에서의 압력분포를 나타내었다. 즉, Fig. 3은 완전한 원통형상에 대한 결과이고, Fig. 4는 피스톤 길이의 20%에만 테이퍼부가 있는 복합형상인 경우이며, Fig. 5는 완전한 테이퍼형상에 대한 결과이다. 이러한 결과에서 피스톤과 실린더 사이의 아주 좁은 간극에서의 유체압력은 피스톤의 형상에 따라서 아주 크게 차이가 나며 이에 따라서 윤활특성도 크게 변화할 것으로 쉽게 예상할 수 있다.

Fig. 3. Pressure distribution.  $\epsilon=0.3$ ,  $M=-0.4$ ,  $Tl=0.0$ Fig. 4. Pressure distribution.  $\epsilon=0.3$ ,  $M=-0.4$ ,  $Tl=0.2$

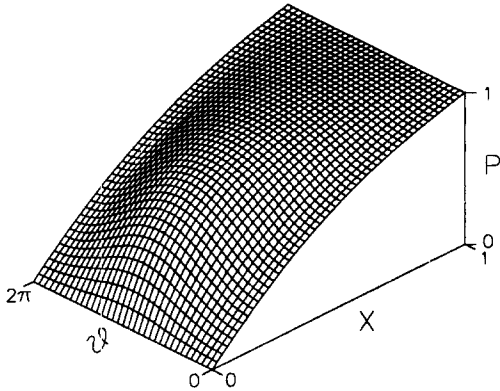


Fig. 5. Pressure distribution.  $\epsilon=0.3$ ,  $M=-0.4$ ,  $Tl=1.0$ .

Fig. 6과 Fig. 7은 완전한 테이퍼형상인 경우( $Tl=1.0$ )와 테이퍼비가 길이의 절반인( $Tl=0.5$ ) 복합형상인 경우에 대하여 테이퍼비(taper ratio)  $K_n$ 에 따른 축력과 누설유량의 변화를 각각 나타내었다. 여기서 제시한 결과는 피스톤이 틸팅되지 않은 경우( $M=0$ )이므로 원통형 피스톤( $K_n=1$ )에 작용하는 축력은 항상 0이 된다. 완전한 테이퍼형상인 경우의 결과와 동일하게 복합형상에서도 축력이 최대가 되는 테이퍼비가 존재하고 있다[10]. 완전한 테이퍼형상에서는 테이퍼비가 증가할수록 누설유량이 거의 직선적으로 증가하지만 복합형상에서는 누설유량의 증가가 상대적으로 아주 작다. 이는 복합형상의 피스톤을 채용하는 것이 피스톤 펌프의 용적효율 향상에 유리함을 의미한다.

Fig. 8과 Fig. 9는 틸팅비(tilting ratio)  $M$ 이 서로 다

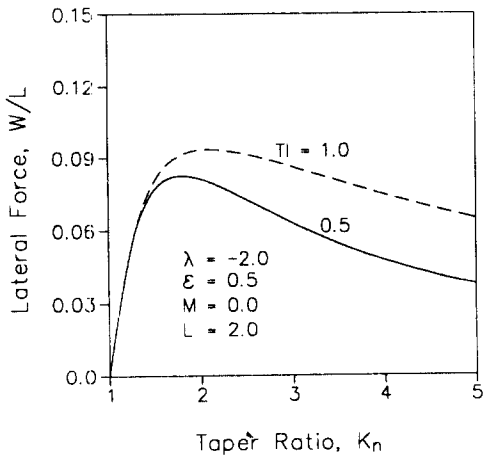


Fig. 6. Variation of lateral force with taper ratio.

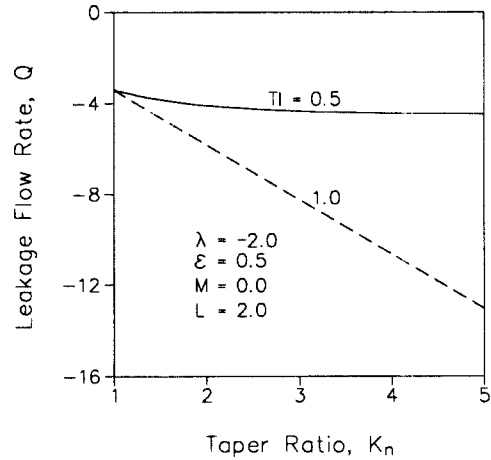


Fig. 7. Variation of leakage flow rate with taper ratio.

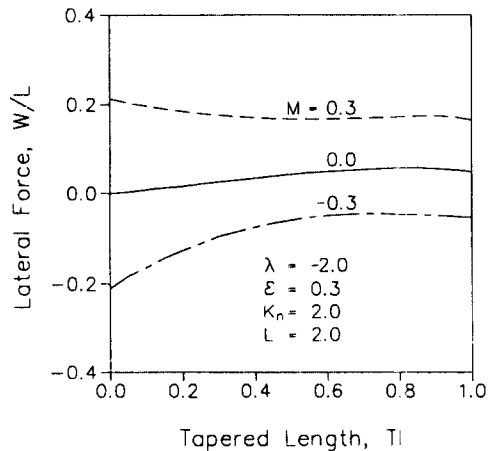


Fig. 8. Variation of lateral force with tapered length.

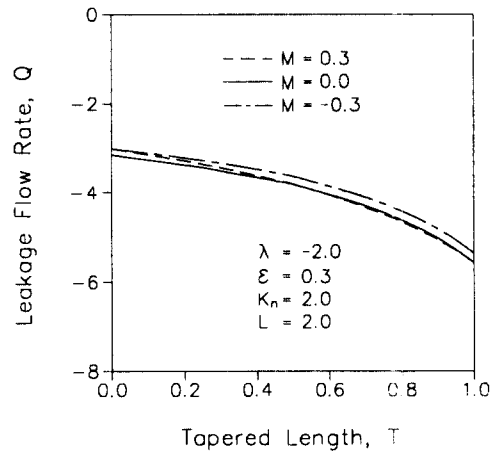


Fig. 9. Variation of leakage flow rate with tapered length.

른 복합형상의 피스톤에서 테이퍼부의 길이에 따른 축력과 누설유량의 변화를 각각 나타낸 결과이다. 피스톤의 틸팅은 축력의 크기와 작용방향에 큰 영향을 미치며 누설유량에는 테이퍼부의 길이가 틸팅보다 상대적으로 큰 영향을 준다.

Fig. 10과 Fig. 11은 피스톤의 틸팅비에 따른 축력과 피스톤의 길이방향 중앙부에 작용하는 틸팅 모멘트의 변화를 각각 나타낸 그림으로 틸팅비가 음( $M < 0$ )인 것은 시계방향으로 틸팅된 경우이다(Fig. 1 참조). 피스톤의 틸팅에 따라서 원통형상( $Tl=0.0$ )에서는 축력이 상대적으로 크게 변화하지만 복합형상과 완전한 테이퍼형상에서는 축력의 변화가 작을 뿐만 아니라 테이퍼부 길이의 차이에도 불구하고 축력의 크기와 변화 경향이 서로 거의 동일하다. 피스톤이 시계방향으로

틸팅된 경우, 원통형상에 작용하는 틸팅모멘트는 시계방향이므로 축력은 편심된 피스톤을 더욱 편심되게 함과 동시에 틸팅시키는 Locking force로 작용한다. 이와 반대로 복합형상과 완전한 테이퍼형상에서는 반시계방향으로 틸팅 모멘트가 작용하므로 이는 틸팅을 줄이는 방향이다. 따라서, 이 경우의 축력은 피스톤의 편심상태를 크게 함에도 불구하고 Centering force로 작용한다. 한편, 피스톤이 반시계방향으로 틸팅된 경우( $M > 0$ )에 모든 피스톤 형상에 대하여 축력은 피스톤의 편심을 작게 할 뿐만 아니라 틸팅 모멘트도 피스톤의 틸팅상태를 줄이려는 방향으로 작용하므로 항상 Centering 작용을 한다. Fig. 12에는 피스톤의 틸팅에 따른 누설유량의 변화를 나타낸 결과로서 틸팅비가 누설유량에 미치는 영향은 크지 않으나 피스톤의 형상에 따라서 차이가 아주 크다. 특히, 길이의 절반이 테이퍼형상임에도 불구하고 누설유량은 원통형에 가까운 경향을 나타낸다.

이상의 결과에서와 같이 유압 피스톤 펌프에 복합형상의 피스톤을 채용하면 다음과 같은 2가지 점에서 성능을 향상시킬 수 있을 것으로 예상된다. 먼저, 완전한 원통형 피스톤에서는 축력이 Locking force로 작용할 경우가 있기 때문에 유체고착(hydraulic locking) 현상이 발생할 가능성이 있지만 복합형상에서는 항상 Centering force로 작용하므로 이러한 위험을 줄일 수가 있다. 다음으로 축력에 대한 효과가 거의 동일한 테이퍼형상에 비하여 누설유량은 상대적으로 매우 작기 때문에 펌프의 용적효율을 크게 향상시킬 수 있다.

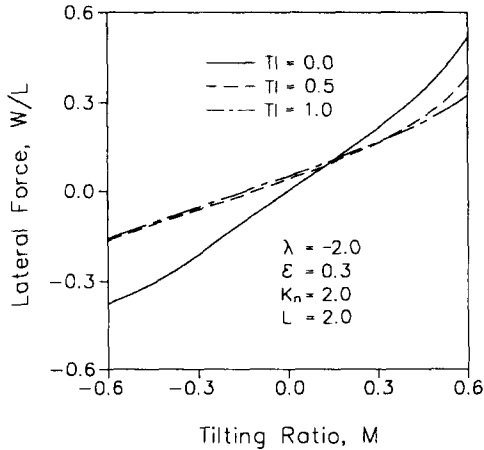


Fig. 10. Variation of lateral force with tilting ratio.

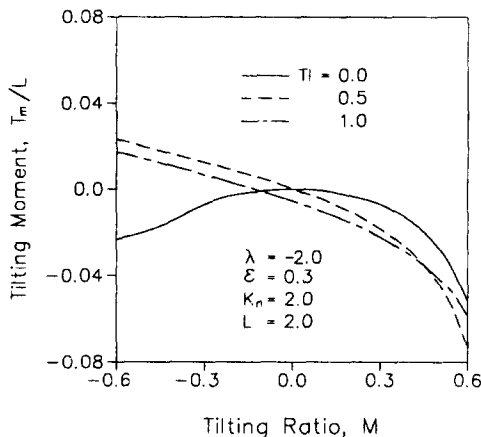


Fig. 11. Variation of tilting moment with tilting ratio.

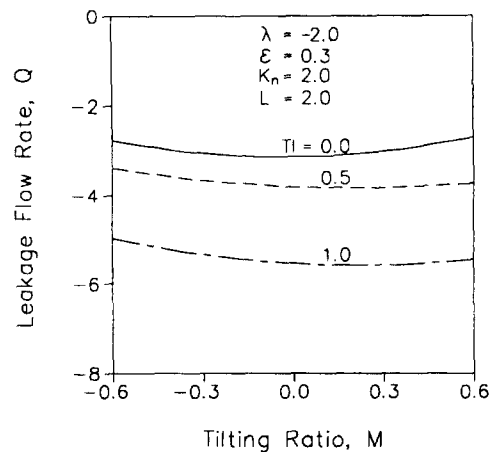


Fig. 12. Variation of leakage flow rate with tilting ratio.

즉, 완전한 원통형상은 용적효율을 높게 할 수 있으나 유체고착이 발생하기 쉬우며 완전한 테이퍼형상에서는 유체고착은 줄일 수가 있는 반면에 용적효율이 저하되는 단점이 각각 있지만 복합형상은 유체고착의 가능성을 줄임과 동시에 용적효율의 향상을 도모할 수가 있기 때문에 유압 피스톤 펌프의 성능향상에 크게 기여할 수 있을 것으로 기대된다.

## 5. 결 론

본 논문에서는 유압 피스톤 펌프에서 피스톤의 형상이 피스톤과 실린더 사이의 윤활특성에 미치는 영향을 조사하기 위하여 유한차분법을 사용하여 레이놀즈 방정식을 수치해석하였다. 이 결과, 간극에서의 압력분포, 피스톤에 작용하는 축력 및 간극을 통하는 누설유량은 피스톤의 형상에 따라서 크게 차이를 보였다. 특히, 원통형 피스톤의 선단부에 부분적으로 테이퍼형상을 부여한 복합형상의 피스톤은 유체고착의 가능성을 줄임과 동시에 펌프의 용적효율을 향상시킬 수가 있기 때문에 피스톤 펌프의 성능향상에 크게 기여할 수 있을 것으로 기대된다. 이러한 결과는 유압 피스톤 펌프에서와 같은 피스톤-실린더 기구를 채용하는 유체기계의 피스톤부 설계에도 유용하게 사용될 수 있을 것으로 예상된다.

## 후 기

본 연구는 한국과학재단 핵심전문 연구비(971-1010-016-1) 지원으로 수행중인 연구결과의 일부이며, 지원에 감사를 드립니다.

## 참 고 문 헌

1. Ivantysynova, M., "Theoretische und experimentelle

Untersuchungen zu einen neuen Kolbentyp bei Axko-Maschinen, Fachtagung Hydraulik und Pneumatik," Magdeburg, 1985.

2. Backé, W., "Grundlagen der Ölhydraulik," IHP, RWTH Aachen, 1988.
3. Backé, W. and Rinck, S., "Analysis der Schadenmechanismen an einer Radialkolbenpumpe und Berechnung der durch Konstruktive Verbesserungen erzielbaren Kolbenkr fte verringering," Research Report, IHP, RWTH Aachen, 1990.
4. Dransfield, P. and Bruce, D. M., "Leakage Flow rate past Pistons of Oil Hydraulic System Components," *J. of Aircraft*, Vol.5, pp.156-160, 1967-68.
5. Hesse, M. F., Martin, B. P. and Brighton, D. K., "Hydraulic Lock Forces on Tapered Pistons," *Proc. Instn. Mech. Engrs.*, Vol.184, pp.983-992, 1969-1970.
6. Etsion, I. and Pinkus, O., "The Hydrodynamics of a Plug Bearing," *Trans. ASME, J. of Lub. Tech.*, Vol. 98, pp.433-440, 1976.
7. Meikandan, N., Raman, R., Singaperumal, M. and Seetharamu, K. N., "Theoretical Analysis of Tapered Pistons in High Speed Hydraulic Actuators," *WEAR*, Vol.137, pp.299-321, 1990.
8. 박태조, 이정오, "그루브를 한 유압 피스톤 펌프의 피스톤에 작용하는 축력의 해석," 한국윤활학회지, 제 8권, 제2호, pp.44-49, 1992.
9. Park, T. J. and Lee, C. O., "Hydrodynamic Lateral Force on a Tapered Piston Subjected to a Large Pressure Gradient," *Proc. of 3rd ICFP*, pp.44-48, Int. Academic Pub., 1993.
10. 이정오, 박태조, 피스톤 형상이 유압 "피스톤 펌프·모터의 윤활특성에 미치는 영향," 한국윤활학회지, 제10권, 제3호, pp.47-53, 1994.