

## 2단 슬라이딩 제어기법을 이용한 인공위성의 궤도조정

박종욱

한국표준과학연구원 천문대

이상욱

전자통신연구원

최규홍

연세대학교 천문우주학과

## ORBITAL MANEUVER USING TWO-STEP SLIDING MODE CONTROL

**Jong-Uk Park**

Korea Astronomy Observatory, Taejon 305-348, Korea

email: parkju@daen.kaist.ac.kr

**Sanuk Lee**

TT&C Section, Electronics and Telecommunications Research Institute

Yusong P.O.Box 106, Taejon 305-600, Korea

email: slee@mail.etri.re.kr

**Kyu-Hong Choi**

Department of Astronomy, Yonsei University, Seoul 120-749, Korea

email: khchoi@galaxy.yonsei.ac.kr

*(Received April 30, 1998; Accepted May 15, 1998)*

### 요 약

인공위성의 궤도조정에 사용되는 소모연료의 최적화를 위해, 비선형 제어 시스템인 슬라이딩 제어 기법을 사용하여 지구 비대칭 중력장에 의한 섭동력을 고려한 궤도조정 문제의 해를 구하였다. 결합 방정식을 이용한 해법을 통해 총 속도 변화량이 최소가 되는 Lambert 궤도를 목표궤도로 설정하고 그에 따른 궤도조정 시간을 결정하였다. 결정된 궤도조정 시간이 종료되는 시점에서 제한된 추력에 의해 제어되는 인공위성의 상태벡터가 경계조건과 일치되도록 하기 위하여, 슬라이딩 제어를 반복적으로 사용하는 2단 슬라이딩 제어기법을 도입하였으며, 이를 인공위성 랑데뷰 문제에 적용하여 최적제어방법에 의한 결과와 비교하였다. 새롭게 제안된 제어방법을 이용한 궤도조정은 이상적인 전이궤도인 Lambert 궤도와 근접한 궤도를 갖도록 하는 thrust-coast-thrust 형태의 추력을 나타내었으며, 이 때 필요한 속도의 변화량은 Lambert's two-impulsive 방법에 의한 값에 매우 근접한 값을 나타내었다. 또한 궤도조정 시간이 종료되었을 때, 궤도의 모든 상태변수들이 최종 경계조건과 거의 일치되는 결과를 얻을 수 있었다.

## ABSTRACT

The solutions of orbital maneuver problem using the sliding mode control in the presence of the earth gravitational perturbations is obtained. Especially, the optimization of consuming fuel for maneuver is performed. The impulsive solution to Lambert's problem using the combined equation method to minimize total  $\Delta V$  is used for the desired orbit and the maneuver times. Two-step sliding mode control method is introduced for satisfying the boundary conditions of finite-thrust rendezvous problem at the end of maneuver time. Using the new approach to the orbit maneuver problem, two-step sliding mode control, orbit maneuvers are processed. The solutions to a rendezvous using the optimal control are obtained, and they are compared to the results by two-step sliding control. According to the new approach for orbit maneuver, the thrust-coast-thrust type controller is obtained to make satellite to track desired Lambert's orbit, and the total  $\Delta V$  required for maneuver is reasonable in comparison with the impulsive solution to Lambert's problem. The final state variables, also are close to the boundary conditions at the end of maneuver times.

## 1. 서 론

인공위성의 궤도조정은 자연적인 섭동력 및 인공위성에 탑재된 추력기의 힘을 통해 궤도의 모양이나 크기, 궤도 경사각 혹은 각운동량 벡터성분을 변화시키는 것을 의미하며, Lambert 문제로 널리 알려져있는 Two-Point Boundary-Value Problem(TPBVP)은 궤도전이나 랑데뷰 문제의 해를 구하는데 사용된다. Battin(1977)은 반복적인 방법을 통해 Lambert 문제의 해를 구하는 결합 방정식 기법을 도입하였다. 궤도조정시 두 경계점에서의 속도 변화만으로 궤도전을 수행하는 이러한 방법은 Two-Impulsive solution 이라고 불리우는데, 일반적으로 인공위성들은 이 방법에 따른 속도벡터의 변화를 줄 수 있는 추력을 얻기 힘들다. 따라서 제한된 추력을 갖는 인공위성의 궤도조정 방법이 필요하다. Lee(1996)는 궤도 및 자세의 유사성을 이용하여 인공위성의 자세제어에 슬라이딩 기법을 도입하였으며, 슬라이딩 제어기법인 bang-bang 형태의 비선형 제어기(Lee & Cochran 1997)를 궤도조정에 적용하였다.

슬라이딩 제어기법(Slotine & Li 1991)은 비선형 시스템의 상태 궤적을 슬라이딩 면(sliding surface)이라고 불리우는 새로운 면으로 변화시키고, 지속적으로 시스템의 상태궤적이 슬라이딩 면에서 유지되도록 하는 개념을 이용하는데, 이러한 슬라이딩 제어기법은 비선형 시스템안에 존재하는 매개변수의 불확실성과 모델화에 따른 부정확성을 고려할 수 있다는 장점을 가지고 있다.

Lee & Cochran(1997)에 따르면, 슬라이딩 제어기법을 이용한 궤도조정방법은 thrust-coast-thrust 형태의 제어법칙을 가지며, 총 속도 변화량이 Lambert 문제의 해에 매우 근접한 값을 갖는 결과를

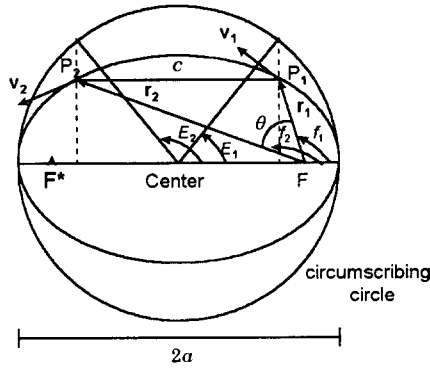


그림 1. Lambert 문제의 기하학적 배치.

나타내었는데, 궤도조정 시간이 경과한 후에 추가적인 제어가 진행되어야 하는 양상을 보였다. 따라서 본 논문에서는 인공위성의 궤도조정, 특히 랑데뷰 문제에 있어서 궤도 조정 시간 이후의 추가적인 조정없이 위성을 제어하기 위한 새로운 기법인 2단 슬라이딩 제어 기법을 도입하고, 이 새로운 방법이 인공위성의 랑데뷰 문제의 해를 구하는 현실적인 비선형 제어기법중의 하나임을 나타내고자 한다.

인공위성의 랑데뷰 문제에 2단 슬라이딩 제어기법을 적용하기 위하여 인공위성의 운동방정식에 섭동력, 특히 지구 비대칭 중력장에 의한 섭동력의 영향으로 발생하는 모델의 부정확성을 고려하였다. 또한, 기존의 비선형 제어 시스템에 의한 제어결과와 비교하기 위하여, 최적제어 이론(Lewis 1992)을 추력에 대해 적용하고, 이를 shooting method(Press *et al.* 1989) 를 이용하여 인공위성의 궤도조정 작업도 수행하였다.

## 2. LAMBERT 이론

Lambert 문제라고 알려진 두 개의 경계점을 갖는 이체문제는 TPBVP이라고 불리우며, 인공위성의 궤도결정 및 우주선의 목표궤도 결정문제에 사용되어 왔다. Lambert 이론은 “궤도전이시간은 궤도의 장반경과 힘의 중심점으로부터 두 지점까지의 거리의 합 및 두 지점을 잇는 여현(chord)의 길이에만 의존한다”(그림 1)는 것으로, 다음과 같이 수학적으로 표현할 수 있는데 이를 운동시간 방정식이라고 한다.

$$\sqrt{\mu}(t_2 - t_1) = F(a, r_1 + r_2, c) \tag{1}$$

이 때  $t_2 - t_1$ 는 출발점으로부터 도착점까지 원호를 따라 진행하는데 소요되는 시간이며,  $c$ 는 여현의 길이(chord length),  $a$ 는 궤도 장반경,  $r_1, r_2$ 는 각지점까지의 거리,  $\mu$ 는 지구 중력상수이다.

타원궤도에 대한 Lambert 방정식은 식 (2)와 같이 표현할 수 있는데,

$$\sqrt{\mu}(t_2 - t_1) = a^{3/2} [(\alpha - \sin \alpha) - (\beta - \sin \beta)] \tag{2}$$

여기에서  $\alpha$ 와  $\beta$ 는 각각 다음과 같이 정의되는 변수이며,

$$\alpha = 2 \sin^{-1} \left( \sqrt{\frac{s}{2a}} \right), \quad \beta = 2 \sin^{-1} \left( \sqrt{\frac{s-c}{2a}} \right) \tag{3}$$

이 때,  $s = (r_1 + r_2 + c)/2$ 는 삼각형  $OP_1P_2$ 의 semi-perimeter이다.

주어진 궤도조정 시간에 따라 정해지는 전이궤도의 궤도요소들은 운동시간 방정식을 통하여 구할 수 있지만, 궤도 장반경  $a$ 에 대한 미분식이  $a = s/2$ 인 경우에는 무한대의 값을 갖고, 정해진 시간에 대해 두 개의 장반경값이 구해지게 되므로, 장반경  $a$ 를 변수로 사용하기에는 적절치 못하다. 따라서 타원궤도에 대한 Lambert 방정식의 해를 구하기 위하여 변형된 방법들이 제시되었다. Battin(1977)은 Lambert 이론의 변형식인 Lagrange 방정식과 Gauss 방정식을 결합한 간단하면서도 효율적인 결합 방정식을 다음과 같이 제시하였다.

$$x^2 = 1 - a_m/a \tag{4}$$

$$\zeta s = \sqrt{r_1 r_2} \cos \frac{1}{2}(f_2 - f_1) \tag{5}$$

$$\xi = \sqrt{1 - \zeta^2(1 - x^2)} - \zeta x \tag{6}$$

$$S_1 = \frac{1}{2}(1 - \zeta - x\xi) \tag{7}$$

$$Q = \frac{4}{3}H(3, 1; 2.5; S_1) \tag{8}$$

$$\sqrt{\frac{\mu}{2a}}(t_2 - t_1) = \xi^3 Q + 4\xi\zeta \tag{9}$$

여기에서  $a_m = s/2$ 는 최소에너지 궤도의 장반경,  $f$ 는 진근점각,  $x$ 는 독립변수,  $H$ 는 Battin(1987)에 정의된 초 기하학(hypergeometric) 함수이다. 또한 식(9)의 미분식은

$$0 = -\frac{1 + (2z - 1)H}{yz(1 - z)}\xi^5 - \frac{\xi\zeta}{y}(3\xi^2 Q + 4\zeta) \tag{10}$$

이 되고, 여기에서  $z = \sin^2 \alpha/4$ 이다.

Lambert 문제의 해를 구하는 최종 단계는 두 경계점에서의 속도벡터를 구하는 것이다. 두 경계점의 속도벡터는 다음과 같이 Lagrange 인수들로 표현할 수 있다(Battin 1987).

$$v_1 = \frac{\sqrt{\mu p}}{r_1 r_2 \sin(\Delta f)} \left[ (r_2 - r_1) + \frac{r_2}{p}(1 - \cos(\Delta f))r_1 \right] \tag{11}$$

$$v_2 = \frac{\sqrt{\mu p}}{r_1 r_2 \sin(\Delta f)} \left[ (r_2 - r_1) + \frac{r_1}{p}(1 - \cos(\Delta f))r_2 \right] \tag{12}$$

여기에서,  $\Delta f = f_2 - f_1$ 이고,  $p$ 는 semi-latus rectum이다. 따라서 두 경계점의 속도 성분을 결합방정식에서 유도된 변수들을 사용하여 아래와 같이 유도할 수 있다.

$$\mathbf{v}_1 = \sqrt{\frac{\mu}{a_m^3} \frac{1}{2S_1 \zeta \xi}} \left[ (\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1) + \left( \frac{2a_m}{r_1} \xi^2 - 1 \right) \mathbf{r}_1 \right] \quad (13)$$

$$\mathbf{v}_2 = \sqrt{\frac{\mu}{a_m^3} \frac{1}{2S_1 \zeta \xi}} \left[ (\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1) + \left( \frac{2a_m}{r_2} \xi^2 - 1 \right) \mathbf{r}_2 \right] \quad (14)$$

### 3. 슬라이딩 제어

슬라이딩 제어기법(Slotine & Li 1991)은 모델화에 따른 부정확성을 가진 제어대상 시스템의 상태 궤적이 지속적으로 기준면을 유지하도록 하는 슬라이딩 면(sliding surface)을 사용하여 안정성을 유지하도록 제어를 수행하는 비선형 제어기법이다.

상태방정식이  $n$ 차이고 제어입력이 여러개인 비선형 시스템은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\dot{\mathbf{x}}^n = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{B}(\mathbf{x})\mathbf{u} \quad (15)$$

여기에서  $\mathbf{x}$ 는 상태벡터이고,  $\mathbf{u}$ 는 제어입력벡터,  $\mathbf{B}$ 는 제어이득을 나타내는 행렬이다. 시스템 역학  $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ 에 모델 부정확성을 내포한 시스템의 상태 벡터  $\mathbf{x}$ 가 시간에 따라 변화하는 요구 상태 벡터  $\mathbf{x}_d$ 를 따라가도록 하는 제어법칙을 구하여야 한다. 추적 오차 벡터를  $\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_d$ 로 정의하면, 시간에 따라 변화하는 슬라이딩 면  $S(t)$ 를 정의하는 벡터  $\mathbf{s}$ 는

$$\mathbf{s}(\mathbf{x}; t) = \left( \frac{d}{dt} + \lambda \right)^{n-1} \tilde{\mathbf{x}} = 0 \quad (16)$$

로 정의되며(Slotine & Sastry 1983), 이 때,  $\lambda$ 는 제어 대역폭(bandwidth)를 의미하며, 항상 양의 상수 값을 갖는 특성을 갖는다. Lyapunov의 안정화 이론에 따라 각각의 슬라이딩 면들 밖에서 다음의 슬라이딩 조건을 만족하는 제어입력 벡터  $\mathbf{u}$ 를 구할 수 있다.

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} [\mathbf{s}^T \mathbf{s}] \leq -\eta |\mathbf{s}| \quad (17)$$

여기에서  $\eta$ 는 제어 대역폭과 같은 특성을 갖는 매개변수 벡터이다.

이차 비선형 시스템인 경우, 모델의 부정확성이 포함된 추정함수를  $\hat{\mathbf{f}}(\mathbf{x})$ 라고 할 경우 제어입력 벡터  $\mathbf{u}$ 의 근사치는

$$\hat{\mathbf{u}} = \hat{\mathbf{B}}^{-1}(-\hat{\mathbf{f}}(\mathbf{x}) + \ddot{\mathbf{x}}_d - \lambda \dot{\tilde{\mathbf{x}}}) \quad (18)$$

이 되며, 이 때  $\hat{\mathbf{B}}^{-1}$ 는 추정된 제어이득 행렬이다. 이러한 추정 제어입력은 비선형 시스템의 모델 부정확성과 교란에 의해 슬라이딩 면을 따라 불규칙적인 값을 갖게 되는데, 이를 chattering이라고 한다.

슬라이딩 조건을 만족시키고 슬라이딩 면을 가로지르는 비연속성항을 제어하는 추가입력을 고려하면, 시스템의 제어입력 벡터는 다음과 같이 표현할 수 있게 된다.

$$\mathbf{u} = \hat{\mathbf{u}} - \kappa \text{sign}(\mathbf{s}) \quad (19)$$

여기에서,  $\kappa$ 는 슬라이딩 조건에 의해  $\kappa = \mathbf{F} + \eta$  벡터로 정의되며,  $\mathbf{F}$ 는  $|\hat{\mathbf{f}} - \mathbf{f}| < \mathbf{F}$ 인 벡터함수이다. Chattering을 고려한 제어입력은 방향과 값이 지속적으로 변화되는 복잡한 양상을 보이므로, 슬라이딩 면들 근처에 각각의 경계층을 다음과 같이  $\phi$ 로 정의하면,

$$|\mathbf{s}(\mathbf{x}; t)| \leq \phi, \phi > 0 \quad (20)$$

최종적인 제어입력 벡터  $\mathbf{u}$ 는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\mathbf{u} = \hat{\mathbf{u}} - \kappa \text{sat}\left(\frac{\mathbf{s}}{\phi}\right) \quad (21)$$

슬라이딩 제어기법을 인공위성의 궤도조정에 적용하기 위하여, 섭동력이 고려되지 않고 추력기에 의한 추력만이 주어진 위성의 비선형 운동방정식을 식 (15)의 형식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\ddot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} r\dot{\varphi}^2 + r \sin^2 \varphi \dot{\theta}^2 - \frac{\mu}{r^2} \\ -\frac{2r\dot{\theta}}{r} - 2\dot{\theta} \cot \varphi \dot{\varphi} \\ -\frac{2r\dot{\varphi}}{r} + \sin \varphi \cos \varphi \dot{\theta}^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{r \sin \varphi} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_r \\ u_\theta \\ u_\varphi \end{bmatrix} \quad (22)$$

이 때, 상태벡터  $\mathbf{x}$ 는  $\mathbf{x} = [r \ \theta \ \varphi]^T$ 이고,  $r, \theta, \varphi$ 는 각각 적도 좌표계의 거리, 경도, 극거리이다.

윗 식에서 제어이득 행렬  $\mathbf{B}$ 는 정확히 알 수 있지만,  $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ 는 지구의 비대칭 중력장에 의한 섭동력 등과 같은 모델의 부정확성 때문에 정확히 알 수 없다. 따라서 이러한 모델의 부정확성을 고려한 슬라이딩 제어기법을 사용하기 위하여 추정함수  $\hat{\mathbf{f}}(\mathbf{x})$ 를 도입하여야 한다. 다양한 섭동력중에서 위성의 운동에 가장 큰 영향을 미치는 지구의 비대칭 중력장의 2차 zonal harmonic  $J_2$ 에 의한 섭동을 고려한 추정함수는 식 (23)과 같이 정의할 수 있다.

$$\hat{\mathbf{f}}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} r\dot{\varphi}^2 + r \sin^2 \varphi \dot{\theta}^2 - \frac{\mu}{r^2} + \frac{3}{2}\mu J_2 a_e^2 \frac{3 \cos^2 \varphi - 1}{r^4} \\ -\frac{2r\dot{\theta}}{r} - 2\dot{\theta} \cot \varphi \dot{\varphi} \\ -\frac{2r\dot{\varphi}}{r} + \sin \varphi \cos \varphi \dot{\theta}^2 + 3\mu J_2 \frac{a_e^2}{r^3} \cos \varphi \sin \varphi \end{bmatrix} \quad (23)$$

Lambert 궤도를 따라 인공위성이 진행하도록 제어하기 위하여 슬라이딩 제어기법을 사용할 경우, 위치벡터와 속도벡터 성분들이 독립적이지 못하므로 최종점에서의 경계조건을 만족하지 못한다. Lee & Cochran(1997)에 따르면 최종점에서의 거리벡터는 경계조건을 만족하지만 속도벡터는 많은 차이를 나타내어 랑데뷰 시간경과 후에도 추가적인 추력을 통해 속도벡터를 조정하였다. 이러한 랑데뷰 시간이후의 추가적인 제어에 따른 문제점을 해결하기 위하여 2단 슬라이딩 제어기법(two-step sliding mode control)을 도입하고, 이를 궤도의 랑데뷰 문제에 사용하였다.

표 1. 극좌표계로 나타낸 궤도조정의 경계조건.

경계조건	초기조건	최종조건
거리 $r(\text{km})$	6678.0	7100.0
경도 $\theta(\text{rad})$	0.0	2.2689
거리의 변화율 $\dot{r}(\text{km/s})$	0.0	0.0
경도의 변화율 $\dot{\theta}(\text{rad/s})$	1.157e-3	1.055e-3

표 2. 동일평면상의 궤도조정을 위한 Lambert 궤도.

Lambert 궤도	초기조건	최종조건
거리 $r(\text{km})$	6678.0	7100.0
경도 $\theta(\text{rad})$	0.0	2.2689
거리의 변화율 $\dot{r}(\text{km/s})$	1.111e-1	1.063e-1
경도의 변화율 $\dot{\theta}(\text{rad/s})$	1.174e-3	1.039e-3
궤도조정 시간 $t_r(\text{초})$	2055	
속도 변화량 $\Delta V(\text{km/s}^2)$	1.6121e-1	1.5747e-1

궤도조정에 대한 2단 슬라이딩 제어기법은 일차적으로 랑데부 문제의 경계조건을 만족하는 Lambert 궤도 및 궤도조정 시간을 구하고, 이를 목적 궤도로 사용하여 최종 경계점에서부터 역방향으로 슬라이딩 제어를 수행하여 일차 결과궤도 및 추력을 결정한다. 역방향 슬라이딩 제어에 의해 결정된 궤도를 새로운 목적궤도로 하여 초기 경계점에서부터 정상적인 슬라이딩 제어기법을 사용하여 최종적인 전이궤도 및 소요되는 추력의 값을 구하는 기법이다.

#### 4. 모의실험 결과 및 토의

지구 비대칭 중력장에 의한 섭동력이 고려된 인공위성의 궤도조정 문제에서 소요되는 총 속도 변화량이 적절한 값을 갖을 수 있도록 하는 상태벡터의 궤적과 제어법칙을 구하기 위하여, 동일 평면상에 근접해있는 저 고도의 원궤도들을 선택하였다. 궤도조정 모의실험에 사용한 두 개의 경계조건을 표 1과 같이 극좌표계상에서 나타내었다.

궤도조정 시간은 운동시간 방정식을 이용하여 총 속도 변화량이 최소가 되도록 Newton-Raphson iteration 기법을 사용하여 결정하였다. 이 때 위성의 운동방정식은 이상적인 해를 구하기 위하여 섭동이 고려되지 않았다. 결정된 궤도조정 시간 및 두 경계점에서 발생하는 경계조건의 속도성분, Lambert 궤도의 속도성분과의 편차인 속도 변화량, 그리고 극좌표계상에 표현되는 그 때의 Lambert 궤도를 표 2에 나타내었다.

주어진 궤도조정 시간에 모델의 부정확성이 고려된 궤도조정 문제를 해결하기 위하여는 궤도조정 시간이 종료 되었을 때, 최종 경계조건을 만족시켜야 한다. Lambert 궤도를 기준궤도로 하여 일반적인 슬라이딩 제어기법을 사용하면, 표 1과 2에서 볼 수 있는 바와 같이 이 조건을 충족시킬 수가 없다.

표 3. 2단 슬라이딩 제어에 사용된 매개변수들의 값.

일차 슬라이딩 제어		이차 슬라이딩 제어	
$\lambda_1 = 4.9e-1$	$\lambda_2 = 3.3e-1$	$\lambda_1 = 8.48e-1$	$\lambda_2 = 4.3e-1$
$\eta_1 = 1.6e-3$	$\eta_2 = 6.1e-3$	$\eta_1 = 6.49e-3$	$\eta_2 = 9.5e-3$
$\phi_1 = 1.0e-3$	$\phi_2 = 4.9e-1$	$\phi_1 = 5.4e-2$	$\phi_2 = 8.0e-4$

표 4. 제어방법별 총 속도변화량  $\Delta V$ .

제어방법	$\Delta V(km/s^2)$
Lambert's Two-Impulsive	0.318683
Two-Step Sliding	0.398990
Nonlinear Shooting	0.509330

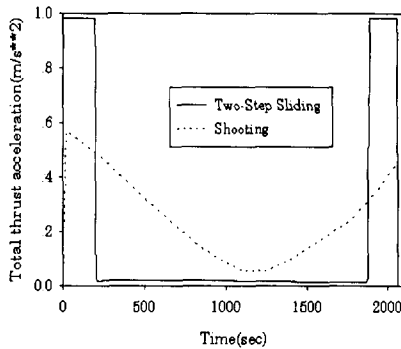


그림 2. 제어방법에 따른 추력의 변화.

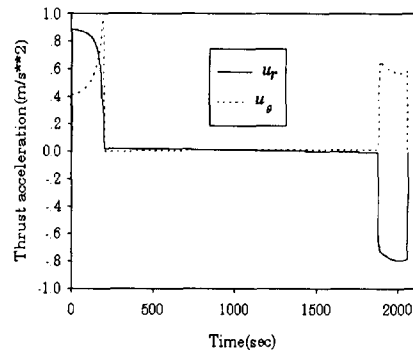


그림 3. 2단 슬라이딩 제어에 따른 추력성분들의 변화.

이러한 궤도조정시간 이후의 추가적인 제어에 따른 문제점을 해결하기 위하여 2단 슬라이딩 제어기법(two-step sliding mode control)을 사용하여 동일평면상의 근접궤도 궤도조정에 적용하였다. 이 때 추력은  $0.1g(0.98m/s^2)$ 로 제한하였다.

모의실험에 사용된 경계조건(표 1)을 갖는 궤도조정에 2단 슬라이딩 제어기법을 적용하면서 trial-and-error 방법으로 결정한 매개변수들의 값을 표 3에 실었다.

모의실험 결과 제한된 추력을 갖는 thrust-coast-thrust 형태의 연속 추력 제어기를 얻을 수 있었으며, 2단 슬라이딩 제어기법에 의한 추력의 변화양상을 비선형 shooting method에 의한 결과와 함께 그림 2에 나타내었다. 또한 각 제어성분별 추력의 변화양상을 그림 3에 나타내었다. 2단 슬라이딩 제어에 의한 총 속도변화량의 값은 shooting method를 사용한 최적제어의 결과와 함께 표 4에 실었다.



표 5. 궤도조정 종료시간의 최종조건 및 결과값.

	최종조건	실험결과값
거리 $r$ (km)	7100.0	7100.0097
경도 $\theta$ (rad)	2.2689	2.2688
거리의 변화율 $\dot{r}$ (km/s)	0.0	-1.57e-4
경도의 변화율 $\dot{\theta}$ (rad/s)	1.055e-3	1.055e-3

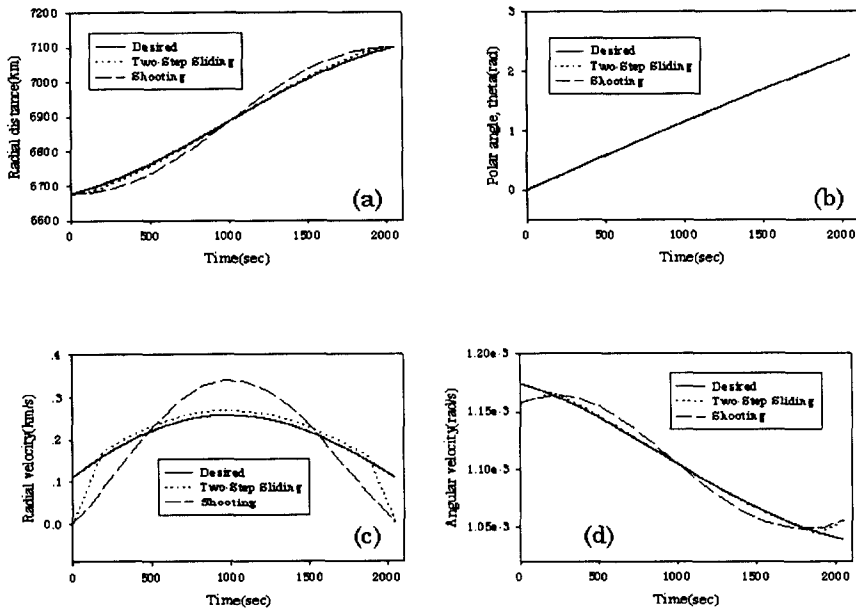


그림 4. 제어방법에 따른 상태벡터의 변화; (a) 거리변화, (b) 경도변화, (c) 거리성분 속도의 변화, (d) 경도 성분 속도의 변화.

그림 2, 3과 표 4에 나타난 결과들에 따르면, Lambert's Two-Impulsive 방법이 최소의 속도 변화량을 가지며, 2단 슬라이딩 제어방법은 Lambert 궤도에 근접한 값을 나타내면서 제어입력의 변화양상이 제한된 추력안에서 유지되는 보다 현실적인 제어방법임을 알 수 있다.

2단 슬라이딩 제어에 의해 제어된 위성의 상태벡터 변화를 Lambert 궤도 및 Shooting method에 의한 결과값과 함께 그림 4에 나타내었으며, 궤도조정 시간 종료시점에서의 결과값을 경계점의 최종조건과 함께 표 5에 실었다. 모의 실험 결과에 따르면, 궤도조정에 사용된 추력은 궤도조정 시간이 종료되었을 때 정확히 정지하였으며, 최종 결과값은 경계조건값과 거리성분은 9.7m, 속도성분은 0.07%의 차이를 보이며 최종 경계조건에 매우 근접함을 알 수 있다.

## 5. 결론

제한된 추력과 지구 비대칭 중력장에 의한 섭동이 주어진 궤도조정 문제를 2단 슬라이딩 제어기법을 도입하여 해결하였다. 새롭게 도입한 방법을 이용하여 동일평면상의 근접궤도 궤도조정 문제를 다루었으며, Lambert 문제의 해 및 기존 궤도조정 방법에 의한 결과값과의 비교, 검토를 통하여 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

인공위성의 궤도조정 문제에 2단 슬라이딩 기법을 적용하면, 결정된 궤도조정 시간에 정확히 종료되는 thrust-coast-thrust 형태의 제어법칙을 구할 수 있고, 궤도조정 시간동안에 발생하는 지구 비대칭 중력장에 의한 섭동력의 영향등 모델의 불확실성을 고려하더라도, 이상적인 전이궤도인 Lambert 궤도에 근접해 진행되는 전이궤도를 설정할 수 있고, 최종 경계점에서의 결과값도 주어진 경계조건과 거의 일치하는 값을 얻을 수 있다. 또한 궤도조정에 사용된 총 속도 변화량은 Lambert 문제의 해보다는 크지만, 일반적으로 궤도제어 문제의 해를 구하기 위해 사용되는 최적제어 이론을 적용한 shooting method에 의한 값보다는 작게 나타나며, 제한된 추력하에서 성분별 속도를 변화시키는 추력의 변화양상이 기존의 궤도조정 방법보다 더욱 현실적이고도 적절함을 알 수 있다. 따라서, 비선형 제어 시스템인 2단 슬라이딩 제어기법을 이용하면, 실제 시스템에 가까운 적절한 인공위성의 궤도전이 임무를 수행할 수 있다. 본 논문에서 다룬 인공위성의 전이궤도는 타원궤도에 국한하여 처리 되었는데, 혜성과의 랑데뷰 문제와 같은 특별한 경우를 위해 포물선 궤도를 갖는 인공위성의 궤도조정 등 다양한 종류의 전이궤도에 2단 슬라이딩 제어기법을 적용하는 것이 바람직하다고 판단된다.

## 참고문헌

- Battin, R. H. 1977, AIAA Journal, 15, 707
- Battin, R. H. 1987, An Introduction to The Mathematics and Methods of Astrodynamics (AIAA Inc: NY), p.242
- Lee, S. 1996, Space Technology, 16(5/6), 323
- Lee, S. & Cochran, J. E. 1997, Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 20, 104
- Lewis, F. L. 1992, Applied Optimal Control and Estimation (Prentice-Hall: Eaglewood Cliffs), p.119
- Press, W. H., Flannery, B. P., Teukolsky, S. A. & Vetterling, W. T. 1989, Numerical Recipes (Cambridge Univ. Press: Cambridge), Chap. 14
- Slotine, J.-J. E. & Li, W. 1991, Applied Nonlinear Control (Prentice-Hall: Eaglewood Cliffs), Chap. 7
- Slotine, J.-J. E. & Sastry, S. S. 1983, INT. J. Control, 38, 465